



# **Dimensionamento de uma frota de veículos**

**Gonçalo dos Santos Pereira**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em

**Engenharia Mecânica**

Orientador: Prof. José Maria Campos da Silva André

## **Júri**

Presidente: Prof. Carlos Frederico Neves Bettencourt da Silva

Orientador: Prof. José Maria Campos da Silva André

Vogais: Prof. Luiz Manuel Varejão de Oliveira Faria

Eng. Eduardo José Branco

**Fevereiro 2021**

## Agradecimentos

À minha família, em especial aos meus pais, pelo incansável apoio durante a realização desta tese.

## Resumo

Efetuiu-se o pré-dimensionamento um veículo autónomo e eléctrico para transporte de passageiros e bagagens em aeroportos, circulando através de túneis entre os terminais e as aeronaves. O veículo tem 5 m de comprimento e 1,8 m de altura e de largura com uma tara de 920 kg e uma massa máxima de 2 toneladas. Com carregamento máximo, a altura de centro de massa do veículo de passageiros é 0,47 m acima do eixo das rodas. A potência motriz é 4 kW e a velocidade nominal é 7 m s<sup>-1</sup>. À velocidade nominal uma viagem típica demora cerca de 3,5 min, com um consumo de 236 Wh. 85 kg de baterias de lítio são suficientes para uma operação contínua de 10 h. O guiamento proposto baseia-se num sistema ótico que segue uma estria colocada no pavimento. Verificou-se que a imagem, captada com câmaras de vídeo e tratada digitalmente, assegura um seguimento correto do trilho e um bom nível de conforto à velocidade nominal. A suspensão tem uma rigidez de 20 kN/m e um fator de amortecimento de 0,2. À velocidade nominal, a suspensão tem os picos de ressonância do espectro de aceleração nas frequências de 1 Hz e 16 Hz, com boa atenuação na gama de frequências críticas para o conforto humano. A deflexão máxima das molas da suspensão devido às forças longitudinais e laterais é da ordem de 1 cm.

Palavras-chave: Potência, energia, guiamento, suspensão e conforto.

## Abstract

We pre dimensioned an autonomous electric vehicle for the transportation of passengers and luggage in airports, which would travel through tunnels between the terminals and airplane. The vehicle is 5 m long and 1,8 m high and wide, with a total weight of 920 kg and a maximum mass of around 2 tons. With maximum load, the height of the center of mass of the passenger vehicle is 0,47 m above the wheel axle. The propulsion power is 4 kW and the nominal speed is  $7 \text{ m s}^{-1}$ . At nominal speed, a typical trip takes about 3,5 minutes with a consumption of 236 Wh. 85 kg of lithium batteries are sufficient for 10 hours of continuous operation. The proposed guiding system is based on an optical system that follows a reflective tape placed on the floor. It was found that the image, captured with video cameras and digitally treated, guarantees the correct tracking and a good level of comfort at the nominal speed. The suspension has a stiffness of 20 kN / m and a damping factor of 0,2. At nominal speed, the suspension exhibits resonance peaks in the acceleration spectrum at frequencies of 1 Hz and 16 Hz, with good attenuation in the range frequency critical for human comfort. The maximum deflection of the suspension springs due to longitudinal and lateral forces is about 1 cm.

Key words: Propulsion power, energy, guiding system, suspension and comfort.

## Índice

1. Introdução: Otimização da capacidade aeroportuária.....	11
2. Potência motriz e consumo energético .....	15
2.1 Forças de resistência e potência de propulsão.....	15
2.2 Troço em reta.....	18
2.3 Troço com inclinação ascendente.....	19
2.4 Troço com inclinação descendente .....	26
2.5 Simulação energética de um ciclo de viagem típico .....	30
2.6 Baterias .....	33
2.7 Motor elétrico .....	35
3. Sistema de guiamento .....	36
3.1 Definição da trajetória nominal .....	36
3.2 Algoritmo 1: Eixo dianteiro passa no ponto-alvo.....	39
3.3 Algoritmo 2: Eixo traseiro passa no ponto-alvo.....	45
3.4 Resposta do sistema de guiamento a perturbações.....	49
3.5 Medidas de atenuação do ruído ótico: Introdução de filtros digitais.....	53
3.6 Resposta do guiamento a perturbação do tipo degrau .....	57
3.7 Resposta a uma perturbação do tipo rampa .....	59
3.8 Resposta do guiamento a um erro na base de dados dos raios de curvatura.....	62
3.9 Erros de resolução na captação de imagem .....	63
4. Pré-dimensionamento estrutural .....	67
4.1 Modelo unidimensional da estrutura .....	67
4.2 Estruturas de reforço local.....	72
5. Dinâmica vertical do veículo .....	76
5.1 Modelo de uma suspensão de dois andares.....	76
5.2 Resposta do segundo andar da suspensão um sinal do tipo rampa.....	85
5.3 Resposta do segundo andar da suspensão um sinal do tipo lomba .....	86
6. Conclusões .....	90
Bibliografia .....	92

## Índice de figuras e tabelas

Figura 1.1: Geometria e dimensões do veículo (André , et al., 2017). .....	12
Figura 1.2: Caudal de veículos em função da velocidade nominal de circulação. ....	13
Figura 2.1: Diagrama de forças do veículo.....	15
Figura 2.2: Potência de tração com $C_D = 0,35$ , $A = 3,24 \text{ m}^2$ , $m = 2000 \text{ kg}$ (traço a cheio), $m = 1000 \text{ kg}$ (traço interrompido). ....	18
Figura 2.3: Energia gasta num percurso a velocidade constante - $C_D = 0,35$ , $A = 3,24 \text{ m}^2$ , $v = 7 \text{ ms}^{-1}$ . ..	19
Figura 2.4: $v_{lim}$ com $C_D = 0,35$ , $A = 3,24 \text{ m}^2$ , $m = 1000 \text{ kg}$ , $v_0 = 7 \text{ m s}^{-1}$ .....	20
Figura 2.5: $v_{lim}$ com $C_D = 0,35$ , $A = 3,24 \text{ m}^2$ , $m = 2000 \text{ kg}$ , $v_0 = 7 \text{ m s}^{-1}$ .....	20
Figura 2.6: $t_{lim}$ com $m = 1000 \text{ kg}$ .....	21
Figura 2.7: $t_{lim}$ com $m = 2000 \text{ kg}$ .....	21
Figura 2.8: Tempo subida até a primeiro andar do terminal para $m = 1000 \text{ kg}$ . ....	22
Figura 2.9: empo subida até a primeiro andar do terminal para $m = 2000 \text{ kg}$ . ....	23
Figura 2.10: Raio mínimo de curvatura para $a_c < 2 \text{ m s}^{-2}$ com $m = 1000 \text{ kg}$ . ....	24
Figura 2.11: Raio mínimo de curvatura para $a_c < 2 \text{ m s}^{-2}$ com $m = 2000 \text{ kg}$ . ....	24
Figura 2.12: Energia necessária para subir 8 m com $m = 1000 \text{ kg}$ . ....	25
Figura 2.13: Energia necessária para subir 8 m com $m = 2000 \text{ kg}$ . ....	25
Figura 2.14: Velocidade limite de atrito - $m = 1000\text{kg}$ .....	27
Figura 2.15: Velocidade limite de atrito - $m = 2000 \text{ kg}$ . ....	27
Figura 2.16: Tempo de descida do primeiro andar do terminal com $m = 1000 \text{ kg}$ . ....	28
Figura 2.17: Tempo de descida do primeiro andar do terminal com $m = 2000 \text{ kg}$ . ....	28
Figura 2.18: Energia para regeneração com $\eta_b = 80 \%$ e $m = 2000 \text{ kg}$ . ....	29
Figura 2.19: Energia para regeneração com $\eta_b = 80 \%$ e $m = 1000 \text{ kg}$ . ....	29
Figura 2.20: Trajeto a percorre na simulação do ciclo de viagem .....	30
Figura 2.21: Tempo de viagem com $i = 0,05$ . ....	31
Figura 2.22: Energia consumida com $i = 0,05$ . ....	31
Figura 2.23: Comparação da energia consumida na viagem variando a inclinação. ....	32
Figura 2.24: Comparação dos tempos de viagem variando a inclinação.....	32
Figura 2.25: Massa de baterias em função do número de minutos de operação contínua. ....	34
Figura 2.26: Custo das baterias em função do número de minutos em operação contínua. ....	34
Figura 3.1: Esquema princípio de um guiamento com eixos orientáveis. ....	36
Figura 3.2: Esquema geométrico da construção de uma trajetória curvilínea.....	37
Figura 3.3: Localização geométrica do ponto de mira .....	38
Figura 3.4: Geometria do algoritmo 1.....	39
Figura 3.5: Coordenadas dos pontos de avanço no referencial do veículo .....	41
Figura 3.6: Transformação de coordenadas para o referencial absoluto.....	42
Figura 3.7: Resposta do veículo a uma trajetória curvilínea usando o algoritmo 1 com $R_s = 50eb\theta$ , $b = 0,31$ , $\theta = 0,2\pi$ . ....	43
Figura 3.8: Exemplo trajetória do algoritmo 1: ângulo de mira e do eixo traseiro e dianteiro. ....	44
Figura 3.9: Raios de curvatura da trajetória, do ponto 1 e do ponto 2 .....	44
Figura 3.10: Geometria do algoritmo 2.....	45
Figura 3.11: Resposta do veículo a trajetória curvilínea usando o algoritmo 2 com $R_s = -50eb\theta$ , $b = 0,31$ , $\theta = 0,2\pi$ . ....	47
Figura 3.12: Exemplo trajetória do algoritmo 2: ângulo de mira e do eixo traseiro e dianteiro. ....	48

Figura 3.13: Raios de curvatura da trajetória, do ponto 1, do ponto 2 e o desvio radial entre o ponto 1 e 2.....	48
Figura 3.14: Perturbação do ângulo de mira .....	49
Figura 3.15: Função de transferência dos guiamentos para $v = 7 \text{ m s}^{-1}$ .....	51
Figura 3.16: Densidade espectral dos deslocamentos das irregularidades para $v = 7 \text{ m s}^{-1}$ . .....	51
Figura 3.17:Densidade espectral das acelerações da irregularidades para $v = 7 \text{ m s}^{-1}$ .....	52
Figura 3.18: Algoritmo 1 - Função de transferência com aplicação de filtros temporais e $v = 7 \text{ m s}^{-1}$ . 54	
Figura 3.19: Algoritmo 1 - Espectro da densidade de deslocamentos de irregularidades com aplicação de filtros temporais e $v = 7 \text{ m s}^{-1}$ .....	54
Figura 3.20: Algoritmo 1 - Espectro da densidade de acelerações de irregularidades com aplicação de filtros temporais e $v = 7 \text{ m s}^{-1}$ .....	55
Figura 3.21: Algoritmo 2 - Função de transferência do com aplicação de filtros temporais e $v = 7 \text{ m s}^{-1}$ . .....	55
Figura 3.22: Algoritmo 2 - Espectro da densidade de deslocamentos de irregularidades com aplicação de filtros temporais e $v = 7 \text{ m s}^{-1}$ .....	56
Figura 3.23: Algoritmo 2 - Espectro da densidade de acelerações de irregularidades com aplicação de filtros temporais e $v = 7 \text{ m s}^{-1}$ .....	56
Figura 3.24: Exemplo para análise da resposta ao degrau. ....	57
Figura 3.25: Algoritmo 1 - Resposta do eixo dianteiro (ponto 1) a uma entrada do tipo degrau. ....	58
Figura 3.26: Algoritmo 2 - Resposta do eixo dianteiro (ponto 1) a uma entrada do tipo degrau. ....	58
Figura 3.27: Exemplo para análise da resposta a rampa. ....	59
Figura 3.28: Algoritmo 1 - Resposta do eixo dianteiro (ponto 1) a uma entrada do tipo rampa. ....	60
Figura 3.29: Algoritmo 2 - Resposta do eixo dianteiro (ponto 1) a uma entrada do tipo rampa. ....	60
Figura 3.30: Exemplo de resposta em rampa partindo do repouso. ....	61
Figura 3.31: Algoritmo 2: Comparação da resposta do eixo dianteiro a uma rampa com aceleração nula e constante.....	61
Figura 3.32: Diferenças entre os algoritmos do sistema de guiamento. ....	62
Figura 3.33: Desvios radiais máximos dos eixos do veículo em função do erro na base de dados dos raios de curvatura. ....	62
Figura 3.34: Erros de resolução da câmara de vídeo .....	63
Figura 3.35:Tonalidade dos pixéis da aresta da fita.....	64
Figura 3.36: Fiadas de pixéis e bits de cor. ....	65
Figura 3.37:Arestas de uma fita refletora com várias linhas. ....	66
Figura 4.1: Modelo de uma viga unidimensional simplesmente apoiada sujeita a um carregamento uniforme .....	67
Figura 4.2: Secção oca da estrutura.....	68
Figura 4.3: Espessura variável da secção em função do carregamento máximo .....	69
Figura 4.4: Massa da estrutura em função do carregamento máximo com secção de espessura variável.....	69
Figura 4.5: Espessura uniforme da secção em função do carregamento máximo .....	69
Figura 4.6: Massa da estrutura em função do carregamento máximo com secção de espessura uniforme .....	70
Figura 4.7: Modos de vibração de uma viga unidimensional simplesmente apoiada.....	70
Figura 4.8: Modelo simplista dos esforços derivados de uma colisão.....	72
Figura 4.9:Área de carregamento do reforço. ....	73
Figura 4.10:Tipos de secção utilizados na tabela 4.4.....	74
Figura 4.11: Esquema da secção do veículo. ....	75

Figura 5.1: Modelo de uma suspensão de dois andares.....	76
Figura 5.2: Human Filter Function – Sensibilidade humana a acelerações verticais. (Vehicle Dynamics Group, 2016). .....	78
Figura 5.3: Quadrado do módulo da função de transferência do segundo andar da suspensão ( $\xi_2 = 0,2$ ). .....	79
Figura 5.4: Densidade espectral dos deslocamentos verticais do segundo andar da suspensão ( $\xi_2 = 0,2$ ). .....	79
Figura 5.5: Densidade espectral das acelerações verticais do segundo andar da suspensão ( $\xi_2 = 0,2$ ). .....	80
Figura 5.6: Modelo para análise da influência das forças de inércia na deflexão das molas da suspensão secundária. ....	81
Figura 5.7: Valor absoluto da diferença da deflexão das molas dianteiras e traseiras em função da sua rigidez $k_2$ descontando $\delta_0$ .....	83
Figura 5.8: Influência do fator de amortecimento na densidade espectral das acelerações para o segundo andar da suspensão ( $k_2 = 20$ kN/m) .....	83
Figura 5.9: Influência do fator de amortecimento na densidade espectral das acelerações para o segundo andar da suspensão ( $k_2 = 25$ kN/m).....	84
Figura 5.10: Resposta do segundo andar de suspensão a uma entrada do tipo rampa ( $\xi_2 = 0,2$ ).....	85
Figura 5.11: Desvio da resposta à entrada em rampa do segundo andar da suspensão ( $\xi_2 = 0,2$ ) .....	85
Figura 5.12: Influência do fator de amortecimento na resposta do segundo andar da suspensão a uma entrada em rampa ( $k_2 = 20$ kN/m).....	86
Figura 5.13: Influência da rigidez $k_2$ na resposta do veículo a uma entrada do tipo lombas ( $\xi_2 = 0,2$ ) .....	87
Figura 5.14: Influência da rigidez $k_2$ na aceleração vertical do veículo ( $\xi_2 = 0,2$ ).....	87
Figura 5.15: Influência da rigidez $k_2$ no desvio do veículo em relação ao pavimento ( $\xi_2 = 0,2$ ) .....	88
Figura 5.16: Influência do fator de amortecimento $\xi_2$ na resposta do veículo a uma lombas ( $k_2 = 20$ kN/m) .....	88
Figura 5.17: Influência do fator de amortecimento $\xi_2$ na aceleração vertical do veículo ( $k_2 = 20$ kN/m) .....	89



Tabela 2-1: Coeficientes de resistência aerodinâmica típicos de veículos (Bosch, 2002). .....	16
Tabela 2-2: Coeficientes de resistência de rolamento em função do tipo de pavimento (Bosch, 2002). .....	17
Tabela 2-3: Forças de resistência ( $C_d = 0,35$ , $A = 3,2 \text{ m}^2$ , $m = 1500 \text{ kg}$ e rampa ascendente com $i = 0,05$ ). .....	17
Tabela 2-4: Módulos de baterias e suas características .....	33
Tabela 3-1: Funções de densidade espectral de irregularidades para várias classes de pavimento rodoviário. Norma ISO 8608 .....	50
Tabela 3-2: Parâmetros de resposta ao degrau para o eixo dianteiro do guiamento 1.....	58
Tabela 3-3: Parâmetros de resposta ao degrau para o eixo dianteiro do guiamento 2.....	58
Tabela 4-1: Tensão limite de cedência típica de alguns aços .....	67
Tabela 4-2: Frequência naturais dos modos de vibração .....	71
Tabela 4-3: Força axial de compressão durante uma colisão.....	71
Tabela 4-4: Secções normalizadas possíveis para as transversinas e longarinas (American Institute of Steel Construction, 2017) .....	74

## Lista de abreviações

$A$	área da secção frontal do veículo
$a$	aceleração longitudinal do veículo
$a_c$	aceleração centrípeta do veículo
$a_l$	aceleração lateral do veículo
$\alpha$	ângulo de <i>releveé</i>
$c_1, c_2$	coeficientes de amortecimento dos andares da suspensão
$C_D$	coeficiente de resistência aerodinâmica
$E$	energia consumida pelo veículo
$f$	coeficiente de resistência de rolamento
$F_{\mu_k}$	força de atrito
$F_t$	força de propulsão total
$F_g$	peso
$F_D$	força de resistência aerodinâmica
$F_R$	força de resistência de rolamento
$g$	aceleração gravítica
$h$	altura desde a base do túnel até ao primeiro andar do terminal
$i$	inclinação da rampa
$I$	momento de inércia
$j$	derivada da aceleração (inglês <i>jerk</i> )
$L_1$	comprimento do veículo
$L_2$	comprimento de mira
$m$	massa do veículo
$m_1, m_2$	massa do primeiro e segundo andar da suspensão
$N$	força normal do veículo
$P_t$	potência de propulsão
$P_b$	potência de travagem
$\psi$	ângulo de mira
$\xi_1, \xi_2$	fatores de amortecimento dos andares da suspensão
$v$	velocidade do veículo

## 1. Introdução: Otimização da capacidade aeroportuária.

Em 2017 a ANA aeroportos lançou um concurso internacional de ideias para encontrar uma solução inovadora para o parque de estacionamento de aeronaves no aeroporto da Portela. A solução visa melhorar o processo de assistência em terra de aeronaves, nomeadamente embarque e desembarque de passageiros e bagagem. Um dos estrangulamentos acontece nas posições remotas das aeronaves, onde o processamento de passageiros fica limitado pela capacidade e disponibilidade de autocarros. Acresce o facto de que a operação «hub and spoke» exige a transferência de milhares de passageiros e respetiva bagagem, num curto espaço de tempo, entre um número grande de aviões.

A melhor proposta foi a apresentada pela equipa do prof. José Maria C.S. André em conjunto com a Dr. Iara Barbosa Pereira e o Dr. Vasco Miranda de Reis em (André , et al., 2017). Propõe o transporte de passageiros diretamente das portas de embarque (*gates*) dos terminais até às posições de estacionamento das aeronaves por meio de uma frota de veículos elétricos autónomos, que se deslocariam em canais dedicados, túneis entre o terminal e as posições remotas, sem conflito com o tráfego de superfície (como aviões e outros veículos rodoviários). A gestão da frota seria feita centralmente em tempo real, de forma automática, sem intervenção humana.

As ligações em túnel estudadas são particularmente simples e baratas quando comparadas com outras soluções adotadas noutros aeroportos (André , et al., 2017) porque, como se destinam a tráfego de veículos, são mais estreitas do que os túneis pedonais. Além disso, não requerem os equipamentos acessórios que os túneis pedonais exigem (como passadeiras rolantes, sistemas de ventilação, etc.), reduzindo substancialmente o custo. Dada a pequena largura, estes túneis podem ser pré-fabricados, reduzindo ainda mais o custo e duração da obra. Cada túnel forma um circuito fechado composto por duas galerias sobrepostas, cada uma com sentido único para evitar o cruzamento de veículos, reduzindo a largura total das galerias. O comprimento dos túneis é da ordem de 1 km. A solução apresentada é flexível, uma vez que a construção da rede de túneis pode ser faseada, consoante o crescimento do tráfego aéreo.

Nenhuma proposta do concurso foi adotada, nem esta, considerada a mais interessante, em favor de uma solução mais convencional que consiste em eliminar a pista secundária do aeroporto da Portela e aproveitar o aeroporto do Montijo para os voos comerciais. Apesar de não ter sido adotada na Portela, na sequência do concurso referido, pareceu-nos que a proposta vencedora merecia ser desenvolvida, pela possibilidade de ser aplicada em outros aeroportos.

A presente tese pretende aprofundar o dimensionamento dos veículos, porque são um elemento-chave do projeto.

Um guiamento totalmente autónomo em situações normais precisa de:

- permitir a circulação a velocidades mais elevadas, por exemplo  $90 \text{ km h}^{-1}$  ( $25 \text{ m s}^{-1}$ );

- analisar a imagem de várias câmaras de elevada resolução em tempo real;
- integrar a informação num tempo da ordem da décima de segundo;
- requer por isso computadores muito potentes, com grandes consumos de energia (aproximadamente/ ou maior que a potência motriz).

O desafio desta tese prende-se com o desenvolvimento de um sistema com um consumo muito baixo e uma complexidade pequena, mas que tenha padrões de segurança e conforto suficientemente bons. Neste caso, não é preciso interpretar imagens complexas porque não há cruzamento com outro tráfego ou obstáculos; os percursos são conhecidos e basta seguir uma ou mais fitas refletoras no chão.

Esta tecnologia não é *standard* e por isso constitui um dos elementos críticos do sucesso desta frota de veículos.

Algumas características dos veículos já constam dos documentos do concurso (André , et al., 2017), mas a exploração do conceito levou-nos a alterar alguns parâmetros, tendo em conta as restrições de funcionamento. No estudo referido contempla-se a utilização deste tipo de veículo tanto para transporte de passageiros como de mercadorias, bagagem e correio. Estas duas tipologias de veículos têm grandes semelhanças, pelo que só analisamos nesta tese os veículos de passageiros.

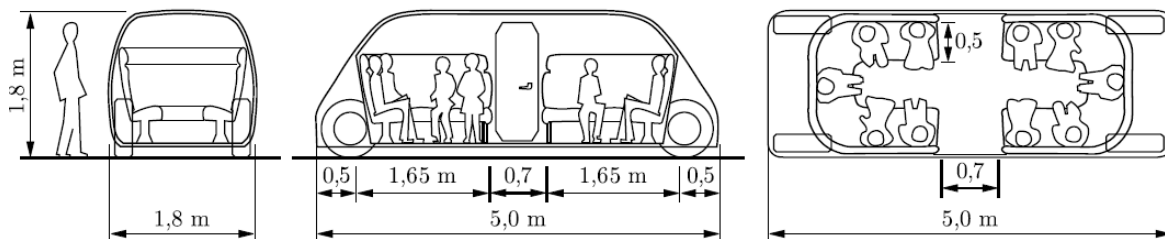


Figura 1.1: Geometria e dimensões do veículo (André , et al., 2017).

A geometria do veículo proposta em (André , et al., 2017) é apresentada na figura 1.1, para uma lotação de 10 passageiros sentados levando a sua bagagem. Por ser importante agilizar a entrada e saída de passageiros, o espaço interior é amplo, os passageiros sentam-se em arco e embarcam e desembarcam utilizando em simultâneo as duas portas.

A velocidade nominal foi fixada em  $7 \text{ m s}^{-1}$  (cerca de  $25 \text{ km h}^{-1}$ ), que se afigurou o melhor compromisso entre reduzir o tempo de viagem e

- garantir um guiamento autónomo fiável e barato;
- reduzir o consumo energético e a potência motriz;
- diminuir riscos de acidente;
- limitar as acelerações longitudinais e as acelerações laterais não compensadas;
- facilitar o desenho dos túneis nas curvas, rampas e zonas de concordância.

Reduzir o tempo de viagem tem vantagem para os passageiros, mas para a velocidade nominal escolhida a duração dos trajetos já é tão pequena (de 1 a 3 minutos) que o benefício de uma velocidade maior seria

pequeno. A redução do tempo de viagem aumenta a produtividade da frota, permitindo maior número de viagens por unidade de tempo, mas a distância entre veículos tem de aumentar com a velocidade pelo que a produtividade dos túneis apresenta um máximo a velocidades baixas. Além disso, o aumento da produtividade dos veículos é pouco sensível porque eles estão algum tempo parados para a entrada ou saída de passageiros. Adicionalmente o aumento da velocidade agrava o consumo energético por unidade de distância, além de que veículos mais rápidos são necessariamente mais caros.

O projeto do sistema de guiamento foi uma das restrições mais importantes para otimizar a velocidade nominal.

Na figura 1.2 apresenta-se o caudal máximo de veículos (veículos por minuto em cada sentido) num túnel em função da velocidade nominal, considerando que o espaçamento entre veículos sucessivos é função da distância de travagem ( $d = \frac{v^2}{2a}$ ), com desaceleração máxima de  $3 \text{ ms}^{-2}$  e de uma margem de segurança  $\Delta x_0 = L_1 + vt_{resposta}$  em que  $L_1 = 5 \text{ m}$  é o comprimento de um veículo e  $t_{resposta} = 0,5 \text{ s}$  representa o tempo de resposta

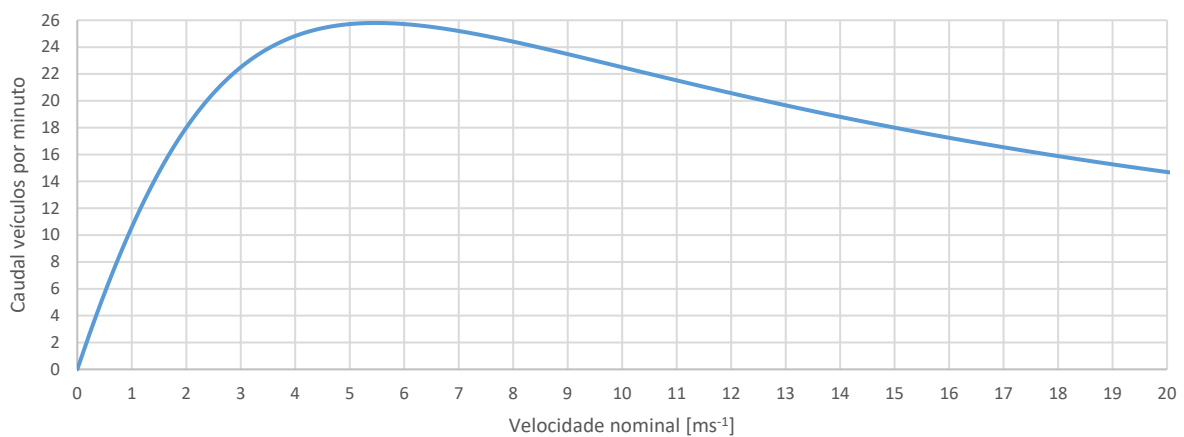


Figura 1.2: Caudal de veículos em função da velocidade nominal de circulação.

dos atuadores mecânicos.

O caudal de veículos é máximo para uma velocidade de  $5,5 \text{ m s}^{-1}$ . Aumentar a velocidade para  $7 \text{ m s}^{-1}$  tem pouca influência no caudal, mas tem a vantagem de permitir viagens mais rápidas. Já velocidades superiores a  $7 \text{ m s}^{-1}$  produzem reduções significativas da capacidade do túnel. Maximizar a capacidade do túnel não é o único objetivo, mas é um parâmetro a ter em conta.

Em caso de colisão com desaceleração constante, a desaceleração provocada pelo choque é  $a = -\frac{v^2}{2\delta}$  em que  $\delta$  representa o comprimento de deformação. Para  $\delta = 0,5 \text{ m}$  e  $v = 7 \text{ m s}^{-1}$ , o módulo da desaceleração é cerca de 5 vezes superior à aceleração da gravidade e não nos convém sujeitar o habitáculo a acelerações maiores porque este é o critério de dimensionamento estrutural para a resistência à compressão. A desaceleração afeta também a possibilidade de sobrevivência dos passageiros.

Em curva a aceleração centrípeta é função do quadrado da velocidade. Se considerarmos uma aceleração máxima não compensada de  $1,5 \text{ m s}^{-2}$  o raio mínimo de curvatura para uma  $v = 7 \text{ m s}^{-1}$  é cerca de  $33 \text{ m}$ .

Velocidades maiores necessitariam de raios de curvatura superiores, o que aumentaria a dimensão e o custo dos túneis. A possibilidade de compensar a aceleração lateral com uma escala adequada está limitada pela torção máxima admissível para a via.

Por estas razões fixou-se a velocidade nominal nos  $7 \text{ m s}^{-1}$  que permite a circulação máxima de 25 veículos por minuto num ramal principal de um túnel (cerca de 250 passageiros por minuto).

A lotação dos veículos foi fixada em 10 passageiros porque otimiza a produtividade da frota. Consideremos que 10 passageiros demoram 30 s a embarcar no veículo, uma viagem demora 60 s e o desembarque de 10 passageiros demora 30 s: só ao fim de 3 minutos é que os passageiros começam a embarcar na aeronave. Se agora considerarmos um veículo com a lotação de 100 passageiros o embarque/desembarque do veículo demora 300 s, apenas ao fim de 11 min é que começa o embarque dos 100 passageiros.

Quando o primeiro passageiro do veículo com a maior lotação começa a embarcar na aeronave já 30 passageiros dos veículos mais pequenos se encontram sentados no avião com as suas bagagens arrumadas, entretanto estão a chegar 100 pessoas ao mesmo tempo que vão circular pelo avião até encontrarem o seu assento, enquanto uns estão a arrumar as bagagens impedindo que os restantes cheguem ao seu lugar, atrasando-se assim todo o embarque.

Veículos de maior lotação são necessariamente mais caros o que aumenta o custo de aquisição, enquanto que veículos mais pequenos se pagam mais rapidamente. Para além disso veículos maiores precisam de túneis mais largos, nomeadamente nas curvas (aumentando o custo dos túneis). Quando há curvatura da via no plano vertical, os veículos mais longos têm de ter o fundo a uma cota superior relativamente aos veículos mais pequenos para não tocarem no chão, criando um degrau que dificulta a saída dos passageiros.

Veículos mais pequenos são também mais fiáveis e têm manutenções mais baratas dada a menor complexidade dos seus sistemas.

Para o dimensionamento desta frota de veículos, no capítulo 2 apresenta-se o cálculo da potência motriz e consumo energético do veículo. No capítulo 3 desenvolve-se o sistema de guiamento autónomo não *standard* fiável e com pouca complexidade. No capítulo 4 faz-se um pré dimensionamento estrutural com o objetivo de quantificar a tara e altura de centro de massa do veículo. O capítulo 5 trata da suspensão com a definição dos parâmetros de rigidez e amortecimento que oferecem bons níveis de conforto e segurança. Por fim no capítulo 6 apresenta-se as principais conclusões do trabalho desenvolvido.

## 2. Potência motriz e consumo energético

Neste capítulo analisa-se a influência destas variáveis e estima-se a potência de propulsão e a energia necessárias para percorrer um trajeto típico, de forma a dimensionar as baterias e os motores elétricos.

### 2.1 Forças de resistência e potência de propulsão

As principais forças de resistência que afetam os veículos são:

- a resistência aerodinâmica
- a resistência de rolamento
- a componente do peso na direção longitudinal

A figura 2.1 apresenta o diagrama destas forças quando o veículo sobe uma rampa.

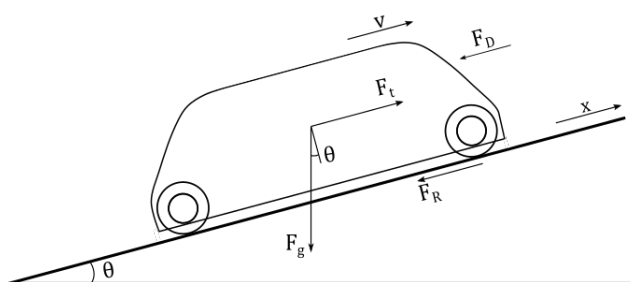


Figura 2.1: Diagrama de forças do veículo.

A componente longitudinal da aceleração depende do balanço de forças na direção  $x$ ,

$$m \frac{dv(t)}{dt} = F_t - F_D - F_R - F_g. \quad (2.1)$$

Onde  $m$  é a massa total do veículo,  $v(t)$  a velocidade instantânea do veículo,  $F_t$  a força de propulsão total do veículo,  $F_D$  a resistência aerodinâmica,  $F_R$  a resistência de rolamento e  $F_g$  a componente do peso na direção longitudinal (esta componente pode ser positiva ou negativa).

A **resistência aerodinâmica** pode ser expressa por um coeficiente adimensional  $C_d$ , pouco variável com o número de Reynolds, da velocidade  $v$ , da área frontal do veículo  $A$  e da densidade  $\rho$  do fluido,

$$F_D = \frac{1}{2} \rho A C_D v^2. \quad (2.2)$$

O coeficiente de resistência aerodinâmica  $C_D$  é função da geometria do veículo. Para a geometria considerada (André, et al., 2017) calcularam um coeficiente de resistência da ordem 0,35.

A tabela 2.1 apresenta valores típicos para diferentes veículos; o valor estimado enquadra-se nos valores habituais para as geometrias mais parecidas.

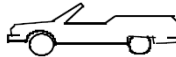
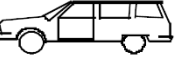
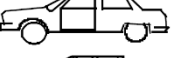
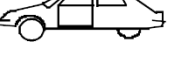


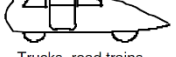
Vehicle Type	Coefficient of Aerodynamic Resistance
 Open convertible	0.5–0.7
 Van body	0.5–0.7
 Ponton body	0.4–0.55
 Wedge-shaped body; headlamps and bumpers are integrated into the body, covered underbody, optimized cooling air flow	0.3–0.4
 Headlamp and all wheels in body, covered underbody	0.2–0.25
 K-shaped (small breakway section)	0.23
 Optimum streamlined design	0.15–0.20
Trucks, road trains	0.8–1.5
Buses	0.6–0.7
Streamlined buses	0.3–0.4
Motorcycles	0.6–0.7

Tabela 2-1: Coeficientes de resistência aerodinâmica típicos de veículos (Bosch, 2002).

A **resistência de rolamento** deve-se à inelasticidade do contacto entre a roda e o pavimento. Abaixo da velocidade crítica, o coeficiente adimensional de resistência de rolamento  $f$  depende muito pouco da velocidade. A força de rolamento para uma rampa de inclinação  $i = \sin \theta$ , (ver figura 2.1) é dada por,

$$F_R = Nf = mg\sqrt{1 - i^2}f, \quad (2.3)$$

onde  $m$  é a massa do veículo e  $N = mg$  é a força de contacto normal ao pavimento. Resultados experimentais mostram que o coeficiente de resistência de rolamento para pneus radiais é dado por (Wong, 2001)

$$f = 0.0136 + 0.4 \times 10^{-7}v^2, \quad (2.4)$$

onde  $v$  é a velocidade em km/h. A equação 2.4 é válida para velocidades até 150 km/h ( $\sim 42$  m/s).

Na tabela 2.2, apresentam-se valores típicos do coeficiente de resistência de rolamento em função do tipo de pavimento e do tipo de pneu. Para pavimentos rígidos e flexíveis de boa qualidade (camada de desgaste asfáltica) tem-se  $f = 0,013$ .



Road Surface	Coefficient of Rolling Resistance
Car tires	
Concrete, asphalt	0.013
Rolled gravel	0.02
Tarmacadam	0.025
Unpaved road	0.05
Field	0.1–0.35
Truck tires	
Concrete, asphalt	0.006–0.01

Tabela 2-2: Coeficientes de resistência de rolamento em função do tipo de pavimento (Bosch, 2002).

O **peso** opõe-se ao movimento quando o veículo sobe uma rampa e tem o sentido do movimento quando ele desce. A força gravítica para uma rampa de inclinação  $i = \sin \theta$ , (ver figura 2.1) é

$$F_g = mgi. \quad (2.5)$$

A velocidade constante, a força de propulsão numa rampa necessária para vencer as diferentes forças de resistência e garantir uma aceleração  $dv/dt$  é

$$F_t = F_D + F_R + F_g + m \frac{dv}{dt} = \frac{1}{2} \rho A C_D v^2 + mgf \sqrt{1 - i^2} + mgi + m \frac{dv}{dt}. \quad (2.6)$$

Uma força de propulsão positiva é assegurada pelos motores, uma força  $F_t$  negativa é uma força de travagem.

A potência de propulsão  $P_t$  é dada por,

$$P_t = F_t v, \quad (2.7)$$

A potência elétrica consumida  $\dot{W}$  é

$$\dot{W} = \frac{1}{\eta} P_t, \quad (2.8)$$

em que  $\eta$  representa o rendimento total do sistema propulsivo. Na travagem, parte da energia mecânica extraída ao veículo pode ser transformada em energia elétrica conservada em baterias ou super-condensadores, de acordo com determinado rendimento de conversão.

$v$ [ $\text{ms}^{-1}$ ]	$F_D$ [N]	$F_R$ [N]	$F_g$ [N]	$F_t$ [N]	$P_t$ [kW]
com $a = 1 \text{ ms}^{-2}$					
5	17,0			2442,9	12,2
7	34,7			2460,6	17,2
10	68,0	190,1	735,5	2493,9	24,9
15	153,1			2579,0	38,7
20	272,2			2698,0	54,0

Tabela 2-3: Forças de resistência ( $C_d = 0,35$ ,  $A = 3,2 \text{ m}^2$ ,  $m = 1500 \text{ kg}$  e rampa ascendente com  $i = 0,05$ ).

No exemplo da tabela 2-3, a baixas velocidades ( $v < 10 \text{ m/s}$ ) a resistência aerodinâmica é cerca de um décimo da soma das restantes forças de resistência tornando-se apenas comparável com as restantes forças a velocidades elevadas. Conclui-se que, mesmo que o cálculo do coeficiente de resistência aerodinâmica ( $C_d \cong 0,35$ ) não estivesse correto, isso não teria praticamente impacto no cálculo da força de propulsão e do consumo energético. Para velocidades baixas, a componente longitudinal do peso pode ser a componente determinante no dimensionamento da potência de tração do veículo em inclinação.

A análise da variação das forças de resistência ao longo dos diferentes troços do percurso (rampa e reta) é necessária para o correto dimensionamento da potência e energia necessárias à circulação. Para este efeito estimou-se a tara do veículo em 1000 kg. Para o veículo cheio de passageiros e bagagens estimou-se uma massa de 2000 kg. No capítulo 4 apresenta-se um pré dimensionamento estrutural mais refinado para o cálculo da massa total do veículo.

## 2.2 Troço em reta

Numa reta, a velocidade constante apenas a resistência aerodinâmica e a resistência de rolamento se opõem ao movimento.

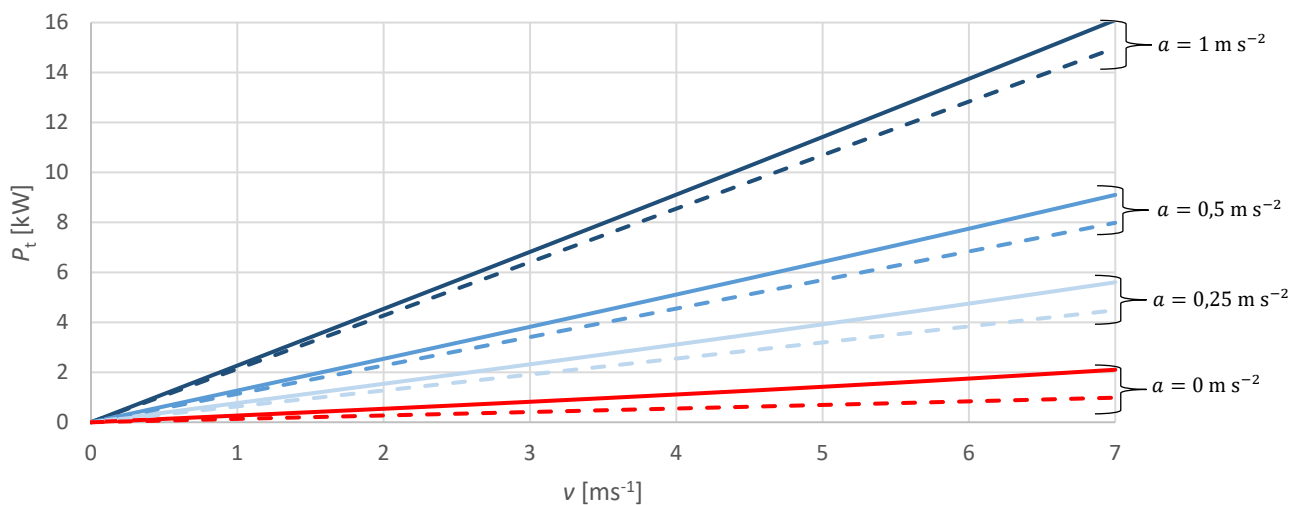


Figura 2.2: Potência de tração com  $C_d = 0,35$ ,  $A = 3,24 \text{ m}^2$ ,  $m = 2000 \text{ kg}$  (traço a cheio),  $m = 1000 \text{ kg}$  (traço interrompido).

Uma potência de 2 kW permite que veículo circule à velocidade nominal sem aceleração (ver figura 2.2). Uma potência de 16 kW permite acelerações máximas, dentro dos limites de conforto, de  $1 \text{ m s}^{-2}$  (ver figura 2.2)

Partindo do repouso com uma aceleração de  $0,25 \text{ m s}^{-2}$ , o veículo atinge a velocidade nominal em 28 s percorrendo 98 m. As distâncias típicas que o veículo percorrerá são da ordem do km, logo esta distância de aceleração até à velocidade nominal é insignificante. Para  $a = 1 \text{ m s}^{-2}$  a distância percorrida até à velocidade

nominal seria 24,5 m, apesar de reduzir a distância, a pequena diferença entre ambas as acelerações não compensa o aumento da potência necessária, que é cerca 10 vezes maior para  $a = 1 \text{ m s}^{-2}$ .

A entrada numa reta não será feita a velocidade nula, uma vez um troço sem inclinação é precedido por um com inclinação durante o qual se pode utilizar o peso para acelerar o veículo durante a descida, reduzindo assim a potência elétrica necessária.

A energia  $E$  necessária para percorrer uma distância  $x$  é

$$E = \int_{x_0}^x F_t dx . \quad (2.9)$$

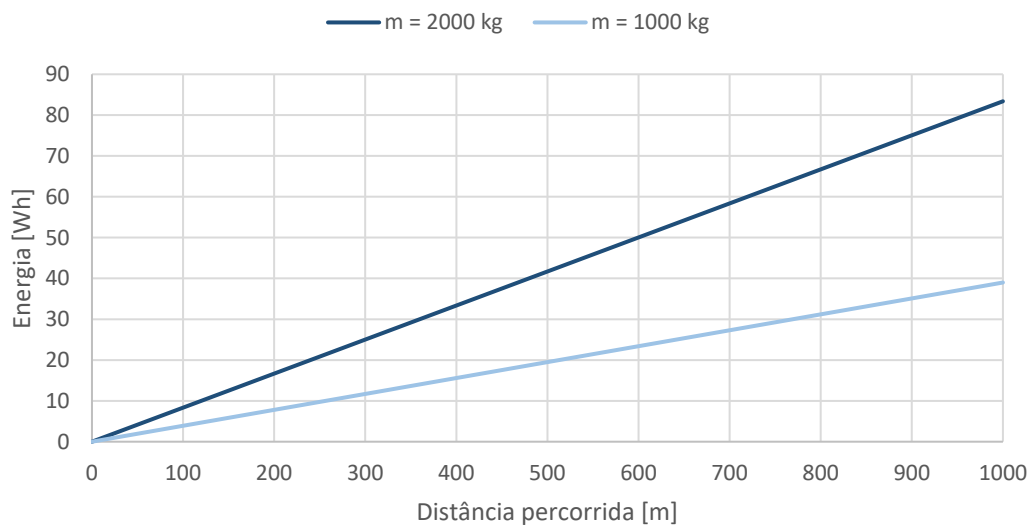


Figura 2.3: Energia gasta num percurso a velocidade constante -  $C_D = 0,35$ ,  $A = 3,24 \text{ m}^2$ ,  $v = 7 \text{ ms}^{-1}$ .

Para percorrer um 1 km à velocidade nominal de  $7 \text{ ms}^{-1}$  são necessários cerca de 85 Wh de energia para um veículo de 2000 kg (ver figura 2.3)

### 2.3 Troço com inclinação ascendente

Durante uma subida, o esforço de tração para manter uma velocidade constante é máximo, uma vez que a componente longitudinal do peso é contrária ao movimento. Para inclinação  $i$  constante e potência  $P_t$  uniforme, a solução da equação do movimento 2.1 dá

$$v(t) = v_0 - gt \left( i - f\sqrt{1 - i^2} \right) - \frac{\rho AC_D}{2m} \int_0^t v^2 dt + \frac{P_t}{m} \int_0^t \frac{1}{v} dt . \quad (2.10)$$

A velocidade tende para um valor limite  $v_{lim}$ , quando se atinge o equilíbrio entre as forças de resistência e a força de propulsão.

Considerando que as subidas se iniciam à velocidade nominal de  $7 \text{ m s}^{-1}$ , uma vez que surgem habitualmente após um troço a velocidade constante sem inclinação, as figuras 2.4 e 2.5 apresenta-se  $v_{lim}$  em função da inclinação da subida para diferentes potências e massas do veículo.

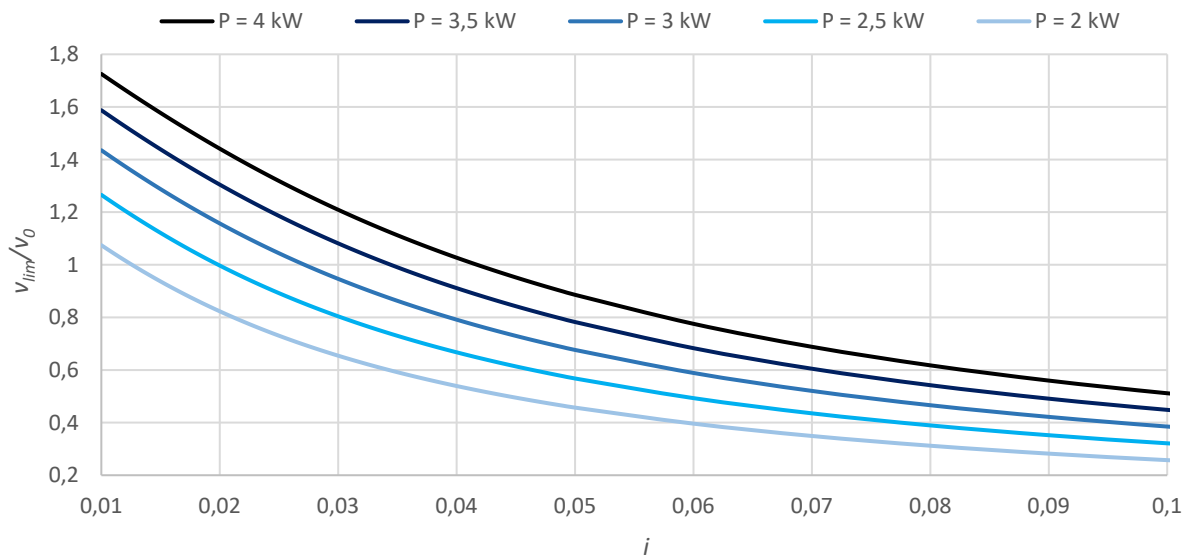


Figura 2.4:  $v_{lim}$  com  $C_D = 0,35$ ,  $A = 3,24 \text{ m}^2$ ,  $m = 1000 \text{ kg}$ ,  $v_0 = 7 \text{ m s}^{-1}$ .

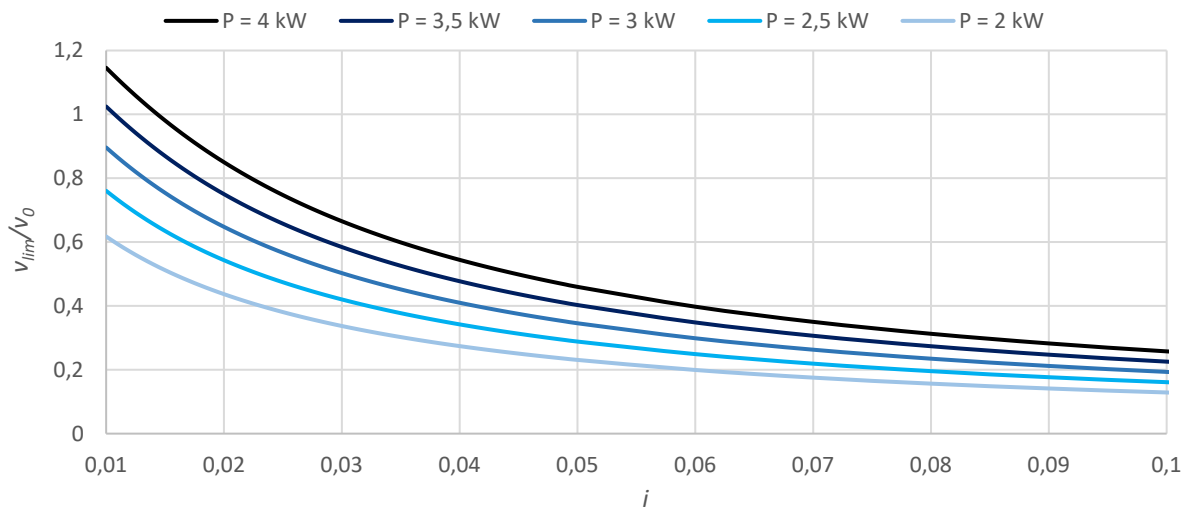


Figura 2.5:  $v_{lim}$  com  $C_D = 0,35$ ,  $A = 3,24 \text{ m}^2$ ,  $m = 2000 \text{ kg}$ ,  $v_0 = 7 \text{ m s}^{-1}$ .

A velocidade limite é tanto maior quanto maior a potência e menor a inclinação da subida. Para a menor massa (majorante de  $v_{lim}$ ) e uma potência de 4 kW  $v_{lim}$  tende para um valor acima da velocidade nominal de  $7 \text{ m s}^{-1}$  para inclinações inferiores a 4%. Para a maior massa (minorante de  $v_{lim}$ ) o veículo só pode exceder esta velocidade nominal para inclinações inferiores a 1,5 %, inclinações relativamente suaves.

O tempo de estabelecimento até a velocidade  $v_{lim}$  atingir uma diferença de 1% é  $t_{lim}$ , que é função da potência e da inclinação.

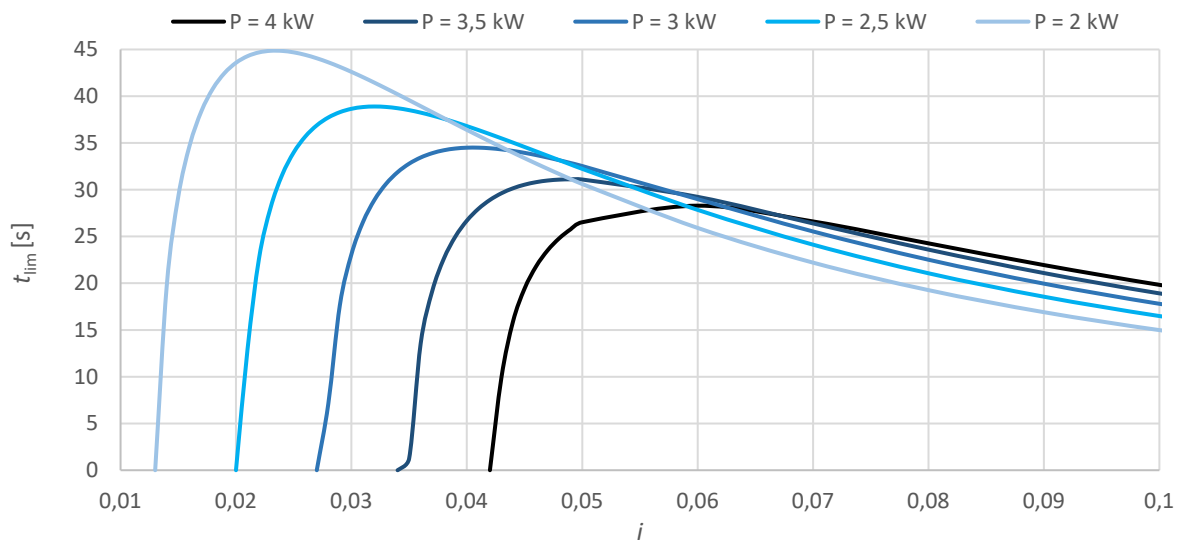


Figura 2.6:  $t_{lim}$  com  $m = 1000$  kg.

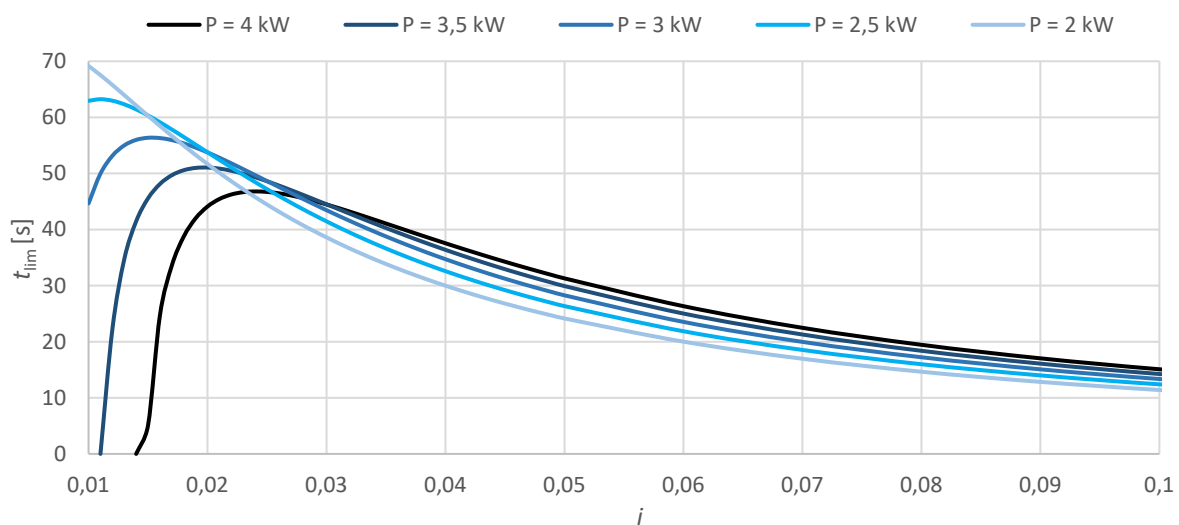


Figura 2.7:  $t_{lim}$  com  $m = 2000$  kg.

As figuras 2.6 e 2.7 apresentam  $t_{lim}$  em função da inclinação e da potência para dois veículos com massa de 1000 kg e 2000kg.  $t_{lim} = 0$  significa que a potência disponível é suficiente para manter o veículo à velocidade nominal. Nestas condições, se a velocidade não fosse limitada exceder-se-ia a velocidade nominal de acordo com as figuras 2.4 e 2.5.

Verifica-se que, para pequenas inclinações, uma potência maior reduz significativamente  $t_{lim}$ , permitindo velocidades médias maiores, que encurtam substancialmente o tempo de viagem. Para inclinações maiores, a redução de  $t_{lim}$  para as potências apresentadas é menos significativa. Para se obter reduções semelhantes às verificadas para as pequenas inclinações seriam necessárias potências significativamente maiores às

apresentadas, que permitiriam oferecer ao veículo uma aceleração de propulsão grande o suficiente para contrariar a aceleração do peso.

Para determinar a potência conveniente numa subida é preciso avaliar o impacto que esta tem no tempo de subida consoante a altura a vencer. Se considerarmos que a altura de cada andar de um terminal é de 4 m e que os túneis têm também uma altura de 4 m, o primeiro andar de um terminal estaria à altura de 8 m da base do pavimento da galeria inferior do túnel. Na proposta apresentada em (André , et al., 2017), os túneis constam de duas galerias sobrepostas, cada uma de sentido único.

Para a mesma distância vertical uma inclinação maior reduz a distância percorrida longitudinalmente, como tal consideremos para efeito de análise que o veículo percorre uma distância fixa de 300 m. Para inclinações em que a distância de 300 m ultrapassa os 8 m de altura reduz-se a distância percorrida em inclinação. A diferença entre os 300 m e distância que se reduziu é percorrida em patamar antes da subida, para manter uma distância percorrida total de 300 m.

Nas figuras 2.8 e 2.9 apresentam-se os resultados obtidos para diferentes massas, inclinações e potências, com velocidade inicial de  $7 \text{ m s}^{-1}$ .

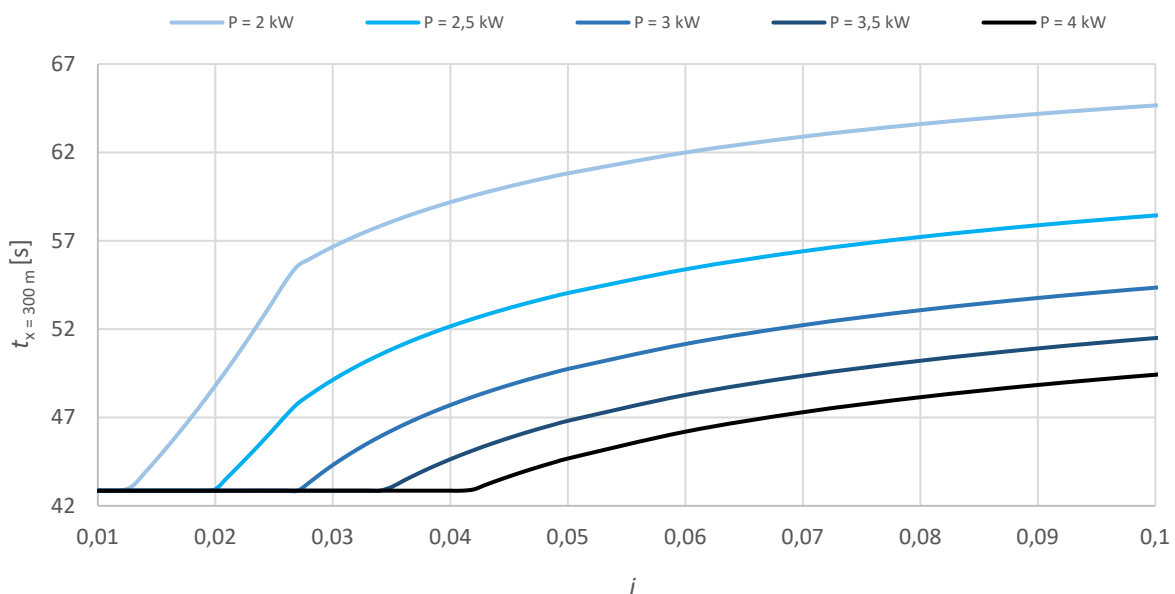


Figura 2.8: Tempo subida até a primeiro andar do terminal para  $m = 1000 \text{ kg}$ .

Verifica-se que um aumento de potência reduz significativamente o tempo de subida. Para  $i = 0,05$ , a redução do tempo de subida entre 2kW e 4kW é de cerca de 36 s para  $m = 2000 \text{ kg}$  (ver figura 2.9) e 16 s para  $m = 1000 \text{ kg}$  (ver figura 2.8), uma redução de 37 % e 27 % respetivamente. Adicionalmente, uma potência de 4 kW tem uma maior gama de inclinações em que o tempo de subida é constante porque permite que a subida seja feita à velocidade nominal de  $7 \text{ m s}^{-1}$  (ver figuras 2.4 e 2.5).

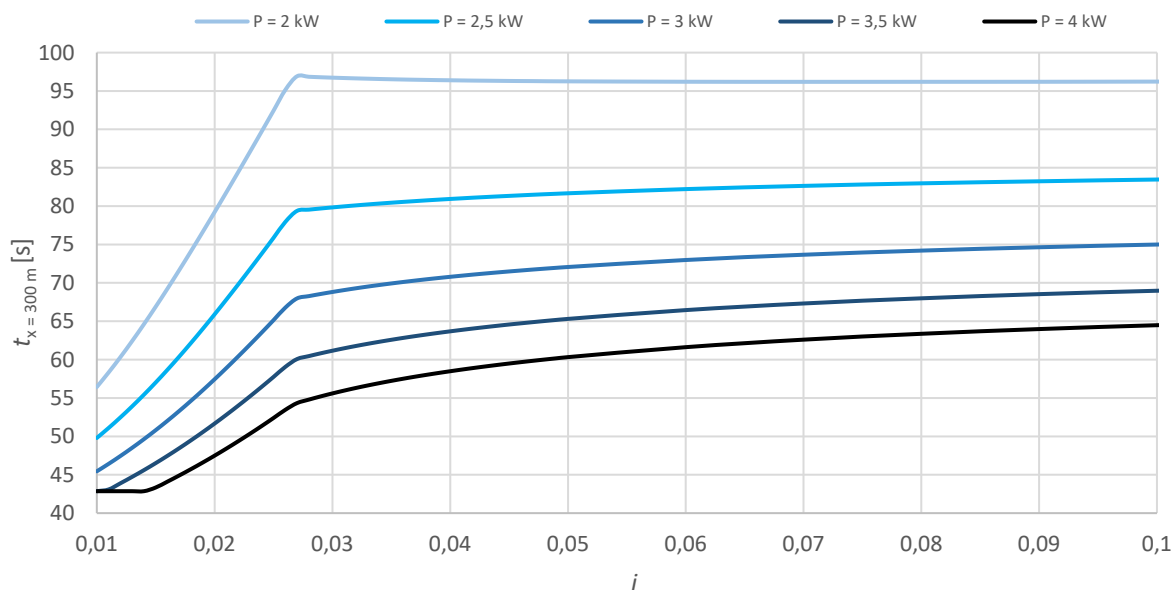


Figura 2.9: Tempo subida até a primeiro andar do terminal para  $m = 2000$  kg.

A subida desde um túnel subterrâneo até ao primeiro andar do terminal não será feita numa rampa retilínea com inclinação constante, uma vez que o desenvolvimento horizontal seria grande ( $> 80$ m) para subir as distâncias verticais típicas até um andar do terminal ( $\sim 8$ m), salvo se a inclinação fosse excessivamente grande, indesejável do ponto de vista do conforto dos passageiros.

A solução é uma rampa helicoidal com raio  $R$  que possibilita para uma dada inclinação ( $1\% \leq i \leq 10\%$ ) ter duas rampas concêntricas para os dois sentidos estarem desfasados verticalmente, evitando qualquer cruzamento entre a subida e a descida. A circulação nestas torres helicoidais induz no veículo uma aceleração centrípeta  $a_c$ , dada por,

$$a_c = \frac{v^2}{R} . \quad (2.11)$$

Parte desta aceleração pode ser parcialmente compensada utilizando um *relevé*. O ângulo de *relevé*  $\alpha$  necessário para compensar na totalidade a aceleração centrípeta é

$$\tan \alpha = \frac{v^2}{gR} . \quad (2.12)$$

No entanto, a aceleração centrípeta não deve ser totalmente compensada porque nesse caso os passageiros saberiam que estavam numa curva, mas não sentiriam qualquer força lateral durante a viagem originando enjoos (ver (Forstreg, 2000) para explicação de diversas teorias sobre enjoo e ver (Reason & Brand, 1975) para perceber que os conflitos sensoriais podem ocorrer em múltiplas combinações da ação dos sistemas sensoriais)

Para o bom nível de conforto, a aceleração lateral não deve exceder  $1 \text{ m s}^{-2}$  (UIC, 1989). É também boa prática compensar no máximo  $1 \text{ m s}^{-2}$  de aceleração lateral (UIC - High Speed Division, 1998), que se traduz num ângulo de *relevé* de cerca de  $\alpha \sim 5,8^\circ$ . Nestas condições limite, a aceleração centrípeta máxima permitida é de  $2 \text{ m s}^{-2}$ .

$$a_c \leq 2 \rightarrow R \geq \frac{v^2}{2}. \quad (2.13)$$

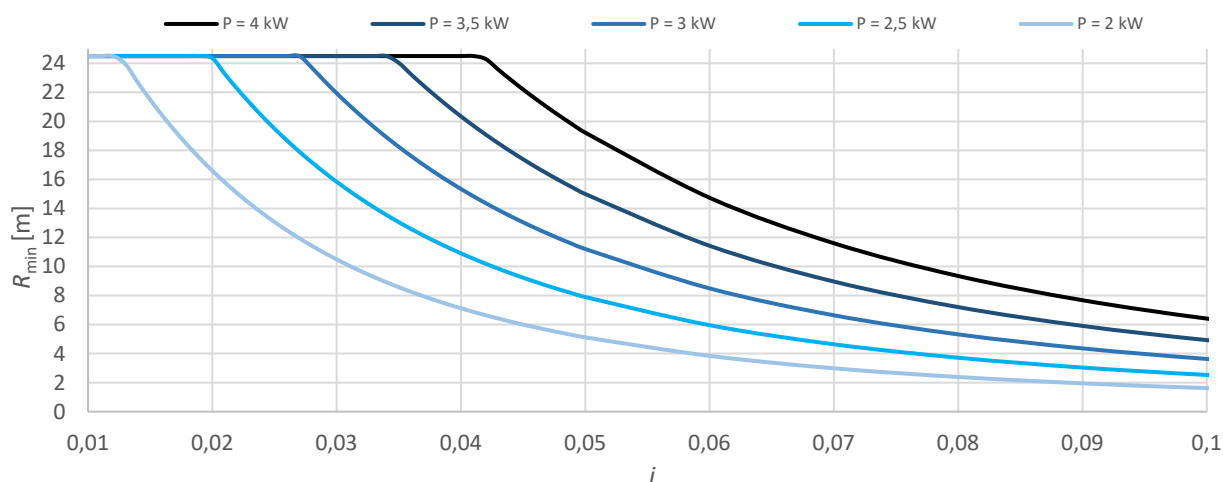


Figura 2.11: Raio mínimo de curvatura para  $a_c < 2 \text{ m s}^{-2}$  com  $m = 1000 \text{ kg}$ .

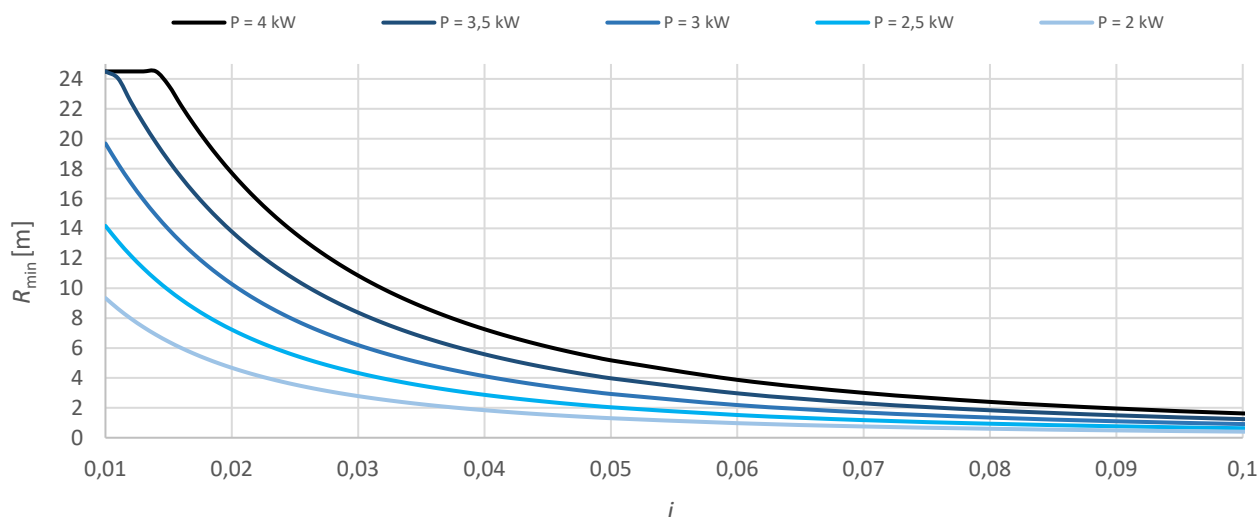


Figura 2.10: Raio mínimo de curvatura para  $a_c < 2 \text{ m s}^{-2}$  com  $m = 2000 \text{ kg}$ .

Para  $v = 7 \text{ m s}^{-1}$ , o raio de curvatura mínimo admissível é de  $R_{\min} = 24,5 \text{ m}$ , o que se traduz numa hélice com um diâmetro de 50 m. Dado que o espaço nos aeroportos é bastante valioso, é importante reduzir este raio e, portanto, admitir velocidades mais baixas. As figuras 2.10 e 2.11 apresentam o valor mínimo do raio de curvatura dos troços circulares para fazer subir o veículo com a aceleração centrípeta máxima permitida (ver equação 2.13), à velocidade  $v_{\lim}$ .

Observa-se que para  $m = 1000 \text{ kg}$  (ver figura 2.10)  $v_{\lim}$  ainda é elevada e, portanto, pode ser necessário reduzir a velocidade abaixo de  $v_{\lim}$  para obter raios de curvatura mais adequados às restrições de espaço dos aeroportos. Já para  $m = 2000 \text{ kg}$  (ver figura 2.11)  $v_{\lim}$  só não é suficientemente baixa para  $i < 0,02$ .

Para acomodar as duas hélices concêntricas, uma para cada sentido, cada hélice deve subir aproximadamente 4 m em cada volta completa. Para um raio de 12,5 m cada volta completa significaria uma subida de



aproximadamente 4 m com  $i = 0,05$ . Ao fim de 4 voltas o veículo chegaria ao primeiro andar do terminal (8 m de diferença de cota).

As figuras 2.12 e 2.13 apresentam a energia despendida para atingir o primeiro andar do terminal (8m de desnível). Para uma comparação equivalente fixou-se de novo a distância a percorrer em 300 m mas com o perfil vertical mais adaptado à potência e massa do veículo, condições iguais às enunciadas anteriormente aplicadas às figuras 2.8 e 2.9.

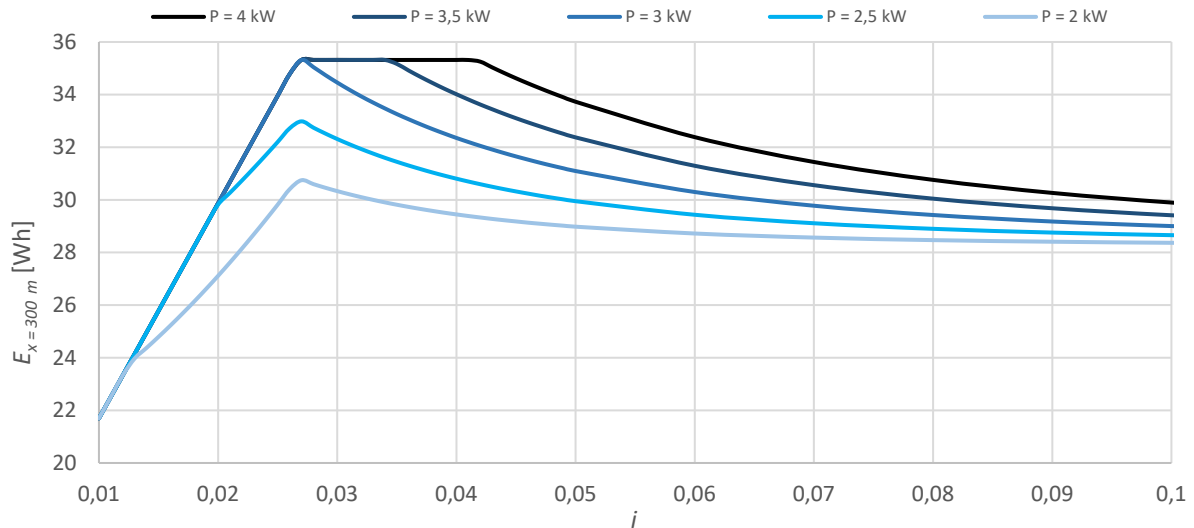


Figura 2.12: Energia necessária para subir 8 m com  $m = 1000\text{ kg}$ .

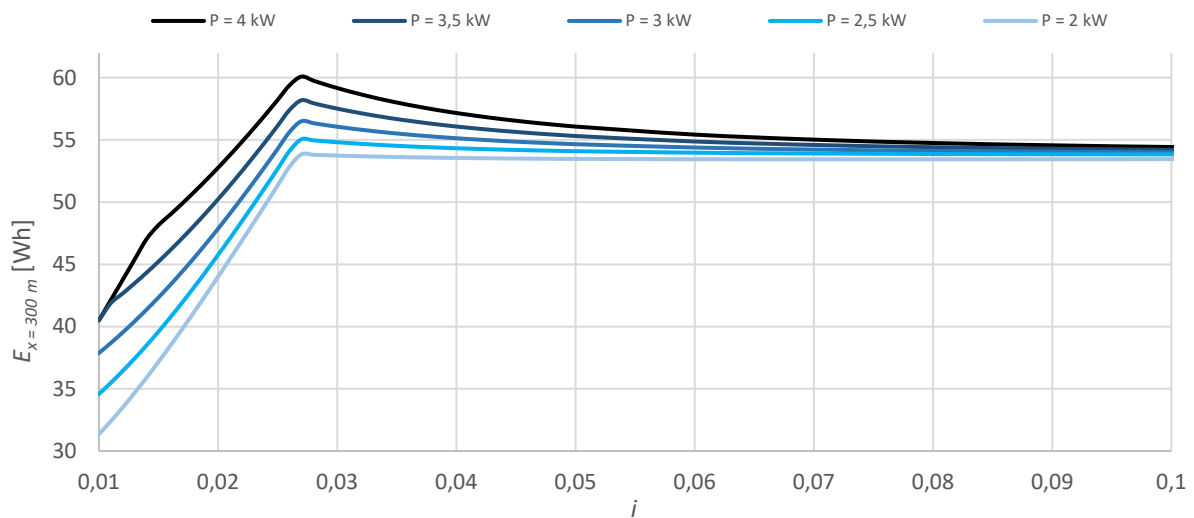


Figura 2.13: Energia necessária para subir 8 m com  $m = 2000\text{ kg}$ .

Um veículo de pequena potência/ grande massa tem de subir os 8 m gradualmente, ao longo dos 300 m; um veículo de grande potência/menor massa pode circular num percurso horizontal em grande parte desses 300 m e subir o desnível de 8 m num troço com uma inclinação grande.

Quanto menor for a massa do veículo maior é gama de inclinações, que independentemente da potência de propulsão, têm o mesmo consumo de energia. Para  $m = 1000$  kg (ver figura 2.12) o consumo é igual para toda a gama de potências até cerca de  $i = 0,015$ .

Para massas menores, a gama de inclinações em que o consumo se mantém constante é mais alargada (sendo tanto mais alargada quanto maior a potência). Para  $m = 1000$  kg, uma potência de 4 kW tem um consumo constante na gama de inclinações de  $0,028 < i < 0,042$ .

Quanto maior for a potência, maior a gama de inclinações para a qual o consumo de energia é constante. Para  $m = 1000$  kg e uma potência de 2 kW o consumo de energia é praticamente constante para  $i > 0,06$ ; para uma potência de 4 kW tal verifica-se para  $i > 0,1$ . Para  $m = 2000$  kg e  $P_t = 2$  kW tem-se um consumo constante para  $i > 0,025$ , para  $P_t = 4$  kW tal acontece-se para  $i > 0,7$ .

Conclui-se que aumentar a potência tem mais impacto em veículos pesados do que em veículos leves. Para  $m = 1000$  kg e  $i = 0,05$  o consumo pode aumentar até 16 % passando de 2 kW para 4 kW enquanto que o tempo de subida se reduz em 27 % (um rácio de 1,69 entre as percentagens de redução do tempo de subida e de aumento do consumo). Já para  $m = 2000$  kg o consumo aumenta apenas 4 % enquanto que o tempo se reduz em 37 % (rácio de 9,25).

## 2.4 Troço com inclinação descendente

Numa descida, apenas a resistência aerodinâmica e a resistência de rolamento se opõem ao movimento. Para  $i$  constante e potência de propulsão  $P_t$  constante, a solução da equação do movimento 2.1 é

$$v(t) = v_0 + gt \left( i - f\sqrt{1 - i^2} \right) - \frac{\rho AC_d}{2m} \int_0^t v^2 dt + \frac{P_t}{m} \int_0^t \frac{1}{v} dt . \quad (2.14)$$

As descidas serão habitualmente iniciadas do repouso, uma vez que são a primeira etapa do percurso destes veículos.

A baixas velocidades, a força de propulsão máxima  $F_{t_{max}}$  está limitada à força de atrito  $F_{\mu_k}$ , que é a força máxima que pode ser aplicada sem escorregamento da superfície do pneu. A força de atrito é dada por,

$$F_{\mu_k} = \mu_k N = \mu_k mg \sqrt{1 - i^2} , \quad (2.15)$$

onde  $\mu_k$  designa o coeficiente de atrito entre as superfícies em contacto. Para o caso particular de um pneu num asfalto  $\mu_k \sim 0.9$  (Bosch, 2002). Nestas condições a velocidade abaixo da qual a força de tração fica limitada à força de atrito,  $v_{\mu_k}$  é

$$F_{t_{max}} = F_{\mu_k} \leftrightarrow \frac{P_t}{v_{\mu_k}} + mgi - \langle D \rangle \geq \mu_k mg \sqrt{1 - i^2} \rightarrow v_{\mu_k} = \frac{P_t}{\mu_k mg \sqrt{1 - i^2} - mgi + \langle D \rangle} , \quad (2.16)$$

onde  $\langle D \rangle$  representa a soma do módulo das forças de resistência.

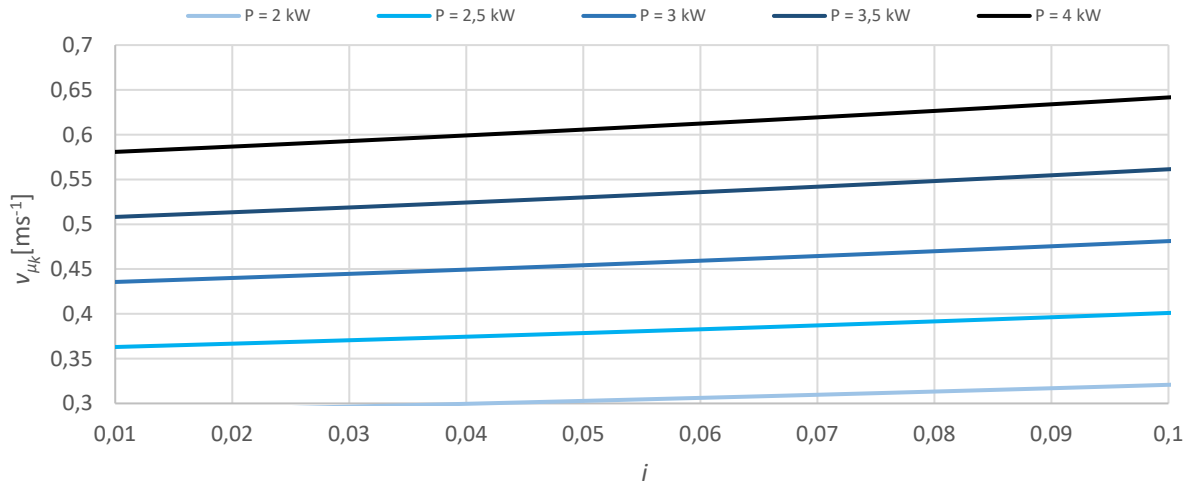


Figura 2.14: Velocidade limite de atrito -  $m = 1000\text{kg}$

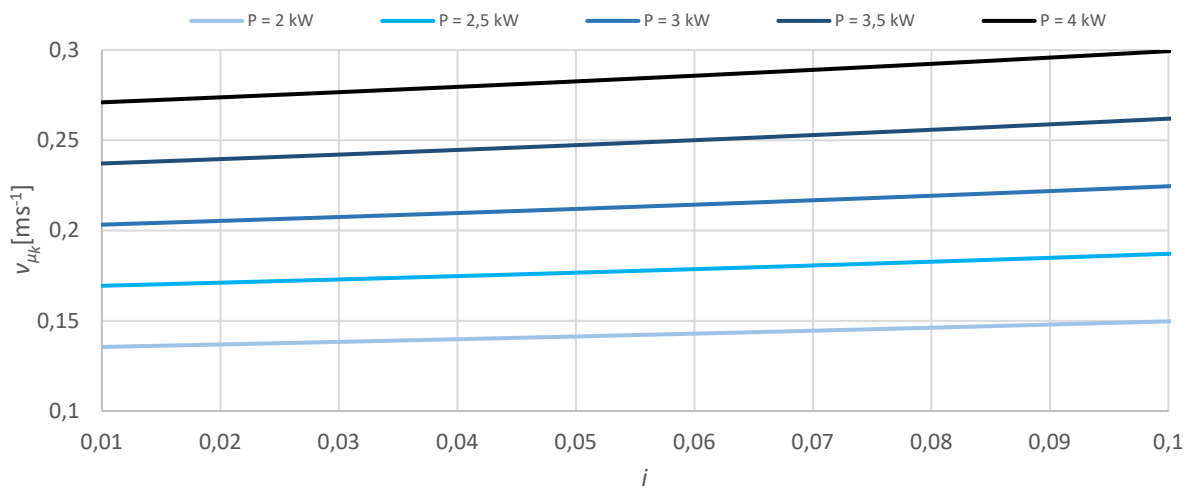


Figura 2.15: Velocidade limite de atrito -  $m = 2000\text{ kg}$ .

Para ambas as massas a potência propulsiva encontra-se limitada pelo atrito apenas para velocidades muito baixas ( $v < 0,7\text{ ms}^{-1}$ ) qualquer que seja a gama de inclinações. Acima desta velocidade, a limitação passa a ser a potência elétrica disponível. Abaixo de  $0,7\text{ ms}^{-1}$  também é preciso considerar outras limitações.

Se, no arranque, se aplicar a totalidade da força máxima permitida pelo atrito, obteríamos uma elevada variação de aceleração que afetaria o conforto dos passageiros. A variação do módulo da aceleração (em inglês “jerk”)  $j$ , é dada por,

$$|j| = \left| \frac{da}{dt} \right| = \left| -\frac{P_t}{mv^2} - \frac{1}{m} \rho AC_D v \right|. \quad (2.17)$$

Para condições de conforto  $|j| \leq 1\text{ m/s}^3$  (TRB, 1991). Adicionalmente, costuma considerar-se que é desejável que o próprio módulo da aceleração esteja limitado;  $|a| \leq 2\text{ m/s}^2$  permite um nível bom de conforto para aceleração longitudinal (André, 2006).

Para análise da influência da potência de propulsão e da inclinação, considere-se a descida desde o primeiro andar do terminal até à base do túnel, na qual o veículo parte do repouso e percorre uma distância fixa de 300 m (tal como no caso da análise feita no subcapítulo 2.3) até descer no máximo uma altura de 8 m. Para as inclinações em que essa altura é atingida antes de se percorrerem os 300 m considera-se que o restante troço é percorrido horizontalmente. Para este exemplo limitou-se a velocidade máxima a  $7 \text{ m s}^{-1}$  e aplicaram-se as condições de conforto para o módulo da aceleração e da sua derivada apresentados no parágrafo anterior.

Os gráficos das figuras 2.16 e 2.17 apresentam o tempo de descida necessário para descer do primeiro andar do terminal até à base do túnel, nas condições enumeradas acima, para um veículo com  $m = 1000 \text{ kg}$  e com  $m = 2000 \text{ kg}$ .

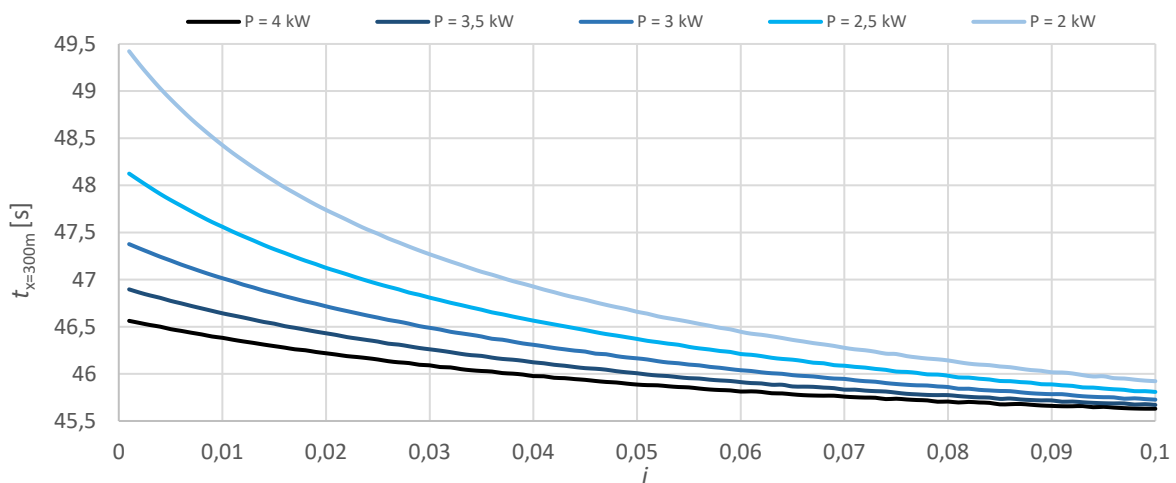


Figura 2.16: Tempo de descida do primeiro andar do terminal com  $m = 1000 \text{ kg}$ .

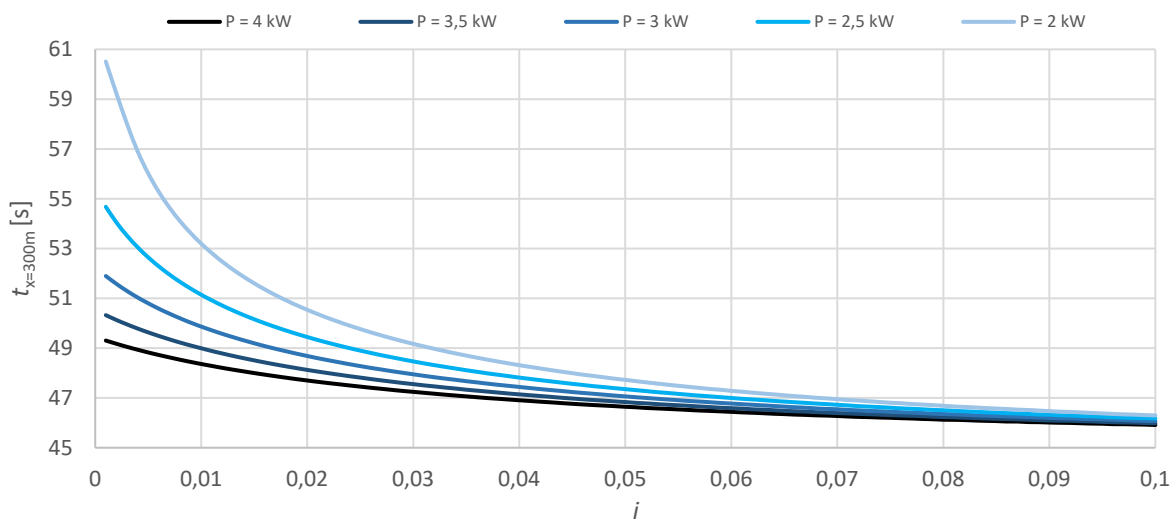


Figura 2.17: Tempo de descida do primeiro andar do terminal com  $m = 2000 \text{ kg}$ .

Observa-se que o aumento da potência apenas reduz significativamente o tempo de descida para pequenas inclinações. Para  $i = 0,01$  uma potência de 4 kW reduz o tempo de descida em 4 % para  $m = 1000$  kg e em 12 % para  $m = 2000$  kg em relação a uma potência de 2 kW.

Após atingida a velocidade máxima é possível recorrer à travagem regenerativa para manter a velocidade e recarregar as baterias. Numa descida de inclinação  $i$ , a potência de travagem  $P_b$ , necessária para equilibrar as forças de resistência e manter a velocidade é dada por,

$$P_b = \left( mgi - fmg\sqrt{1 - i^2} - \frac{1}{2}\rho AC_D v^2 \right) v_{max} . \quad (2.18)$$

Sendo assim a energia possível que poderia ser regenerada é dada por,

$$E_b = P_b \Delta t_b \eta_b , \quad (2.19)$$

onde  $\Delta t_b$  representa o intervalo de tempo e  $\eta_b$  o rendimento de conversão da energia da travagem em energia armazenada nas baterias.

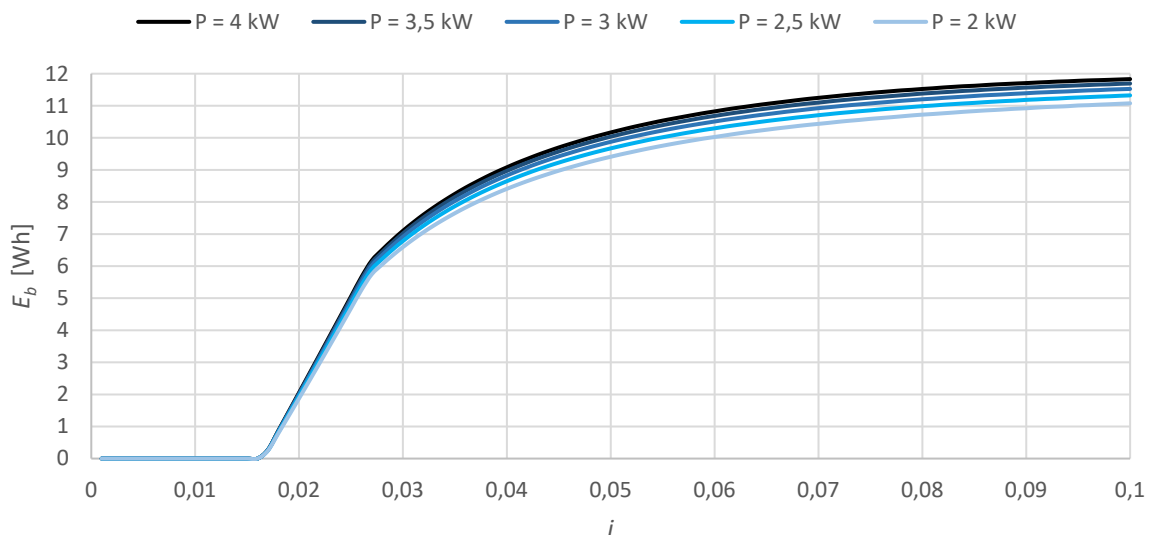


Figura 2.19: Energia para regeneração com  $\eta_b = 80\%$  e  $m = 1000$  kg.

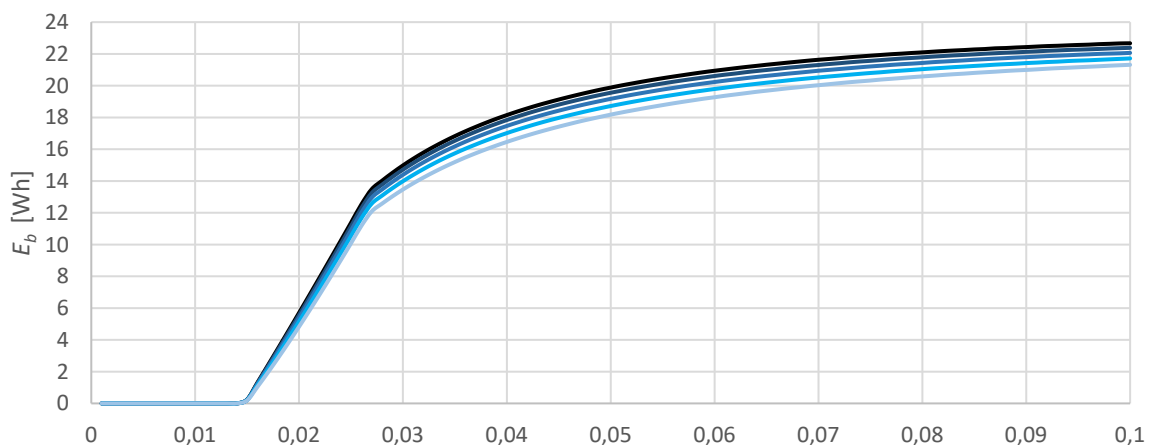


Figura 2.18: Energia para regeneração com  $\eta_b = 80\%$  e  $m = 2000$  kg.

Se compararmos a energia gasta para percorrer 300 m horizontalmente à velocidade nominal (ver figura 2.3) e a energia que conseguimos regenerar durante a descida, verificamos que para  $i > 0,05$  conseguimos recuperar mais de 80 % da energia gasta em patamar tanto para  $m = 1000$  kg como para  $m = 2000$  kg. Existem até situações em que a energia recuperada é superior. Reduzindo a eficiência de regeneração para 50 % conseguir-se-ia recuperar cerca de 50 % da energia despendida na mesma situação se a descida tivesse uma  $i > 0,05$ .

Para  $i < 0,015$  não é possível regenerar as baterias, uma vez que após atingida a velocidade nominal as forças de resistência aerodinâmica e de rolamento superaram o peso e como tal é necessário usar a força de propulsão do motor para não reduzir a velocidade.

## 2.5 Simulação energética de um ciclo de viagem típico

Após analisarmos individualmente cada troço do percurso, é útil analisar o impacto global da massa e da potência motriz no desempenho energético durante um trajeto típico.

Considere-se como um percurso típico o representado na figura 2.20 em que o veículo parte do repouso no início de uma descida e acelera até atingir a velocidade nominal de  $7 \text{ m s}^{-1}$  percorrendo uma distância em patamar que termina numa subida de 8 m até ao rés do chão do terminal. O veículo percorre um total de 1,32 km sendo que para inclinações maiores a distância percorrida em patamar é maior para compensar a menor distância percorrida em inclinação.

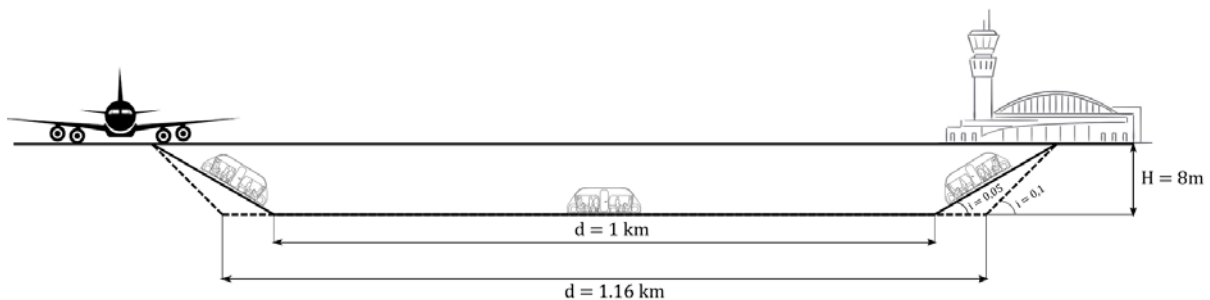


Figura 2.20: Trajeto a percorre na simulação do ciclo de viagem

Para a simulação, limitou-se a velocidade  $v_{max} = 7 \text{ m s}^{-1}$ , o módulo da aceleração  $|a|_{max} = 2 \text{ m s}^{-2}$  e o módulo da variação da aceleração  $|j|_{max} = 1 \text{ m s}^{-3}$ . Considerou-se uma eficiência de conversão da energia de travagem em energia armazenada nas baterias de  $\eta_b = 80 \%$ .

Nas figuras 2.21 e 2.22 apresenta-se o tempo de viagem e a energia consumida, respetivamente, para percorrer num único sentido, da esquerda para direita, o trajeto apresentado na figura 2.20.

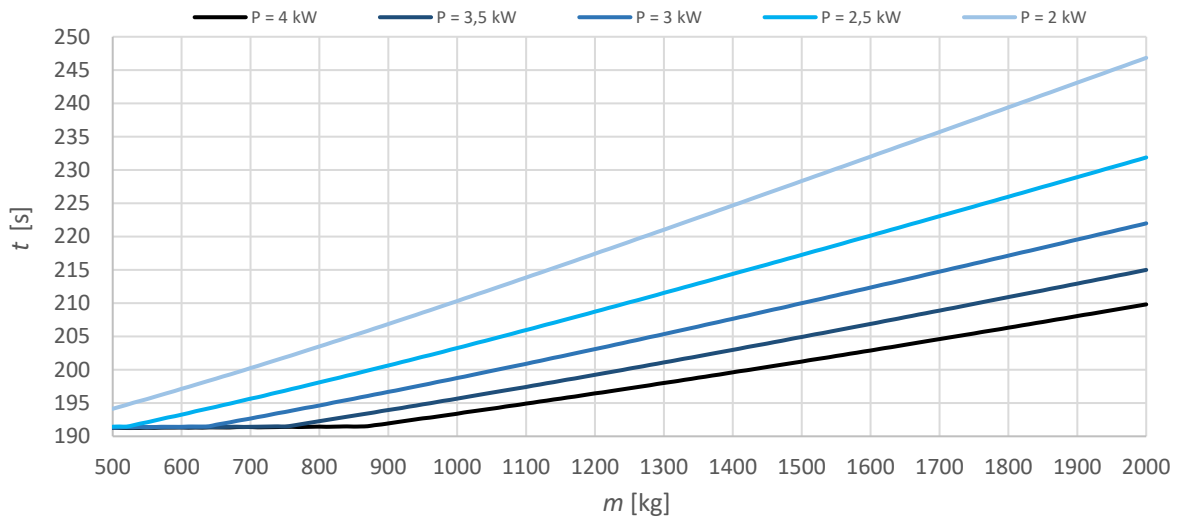


Figura 2.21: Tempo de viagem com  $i = 0,05$ .

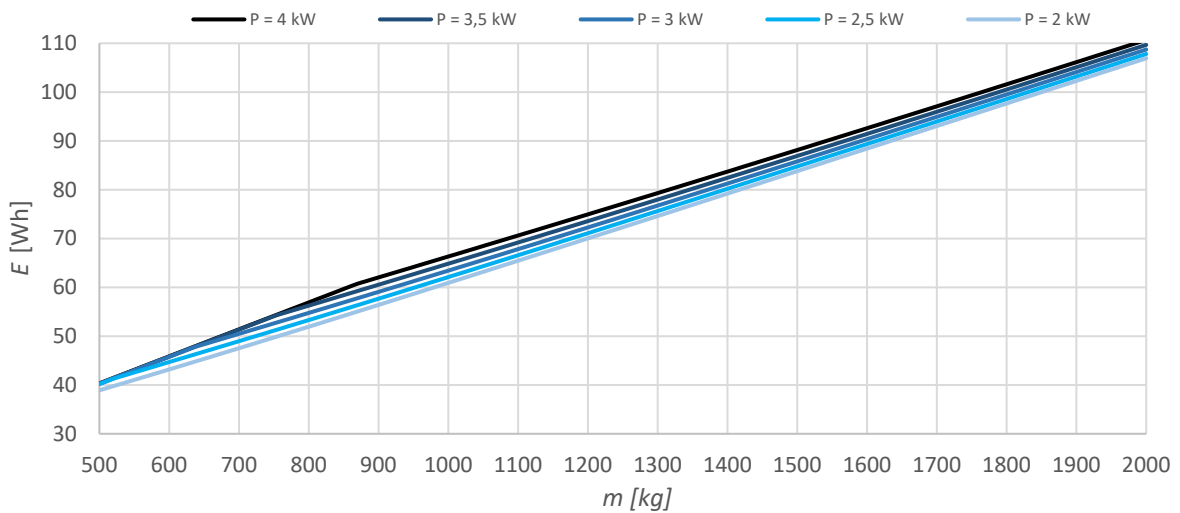


Figura 2.22: Energia consumida com  $i = 0,05$ .

Verifica-se que a massa é um fator preponderante na escolha da potência de propulsão. Para  $m > 1000$  kg existe uma redução até 15 % no tempo de viagem entre aos 4 kW e os 2 kW, enquanto que o gasto de energia aumenta apenas 3,5 %. Já para massas menores, por exemplo de 500 kg, o tempo de viagem tem uma redução pouco significativa de apenas 1,5 %, com o consumo de energia a aumentar cerca de 3,6 %.

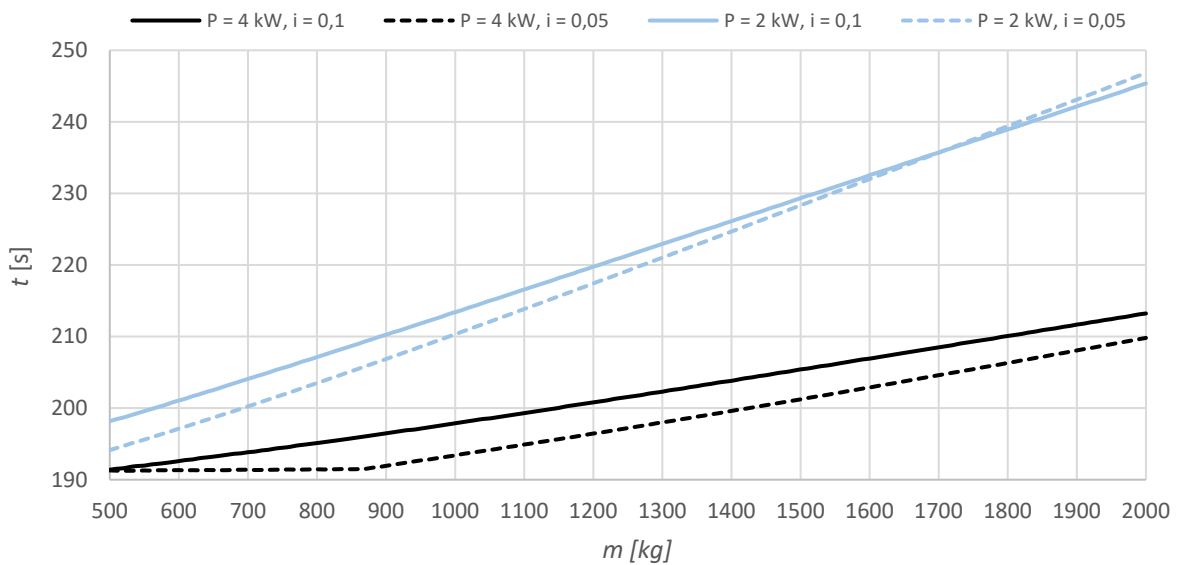


Figura 2.24: Comparação dos tempos de viagem variando a inclinação.

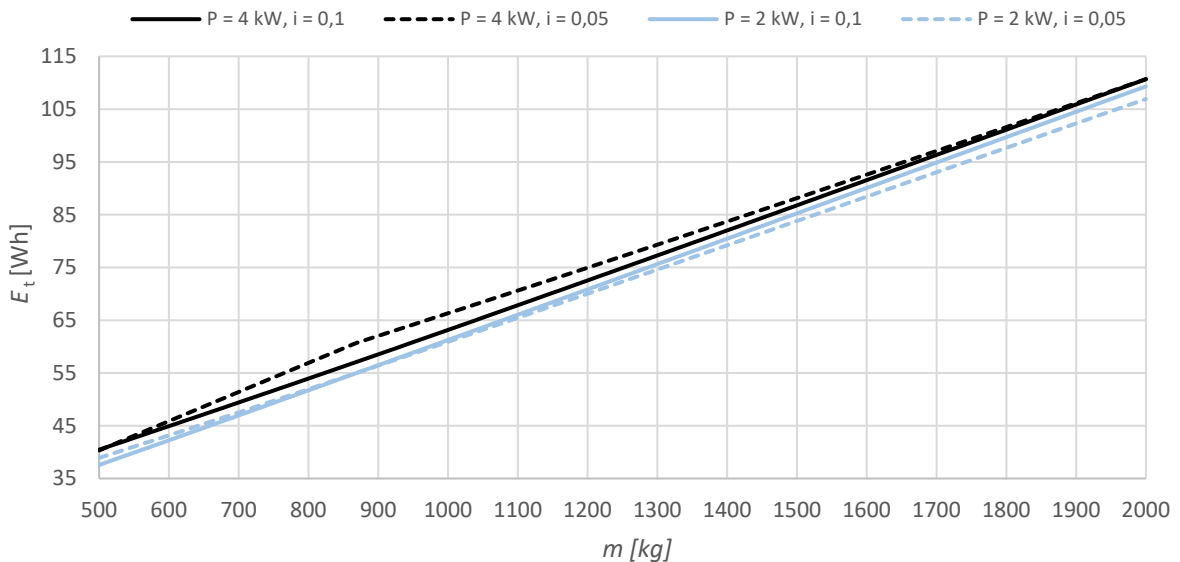


Figura 2.23: Comparação da energia consumida na viagem variando a inclinação.

Um aumento da inclinação aumenta o tempo de viagem para uma larga gama de massas. Para  $P_t = 2 \text{ kW}$  o tempo de viagem com  $i = 0,1$  é superior ao de  $i = 0,05$  para  $m < 1700 \text{ kg}$ . Para  $P_t = 4 \text{ kW}$  o mesmo acontece sempre até ao limite máximo apresentado de  $2000 \text{ kg}$ .

Quanto menor a inclinação e maior a potência, maior a gama de massas em que o tempo de viagem é aproximadamente constante, porque grande parte do trajeto é feito a velocidades próximas da nominal, dadas as baixas forças de resistência. Verifica-se que para uma potência de  $4 \text{ kW}$  e  $i = 0,05$  o tempo de viagem é constante até cerca de  $900 \text{ kg}$ .

Para uma potência de  $2 \text{ kW}$  e  $m < 900 \text{ kg}$ , um aumento da inclinação origina uma ligeira poupança no consumo de energia. Tal acontece porque o veículo acelera mais rapidamente na descida atingindo a velocidade nominal mais cedo, permitindo assim que a regeneração das baterias se inicie mais cedo e que ocorra durante um maior



intervalo de tempo compensando-se desta forma o aumento do consumo durante a subida. Para  $P_t = 4 \text{ kW}$  o mesmo verifica-se para  $m < 550 \text{ kg}$ .

Esta redução do consumo vai diminuindo com o aumento da massa, uma vez que a força de propulsão necessária aumenta nas subidas ao ponto de a potência já não ser suficiente para permitir a subida à velocidade nominal. Apesar de nas descidas a força de propulsão necessária ser menor e a velocidade nominal ser atingida mais rapidamente, as restrições impostas à velocidade máxima, ao módulo da aceleração e da sua variação necessárias para o conforto reduzem o potencial de regeneração de energia. O valor da massa para o qual este *trade-off* ocorre aumenta com o aumento da potência.

Sendo assim, na construção das torres cilíndricas em hélice (referidas no subcapítulo 2.3), que permitiriam a subida e a descida em vias independentes, é vantajoso que os corredores de descida tenham uma inclinação maior que os de subida para permitir uma maior poupança de energia.

## 2.6 Baterias

O mercado de baterias para veículos elétricos é bastante vasto com diferentes tecnologias que permitem um compromisso variado entre a densidade de energia e a densidade de potência com custos diferenciados.

Na tabela 2-4 apresentam-se diferentes módulos de baterias que utilizadas em diversos veículos elétricos desde empilhadoras, *AGV's (Automated Guided Vehicles)* e automóveis.

Fabricante e modelo	Tecnologia	Tensão nominal [V]	Corrente nominal [A]	Energia [Wh]	Potência nominal [kW]	Massa [kg]	Preço [€/kWh]
Saft – Ion’Drive Motive 24V 205Ah	SLFP	23,1	200	4736	4,62	110	~0,19
Saft – Ion’Drive Motive 24V 410Ah	SLFP	23,1	200	9471	462	151	~0,20
Saft – Modul’ion – 12 Energy	SLFP	39,6	100	1703	396	15,4	~0,23
A123Systems – 22S3P Module	NMC	80,3	465	6349	37,34	42,4	~0,21
LG Chem – E63 50S2P	Li	180	65	23616	11,7	96,5	~0,19

Tabela 2-4: Módulos de baterias e suas características

Dada a diferença entre as baterias em termos de potência, energia e tempos de carga, simulou-se o desempenho de cada bateria num percurso igual ao indicado na figura 2.20 com uma inclinação de 0,1, uma massa de 2000 kg e uma potência de tração de 4 kW. Exemplo que majora o gasto de energia.

Considerou-se que para além do tempo despendido na viagem, por cada volta seriam gastos 30 s adicionais no embarque dos passageiros, durante os quais o veículo estaria a carregar as baterias. O tempo de viagem total é 243 s.

Ao gasto de energia adicionaram-se mais 25 Wh para a iluminação, alimentação dos sistemas de controlo e guiamento e do sistema de áudio. Perfazendo-se um gasto total de energia por volta de 136 Wh no percurso de referência.

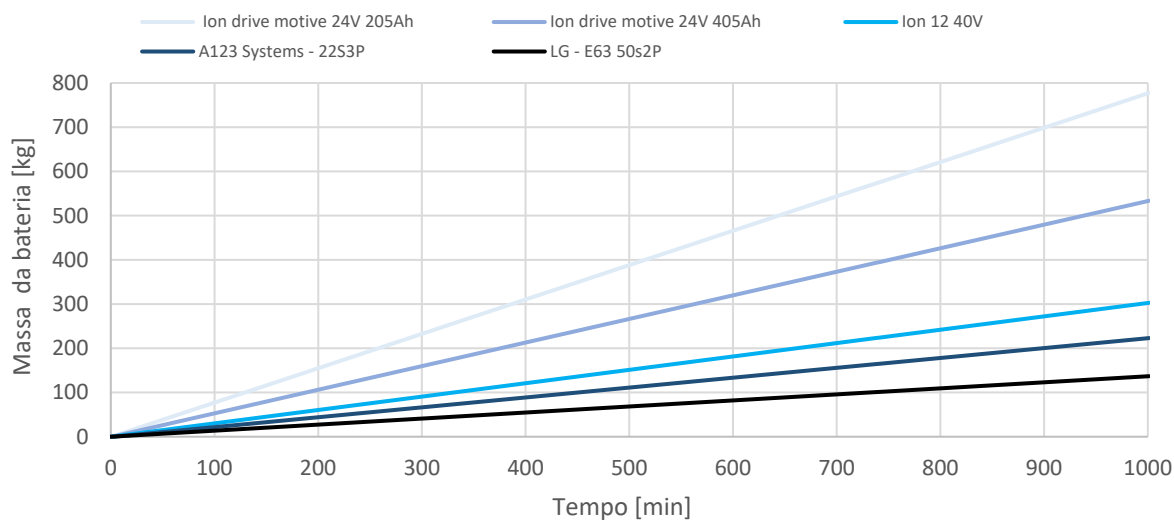


Figura 2.25: Massa de baterias em função do número de minutos de operação contínua.

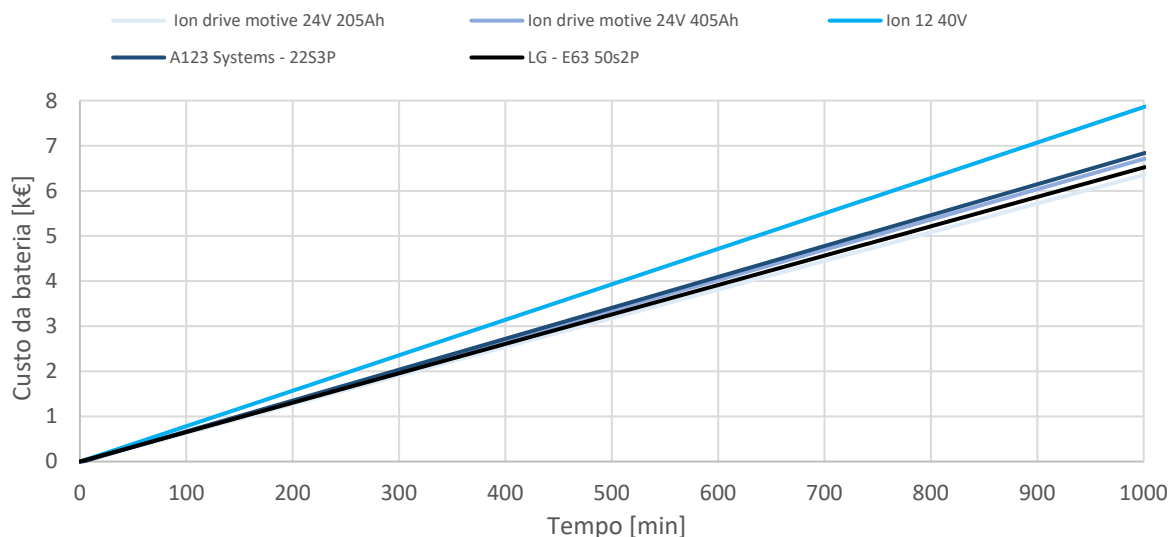


Figura 2.26: Custo das baterias em função do número de minutos em operação contínua.

As figuras 2.25 e 2.26 apresentam os resultados da simulação, mostrando qual a massa e custos necessários para um ciclo de funcionamento contínuo. Para um ciclo de 600 min (10 h) os módulos da LG são aqueles que

oferecem o sistema de baterias mais leve com uma massa de cerca 83 kg. A seguir têm-se as baterias da *A123Systems* com uma massa de 133 kg.

Apesar do incremento de massa das baterias da *A123Systems* face às da *LG*, estas operam a correntes muito inferiores às da *A123Systems* o que impõe tempos de carregamento superiores, fator que pode fazer a diferença caso o tempo de embarque diminua consideravelmente, uma vez que para o mesmo número de horas de operação em contínuo seria necessária uma massa de baterias da *LG* maior para conseguir cumprir o seu plano de operação.

As baterias da *Saft* são claramente mais pesadas não compensando a sua utilização, salvo situações em que se pretendessem potências muito grandes, o que não se verifica para o caso em estudo.

Relativamente ao custo, não existe grande disparidade entre as baterias de lítio, uma vez que o custo por unidade de energia é muito idêntico, apenas se nota uma diferença maior entre as baterias da *A123Systems* e das *Modul'ion – 12 Energy* da *Saft* porque possuem tecnologias diferentes.

Optando pelas baterias da *LG* o custo seria de 3,9 k€ para um ciclo contínuo de 10 h e de 4,1 k€ se optarmos pelas *A123Systems*. Sendo assim, a escolha das baterias depende do ciclo de funcionamento de cada aeroporto, especialmente do pico de tráfego de passageiros, dos trajetos a seguir e dos tempos de embarque. No entanto, verifica-se que não é necessário um sistema exageradamente caro ou pesado para um ciclo normal de funcionamento e os preços não variam muito.

## 2.7 Motor elétrico

Como vimos, os principais critérios que limitam a escolha da potência motriz são a velocidade nominal e a inclinação dos troços. Resumidamente, potências superiores a 4 kW tem  $v_{lim}$  superiores à velocidade nominal (7 m s<sup>-1</sup> definida no capítulo 1) para uma larga gama de inclinações (ver figuras 2.4 e 2.5). Uma potência de 4 kW tem o consumo de energia ligeiramente maior face a potências mais baixas, no entanto, diminui significativamente o tempo de viagem. Motores com potências maiores são mais caros e têm manutenções mais complexas que encarecem os custos operacionais.

Uma potência de propulsão de 4 kW assemelha-se um bom compromisso entre o tempo de viagem e a energia consumida. Por uma questão de redundância deve-se optar pela divisão da potência pelas quatro rodas do veículo, uma vez que em caso de falha de um motor os restantes três podem assegurar uma paragem em segurança e dois, coaxiais podem terminar o trajeto.

Numa pesquisa de mercado verificou-se que a *OMETEC* tem motores elétricos de pequenas dimensões com potências elétricas entre 1,1 kW e 1,5 kW com eficiências da ordem de 85 % que pesam cerca de 25 kg e têm um custo da ordem dos 200 €/motor. Usando estes motores, o preço do sistema propulsivo seria cerca de 5 k€ (quatro motores mais baterias).

### 3. Sistema de guiamento

A conceção geral do sistema de guiamento que vamos estudar está representada na figura 3.1.

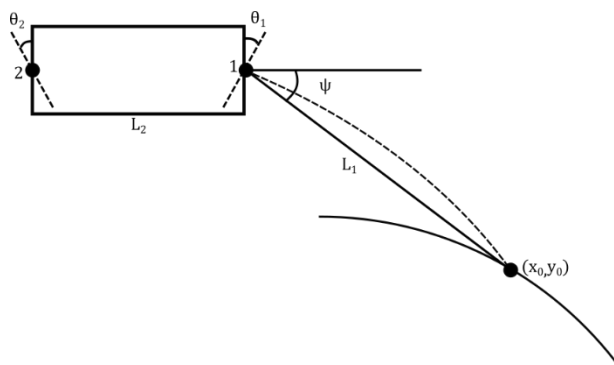


Figura 3.1: Esquema princípio de um guiamento com eixos orientáveis.

Um par de câmaras de vídeo A e B localiza um ponto alvo  $O$  situado sobre a linha média do caminho a percorrer. Esta linha é identificada por uma fita refletora que contrasta com o pavimento. De acordo com o ângulo  $\psi$  que a direção do alvo faz com o eixo do veículo, um algoritmo calcula os ângulos médios  $\theta_1$  e  $\theta_2$  do eixo das rodas frente e do eixo das rodas de trás. Vamos comparar duas versões deste algoritmo: uma calculando os ângulos  $\theta_1$  e  $\theta_2$  que dirigem o ponto 1 (ponto médio das rodas da frente) para o alvo  $O$ ; outra calculando os ângulos  $\theta_1$  e  $\theta_2$  para que o ponto 2 (ponto médio das rodas de trás) passe pelo alvo  $O$ . Para comparar as duas versões do algoritmo analisam-se as respostas a vários tipos de perturbações. Analisa-se também a influência de filtros digitais na resposta do veículo às diferentes perturbações de entrada nomeadamente a amplitude do espectro de acelerações, de forma a otimizar o conforto e a segurança.

#### 3.1 Definição da trajetória nominal

No subcapítulo 3.9 trataremos da fita refletora e do algoritmo de tratamento de imagem das câmaras de vídeo, por agora focar-nos-emos na definição geométrica dos algoritmos de guiamento.

A geometria da fita refletora vai ser descrita por um conjunto de nós  $(i, i-1, \dots)$  ligados por arcos de circunferência de raio constante formando uma linha contínua e de derivada contínua. Por exemplo, o arco que une os nós  $i-2$  e  $i-1$  tem raio  $R_{s_1}$  e centro no ponto  $O_1$ ; o arco seguinte, entre os nós  $i-1$  e  $i$ , tem raio  $R_{s_2}$  e centro no ponto  $O_2$ . Este ponto encontra-se sobre o segmento de reta  $O_1, i-1$  e, portanto, os dois arcos têm a mesma derivada no nó  $i-1$ .

Na figura 3.2 apresenta-se a construção geométrica de uma trajetória curvilínea.

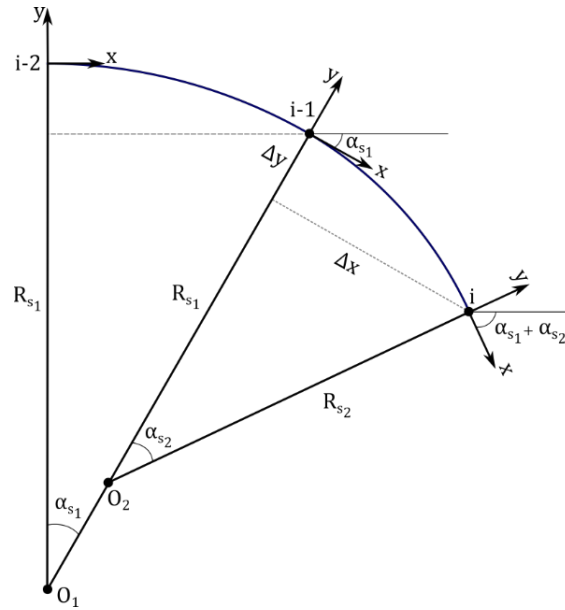


Figura 3.2: Esquema geométrico da construção de uma trajetória curvilínea.

No plano da trajetória,  $\Delta s$  representa o passo espacial dos nós que definem a trajetória, isto é, o comprimento do arco entre nós consecutivos.  $R_{s_i}$  representa o raio local de curvatura, constante entre cada dois nós. Vamos adotar a convenção de que  $R_{s_i} > 0$  nas curvas para a direita e  $R_{s_i} < 0$  nas curvas para a esquerda. Quando a trajetória é retilínea tem-se forçosamente  $\frac{1}{R_{s_i}} = 0$  entre esses dois nós e o sinal de  $R_{s_i}$  não tem significado.

Conhecendo o raio local de curvatura, a abertura angular de cada arco é

$$\alpha_{s_i} = \alpha_{s_{i-1}} + \cos^{-1} \left( 1 - \frac{\Delta s^2}{2R_s^2} \right), \quad R_s > 0 \text{ (Curva para a direita)}, \quad (3.1)$$

$$\alpha_{s_i} = \alpha_{s_{i-1}} - \cos^{-1} \left( 1 - \frac{\Delta s^2}{2R_s^2} \right), \quad R_s < 0 \text{ (Curva para a esquerda)}. \quad (3.2)$$

Os incrementos entre dois nós na direção  $x$  e  $y$ , são dados por,

$$\Delta x = R_s \sqrt{\frac{\Delta s^2}{R_s^2} - \frac{\Delta s^4}{4R_s^4}}, \quad (3.3)$$

$$\Delta y = -\frac{\Delta s^2}{2R_s}. \quad (3.4)$$

As coordenadas do nó  $i$  da trajetória relacionam-se com as do nó anterior  $i-1$  por

$$x_{s_i} = x_{s_{i-1}} + \Delta x \cos(\alpha_{s_{i-1}}) - \Delta y \sin(\alpha_{s_{i-1}}), \quad (3.5)$$

$$y_{s_i} = y_{s_{i-1}} + \Delta y \cos(\alpha_{s_{i-1}}) - \Delta x \sin(\alpha_{s_{i-1}}). \quad (3.6)$$

A trajetória fica completamente definida pelo conjunto de nós e raios do conjunto de arcos de circunferência. Com base nessa informação geométrica podem calcular-se as coordenadas de qualquer ponto sobre a curva. Em particular, conhecida a posição atual do veículo (ver figura 3.3), interessa determinar as coordenadas do ponto-alvo caracterizado por se situar sobre a linha da trajetória à distância  $L_1$  do ponto médio das rodas da frente (ponto 1 da figura 3.3).

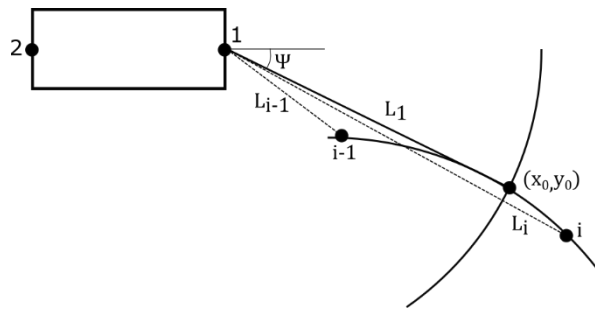


Figura 3.3: Localização geométrica do ponto de mira

Para determinar a interseção vamos expressar o arco de circunferência em função de um parâmetro  $\xi$  tal que  $\xi = 0$  no nó anterior à interseção (i-1 na figura 3.3) e  $\xi = 1$  no nó seguinte (i na figura 3.3).

Deste modo, a distância do ponto 1 a um ponto genérico da trajetória de parâmetro  $\xi$  é

$$L(\xi) = \sqrt{(y(\xi) - y_1)^2 + (x(\xi) - x_1)^2}. \quad (3.7)$$

Balizar o ponto de interseção entre dois nós é fácil: se a distância  $L_i$  do nó i é inferior a  $L_1$ , o ponto de mira situa-se à frente do nó i; se  $L_i$  é superior a  $L_1$  o ponto de mira situa-se atrás do nó i.

Uma vez determinados os dois nós que enquadram o ponto de mira (identifiquemo-los pelos índices i-1 e i), as coordenadas do ponto de mira  $(x_0, y_0)$  obtêm-se fazendo uma interpolação linear entre os dois pontos.

$$L(\xi) = L_{i-1} + (L_i - L_{i-1})\xi = L_1 \rightarrow \xi = \frac{L_1 - L_{i-1}}{L_i - L_{i-1}}, \quad (3.8)$$

$$\begin{cases} x_0 = x_{i-1} + \xi(x_i - x_{i-1}) \\ y_0 = y_{i-1} + \xi(y_i - y_{i-1}). \end{cases} \quad (3.9)$$

Conhecidas as coordenadas do ponto de mira e dos pontos 1 e 2, o ângulo de mira  $\psi$  do veículo pode ser calculado através do produto externo entre os seguintes vetores, representados a negrito e itálico (por exemplo  $\mathbf{x}_0 = (x_0, y_0)$ )

$$|(\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_1) \times (\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2)| = L_1 L_2 \sin(-\psi) \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow \sin(\psi) = \frac{(y_0 - y_1)(x_1 - x_2) - (x_0 - x_1)(y_1 - y_2)}{L_1 L_2} . \quad (3.10)$$

em que  $\psi < 0$  para uma curva para a direita e  $\psi > 0$  para uma curva para a esquerda.

Em ambas as versões do algoritmo de guiamento, o eixo traseiro é orientado em função do raio local de curvatura,  $\sin \theta_2 = \frac{L_2}{2R_s}$ . Só as rodas da frente são alimentadas por retroalimentação.

### 3.2 Algoritmo 1: Eixo dianteiro passa no ponto-alvo

O objetivo desta primeira versão do algoritmo é guiar as rodas com um ângulos médios  $\theta_1$  e  $\theta_2$  tais que o centro do eixo dianteiro (ponto 1) passe no ponto de mira. Na figura 3.4 apresenta-se o esquema geométrico deste guiamento.

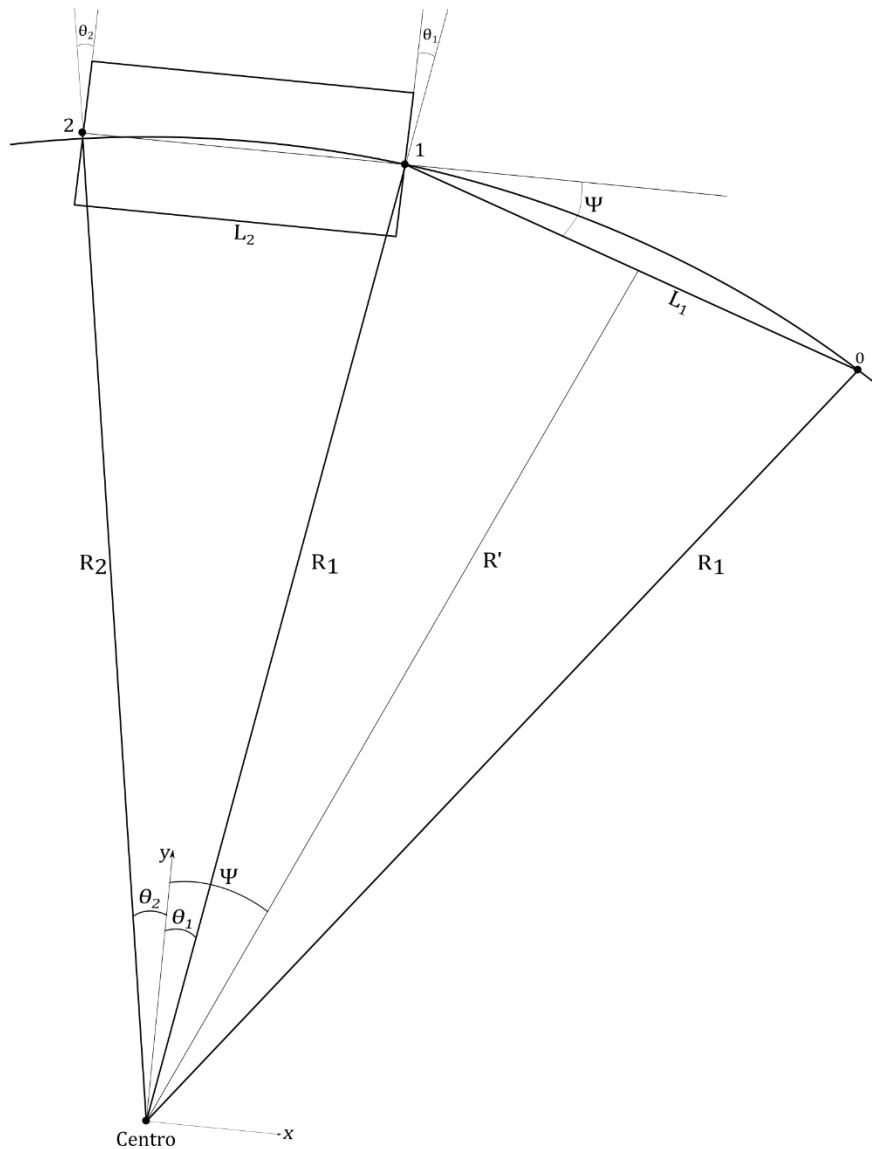


Figura 3.4: Geometria do algoritmo 1.

Projetando  $R_2$  e  $R'$  no eixo  $y$  temos que,

$$-R_2 \cos \theta_2 = -\frac{L_1}{2} \sin \psi - R' \cos \psi . \quad (3.11)$$

Projetando no eixo  $x$  temos que,

$$-R_2 \sin \theta_2 + R' \sin \psi - \frac{L_1}{2} \cos \psi = L_2 . \quad (3.12)$$

Multiplicando a projeção em  $y$  por  $\sin \psi$  e a projeção em  $x$  por  $(-\cos \psi)$  obtemos o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} -R_2 \cos \theta_2 \sin \psi + \frac{L_1}{2} \sin^2 \psi + R' \cos \psi \sin \psi = 0 \\ R_2 \sin \theta_2 \cos \psi - R' \sin \psi \cos \psi + \frac{L_1}{2} \cos^2 \psi = -L_2 \cos \psi . \end{cases} \quad (3.13)$$

Do sistema 3.13 obtém-se o raio de curvatura do eixo traseiro,  $R_2$ ,

$$R_2 = \frac{L_2 \cos \psi + 0.5L_1}{\sin(\psi - \theta_2)} . \quad (3.14)$$

Recorde-se que  $\theta_2$  é imposto sem retroalimentação, apenas com base no conhecimento do raio local de curvatura da trajetória ideal, que não coincidirá exatamente no caso geral, com o raio de curvatura  $R_2$ .

Agora multiplicando as mesmas equações 3.11 e 3.12 por  $\sin \theta_2$  e por  $-\cos \theta_2$  respetivamente, obtém-se

$$R' = \frac{L_2 \cos \theta_2 + 0.5L_1 \cos \psi - \theta_2}{\sin(\psi - \theta_2)} . \quad (3.15)$$

Sabendo  $R'$  (ver figura 3.4) calcula-se o raio de curvatura do eixo dianteiro,  $R_1$ ,

$$R' = R_1 \cos(\psi - \theta_1) \rightarrow R_1 = \frac{R'}{\cos(\psi - \theta_1)} = \frac{L_2 \cos \theta_2 + 0.5L_1 \cos \psi - \theta_2}{\sin(\psi - \theta_2) \cos(\psi - \theta_1)} . \quad (3.16)$$

O ângulo  $\theta_1$  é dada por

$$\begin{aligned} \tan(\psi - \theta_1) &= \frac{L_1}{2R'} \leftrightarrow \\ \leftrightarrow \theta_1 &= \psi - \operatorname{atan} \left( \frac{\sin(\psi - \theta_2)}{2 \frac{L_2}{L_1} \cos \theta_2 + \cos(\psi - \theta_2)} \right) . \end{aligned} \quad (3.17)$$

Conhecidos os ângulos médios de direção do eixos traseiro  $\theta_2$  e do eixo dianteiro  $\theta_1$  bem como os respetivos raios de curvatura, podemos calcular o avanço no referencial do segmento  $L_2$ .



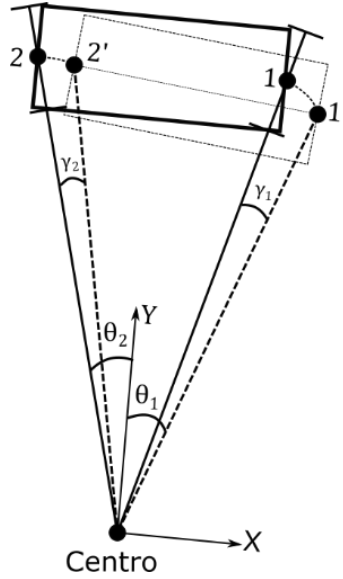


Figura 3.5: Coordenadas dos pontos de avanço no referencial do veículo

As coordenadas dos pontos 2 e 2' são dadas por

$$\begin{cases} x_2 = R_2 \sin \theta_2 \\ x'_2 = R_2 \sin(\theta_2 + \gamma_2) \end{cases} \rightarrow \delta x_2 = x'_2 - x_2 = R_2 [\sin(\theta_2 + \gamma_2) - \sin \theta_2], \quad (3.18)$$

$$\begin{cases} y_2 = -R_2 \cos \theta_2 \\ y'_2 = -R_2 \cos(\theta_2 + \gamma_2) \end{cases} \rightarrow \delta y_2 = y'_2 - y_2 = R_2 [-\cos(\theta_2 + \gamma_2) + \cos \theta_2], \quad (3.19)$$

onde

$$\gamma_2 = \frac{v_2 \delta t}{R_2}, \quad v_2 = v_1 \frac{R_2}{R_1} \rightarrow \gamma_2 = \frac{v_1 \delta t}{R_1} = \gamma_1. \quad (3.20)$$

As coordenadas do ponto 1 e 1' são dadas por

$$\begin{cases} x_1 = R_1 \sin \theta_1 \\ x'_1 = R_1 \sin(\theta_1 + \gamma_1) \end{cases} \rightarrow \delta x_1 = x'_1 - x_1 = R_1 [\sin(\theta_1 + \gamma_1) - \sin \theta_1], \quad (3.21)$$

$$\begin{cases} y_1 = -R_1 \cos \theta_1 \\ y'_1 = -R_1 \cos(\theta_1 + \gamma_1) \end{cases} \rightarrow \delta y_1 = y'_1 - y_1 = R_1 [-\cos(\theta_1 + \gamma_1) + \cos \theta_1]. \quad (3.22)$$

É prático definir-se um referencial absoluto  $(X, Y)$  fixo na origem das coordenadas iniciais do ponto 2 do veículo. Conhecidos os incrementos dos ponto 1  $(\delta x_1, \delta y_1)$  e 2  $(\delta x_2, \delta y_2)$  podemos determinar as coordenadas do veículo relativamente ao referencial  $(X, Y)$ .

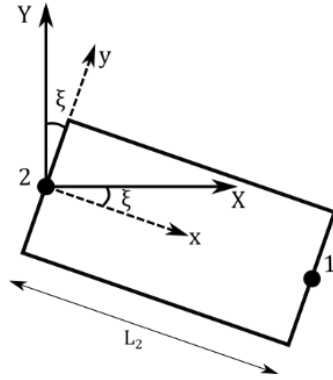


Figura 3.6: Transformação de coordenadas para o referencial absoluto

Para cada instante temos que,

$$\begin{cases} \cos \xi = \frac{x_1 - x_2}{L_2} \\ \sin \xi = \frac{y_1 - y_2}{L_2} . \end{cases} \quad (3.23)$$

No referencial  $(X, Y)$  os incrementos dos pontos 1 e 2 são dados por

$$\begin{cases} \Delta X = -\delta y \sin \xi + \delta x \cos \xi \\ \Delta Y = \delta y \cos \xi + \delta x \sin \xi . \end{cases} \quad (3.24)$$

As coordenadas do ponto 1' no referencial  $(X, Y)$  são

$$\begin{cases} x'_1 = x_1 - R_1[-\cos(\theta_1 + \gamma_1) + \cos \theta_1] \sin \xi + R_1 [\sin(\theta_1 + \gamma_1) - \sin \theta_1] \cos \xi \\ y'_1 = y_1 + R_1[-\cos(\theta_1 + \gamma_1) + \cos \theta_1] \cos \xi + R_1 [\sin(\theta_1 + \gamma_1) - \sin \theta_1] \sin \xi . \end{cases} \quad (3.25)$$

As coordenadas do ponto 2' no referencial  $(X, Y)$  são

$$\begin{cases} x'_2 = x_2 - R_2[-\cos(\theta_2 + \gamma_2) + \cos \theta_2] \sin \xi + R_2 [\sin(\theta_2 + \gamma_2) - \sin \theta_2] \cos \xi \\ y'_2 = y_2 + R_2[-\cos(\theta_2 + \gamma_2) + \cos \theta_2] \cos \xi + R_2 [\sin(\theta_2 + \gamma_2) - \sin \theta_2] \sin \xi . \end{cases} \quad (3.26)$$

## Exemplo de trajetória

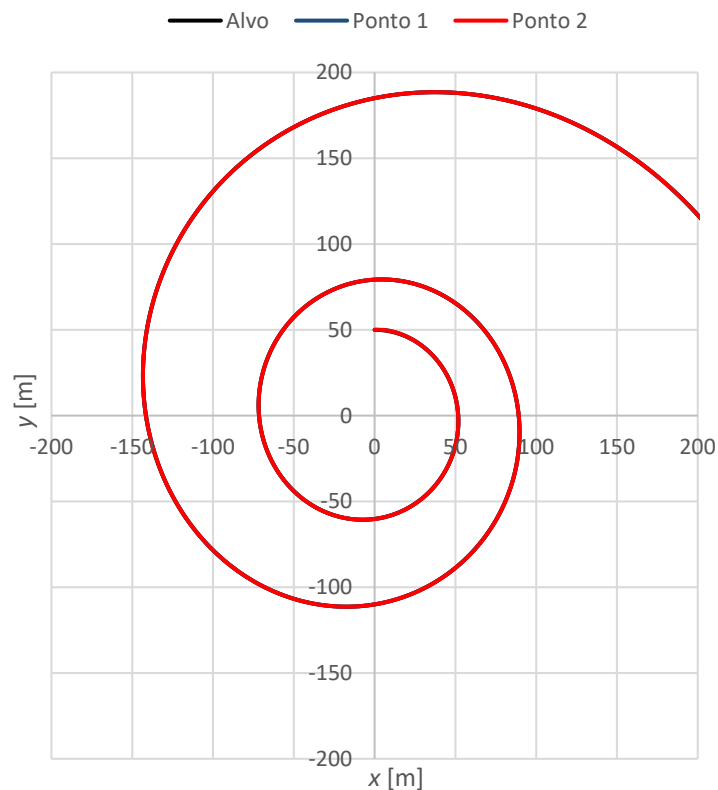


Figura 3.7: Resposta do veículo a uma trajetória curvilínea usando o algoritmo 1 com  $R_s = 50e^{b\theta}$ ,  $b = 0.31$ ,  $\theta = [0, 2\pi]$ .

A figura 3.7 exemplifica o comportamento do veículo seguindo uma trajetória alvo em espiral. Os pontos 1 e 2 seguem-na praticamente sem qualquer desvio. Dentro da precisão do gráfico, a trajetória alvo e as trajetórias dos pontos 1 e 2 ficam sobrepostas: os desvios máximos do ponto 1 e 2 relativamente à trajetória são da ordem de  $\delta_i \sim 10^{-4}$  m. Neste exemplo, o raio inicial é 50 m e a velocidade do veículo é  $7 \text{ m s}^{-1}$ ,  $L_1 = 10 \text{ m}$  e  $L_2 = 5 \text{ m}$ . A solução numérica foi obtida para um passo temporal de  $10^{-3}$  s correspondendo a um passo espacial de  $10^{-2}$  m.

A figura 3.7 não é muito útil para detetar desvios entre a trajetória seguida pelos pontos 1 e 2 do veículo e a trajetória ideal, mas os gráficos das figuras 3.8 e 3.9 ilustram eficazmente os desvios do guiamento.

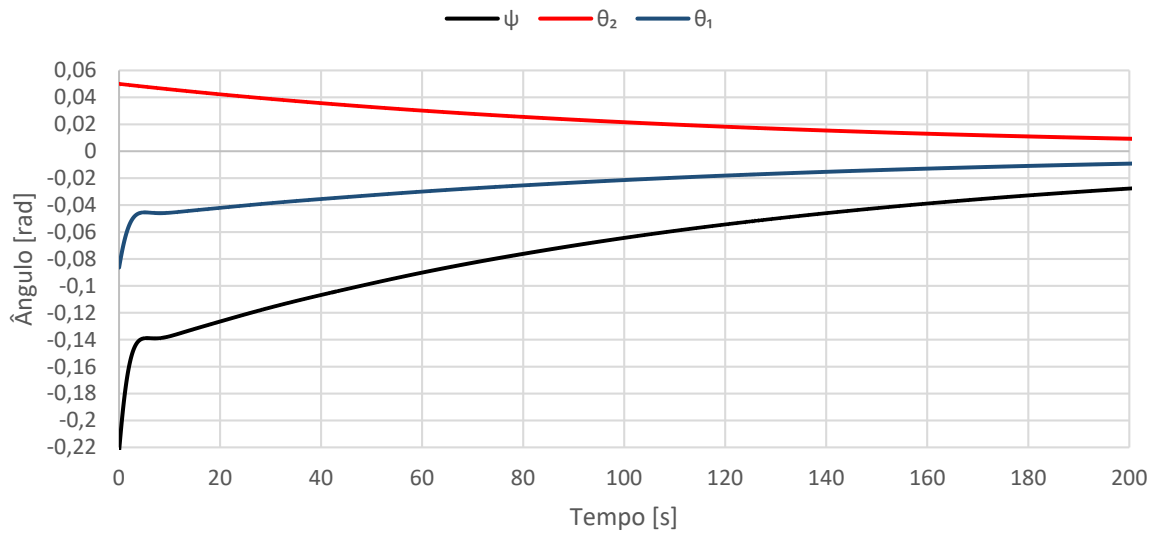


Figura 3.8: Exemplo trajetória do algoritmo 1: ângulo de mira e do eixo traseiro e dianteiro.

Neste exemplo, o veículo começa desalinhado com a trajetória-alvo. Inicialmente, o ângulo de mira  $\psi$  é cerca de  $13^\circ$ . O desalinhamento é corrigido rapidamente, e depois de ter percorrido cerca de 5 s o veículo segue a trajetória ideal com grande aproximação.

Os valores absolutos dos ângulos deste exemplo reduzem-se no tempo à medida que o raio de curvatura da espiral vai aumentando.

Tratando-se de uma curva para a direita, têm-se  $\psi < 0$ ,  $\theta_1 < 0$ ,  $R_1 < 0$ ,  $R_2 < 0$  e  $\theta_2 > 0$ .

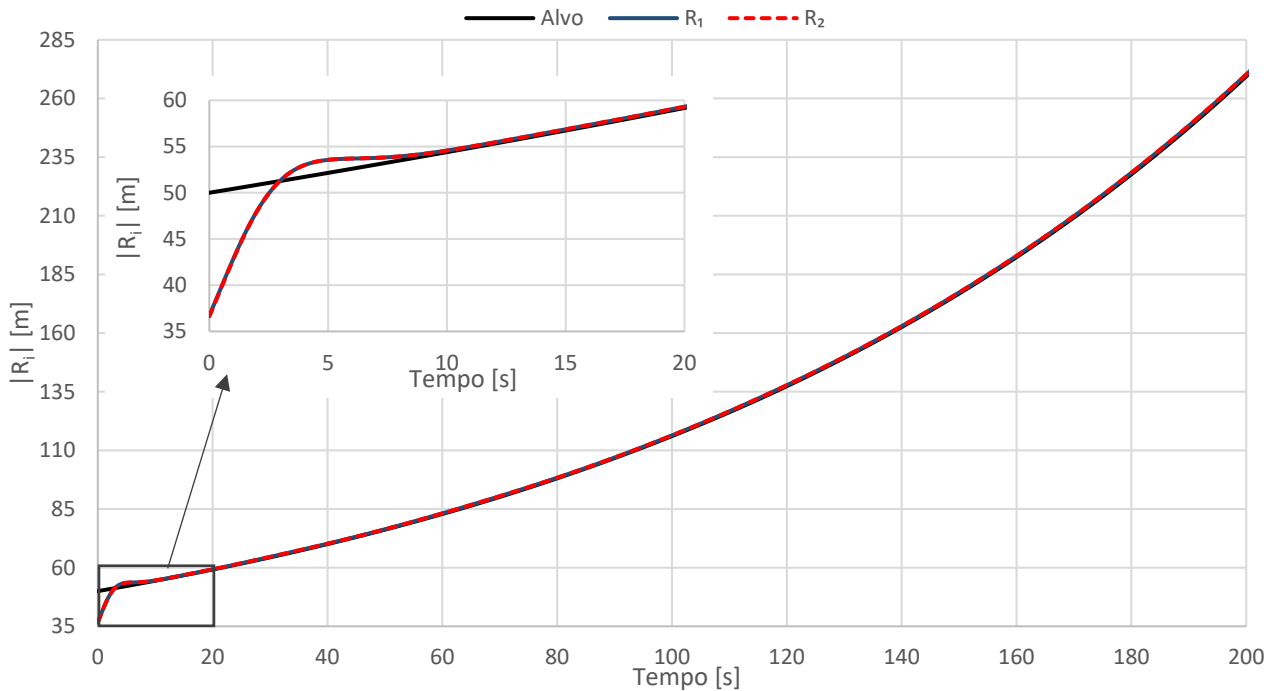


Figura 3.9: Raios de curvatura da trajetória, do ponto 1 e do ponto 2

Por causa do desalinhamento inicial deste exemplo, o raio de curvatura dos pontos 1 e 2 difere do raio de trajetória-alvo nos primeiros 5 s (ver figura 3.9). O desvio radial entre os pontos 1 e 2 estabiliza em cerca de 10 s em torno do valor definido para o raio local de curvatura  $R_s$  (raio alvo).

### 3.3 Algoritmo 2: Eixo traseiro passa no ponto-alvo

O objetivo desta segunda versão do algoritmo é guiar as rodas com um ângulos médios  $\theta_1$  e  $\theta_2$  tais que o centro do o eixo traseiro (ponto 2) passe no ponto de mira. Na figura 3.10 apresenta-se o esquema geométrico deste guiamento.

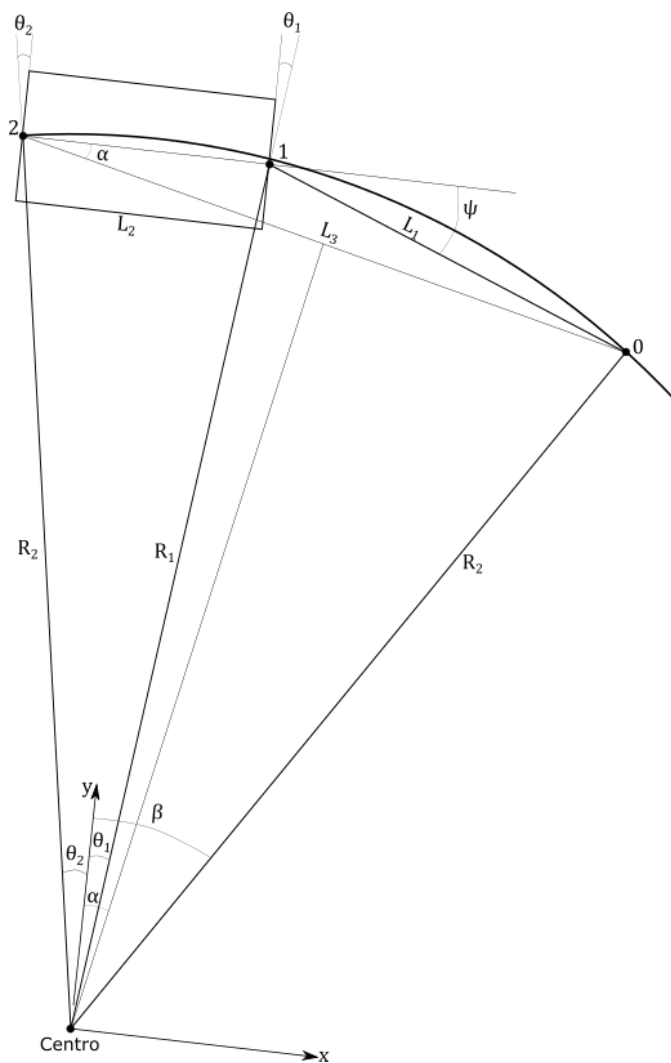


Figura 3.10: Geometria do algoritmo 2

Da geometria temos que,

$$\begin{cases} L_3 \sin \alpha = L_1 \sin \psi \\ L_3 \cos \alpha = L_2 + L_1 \cos \psi. \end{cases} \quad (3.27)$$

$$L_3^2 = L_1^2 + L_2^2 - 2L_1L_2 \cos(\pi + \psi) = L_1^2 + L_2^2 + 2L_1L_2 \cos \psi. \quad (3.28)$$

Projetando  $R_2$  e  $R_1$  no eixo do  $x$  e  $y$  temos

$$\begin{cases} -R_2 \sin \theta_2 - R_1 \sin \theta_1 = L_2 \\ R_2 \cos \theta_2 - R_1 \cos \theta_1 = 0. \end{cases} \quad (3.29)$$

Do sistema 3.29 de equações obtém-se a relação entre o raio de curvatura do ponto 1 e do ponto 2

$$R_1 = R_2 \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_1}. \quad (3.30)$$

Da figura 3.10 temos que,

$$\frac{L_3}{2} = -R_2 \cos \left[ \frac{\pi}{2} - (\theta_2 - \alpha) \right] = -R_2 \sin(\theta_2 - \alpha) = -R_2 [\sin \theta_2 \cos \alpha - \sin \alpha \cos \theta_2]. \quad (3.31)$$

Substituindo 3.27 em 3.31 temos

$$\frac{L_3}{2} = -R_2 \left[ \sin \theta_2 \frac{L_2 + L_1 \cos \psi}{L_3} - \frac{L_1}{L_3} \sin \psi \cos \theta_2 \right]. \quad (3.32)$$

Ao fim de algumas simplificações obtém-se o raio de curvatura  $R_2$ ,

$$R_2 = \frac{L_1^2 + L_2^2 + 2L_1L_2 \cos \psi}{2 [L_1 \sin(\psi - \theta_2) - L_2 \sin \theta_2]}. \quad (3.33)$$

Da figura 3.10 obtém-se a relação

$$\theta_2 - \alpha = -\beta + \alpha \rightarrow \beta = 2\alpha - \theta_2. \quad (3.34)$$

Adicionalmente temos,

$$\begin{cases} L_1 \cos \psi + R_1 \sin \theta_1 = R_2 \sin \beta \\ L_1 \sin \psi - R_1 \cos \theta_1 = -R_2 \cos \beta. \end{cases} \quad (3.35)$$

Multiplicando a primeira equação do sistema 3.35 por  $\cos \theta_1$  e a segunda por  $\sin \theta_1$  obtém-se o seguinte sistema,

$$\begin{cases} L_1 \cos \psi \cos \theta_1 + R_1 \sin \theta_1 \cos \theta_1 = R_2 \sin \beta \cos \theta_1 \\ L_1 \sin \psi \sin \theta_1 - R_1 \cos \theta_1 \sin \theta_1 = -R_2 \cos \beta \sin \theta_1. \end{cases} \quad (3.36)$$

Simplificando o sistema 3.36 obtém-se o ângulo médio de inclinação do eixo dianteiro,  $\theta_1$

$$\theta_1 = \text{atan} \left( \frac{R_2 \sin \beta - L_1 \cos \psi}{R_2 \cos \beta + L_1 \sin \psi} \right). \quad (3.37)$$

O cálculo dos avanços dos pontos 1 para 1' e de 2 para 2' no referencial do veículo e no referencial absoluto (X,Y) são dados pelas mesmas equações estabelecidas para o algoritmo 1 (ver equações 3.21, 3.22, 3.25 e 3.26).

Exemplo de trajetória

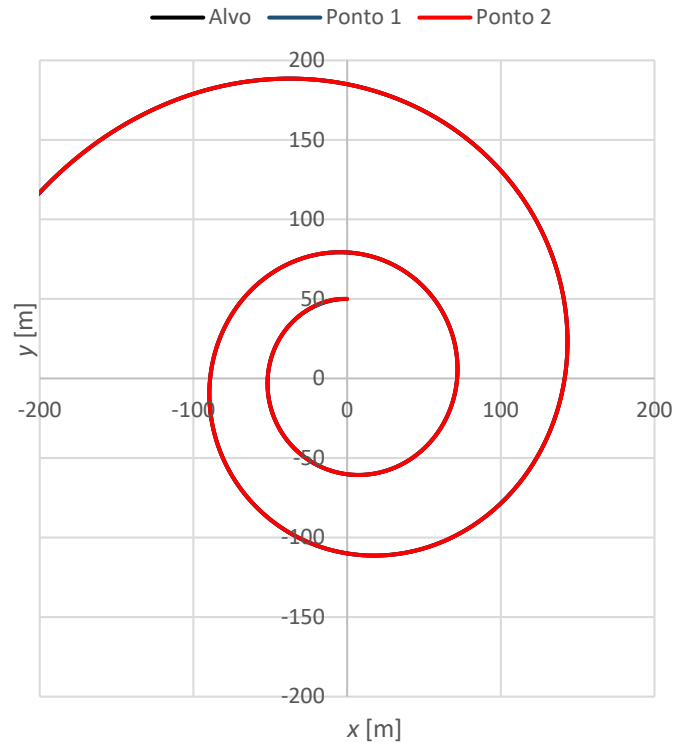


Figura 3.11: Resposta do veículo a trajetória curvilínea usando o algoritmo 2 com  $R_s = -50e^{b\theta}$ ,  $b = 0,31$ ,  $\theta = [0, 2\pi]$ .

A figura 3.11 exemplifica o comportamento do veículo seguindo uma trajetória alvo em espiral semelhante ao exemplo da figura 3.7 usada para o algoritmo 1, mas agora a curvatura é para a esquerda. Neste exemplo, o raio inicial é também de 50 m, a velocidade é  $7 \text{ m s}^{-1}$ ,  $L_1 = 10 \text{ m}$  e  $L_2 = 5 \text{ m}$ . A solução numérica foi obtida com o mesmo passo do exemplo da figura 3.7. Dentro da precisão do gráfico, os desvios máximos do ponto 1 e 2 relativamente à trajetória são também da ordem de  $\delta_i \sim 10^{-4} \text{ m}$ .

As figuras 3.12 e 3.13 permitem observar com maior eficácia a diferença entre as trajetórias dos pontos 1 e 2 relativamente à trajetória ideal.

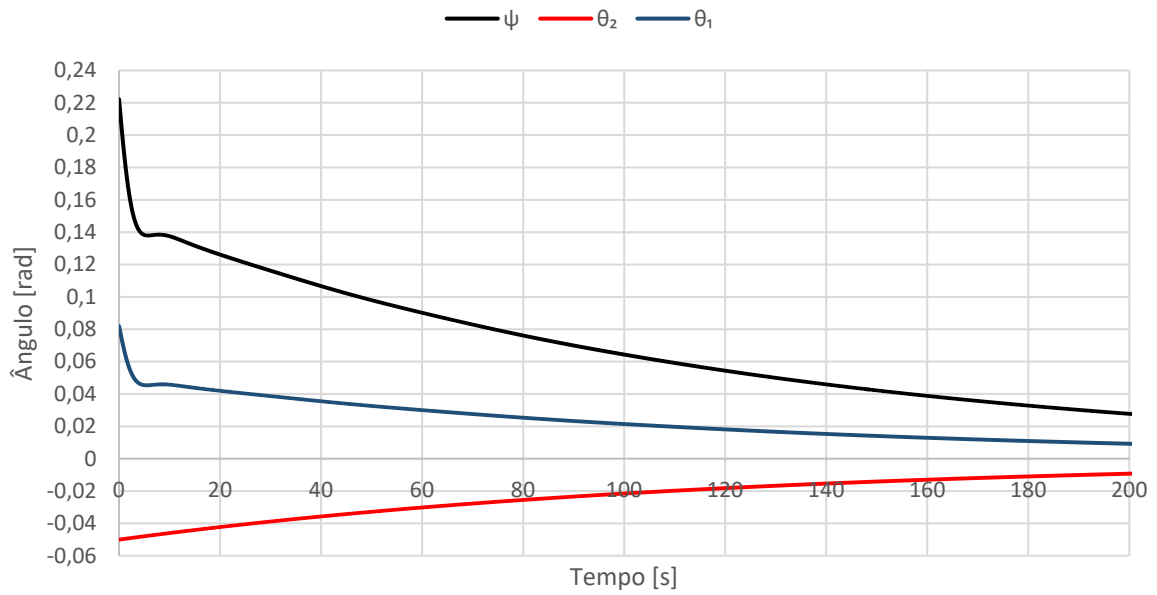


Figura 3.12: Exemplo trajetória do algoritmo 2: ângulo de mira e do eixo traseiro e dianteiro.

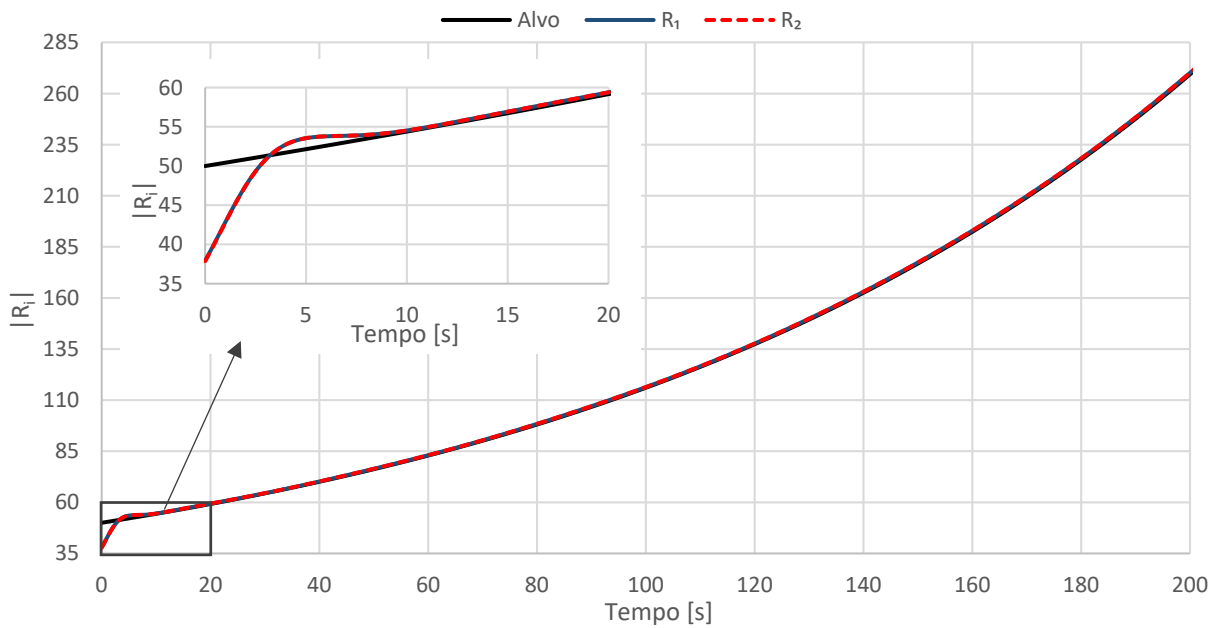


Figura 3.13: Raios de curvatura da trajetória, do ponto 1, do ponto 2 e o desvio radial entre o ponto 1 e 2

Os resultados obtidos são naturalmente iguais ao exemplo da figura 3.7, exceto o sinal dos ângulos que são contrários, uma vez que a curva agora é para a esquerda, logo têm-se  $\psi > 0$ ,  $\theta_1 > 0$ ,  $R_1 > 0$ ,  $R_2 > 0$  e  $\theta_2 < 0$ .



### 3.4 Resposta do sistema de guiamento a perturbações

Neste subcapítulo analisam-se as respostas dos dois algoritmos a vários tipos perturbações provocadas pelo ruído do sistema ótico. Testaram-se vários filtros digitais como forma de atenuar o ruído e melhorar o conforto dos passageiros.

#### Resposta em curva a uma perturbação introduzida no ângulo de mira

No instante  $t$ , o ângulo de mira perturbado é  $\tilde{\Psi}(t) = \Psi(t) + \Delta\Psi(t)$ , em que a perturbação é  $\Delta\Psi(t) = A_0 \sin\left(\frac{2\pi v}{\lambda} t\right) = A_0 \sin(2\pi f t)$ , com amplitude  $A_0$ , comprimento de onda  $\lambda$ , frequência temporal  $f$  e  $v$  é a velocidade do veículo. Na figura 3.14 apresenta-se um esquema do efeito da perturbação no ângulo de mira.

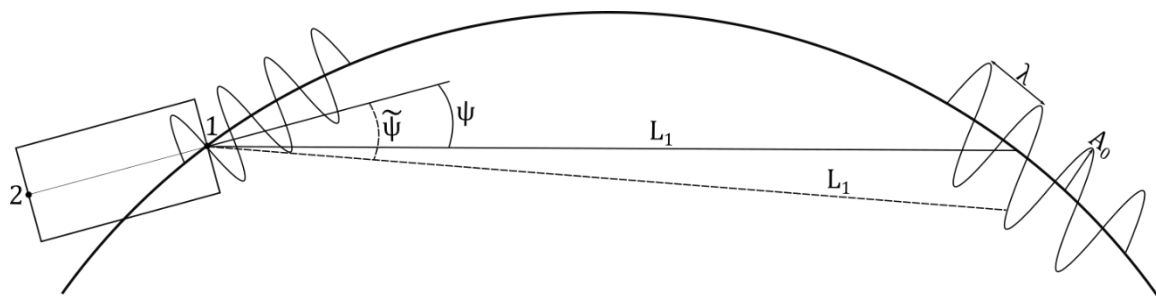


Figura 3.14: Perturbação do ângulo de mira

O guiamento do veículo vai seguir um ponto de mira desviado de um ângulo  $\tilde{\Psi}$  em vez de seguir a trajetória nominal. A função de transferência é a razão entre a amplitude  $\delta_i$  da perturbação do veículo e a perturbação  $A_0' = L_1 \sin A_0$  do ponto de mira:

$$H_i = \frac{\delta_i}{A_0'} . \quad (3.38)$$

Para amplitudes moderadas de perturbação, o sistema é linear e a função de transferência é apenas função do comprimento de onda  $\lambda$  da perturbação.

Os erros no sistema ótico podem derivar, por exemplo, de falhas na fita refletora. Este tipo de erro faz o ponto de mira oscilar ao longo do tempo em torno da posição média de referência sendo possível definir uma densidade espectral destes desvios bem como as suas derivadas.

A norma ISO 8608 define um conjunto de densidades espectrais de irregularidades verticais para várias classes de pavimentos rodoviários, válidas para  $200 \text{ m} > \lambda > 0,1 \text{ m}$ . É costume admitir que a densidade espectral das irregularidades horizontais é semelhante.

Limite entre as classes A/B:	$S(\Omega) = 2,000 \times 10^{-6} \Omega^{-2} \text{ m}^3/\text{rad}$
classes B/C:	$S(\Omega) = 7,968 \times 10^{-6} \Omega^{-2}$
classes C/D:	$S(\Omega) = 3,175 \times 10^{-5} \Omega^{-2}$
classes D/E:	$S(\Omega) = 1,265 \times 10^{-4} \Omega^{-2}$
classes E/F:	$S(\Omega) = 5,040 \times 10^{-4} \Omega^{-2}$
classes F/G:	$S(\Omega) = 2,008 \times 10^{-3} \Omega^{-2}$
classes G/H:	$S(\Omega) = 8,000 \times 10^{-3} \Omega^{-2}$

Tabela 3-1: Funções de densidade espectral de irregularidades para várias classes de pavimento rodoviário (Norma ISO 8608).

As autoestradas em melhor estado são classificadas entre as classes C/D. As de pior qualidade têm espectros nas gamas de E/F. A classe H representa estradas secundárias onde apenas se circula a baixa velocidade, como caminhos de terra. A classe A só é atribuída a pistas aeroportuárias em excelente estado de conservação. As classes D/E representam estradas de qualidade intermédia.

Como se disse, é comum considerar que as funções espectrais de irregularidades são iguais em ambas as direções, tanto vertical como lateral. Dada a dificuldade em quantificar a densidade espectral do ruído de posição do ponto de mira, tomaremos as funções espectrais de irregularidades verticais da norma ISO 8608 como referência.

As funções de distribuição de densidades espectrais em função da frequência angular espacial  $\Omega$ , podem ser convertidas em espectros de frequência temporal  $f$ , caso  $v$  seja conhecida.

$$\Omega = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{v} \left[ \frac{\text{rad}}{\text{m}} \right]. \quad (3.39)$$

A densidade espectral depende do tipo de argumento:

$$S_{\Omega} = \frac{v}{2\pi} S\left(\frac{2\pi f}{v}\right) \rightarrow S_f = \frac{2\pi}{v} S_{\Omega} [\text{m}^2\text{s}]. \quad (3.40)$$

De acordo com o teorema geral da teoria dos processos estocásticos, em determinadas condições (de estacionaridade, ergodicidade, etc...) que são cumpridas no âmbito desta análise, as derivadas da densidade espectral obtêm-se multiplicando os espectros originais pelo quadrado da frequência. Sendo assim o espectro das velocidades das irregularidades  $S_f'$  é dado por (Newland, 1975),

$$S_f' = S_f f^2. \quad (3.41)$$

O espectro de aceleração  $S_f''$ , obtêm-se de

$$S_f'' = S_f' f^2 = S_f f^4. \quad (3.42)$$

As grandezas  $S_f H_i^2$  e  $S_f'' H_i^2$  permitem determinar os espectros de deslocamento e aceleração do ruído, que servirão para comparar os dois algoritmos de guiamento. Para simular o ruído de posição do ponto de mira escolheu-se a densidade espectral da classe de pavimento C/E.

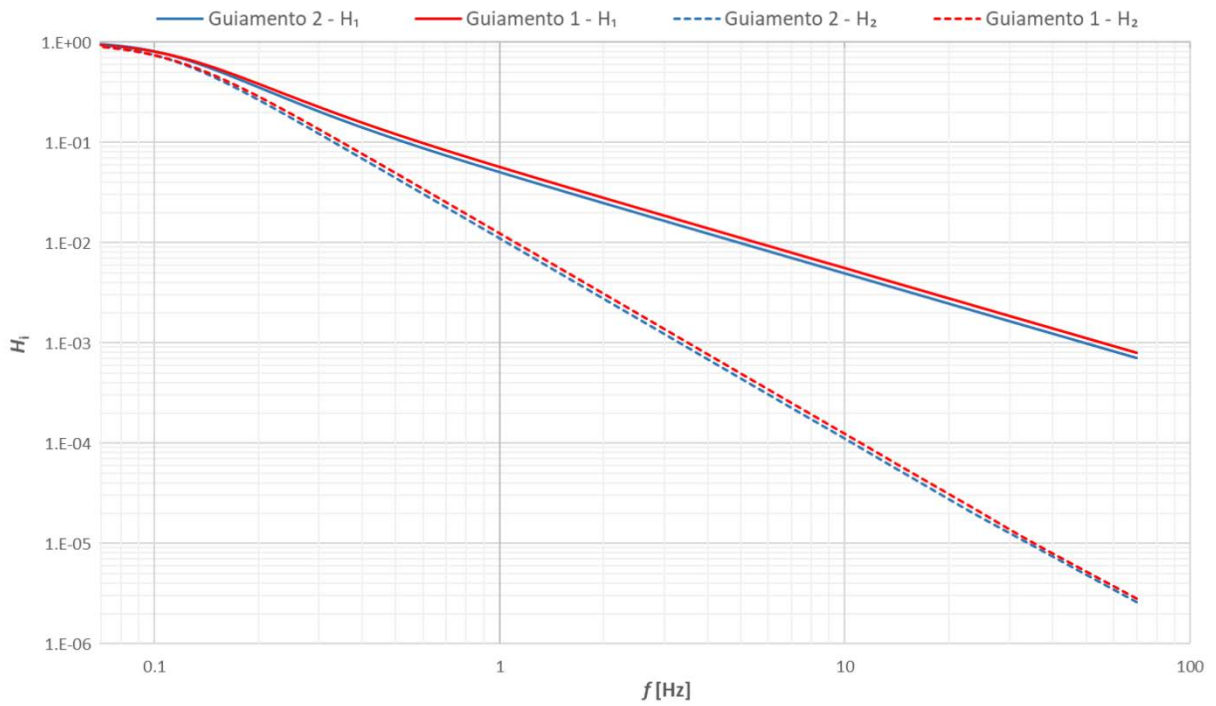


Figura 3.15: Função de transferência dos guiamentos para  $v = 7 \text{ m s}^{-1}$ .

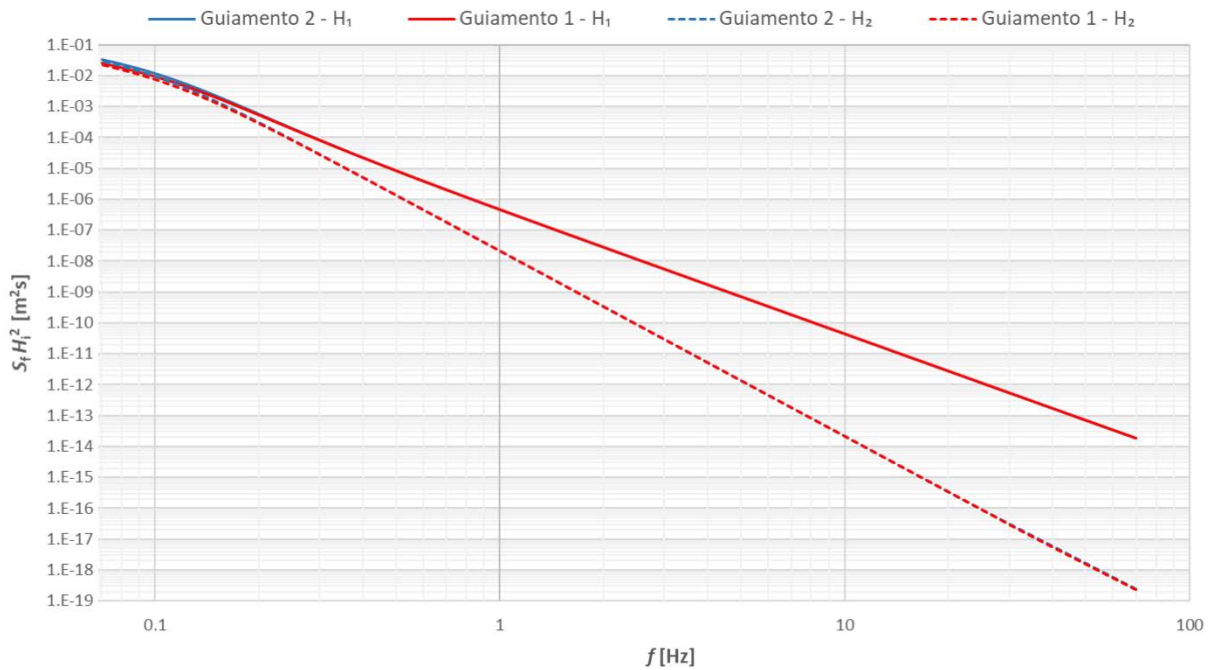


Figura 3.16: Densidade espectral dos deslocamentos das irregularidades para  $v = 7 \text{ m s}^{-1}$ .

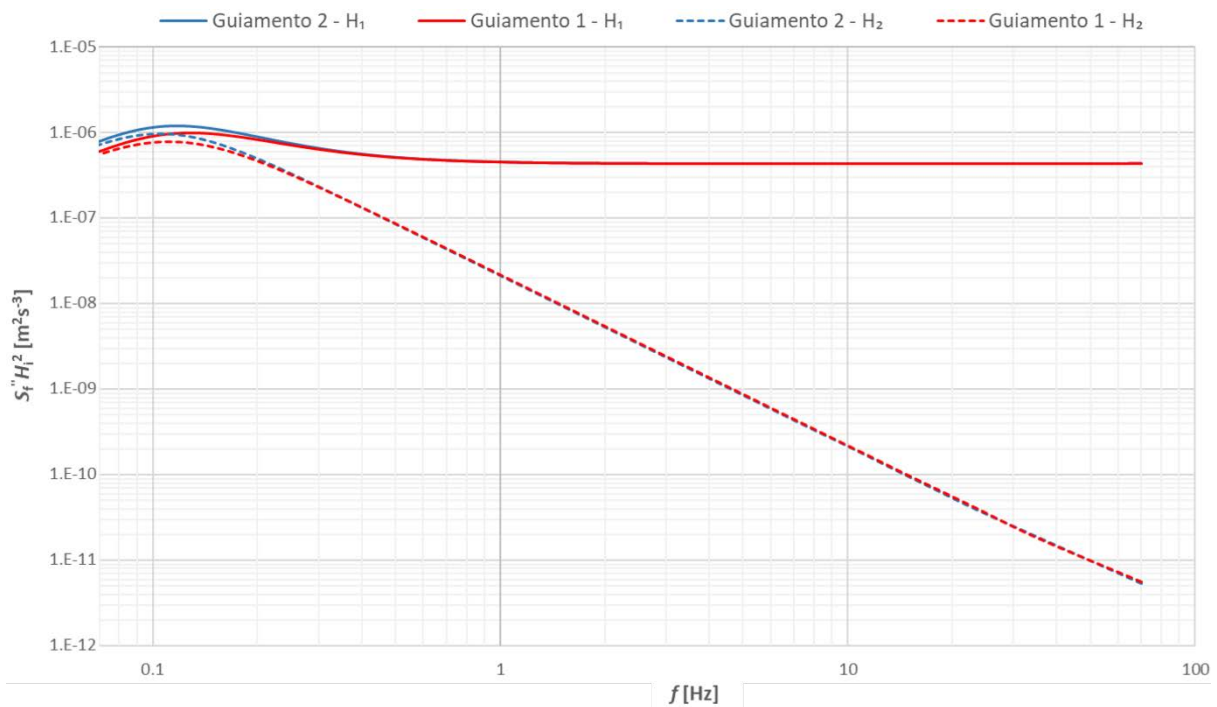


Figura 3.17: Densidade espectral das acelerações da irregularidades para  $v = 7 \text{ m s}^{-1}$ .

Em ambos os algoritmos considerados, a orientação do eixo traseiro relativamente ao veículo é apenas função do raio local de curvatura, conhecido antecipadamente e guardado na base de dados da geometria da via. Apenas a orientação do eixo da frente tem *feedback* ativo: o algoritmo 1 orienta este eixo de modo a que o ponto 1 da figura 3.14 se dirija para o ponto de mira; o algoritmo 2 orienta o mesmo eixo da frente de modo a que o ponto 2 da figura 3.14 se dirija para o ponto de mira.

Dada uma certa trajetória do ponto 1, o ponto 2 segue-o rebocado por um braço  $L_2$ . Este tipo de guiamento por um braço reduz a amplitude das perturbações do ponto 2 relativamente ao 1. Para ambos os guiamentos  $f \rightarrow \infty, H_i \rightarrow 0$  e  $f \rightarrow 0, H_i \rightarrow 1$ , como seria de esperar.

Na integração das equações cinemáticas, teve-se o cuidado de usar um passo temporal tal que o passo espacial fosse duas ordens de grandeza menor que o comprimento de onda da perturbação. Além disso, diminui-se a amplitude da perturbação para frequências elevadas, uma vez que para esta gama de frequências o espectro das irregularidades (dado pela tabela 3.1) diminui drasticamente.

Para pequenos comprimentos de onda ( $f > 1 \text{ Hz}$ ), o guiamento 2 apresenta uma amplitude da função de transferência menor que o guiamento 1, sendo a redução maior para o eixo dianteiro. Para comprimentos de onda maiores ( $f < 0,1 \text{ Hz}$ ), verifica-se o inverso, o guiamento 2 apresenta uma amplitude de resposta maior do que o guiamento 1. Em particular, para comprimentos de onda grandes o espectro de acelerações do guiamento 2 é maior.

É conveniente que o guiamento responda a perturbações de baixa frequência, porque podem representar uma característica do traçado a seguir. É vantajoso que o veículo responda a estas perturbações para corrigir a trajetória sem embater nas paredes do túnel.

Ruídos de alta frequência serão típicos de pequenas irregularidades aleatórias, como o desgaste da fita refletora. É desejável que o guiamento filtre este ruído, de forma a melhorar o conforto dos passageiros.

Sendo assim conclui-se, sem medidas adicionais de atenuação, o guiamento 2 oferece um conforto ligeiramente superior ao guiamento 1. A resposta pode ser melhorada com a utilização de filtros digitais, nomeadamente na redução da amplitude do espectro de acelerações do ponto 1 na gama das altas frequências.

### 3.5 Medidas de atenuação do ruído ótico: Introdução de filtros digitais

Um método para controlar o ruído de localização do ponto de mira é utilizar um filtro digital com base na média flutuante de  $n$  pontos. Sendo  $\delta_t$  o período de aquisição de dados, os  $n$  pontos distribuem-se por um tempo de filtragem

$$\Delta t_{filtro} = n \delta_t . \quad (3.43)$$

Aplicando a média flutuante ao ângulo de mira perturbado dos  $n$  pontos anteriores obtém-se

$$\bar{\Psi}(t) = \frac{\sum_{i=0}^n \tilde{\Psi}(t - i \delta_t)}{n} , \quad (3.44)$$

$$\bar{\Psi}(t + \delta_t) \approx \frac{n}{n+1} \bar{\Psi}(t) + \frac{\tilde{\Psi}(t + \delta_t)}{n+1} . \quad (3.45)$$

Em que  $\bar{\Psi}$  é a média dos primeiros  $n$  valores do ângulo de mira perturbado sem qualquer correção,  $\tilde{\Psi}(t + \delta_t)$  é o valor do ângulo de mira perturbado para o instante seguinte ao valor  $n$  e  $\bar{\Psi}(t + \delta_t)$  representa o novo valor do ângulo de mira ponderado pelo filtro.

Como o eixo dianteiro (ponto 1) foi aquele que apresentou uma maior amplitude de resposta às perturbações, nas figuras 3.18 a 3.23 apresentam-se as funções de transferência e respetivos espectros do ponto 1 para ambos os algoritmos de guiamento. Naturalmente qualquer melhoria no eixo dianteiro implica uma melhoria no ponto 2, uma vez que este é guiado por ele.

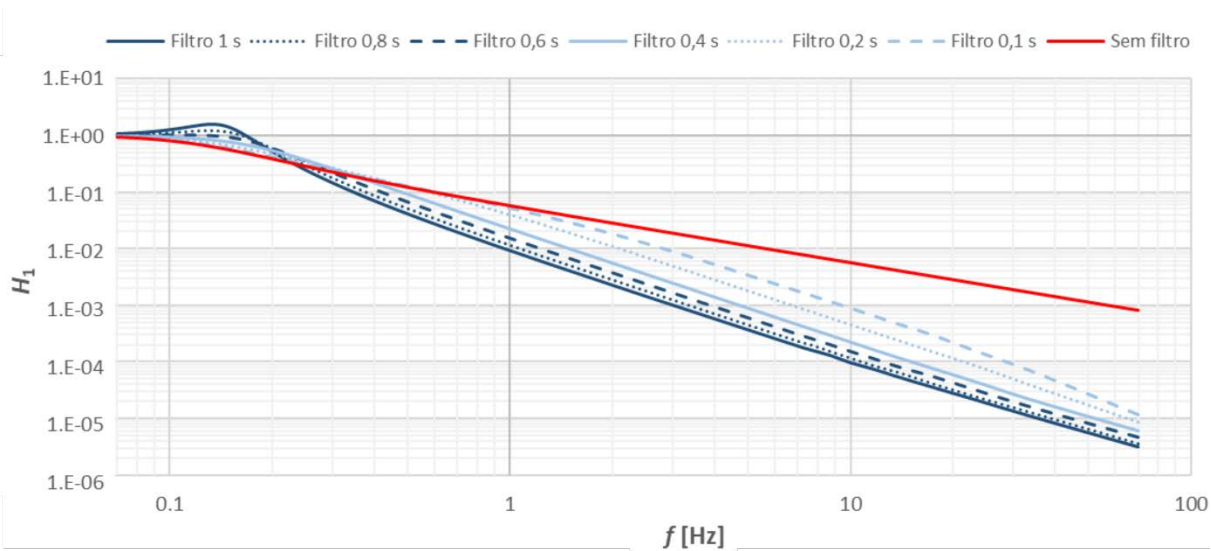


Figura 3.18: Algoritmo 1 - Função de transferência com aplicação de filtros temporais e  $v = 7 \text{ m s}^{-1}$ .

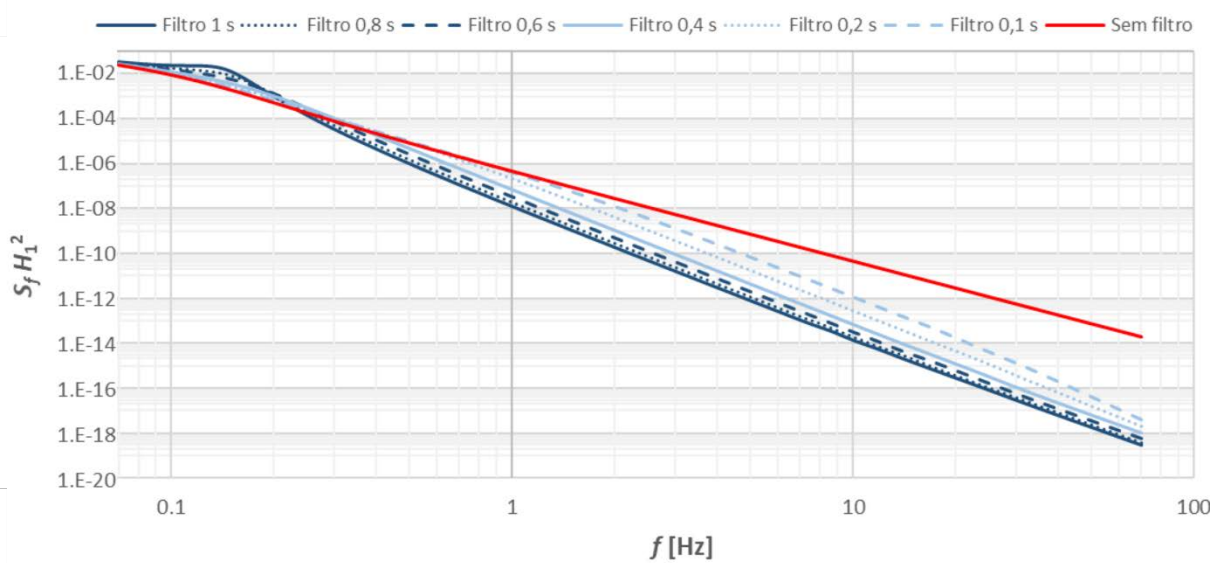


Figura 3.19: Algoritmo 1 - Espectro da densidade de deslocamentos de irregularidades com aplicação de filtros temporais e  $v = 7 \text{ m s}^{-1}$ .

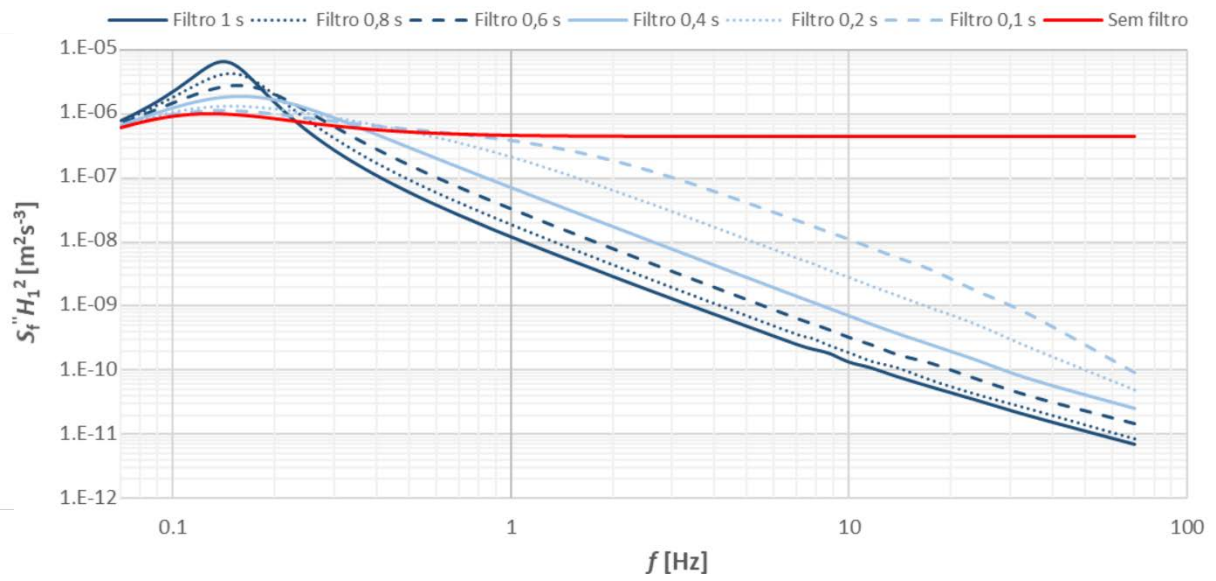


Figura 3.20: Algoritmo 1 - Espectro da densidade de acelerações de irregularidades com aplicação de filtros temporais e  $v = 7 \text{ m s}^{-1}$ .

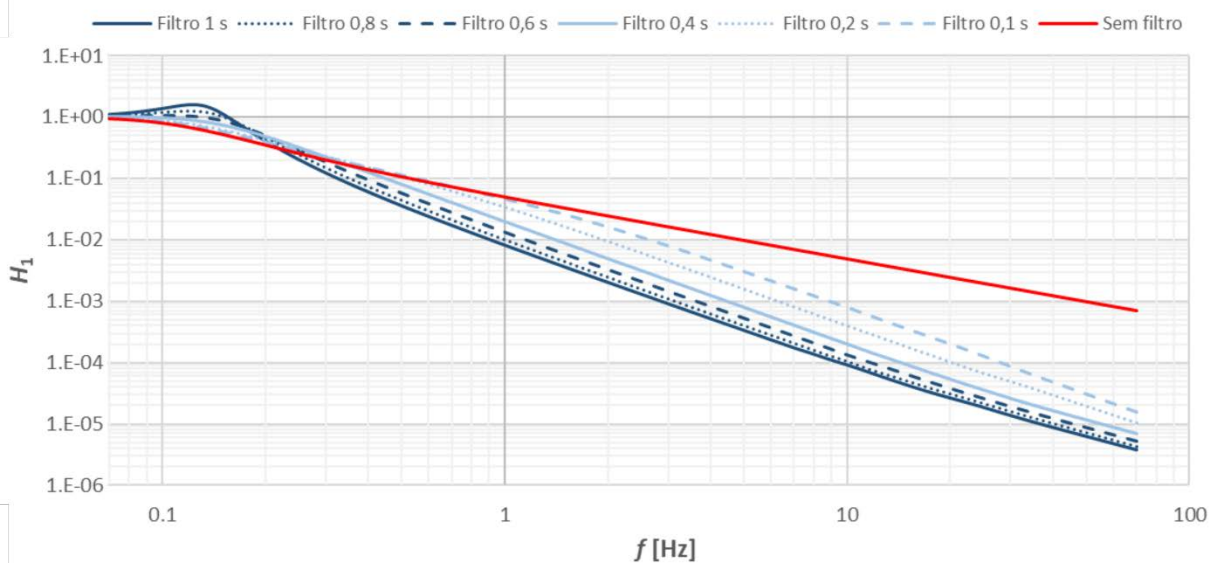


Figura 3.21: Algoritmo 2 - Função de transferência do com aplicação de filtros temporais e  $v = 7 \text{ m s}^{-1}$ .

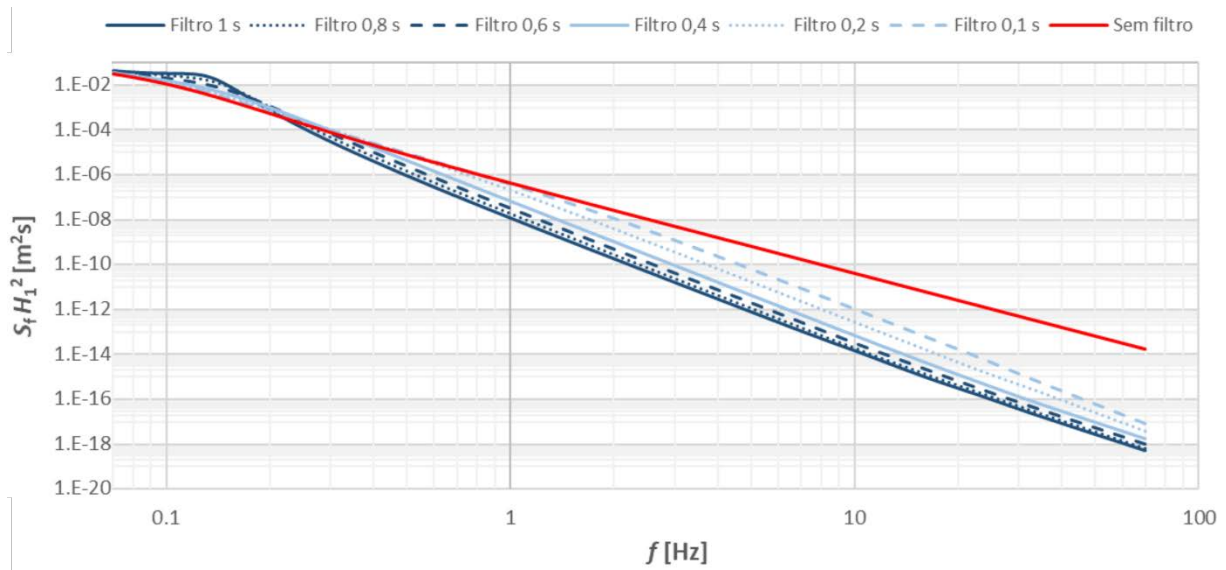


Figura 3.22: Algoritmo 2 - Espectro da densidade de deslocamentos de irregularidades com aplicação de filtros temporais e  $v = 7 \text{ m s}^{-1}$ .

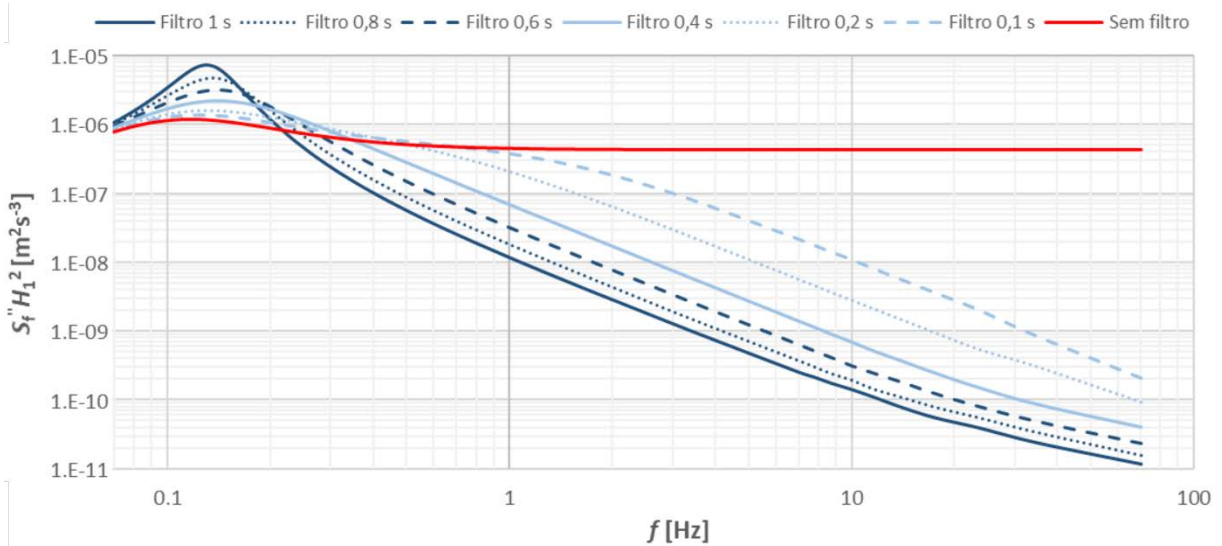


Figura 3.23: Algoritmo 2 - Espectro da densidade de acelerações de irregularidades com aplicação de filtros temporais e  $v = 7 \text{ m s}^{-1}$ .

Para frequências elevadas, o aumento da janela temporal do filtro digital reduz drasticamente o espectro de acelerações do ponto 1. Para o algoritmo 1, um filtro com uma janela de 1 segundo reduz cerca de 5 ordens de grandeza as acelerações de frequências superiores a 10 Hz. Nessa gama de frequências o mesmo filtro produz uma redução de 4 ordens de grandeza aplicado ao algoritmo 2. Para os espectros de deslocamento, a redução é de 6 ordens de grandeza para ambos os algoritmos, nesta gama de frequências.

Para frequências baixas, da ordem de 0,1 Hz, o aumento da janela temporal origina uma amplificação da resposta. Dado que a amplitude das perturbações indesejáveis nesta gama de frequências é praticamente nula,



esta amplificação é perfeitamente tolerável. A mudança do raio de curvatura é uma perturbação de baixa frequência e neste caso até pode ser desejável um aumento da amplitude da resposta. Sobretudo, é fácil controlar as perturbações de baixa frequência (grande comprimento de onda) da fita refletora, compensando inclusive as características da resposta do guiamento.

Os filtros digitais introduzem um atraso na resposta que pode prejudicar o guiamento, uma vez que em situações de mudança de trajetória queremos uma resposta rápida do veículo. Surge assim a necessidade de avaliar o comportamento do sistema com filtros digitais em casos em que o atraso na resposta possa constituir um inconveniente. Vamos examinar a resposta do sistema de guiamento a uma perturbação do tipo degrau e rampa.

### 3.6 Resposta do guiamento a perturbação do tipo degrau

A resposta ao degrau permite avaliar a robustez do sistema de guiamento a perturbações instantâneas de elevada amplitude, que podem afetar a estabilidade do veículo. Uma descontinuidade deste tipo ocorre quando o veículo inicia a sua viagem descentrado da via. Vamos concretizar este exemplo fazendo o veículo partir de repouso com uma aceleração de  $1 \text{ m s}^{-2}$  (até  $v = 7 \text{ m s}^{-1}$ ) e um descentramento inicial de  $\Phi(x_0) = 1,5 \text{ m}$  (ver figura 3.24).

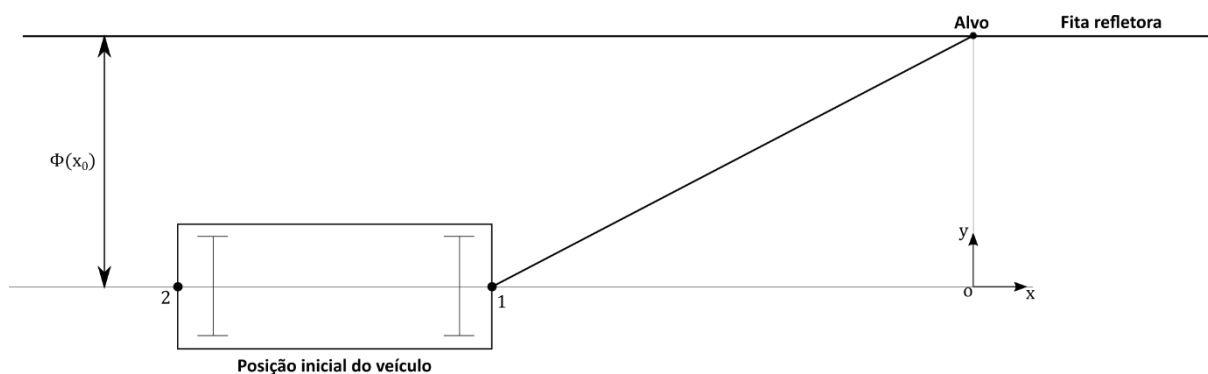


Figura 3.24: Exemplo para análise da resposta ao degrau.

A percentagem de *overshoot* é dada por  $\%_{overshoot} = \frac{\max(y_1) - |\Phi|}{|\Phi|}$  e o coeficiente  $\frac{y_1(x=0)}{|\Phi|}$  avalia o descentramento lateral do veículo quando passa em frente do ponto de mira inicial.

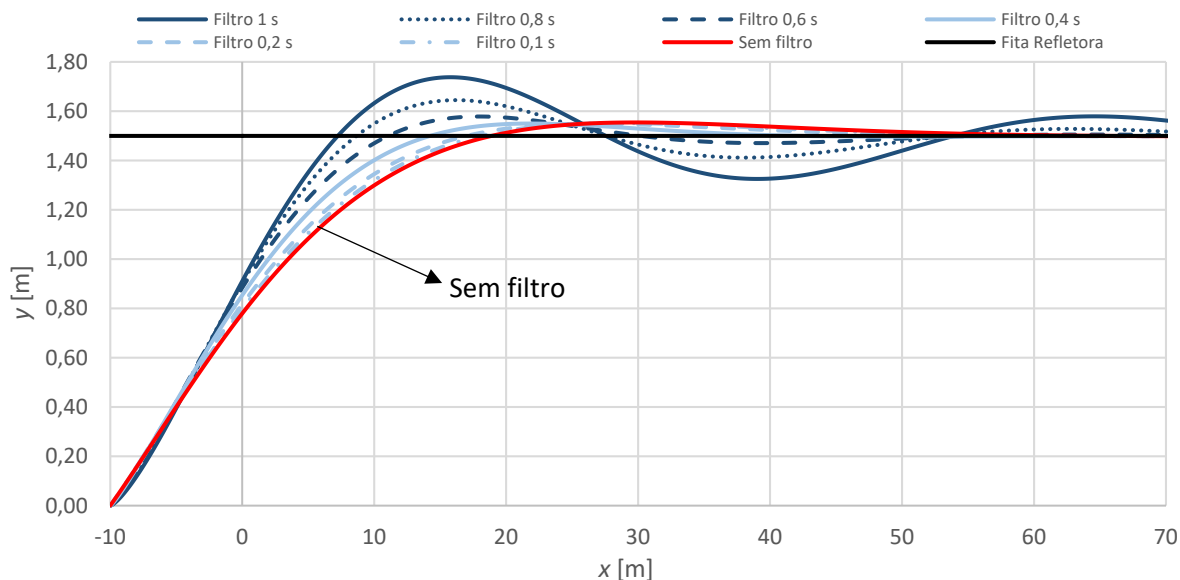


Figura 3.25: Algoritmo 1 - Resposta do eixo dianteiro (ponto 1) a uma entrada do tipo degrau.

	Filtro 1 s	Filtro 0,8 s	Filtro 0,6 s	Filtro 0,4 s	Filtro 0,2 s	Filtro 0,1 s	Sem filtro
$\%_{overshoot}$	0,159	0,097	0,052	0,033	0,033	0,033	0,034
$y_{x=0}/ \Phi $	0,608	0,605	0,603	0,571	0,546	0,533	0,521

Tabela 3-2: Parâmetros de resposta da figura 3.25 (algoritmo 1).

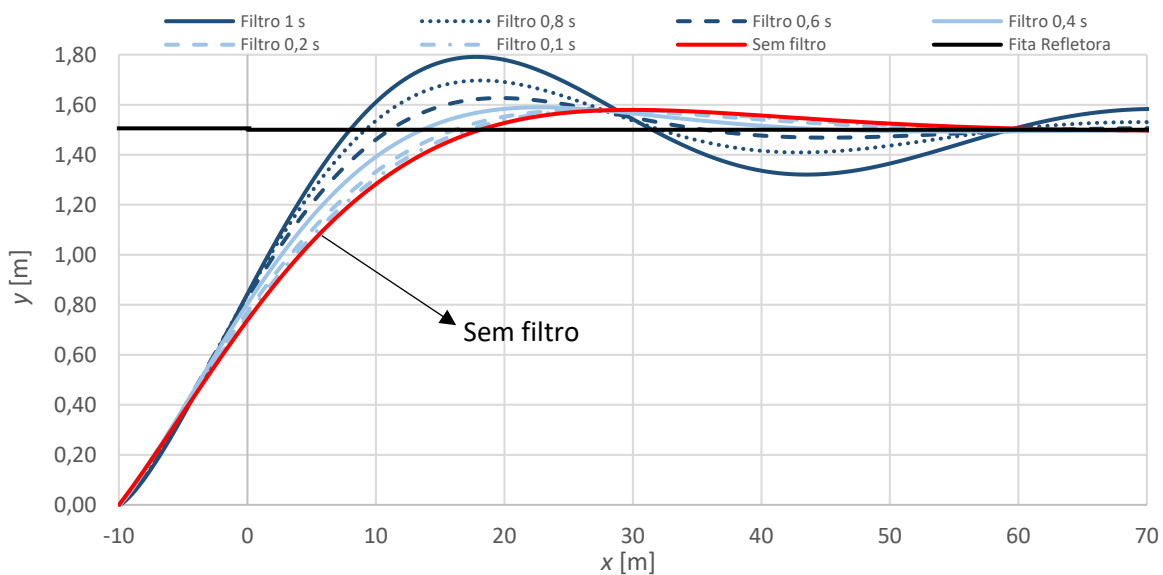


Figura 3.26: Algoritmo 2 - Resposta do eixo dianteiro (ponto 1) a uma entrada do tipo degrau.

	Filtro 1 s	Filtro 0,8 s	Filtro 0,6 s	Filtro 0,4 s	Filtro 0,2 s	Filtro 0,1 s	Sem filtro
$\%_{overshoot}$	0,194	0,131	0,085	0,060	0,053	0,052	0,052
$y_{x=0}/ \Phi $	0,564	0,563	0,554	0,534	0,517	0,505	0,494

Tabela 3-3: Parâmetros de resposta da figura 3.26 (algoritmo 2).

Verifica-se que um aumento da janela temporal do filtro digital provoca um aumento do *overshoot* e o atraso da resposta; contudo, permite que o veículo se encontre mais próximo da posição desejada em  $x = 0$  (coordenada longitudinal do ponto de mira inicial).

Para o mesmo filtro, o algoritmo 2 apresenta um atraso ligeiramente menor que o algoritmo 1. No entanto, o algoritmo 1 apresenta um *overshoot* menor.

Para ambos os algoritmos, o filtro de 0,6 s apresenta um bom compromisso entre os diferentes parâmetros analisados: tem um tempo de estabelecimento ligeiramente maior que a resposta sem filtro, mas em contrapartida, na fase inicial, aproxima o veículo mais depressa da posição da fita refletora (em  $x = 0$  cerca de 16 % mais próxima no algoritmo 1 e 12 % no algoritmo 2, em comparação com o guiamento sem filtro digital).

Adicionalmente, este filtro reduz drasticamente as amplitudes dos espectros de perturbação de ambos os algoritmos para as frequências críticas do guiamento ( $f > 1$  Hz – ver figuras 3.20 e 3.23).

### 3.7 Resposta a uma perturbação do tipo rampa

A resposta a uma rampa permite analisar o comportamento do sistema de guiamento a uma perturbação que varie a uma taxa constante ao longo do tempo. Esta análise avalia, por exemplo, os desvios máximos associados a uma mudança brusca de direção da fita refletora (ver figura 3.27). Interessa determinar o tempo que o sistema demora a estabilizar em torno da nova direção.

Para efeitos de análise, considerou-se uma rampa de com inclinação de 2 % em relação ao alinhamento anterior.

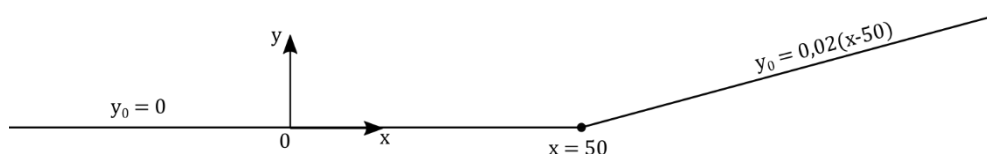


Figura 3.27: Exemplo para análise da resposta a rampa.

$y_0(x)$  é a geometria da fita refletora no referencial  $(x,y)$ . O veículo tem 5 m de comprimento e 10 m de comprimento de mira. A velocidade foi fixada em  $7 \text{ ms}^{-1}$ .

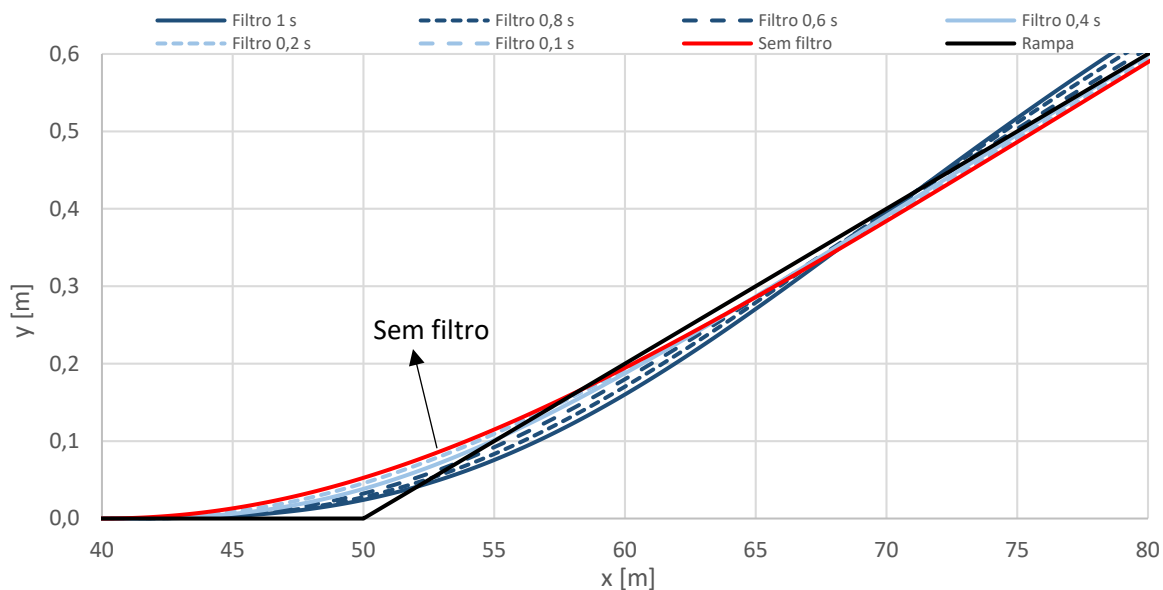


Figura 3.28: Algoritmo 1 - Resposta do eixo dianteiro (ponto 1) a uma entrada do tipo rampa.

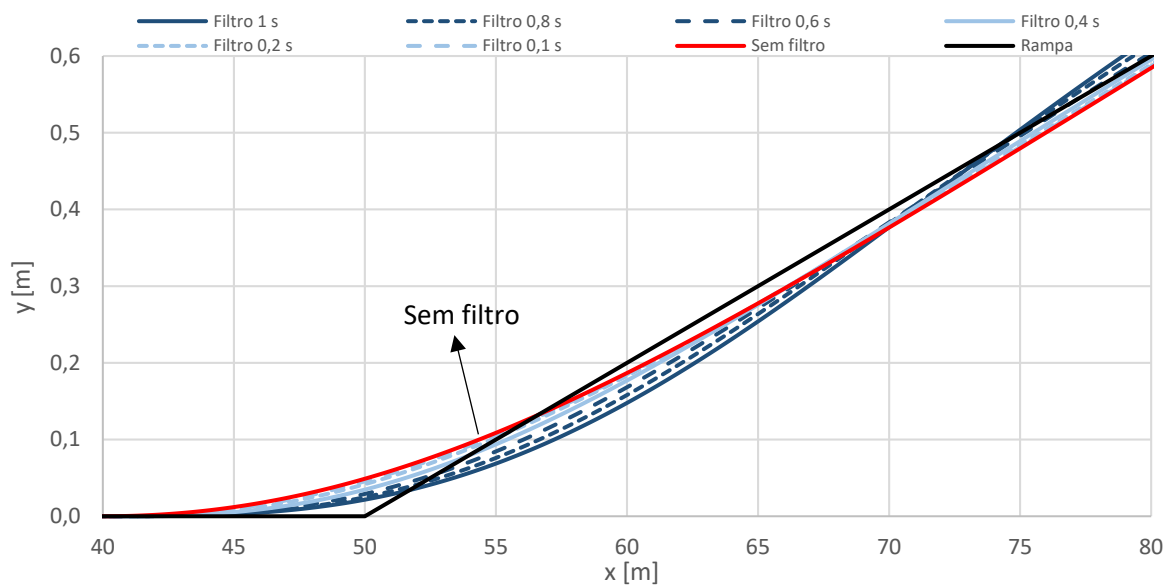


Figura 3.29: Algoritmo 2 - Resposta do eixo dianteiro (ponto 1) a uma entrada do tipo rampa.

Sem filtros digitais, ambos os algoritmos têm uma boa resposta à rampa, suavizando a trajetória brusca da fita refletora sem se desviar significativamente dela. A aplicação de filtros digitais atrasa um pouco a resposta, mas, em geral, reduz o desvio máximo (que ocorre em sítios diferentes conforme o filtro). Verifica-se que uma janela temporal de 1 segundo reduz o raio de curvatura da trajetória do veículo, o que prejudica o conforto dos passageiros. O filtro com uma janela de 0,6 s reduz o desvio máximo e proporciona um raio de curvatura elevado.

De qualquer maneira, as diferenças do guiamento, com e sem filtro são pequenas. Para o exemplo testado o desvio máximo atinge apenas cerca de 3 cm.

Não é muito lógico que o traçado das fitas refletoras apresente inflexões bruscas, sem qualquer curva de concordância, como a examinada no exemplo anterior. Uma situação mais realista é a de um veículo partir do repouso com uma orientação inicial desviada. (ver figura 3.30).

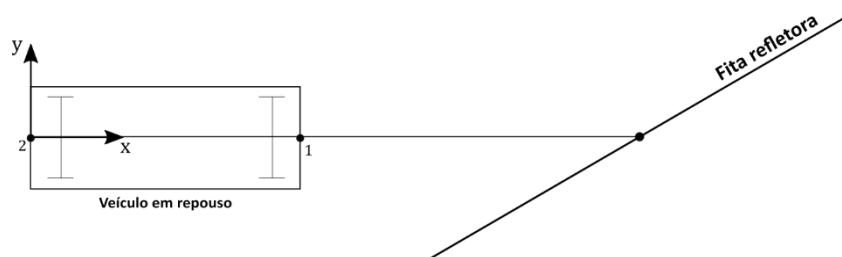


Figura 3.30: Exemplo de resposta em rampa partindo do repouso.

Vamos considerar uma aceleração de  $1 \text{ m s}^{-2}$  até atingir a velocidade máxima de  $7 \text{ m s}^{-1}$ . Nesta situação o veículo dispõe de um maior intervalo de tempo para corrigir a sua trajetória, porque parte com menor velocidade, como tal, verifica-se que para a mesma janela temporal o desvio máximo é menor relativamente ao exemplo anterior (ver figura 3.31). Para o filtro de 1 segundo, o desvio máximo de ambos os algoritmos reduz-se cerca de 1 cm relativamente ao exemplo anterior.

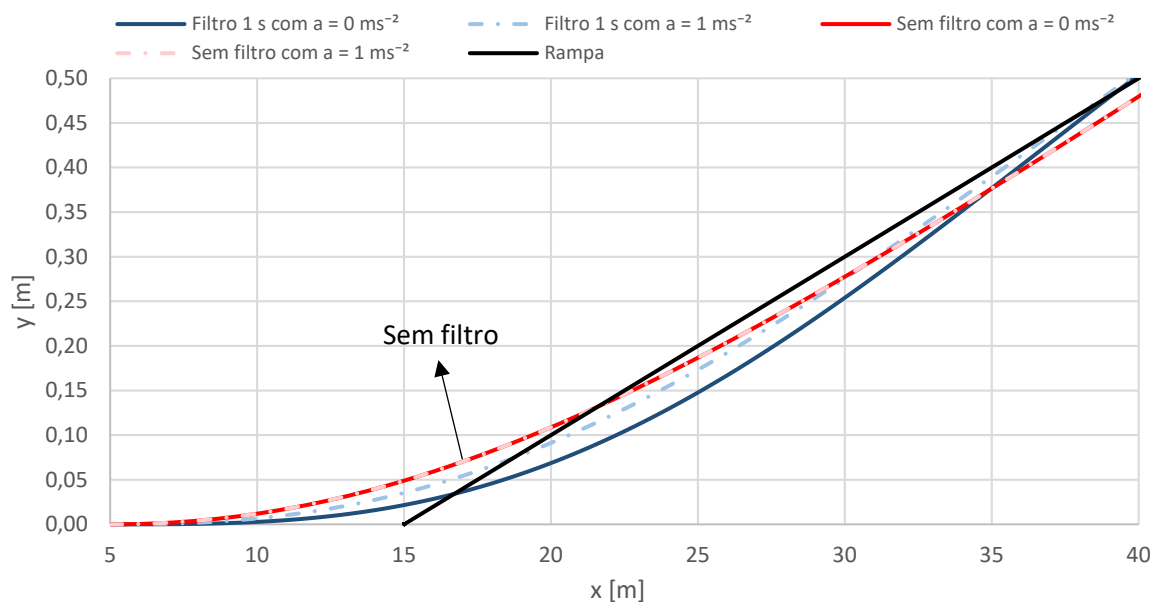


Figura 3.31: Algoritmo 2: Comparação da resposta do eixo dianteiro a uma rampa com aceleração nula e constante.

### 3.8 Resposta do guiamento a um erro na base de dados dos raios de curvatura

Interessa também quantificar os desvios produzidos por erros na base de dados dos raios de curvatura local. Este tipo de erro afeta o ângulo de inclinação do eixo traseiro que é função do raio de curvatura ( $\sin \theta_2 = \frac{L_2}{2R_S}$ ). O ângulo traseiro perturbado  $\tilde{\theta}_2 = \theta_2 + \delta\theta_2$ , onde  $\theta_2$  seria o valor correto caso não houvesse nenhum erro da base de dados e  $\delta\theta_2$  é o desvio angular devido ao erro dessa base de dados. Nos exemplos testados o erro  $\delta\theta_2$  é constante.

O sistema de guiamento, baseado no ponto de mira, corrige o desvio angular do eixo traseiro, mas faz o veículo descrever uma trajetória radialmente desviada da curva nominal (ver figura 3.32).

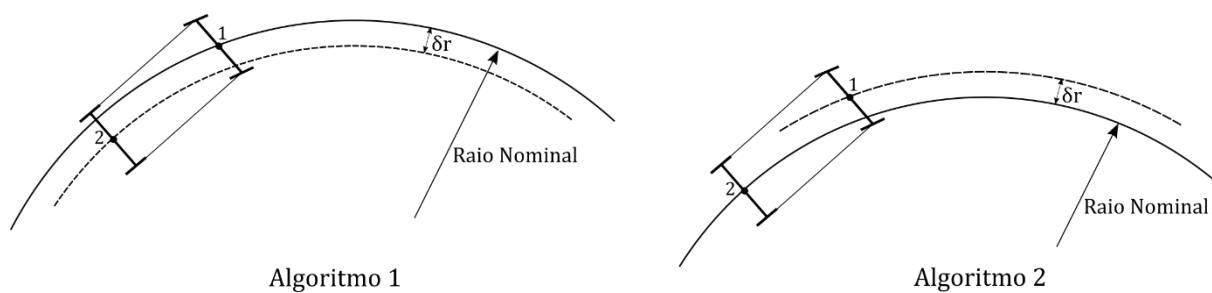


Figura 3.32: Diferenças entre os algoritmos do sistema de guiamento.

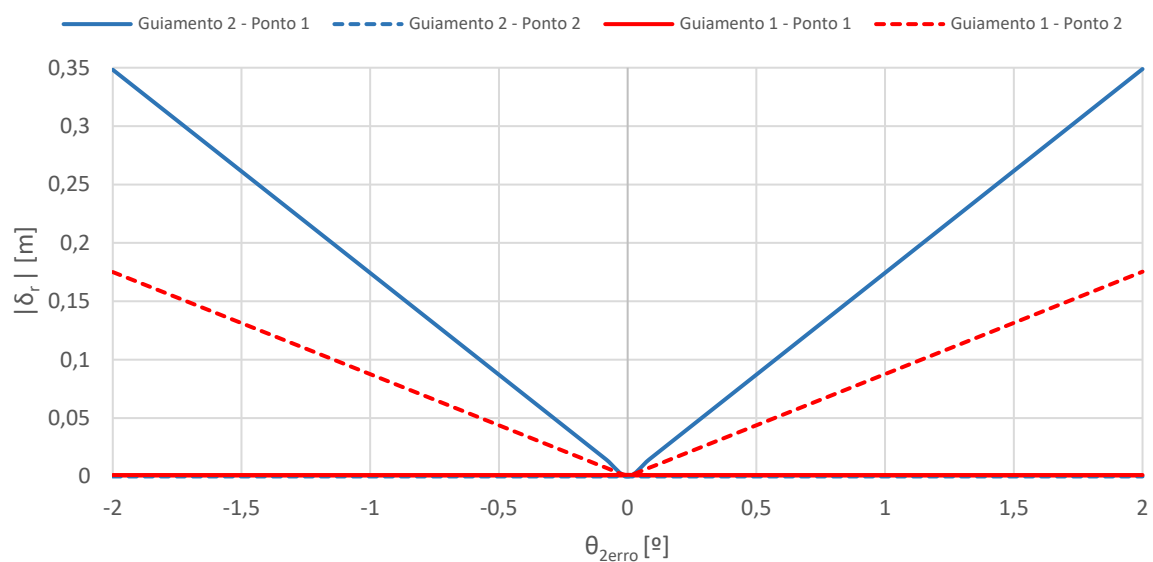


Figura 3.33: Desvios radiais máximos dos eixos do veículo em função do erro na base de dados dos raios de curvatura.

Dada a forma como os dois algoritmos foram concebidos, o eixo que passa pelo ponto de mira tem desvio nulo. No algoritmo 1, é o eixo dianteiro que passa no ponto de mira e no algoritmo 2 é o eixo traseiro. Isto acontece

porque o erro de orientação do eixo traseiro é exatamente compensado para o eixo que deve passar no ponto de mira. Apenas os eixos que “não passam pelo ponto de mira” sofrem um desvio associado ao erro induzido em  $\overline{\theta}_2$ . Esse erro é positivo no algoritmo 2 e negativo no algoritmo 1 (ver figura 3.32).

O algoritmo 2 apresenta um desvio máximo de cerca de  $\delta r = 35$  cm para um erro  $\delta\theta_2 = \pm 2^\circ$  o que, para um raio de curvatura nominal de 50 m, significa um erro de  $\pm 21$  m na base de dados. Para o mesmo erro, o algoritmo 1 apresenta um desvio máximo de  $|\delta r| = 17$  cm.

Estes desvios são pequenos para erros tão significativos em relação ao raio de curvatura nominal, o que demonstra que ambos os algoritmos são robustos para esta gama de erros (ver figura 3.33). Sendo assim, numa transição entre uma reta e uma curva os desvios máximos que ocorreriam seriam aceitáveis mesmo que um erro de localização do veículo induzisse um erro importante no raio local de curvatura.

Adicionalmente, a transição entre uma reta e uma curva nunca seria abrupta, uma vez que existem curvas de concordância cuja curvatura varia suavemente e, portanto, é menos sensível a erros de localização longitudinal, o que traduzir-se-ia em erros menores do aqueles aqui apresentados e, por conseguinte, os desvios seriam menores.

### 3.9 Erros de resolução na captação de imagem

As câmaras de vídeo apresentam erros de resolução que é necessário quantificar de forma a estabelecer a resolução mínima para evitar que os erros de resolução tenham impacto no sistema de guiamento.

A figura 3.34 apresenta esquematicamente os erros de resolução associados à captação da imagem. A incerteza de cada pixel corresponde a uma incerteza angular  $\delta_\psi$ .

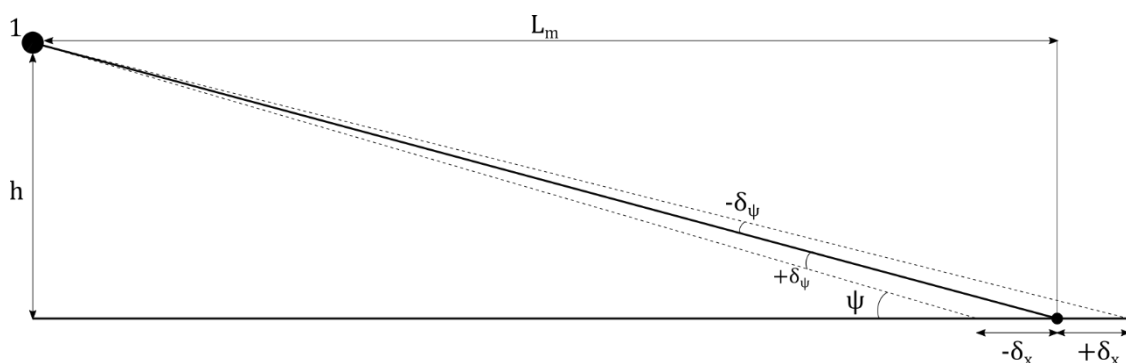


Figura 3.34: Erros de resolução da câmara de vídeo

As câmaras encontram-se na dianteira do veículo, no ponto 1, a uma altura  $h$  do solo. O comprimento de mira longitudinal é  $L_m = \sqrt{L_2^2 - h^2}$ . Os incrementos  $\pm\delta_x$  representam os erros longitudinais devidos à resolução.

O ângulo de mira  $\psi$ , é dado por  $\tan \psi = \frac{h}{L_m}$ .

$$\begin{cases} \tan(\psi - \delta_\psi) = \frac{h}{L_m + \delta_x} \\ \tan(\psi + \delta_\psi) = \frac{h}{L_m - \delta_x} \end{cases} \quad (3.46)$$

Simplificando obtém-se

$$\pm \delta_x = \frac{h}{\tan(\psi \mp \delta_\psi)} - L_m \leftrightarrow \pm \delta_x = \left( \frac{h^2 + L_m^2}{h \mp L_m \tan \delta_\psi} \right) \tan \delta_\psi . \quad (3.47)$$

Para  $L_m \tan \delta_\psi \ll h$ ,

$$\delta_x = \left( \frac{h^2 + L_m^2}{h} \right) \tan \delta_\psi . \quad (3.48)$$

Uma câmara de vídeo HD720p tem uma resolução de 1280 x 720 pixels. Se considerarmos  $L_2 = 10$  m e  $h = 1,8$  m temos que  $L_m \sim 9,8$  m. Se a esta distância a imagem frontal tiver uma área de 1,6 m x 0,9 m a resolução é de  $\delta_y = \delta_z = 1,25 \times 10^{-3}$  m no plano vertical a 9,8 m com  $\tan \delta_\psi = \frac{\delta_y}{L_m} = 1,27 \times 10^{-4}$ . A região captada pela câmara num plano ortogonal à direção de mira é 1,57 x 0,9 m.

Sendo assim temos

$$\begin{cases} \delta_x = 2,25 \times 10^{-3} \text{ m (direção longitudinal)} \\ \delta_z = 1,25 \times 10^{-3} \text{ m (direção transversal)} \end{cases}$$

De realçar que uma entidade captada pelo pixel tem uma incerteza na direção x em relação ao centro projetado do pixel de  $-2,25 \times 10^{-3} \text{ m} < x < 2,25 \times 10^{-3} \text{ m}$ .

As câmaras têm diferentes profundidades de cor (em inglês "*bit depth*") que são usadas para definir a cor de um pixel. Uma *bit depth* de 8 bits significa que existem 256 valores que podem ser atribuídos a cada uma das cores da escala RGB (vermelho, verde e azul) para definir o tom de um pixel. Sendo assim uma câmara de 8 bits permite representar  $256^3$  tonalidades diferentes de cores.

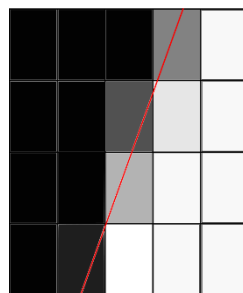


Figura 3.35: Tonalidade dos pixéis da aresta da fita.

Na figura 3.35 apresenta-se o exemplo de como os pixéis representam uma aresta entre o fundo escuro à esquerda e a banda branca à direita. Os pixéis de tons acinzentados têm uma percentagem de cor conforme a proporção de fundo ou de banda clara que apanham. Com esta percentagem e com a resolução do pixel facilmente se obtém a distância a que a aresta da fita (linha vermelha) se encontra da aresta do pixel.



O ruído cromático não permite tirar partido das 256 tonalidades de cada cor, mas, para cada cor da escala RGB, conseguem distinguir-se razoavelmente uns 10 escalões de tons de cinzento. A resolução efetiva de cada cor é

$$\begin{cases} \delta_x = \frac{2,25 \times 10^{-3}}{10} = 2,25 \times 10^{-4} \text{ m (direção longitudinal)} \\ \delta_z = \frac{1,25 \times 10^{-3}}{10} = 1,25 \times 10^{-4} \text{ m (direção transversal)}. \end{cases}$$

Como a medida é feita independentemente em cada uma das três cores RGB a incerteza da média é ainda inferior.

As cores pretas e brancas não são sempre definidas pelo mesmo bit na escala RGB, existem pequenas variações ao longo de uma fiada de pixéis.

Na figura 3.36 apresenta-se um exemplo de uma fiada de pixéis e o bit que caracteriza a sua cor na escala RGB. A linha tracejada representa a aresta da fita refletora. Para o cálculo da distância da aresta da fita à aresta do pixel podemos considerar que o bit da cor 100 % branca é a média dos bits da zona clara e da cor 100 % preta é média dos bits da zona escura para cada uma das três cores RGB. A cor branca é definida como R: 216, G: 214, B: 216 e a cor preta como R: 10, G: 9, B: 10. Sendo assim, para a cor vermelha, a aresta da fita encontra-se a 35 % distância da aresta da zona escura e a 65 % da zona clara. Se agora multiplicarmos esta percentagem pela resolução efetiva obtemos que a aresta da fita se encontra a  $7,9 \times 10^{-5}$  m da zona escura na direção longitudinal. Se fizermos o mesmo para as restantes cores e considerarmos como valor a média das três temos que a aresta da fita se encontra-se a  $7,6 \times 10^{-5}$  m da zona escura. Este algoritmo pode ser utilizado no varrimento da imagem para cada fiada de pixéis.

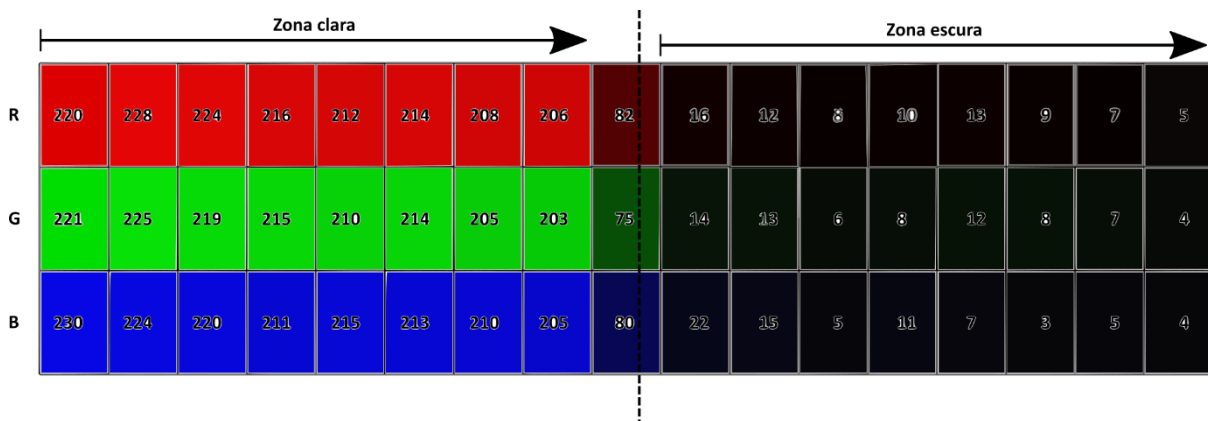


Figura 3.36: Fiadas de pixéis e bits de cor.

No varrimento vai-se confirmando que as diferenças entre pixéis sucessivos são muito pequenas e depois aumentam até reduzir de novo. A fita encontra-se no meio, como exemplificado na figura 3.32.

O tratamento de imagem pode ser inteligente e uma vez determinada a aresta da fita numa iteração, na seguinte não é necessário fazer o varrimento de toda a imagem, mas sim de uma área próxima da aresta determinada anteriormente. Dado que o comprimento da fita é conhecido, uma vez determinada uma aresta a outra

encontra-se também determinada. Reduz-se assim o tempo de computação e a necessidade da capacidade de processamento.

Numa determinada zona-alvo, a posição da fita é medida em várias fiadas segundo  $x$ . As medidas desse conjunto de fiadas são uma distribuição aproximadamente normal. Para este tipo de distribuição o erro da média é proporcional a  $\frac{1}{\sqrt{n}}$  em que  $n$  é a dimensão da amostra. Isto significa que, se aumentarmos o número de pontos 100 vezes, o erro diminui por um fator de 10. A dimensão da amostra depende do número de fiadas consideradas para a média e do número de arestas de cada fiada. Pode aumentar-se a dimensão da amostra se a fita refletora for constituída por várias linhas paralelas, cada uma com duas arestas.

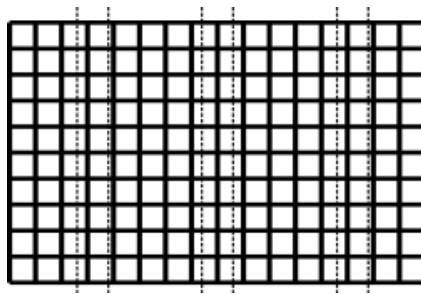


Figura 3.37: Arestas de uma fita refletora com várias linhas.

Na figura 3.37 determina-se a posição de 6 arestas de uma fiada de pixéis (linhas tracejadas) seguindo o algoritmo apresentado. A precisão da medida é seguramente inferior a 1 mm do ponto de vista da câmara, não comprometendo desta forma o guiamento desenvolvido.

## 4. Pré-dimensionamento estrutural

O objetivo deste capítulo é determinar valores aproximados da massa total do veículo tendo em conta as dimensões geométricas já indicadas no capítulo 1. Como apenas se pretende obter algumas considerações gerais sobre a estrutura em função da sua lotação e geometria, será suficiente comparar o veículo a uma estrutura unidimensional sujeita a um determinado carregamento por unidade de comprimento devido à carga útil e ao peso próprio.

Os materiais mais usados em estruturas para veículos são aços de liga, aços de inox e alumínio. Consideraremos o aço como o material de referência para a estrutura.

<b>Aço reforçado</b>	275 MPa - 415 MPa
<b>Aço inox</b>	260 MPa - 520 MPa
<b>Aço temperado e revenido</b>	690 MPa

Tabela 4-1: Tensão limite de cedência típica de alguns aços.

Veremos que a tensão admissível não será o critério limitador do dimensionamento, por isso limitar-nos-emos a calculá-la aproximadamente. Para um aço podemos admitir uma tensão admissível  $\sigma_{adm} = 10^8$  Pa incluindo um bom coeficiente de segurança, uma vez que é comum considerar tensões até 30 % superiores no dimensionamento estrutural de veículos. A densidade dos aços oscila entre os 7800 e os 7890  $\text{kgm}^{-3}$ . Já o módulo de elasticidade é da ordem de  $2 \times 10^{11}$  Pa

### 4.1 Modelo unidimensional da estrutura

A estrutura do veículo pode ser aproximada por um modelo de uma viga unidimensional apoiada nas extremidades sujeita a um carregamento uniforme  $q_1$ , mais o seu peso próprio  $q_0$ , sendo que o objetivo será obter para as condições de projeto o peso próprio.

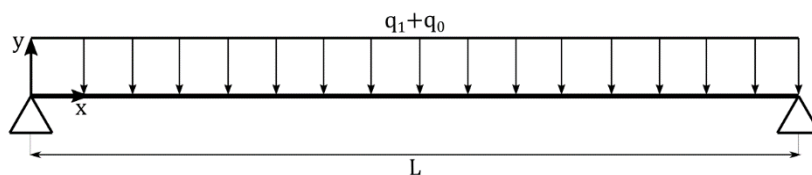


Figura 4.1: Modelo de uma viga unidimensional simplesmente apoiada sujeita a um carregamento uniforme.

O momento fletor é máximo a meio vão e é dado por,

$$M_{max} = (q_1 + q_0) \frac{L_2^2}{8}, \quad (4.1)$$

onde  $L_2$  é o comprimento do veículo que no modelo equivale ao comprimento da viga.

Sendo assim a tensão máxima é (Gere & Timoshenko, 1997)

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max} h}{I} = (q_1 + q_0) \frac{L_2^2 h}{8 I}, \quad (4.2)$$

onde  $I$  representa o momento de inércia da secção transversal da viga e  $h/2$  a distância da fibra extrema ao eixo neutro. A flecha máxima ocorre também a meio vão e é dada por (Gere & Timoshenko, 1997),

$$|y_{max}| = \frac{5(q_1 + q_0)L_2^4}{384EI}. \quad (4.3)$$

Consideremos a estrutura como uma caixa oca de largura  $b$ , altura  $h$  e com paredes de espessura  $\varepsilon$  muito inferiores à altura e à largura.

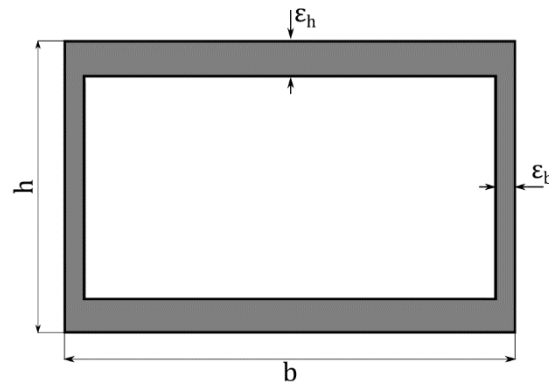


Figura 4.2: Secção oca da estrutura.

O momento de inércia da secção é dado por,

$$I = \frac{bh^3 - (b - \varepsilon_b)(h - \varepsilon_h)^3}{12}, \quad \varepsilon_b \neq \varepsilon_h. \quad (4.4)$$

Se as espessuras forem pequenas em relação às outras dimensões 4.4 simplifica-se  $I \cong \left(\frac{b\varepsilon_h}{2} + \frac{h\varepsilon_b}{6}\right)h^2$ .

A parte do carregamento derivada do peso próprio é  $q_0 \cong 2\rho g(b\varepsilon_b + h\varepsilon_h)$  em que  $\rho$  é a densidade do material da secção e  $g$  o módulo da aceleração gravítica. Substituindo as expressões de  $I$  e  $q_0$  na equação 4.2 obtém-se as seguintes espessuras mínimas para garantir a condição de  $|\sigma_{max}| < \sigma_{adm}$

$$\begin{cases} \varepsilon_b = \alpha \varepsilon_h \\ \varepsilon_h \cong \frac{3q_1 L_2^2}{6\sigma_{adm} h(3b + h\alpha) - 6L_2^2 g(b\alpha + h)}. \end{cases} \quad (4.7)$$

Para satisfazer uma determinada flecha máxima obtém-se

$$\begin{cases} \varepsilon_b = \alpha \varepsilon_h \\ \varepsilon_h \cong \frac{5q_1 L_2^4}{64y_{max} E(3b + h\alpha)h^2 - 10L_2^4 g(b\alpha + h)}. \end{cases} \quad (4.8)$$

Nas figuras 4.3 e 4.4 apresenta-se a espessura mínima e a respetiva massa própria da estrutura para diferentes condições de carregamento com  $h = 1,8$  m,  $L_2 = 5$  m,  $b = 1,8$  m e  $\alpha = 0,5$ . A densidade do aço considerada foi de  $7850 \text{ kgm}^{-3}$ . Os critérios de dimensionamento considerados foram:

- Critério de tensão máxima:  $\sigma_{max} = 10^8$  Pa
- Critério de flecha máxima:  $y_{max} = 0,001$  m

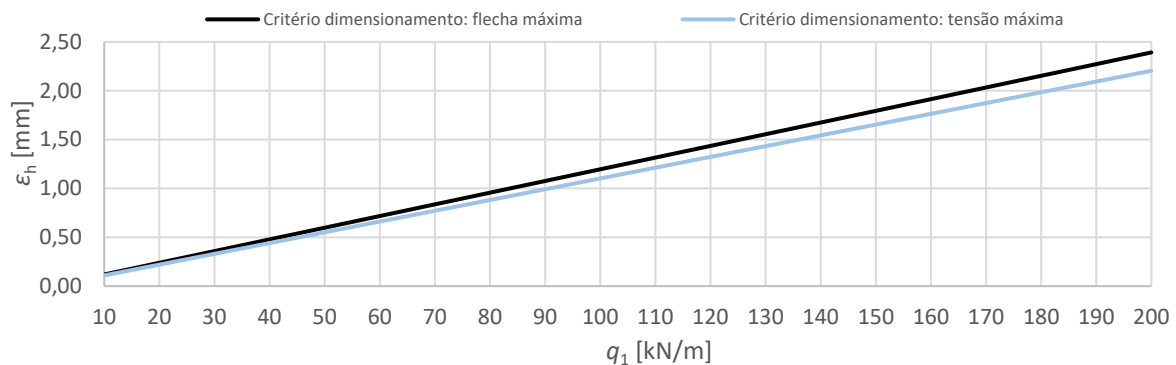


Figura 4.3: Espessura variável da secção em função do carregamento máximo

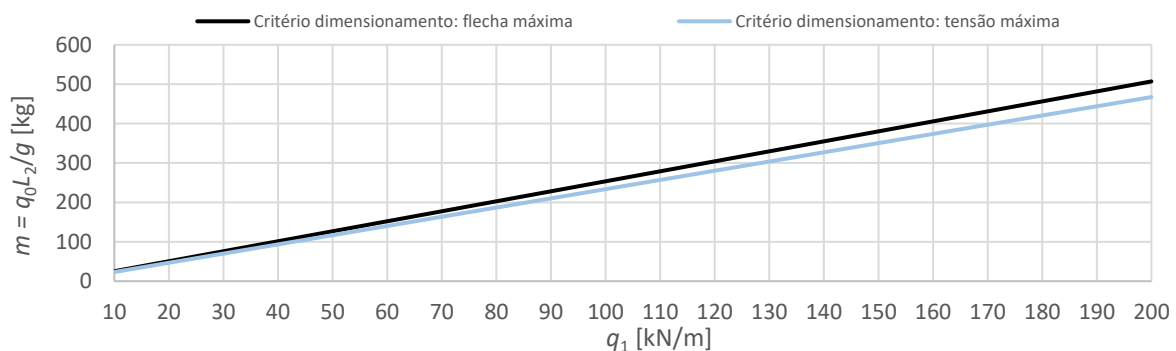


Figura 4.4: Massa da estrutura em função do carregamento máximo com secção de espessura variável.

Nas figuras 4.5 e 4.6 repetiu-se o cálculo para as mesmas condições de dimensionamento, mas com espessura uniforme em toda a estrutura.

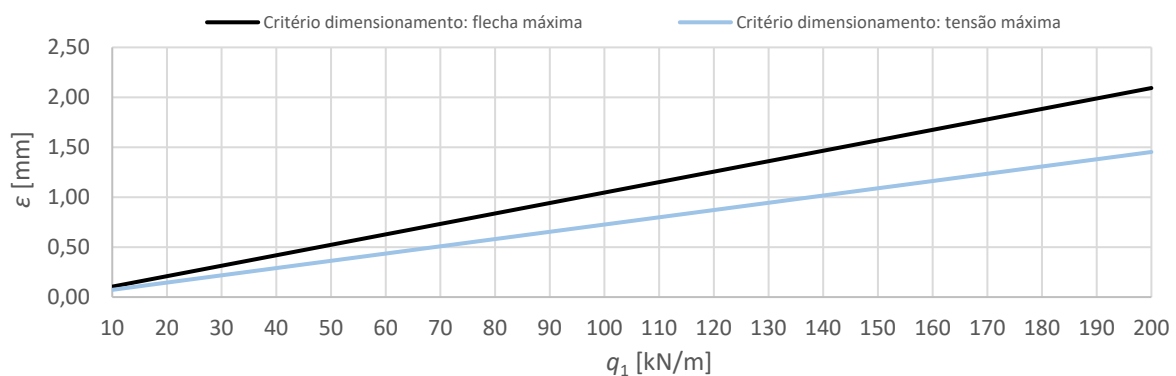


Figura 4.5: Espessura uniforme da secção em função do carregamento máximo.

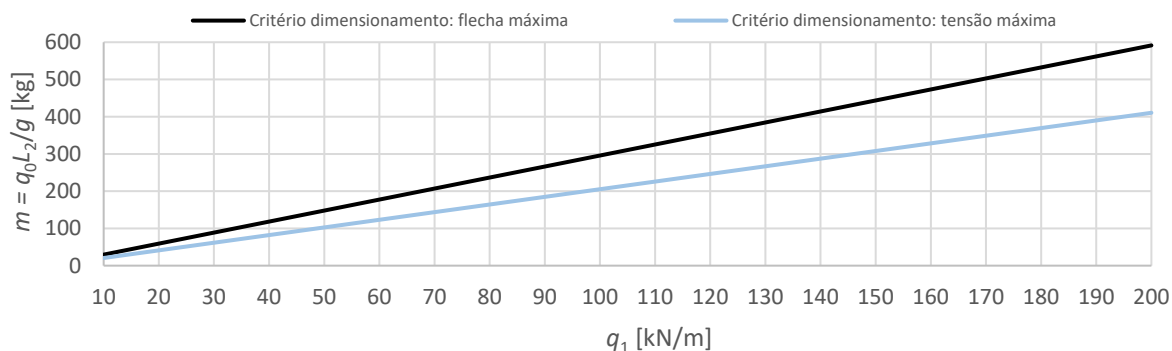


Figura 4.6: Massa da estrutura em função do carregamento máximo com secção de espessura uniforme.

Reduzir a espessura das paredes laterais para metade do valor da espessura do teto e do chão origina uma poupança significativa no peso da estrutura, no entanto, reduz o carregamento máximo a que esta pode estar sujeita sem comprometer os critérios de dimensionamento. Uma espessura uniforme oferece um valor majorante do peso da estrutura.

Verifica-se que o critério que limita o projeto é a flecha máxima e não a tensão admissível, validando a escolha de um valor conservador para a tensão admissível, majorante do peso, uma vez que escolhendo um valor maior que limitasse menos a estrutura obter-se-ia uma massa menor para o mesmo carregamento.

Para uma espessura uniforme de 1 mm o carregamento máximo suportado é da ordem dos 95 kN/m (cerca de 9,5 vezes o peso da lotação total dos passageiros). Espessuras mais pequenas teriam a vantagem de reduzir consideravelmente o peso, no entanto o carregamento máximo suportado seria menor o que provocaria uma diminuição da frequência natural da estrutura para valores mais próximos da gama de excitações a que o veículo pode estar sujeito. Espessuras menores têm problemas de instabilidade elástica a cargas críticas menores, podendo a estrutura deformar-se num caso de acidente.

Para uma espessura de 1 mm e respetivo carregamento máximo a frequência natural da estrutura é de 78 Hz. Já para 2 mm de espessura a frequência natural é de 111 Hz. Ambos os valores são elevados em comparação com a gama típica de frequências de perturbações a que o veículo estará sujeito, reduzindo assim a possibilidade de a estrutura entrar em ressonância.

A figura 4.7 apresenta os primeiros três modos de vibração de uma viga unidimensional simplesmente apoiada.

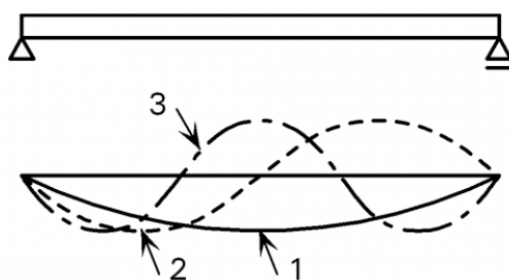


Figura 4.7: Modos de vibração de uma viga unidimensional simplesmente apoiada.

Na tabela 4-2 apresenta-se os valores das primeiras três frequências naturais de vibração livre da estrutura

$\epsilon$ [mm]	$f_{1n}$ [Hz]	$f_{2n}$ [Hz]	$f_{3n}$ [Hz]
1	103	411	925
2	105	418	939

Tabela 4-2: Frequências naturais dos modos de vibração.

Observa-se que qualquer uma das frequências naturais é significativamente superior aos valores típicos de excitação a ter em conta na vibração de veículos. Seria preciso averiguar também as frequências locais de vibração.

Um choque frontal do veículo pode originar uma carga axial muito grande e é preciso verificar que ela não provoca instabilidade elástica da estrutura (em inglês “*buckling*”), que produziria esmagamento do compartimento. No caso de um choque em que a força de desaceleração  $F_a$  fosse constante ao longo de todo o comprimento deformável do veículo  $L_d$ , o trabalho da força de desaceleração relaciona-se de uma maneira simples com a energia cinética  $\frac{1}{2}mv^2$  antes do choque.

$$F_a = \frac{v^2 m}{2L_d} \quad (4.9)$$

A tabela 4-3 apresenta a força a que o veículo estaria sujeito com uma aceleração média, para diferentes comprimentos de deformação e uma massa de 2 ton.

$L_d$ [m]	$ a $ [ $ms^{-2}$ ]	$F_a$ [kN]
0,5	49	$1 \times 10^5$
0,75	33	$7 \times 10^4$
1	25	$5 \times 10^4$

Tabela 4-3: Força axial de compressão durante uma colisão.

Da teoria da estabilidade elástica, a carga axial crítica a partir do qual o *buckling surge* é dada por (Timoshenko & Gere, 1985),

$$P_{crit} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (4.10)$$

Para  $\epsilon = 1$  mm têm-se  $P_{crit} = 3,1 \times 10^8$  N e para  $\epsilon = 2$  mm têm-se  $P_{crit} = 6,1 \times 10^8$  N. Num choque, a desaceleração não é constante e os valores instantâneos, que importam para o dimensionamento estrutural, são superiores à aceleração média, no entanto os valores críticos da instabilidade elástica são cerca de  $10^4$  vezes superiores às cargas  $F_a$ , determinadas na tabela 4-3.

No caso de o choque não ser frontal, por exemplo numa esquina do veículo, para além da força axial surge um momento fletor. Por simplicidade consideremos uma viga sujeita a uma compressão axial  $P$  e a momentos flectores  $T$  derivados do choque aplicados nas extremidades da viga,



Figura 4.8: Modelo simplista dos esforços derivados de uma colisão numa esquina do veículo.

a combinação crítica entre  $P$  e  $T$  é (Young, et al., 2012)

$$\frac{T^2}{4(EI)^2} + \frac{P}{EI} = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2. \quad (4.11)$$

O momento fletor aplicado nos topos da viga relaciona-se com  $P$ ,

$$T = P \frac{b}{2}, \quad (4.12)$$

onde  $b$  é a largura do veículo, que neste caso é de 1,8 m.

Para  $\epsilon = 1$  mm têm-se  $P_{crit} = 2,9 \times 10^8$  N e para  $\epsilon = 2$  mm têm-se  $P_{crit} = 5,7 \times 10^8$  N. Verifica-se que o momento originado pelo descentramento da aplicação da força face ao centro de massa do veículo faz reduzir a carga crítica. Durante o choque com numa esquina a desaceleração também não é constante e os valores instantâneos são superiores aos valores médios, no entanto, verifica-se que os valores críticos da instabilidade elástica são cerca de  $10^4$  vezes superiores às cargas  $F_a$ , determinadas na tabela 4-3.

Verifica-se que para uma espessura uniforme de 1 mm, a estrutura é globalmente resistente para as diferentes solicitações, quer carregamento útil quer esforços de compressão relacionados com colisões, não havendo assim necessidade de aumentar a espessura média.

Para uma espessura uniforme de 1 mm, a estrutura teria uma massa de  $\sim 283$  kg.

## 4.2 Estruturas de reforço local

Além do dimensionamento global é necessário que a estrutura suporte esforços locais. Se considerarmos uma estrutura mais sofisticada, por exemplo, uma estrutura de painéis de *sandwich* pode-se aumentar a resistência local sem reforços adicionais nas paredes do veículo. Um painel *sandwich* consiste numa estrutura com duas faces e um núcleo. As faces, que trabalham à tração ou à compressão no seu próprio plano, são constituídas por materiais de maior rigidez como o aço e o núcleo, que transmite esforços transversos, é constituído por materiais leves como a espuma, ou por estruturas ocas, por exemplo em favo. A distância entre as faces confere ao painel um momento de inércia muito mais elevado que o das duas faces tomadas isoladamente; deste modo os painéis *sandwich* oferecem uma grande resistência à flexão, para uma dada massa. Sendo assim utilizando este tipo de



estrutura pode-se evitar a necessidade de mais reforços. Apesar disso, vamos considerar uma estrutura adicional para o chão, a título de sobredimensionamento, uma vez que chão está sujeito a maiores carregamentos, nomeadamente o peso dos passageiros e das suas bagagens.

Considerámos quatro transversinas de 1,8 m de comprimento e duas longarinas com 5 m de comprimento. O módulo de elasticidade da secção é

$$S = \frac{I}{c}, \quad (4.13)$$

em que  $c$  representa a distância da fibra extrema ao eixo neutro e  $I$  o momento de inércia do eixo perpendicular ao plano do momento fletor. O módulo de elasticidade mínimo  $S_{min}$ , necessário para suportar uma dada tensão admissível é dado por (Gere & Timoshenko, 1997)

$$S_{min} = \frac{|M_{max}|}{\sigma_{adm}} = \frac{qL^2}{8\sigma_{adm}}. \quad (4.14)$$

Os passageiros distribuem-se pelo habitáculo, sendo assim pode-se considerar como majorante que cada uma das quatro transversinas do chão está sujeita a  $\frac{1}{4}$  do peso total dos passageiros, ao qual se soma à aceleração gravítica uma aceleração vertical de  $2 \text{ m s}^{-2}$  que corresponde à carga vertical originada pelo movimento dos passageiros e bagagens. Para as duas longarinas do chão consideraremos que cada uma está sujeita a  $\frac{1}{2}$  do peso total dos passageiros com uma aceleração adicional vertical de  $2 \text{ m s}^{-2}$ .

Consideraram-se como critérios de dimensionamento para este reforço uma tensão máxima de  $10^8 \text{ Pa}$  e flecha máxima de 5 mm. O carregamento de cada viga de reforço do chão é:

- $q = \frac{250(g+2)}{1,8} \cong 1640 \text{ N/m}$  para as transversinas
- $q = \frac{500(g+2)}{5} \cong 1181 \text{ N/m}$  para as longarinas

Esta estrutura de reforço do chão serviria para reforçar uma área relativamente pequena (figura 4.9), da ordem  $2,4 \text{ m}^2$  entre os assentos e as portas, onde cada transversina estaria espaçada por 0,6 m e cada longarina por 0,2 m. Dado o espaçamento, qualquer esforço axial seria distribuído pelas vigas, diminuindo o esforço individual a que cada uma pode estar sujeita.

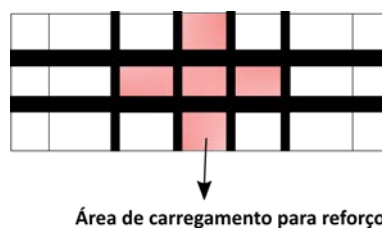


Figura 4.9: Área de carregamento do reforço.

Tenha-se em conta que, ao dimensionar o reforço isoladamente se obtêm tensões e deformações por excesso, uma vez que o esforço será distribuído entre toda a estrutura e o reforço.

Adicionalmente, é desejável que a viga tenha uma altura relativamente pequena, para não elevar o chão do veículo.

Na tabela 4-4 apresentam-se algumas secções normalizadas possíveis para o reforço do chão que cumprem os critérios de dimensionamento, onde  $b$  representa a largura da secção,  $d$  a altura e  $t$  a espessura média. As secções referidas são as mais pequenas usadas habitualmente em construção mecânica.

Secção - Transversinas	Massa por viga [kg]	$b$ [mm]	$d$ [mm]	$t$ [mm]	$P_{crit}$ [MN]	$y_{max}$ [mm]	$\sigma_{max}$ [MPa]	$f_{1n}$ [Hz]
<b>Transversinas</b>								
• WT65X11.9	21,4	127	63,8	6,1	0,2	3,2	98,1	27,8
• MT65X14.05	25,4	127	63,5	6,4	0,3	2,6	76,8	28,5
• <b>L89X64X12.7</b>	<b>23,4</b>	<b>89</b>	<b>63,5</b>	<b>12,7</b>	<b>0,8</b>	<b>0,8</b>	<b>28,8</b>	<b>50,4</b>
<b>Longarinas</b>								
• L178X102X12.7	132,5	178	102	12,7	0,9	4,3	38,9	8,1
• M130X28.1	140,5	127	127	8,0	0,8	4,8	23,4	7,5
• W130X28.1	140,5	128	131	6,9	0,9	4,4	22,1	7,8

Tabela 4-4: Secções normalizadas possíveis para as transversinas e longarinas (*American Institute of Steel Construction, 2017*).

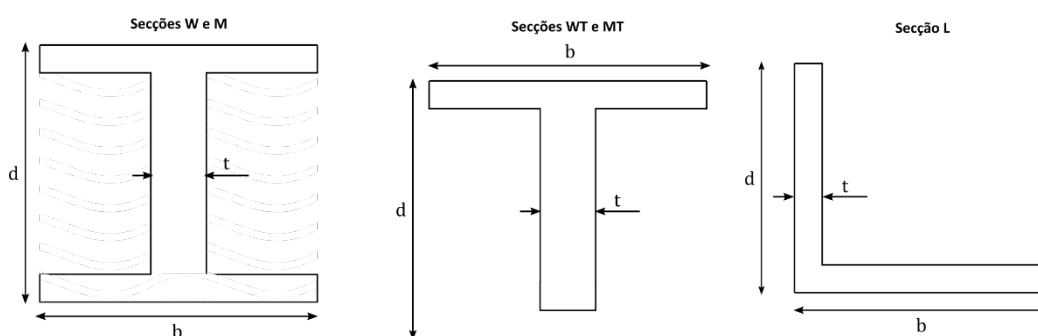


Figura 4.10: Tipos de secção utilizados na tabela 4.4.

Verificamos que para todas as secções enumeradas para as transversinas, algumas das quais ilustradas na tabela 4-4 a secção em L, realçada a negrito, apresenta valores melhores de tensão e flecha máxima, para uma massa e altura semelhantes.

Para as longarinas, todas as secções apresentadas na tabela 4-4, de entre uma lista de possibilidades, oferecem valores de tensão máxima e massa semelhantes. No entanto, a viga em L, destacada a negrito, tem uma altura menor, que se traduz na vantagem de reduzir a cota do chão do veículo.

A carga crítica para as transversinas e longarinas é cerca de 10 vezes superior às cargas axiais de compressão que ocorreriam durante um choque (ver subcapítulo 4.1), validando-se assim a estabilidade elástica local.

As transversinas são perpendiculares às cargas axiais típicas de uma colisão frontal, por isso não precisam de ser dimensionadas para considerar o esforço de compressão axial, mas também elas cumprem a exigência relativa à instabilidade elástica e esta é útil no caso de o veículo ser abalroado lateralmente.

As frequências do primeiro modo de vibração das vigas em L escolhidas, quer para as transversinas quer longarinas, são superiores aos valores típicos das vibrações de veículos, garantindo-se que os reforços locais também não entram em ressonância.

Na figura 4.11 apresenta-se um esquema da secção da estrutura do veículo em que as massas das quatro transversinas e duas longarinas com secção em L seria 359 kg, adicionando a massa de uma chapa de 1 mm de espessura para cada face do painel *sandwich*, obtém-se uma massa total do veículo de 920 kg.

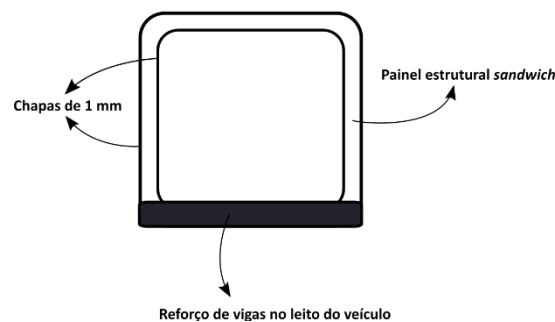


Figura 4.11: Esquema da secção do veículo.

Analisando o mercado automóvel, verifica-se que algumas carrinhas com dimensões semelhantes como a *Ford Transit*, *Mercedes Sprinter*, *Peugot Boxer* entre outras apresentam uma tara na ordem da tonelada, o que demonstra que o pré-dimensionamento estrutural feito, com as várias simplificações, cujo objetivo era determinar a tara do veículo é razoável, uma vez que a tara calculada é da mesma ordem de grandeza das carrinhas existentes.

Considerando a massa da estrutura, das baterias e motores e dos pneus, a cota do centro de massa do veículo situa-se 0,66 m acima da superfície do pavimento. As baterias e os motores elétricos foram colocados ligeiramente acima do chão do veículo, cerca 35 cm acima do pavimento. Considerou-se para o cálculo a lotação máxima de 10 passageiros, com uma massa total de 1000 kg a uma cota de 69 cm do pavimento. A massa total incluindo pneus é cerca de 2200 kg. Considerou-se que seriam utilizados pneus de 15 polegadas (com um diâmetro de 38 cm e uma largura de 19 cm).

## 5. Dinâmica vertical do veículo

### 5.1 Modelo de uma suspensão de dois andares

Num sistema dinâmico linear é possível definir a função de transferência para uma dada distribuição de entrada. Sendo assim, a partir do espectro de irregularidades verticais (ver tabela 3-1), é possível calcular o espectro de deslocamentos e o espectro de acelerações verticais do veículo. Uma simplificação comum no cálculo de dinâmica de veículos, especialmente quando apenas se pretende obter a resposta a excitações de trepidação é considerar isoladamente  $\frac{1}{4}$  do veículo, com liberdade apenas na direção vertical.

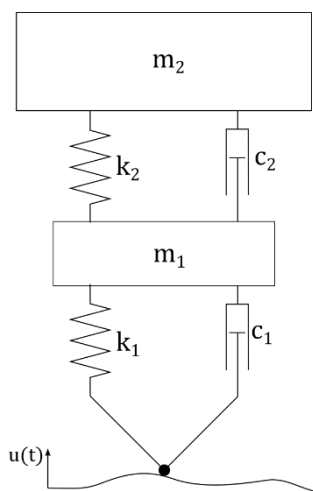


Figura 5.1: Modelo de uma suspensão de dois andares

O modelo mais comum de suspensão, apresentado esquematicamente na figura 5.1, é do tipo massa-mola-amortecedor com dois andares de suspensão. Os índices 1 e 2 referem-se à suspensão primária (pneu e jante) e secundária (restante veículo e carga). A variável  $m_i$  representa a massa do andar,  $k_i$  representa a constante de rigidez e  $c_i$  o amortecimento.

O sistema que rege o modelo é (Joly, 1994)

$$\begin{cases} m_2 \frac{d^2 y_2}{dt^2} + c_2 \left( \frac{dy_2}{dt} - \frac{dy_1}{dt} \right) + k_2 (y_2 - y_1) = 0 \\ m_1 \frac{d^2 y_1}{dt^2} + c_1 \left( \frac{dy_1}{dt} - \frac{du}{dt} \right) + k_1 (y_1 - u) = 0, \end{cases} \quad (5.1)$$

onde  $u$  representa a perturbação ocasionada pelas irregularidades da estrada.

Aplicando a transformada de Laplace ao sistema de equações, obtêm-se as funções de transferência de resposta em frequência para cada andar da suspensão.

$$\begin{cases} H_2(s) = \frac{c_2c_1s^2 + (k_2c_1 + k_1c_2)s + k_2k_1}{D_2(s)} \\ H_1(s) = \frac{m_2c_1s^3 + (c_2c_1 + m_2k_1)s^2 + (k_1c_2 + c_1k_2)s + k_2k_1}{D_1(s)}, \end{cases} \quad (5.2)$$

com,

$$D_1(s) = m_2m_1s^4 + (m_2c_2 + m_2c_1 + m_1c_2)s^3 + (m_2k_2 + m_2k_1 + k_2m_1)s^2 + (c_2c_1 + c_2k_1 + k_2c_1)s + k_2k_1,$$

$$D_2(s) = m_2m_1s^4 + (m_2c_2 + m_2c_1 + m_1c_2)s^3 + (m_2k_2 + m_2k_1 + k_2m_1 + c_2c_1)s^2 + (c_2k_1 + k_2c_1)s + k_2k_1.$$

Após algumas simplificações, os quadrados do módulo das funções de transferência da resposta em frequência são dados por,

$$|H_2(\omega)|^2 = \frac{(-c_1c_2\omega^2 + k_1k_2)^2 + \omega^2(k_2c_1 + k_1c_2)^2}{D(\omega)}, \quad (5.3)$$

$$|H_1(\omega)|^2 = \frac{[k_1k_2 - (m_2k_1 + c_1c_2)\omega^2]^2 + [(c_2k_1 + c_1k_2)\omega - c_1m_2\omega^3]^2}{D(\omega)}, \quad (5.4)$$

Com

$$D(\omega) = \{m_1m_2\omega^4 - [m_2(k_1+k_2) + m_1k_1 + c_1c_2]\omega^2 + k_1k_2\}^2 + [-c_1m_2\omega^3 - c_2(m_1 + m_2)\omega^3 + (k_1c_2 + k_2c_1)\omega]^2$$

Para cada andar, a frequência própria não amortecida é dada por  $\omega_{n_i} = \sqrt{\frac{k_i}{m_i}}$  e o fator de amortecimento é  $\xi_i = \frac{c_i}{2\sqrt{k_im_i}}$ . A frequência natural amortecida  $\omega_{d_i}$  e a constante de tempo  $\tau_i$ , indicativas da resposta de sistemas dinâmicos amortecidos, são definidas por  $\omega_{d_i} = \omega_{n_i}\sqrt{1 - \xi_i^2}$  e  $\tau_i = \xi_i\omega_{n_i}$

A constante de rigidez de um pneu de 15 polegadas com pressão de 2 bar é próxima de  $k_1 \sim 282 \text{ kN/m}$  (Hoogh, 2005) depois de adicionar em série a rigidez típica de um pavimento de asfalto, que é cerca de  $160 \text{ MN/m}$  (Jiao, 2013). A massa do pneu mais a jante é aproximadamente de  $m_1 \sim 30 \text{ kg}$ . A frequência natural não amortecida deste pneu é  $f_{n_1} \sim 15.4 \text{ Hz}$ , valor que se encontra dentro da gama típica de frequências para pneus que se situa entre os 10 e 20 Hz (Société de Technologie Michelin, 2002).

No estudo da dinâmica vertical de veículos é comum considerar um coeficiente de amortecimento para o pneu nulo. Tal significa que não é afetada à frequência natural do pneu pelo amortecimento. Contudo, como mostra (Levitt & Zorka, 1991) tal aproximação não é correta uma vez que, na prática, desacopla a resposta do veículo e do pneu perto da frequência natural deste último. É comum considerar pequenos fatores de amortecimento para o pneu na ordem de  $\xi_1 \sim 0.01$ , de forma a conseguir-se acoplar o movimento vertical em todas as frequências. Para o pneu utilizado isso traduz-se num coeficiente de amortecimento cerca de  $c_1 \sim 58 \text{ Ns/m}$ .

Na nossa análise do sistema da suspensão do veículo apenas iremos variar os parâmetros do segundo andar de suspensão, utilizando-se como referência para o primeiro andar de suspensão os valores enumerados acima.

Os fatores de amortecimento típicos para automóveis que permitem um bom nível de conforto são da ordem de  $\xi_2 \sim 0.2 - 0.3$  (Popp & Schiehlen, 2010). Estes valores serão utilizados como ponto de partida para a análise.

A norma ISO 2631 estabelece os critérios de sensibilidade a acelerações verticais, definindo uma função de transferência, designada *Human Filter Function*,  $w_k$ , que atribui a cada frequência de excitação um peso que simboliza a tolerância do ser humano a essa frequência. Na figura 5.2 apresenta-se o peso dessa função para cada frequência de excitação. Verifica-se que a maior sensibilidade se situa na gama de 4-10 Hz.

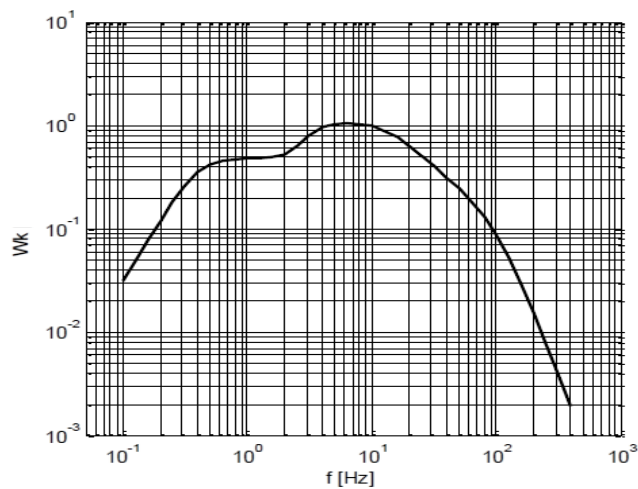


Figura 5.2: *Human Filter Function* – Sensibilidade humana a acelerações verticais. (Vehicle Dynamics Group, 2016).

As figuras 5.3 a 5.5 apresentam o quadrado do módulo da função de transferência e respectivas densidades espectrais de deslocamento e de aceleração para um densidade de irregularidades de pavimento de classe D/E (ver tabela 3-1) com um fator de amortecimento de  $\xi_2 = 0,2$ , para valores a rigidez  $k_2$  entre 20 kN/m e 40 kN/m.

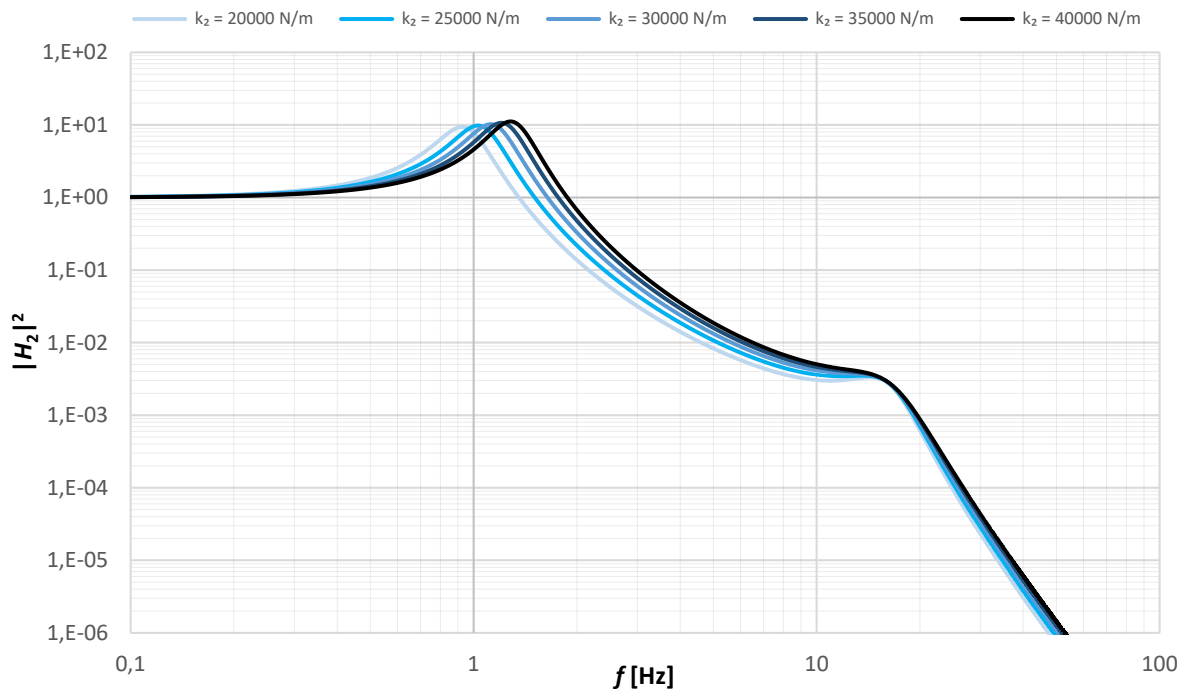


Figura 5.3: Quadrado do módulo da função de transferência do segundo andar da suspensão ( $\xi_2 = 0,2$ ).

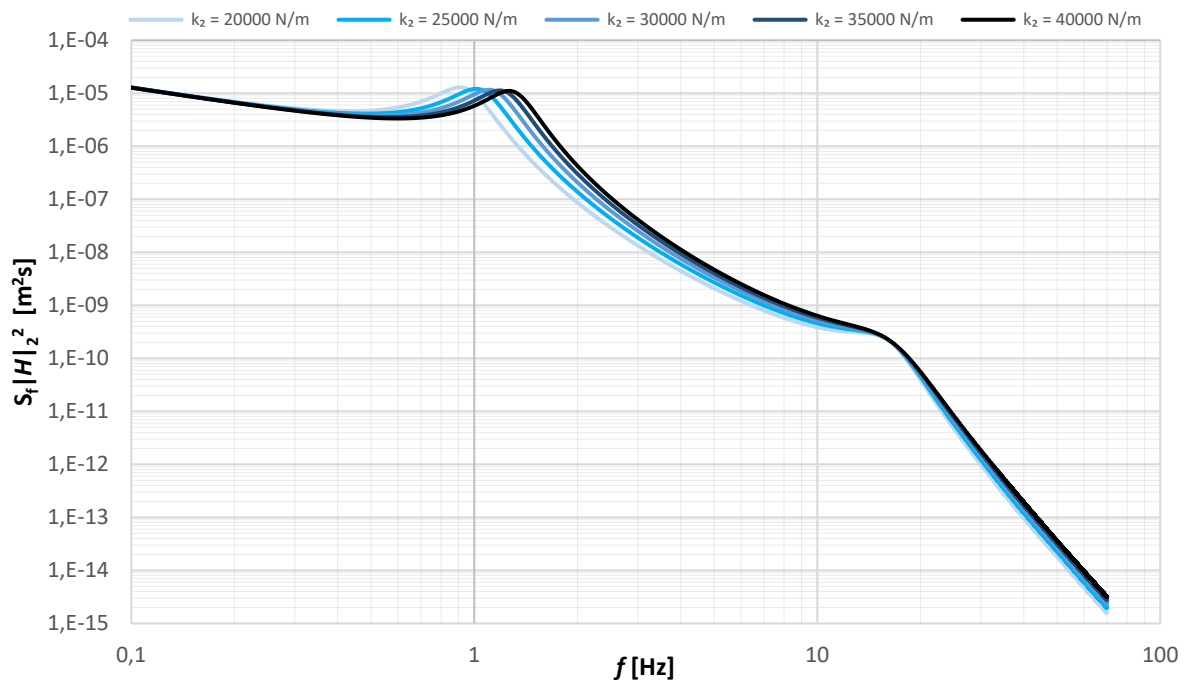


Figura 5.4: Densidade espectral dos deslocamentos verticais do segundo andar da suspensão ( $\xi_2 = 0,2$ ).

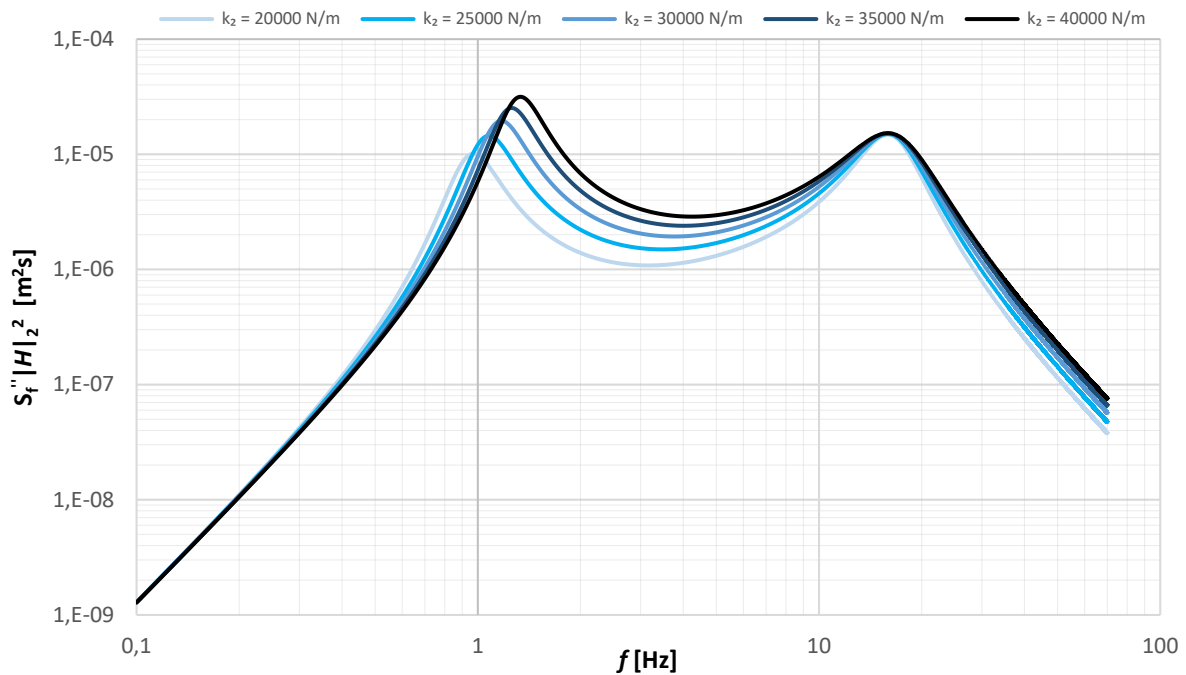


Figura 5.5: Densidade espectral das acelerações verticais do segundo andar da suspensão ( $\xi_2 = 0,2$ ).

Verifica-se que uma suspensão mais suave origina picos de ressonância menores na primeira ressonância e desloca também a sua ocorrência para frequências menores. Além disso, uma maior suavidade da suspensão permite obter amplitudes de acelerações menores para a gama de frequência mais sensíveis ao ser humano.

No entanto, um problema que advém da redução da rigidez da suspensão é o aumento das deflexões quase-estáticas das molas, que podem provocar instabilidade no veículo. Como tal, é necessário quantificar estas deflexões em função da rigidez. Esta deflexão pode tomar valores significativos em situações de aceleração/desaceleração provocando uma inclinação no eixo da suspensão que no caso de uma aceleração faz subir a dianteira do veículo, descomprimindo as molas da suspensão dianteira e descer a traseira comprimindo as molas da suspensão traseira. No caso da desaceleração ocorre o oposto.

A deflexão  $\delta_i$ , de uma mola é dada por

$$\delta_i = \frac{F_k}{k_i}. \quad (5.5)$$

O veículo não pode bater no chão nem subir ao ponto de o pneu perder aderência com o pavimento, como tal é necessário quantificar a deformação, função das forças horizontais, do peso do veículo e da rigidez da suspensão.



Consideremos o modelo da figura 5.6 que pretende representar metade do veículo, num plano longitudinal, assimilando o veículo a uma viga simplesmente apoiada nas extremidades sujeita ao peso  $F_g$  (peso de metade do veículo) e a uma força de inércia  $F_i$  (força inércia de metade do veículo) aplicadas no seu centro de massa CM. A força de inércia representada corresponde a uma aceleração no caso de o veículo se deslocar para a direita. O sinal desta componente seria simétrico numa travagem, mas todos os resultados são idênticos, *mutatis mutandis*. O comprimento entre eixos do veículo é  $L_2$ . As reações dos apoios são as forças aplicadas na suspensão. A altura  $h$ , representa a altura do centro de massa do veículo relativamente ao eixo das rodas, considerando que toda a deformação da suspensão ocorre (praticamente) apenas na suspensão secundária.

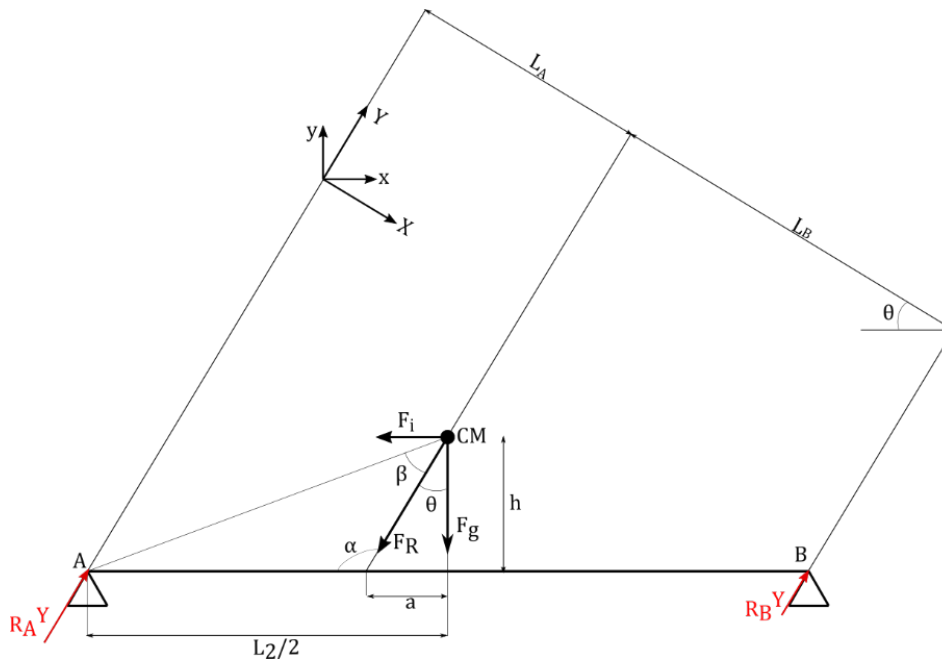


Figura 5.6: Modelo para análise da influência das forças de inércia na deflexão das molas da suspensão secundária.

Para facilitar a análise, considerou-se um referencial  $(X,Y)$  rodado de um ângulo  $\theta$  em relação ao referencial  $(x,y)$ . Deste modo, a força resultante  $F_R$  tem uma única componente dada por

$$F_R = \sqrt{(F_g)^2 + (F_i)^2}. \quad (5.6)$$

O ângulo  $\theta$  é dado por  $\tan \theta = \frac{F_i}{F_g}$  e  $\alpha = \frac{\pi}{2} + \theta$

O ângulo  $\beta$  é

$$\beta = \text{atan} \left( \frac{L_2/2}{h} \right) - \theta. \quad (5.7)$$

Utilizando a lei dos senos, o comprimento  $a$  é

$$a = \frac{L_2}{2} - \frac{\sqrt{\frac{L_2^2}{4} - h^2}}{\sin \alpha} \sin \beta. \quad (5.8)$$

Os braços das forças de reação  $R_A^Y$  e  $R_B^Y$  nos apoios A e B são

$$\begin{cases} L_A = \frac{\left(\frac{L_2}{2} - a\right)}{\cos \theta} \\ L_B = \frac{\left(\frac{L_2}{2} + a\right)}{\cos \theta}. \end{cases} \quad (5.9)$$

Fazendo um equilíbrio de forças na direção de Y e um equilíbrio de momentos em torno do apoio A (considerando como positiva uma rotação no sentido anti-horário) obtêm-se as reações nos apoios,

$$\sum F_Y = 0 \leftrightarrow R_A^Y + R_B^Y = F_R \rightarrow R_A^Y = F_R - R_B^Y, \quad (5.10)$$

$$\sum M_A = 0 \leftrightarrow -F_R l_A + R_B^Y (l_A + l_B) = 0 \rightarrow R_B^Y = \frac{F_R l_A}{l_A + l_B}. \quad (5.11)$$

Por fim, podemos reescrever as forças de reação na sua componente vertical no referencial (x,y) através de  $R_{A,B}^Y = R_{A,B}^Y \cos \theta$ . Esta força vertical será aquela a que as molas da suspensão estarão sujeitas. Como tal a deflexão das molas da suspensão secundária é

$$\begin{cases} \delta_A = \frac{R_A^Y \cos \theta}{k_2} \\ \delta_B = \frac{R_B^Y \cos \theta}{k_2}. \end{cases} \quad (5.12)$$

Podemos descontar às deflexões  $\delta_A$  e  $\delta_B$  a deflexão permanente  $\delta_0$  provocada pelo peso. Sendo assim o valor absoluto da diferença  $\delta'_x$  entre a deflexão permanente e as deflexões das molas dianteiras e traseira é

$$\delta'_x = \begin{cases} \delta'_A = \delta_A - \delta_0 \\ V \\ \delta'_B = \delta_0 - \delta_B, \end{cases} \quad (5.13)$$

tendo-se que  $\delta'_A + \delta'_B = 2\delta_0$  com  $\delta_0 = \frac{mg}{4}$ , onde  $m$  representa a massa total do veículo.

A figura 5.7 apresenta o valor absoluto da diferença da deflexão das molas dianteiras e traseiras em função da sua rigidez  $k_2$  descontando a deflexão originada pelo peso. A massa total do veículo considerada foi de 2000 kg. A força de inércia  $F_i$ , corresponde à aceleração do veículo a  $2 \text{ m s}^{-2}$ . Estimou-se que o centro de massa do veículo se situa 0,47 m de altura relativamente ao eixo da direção.

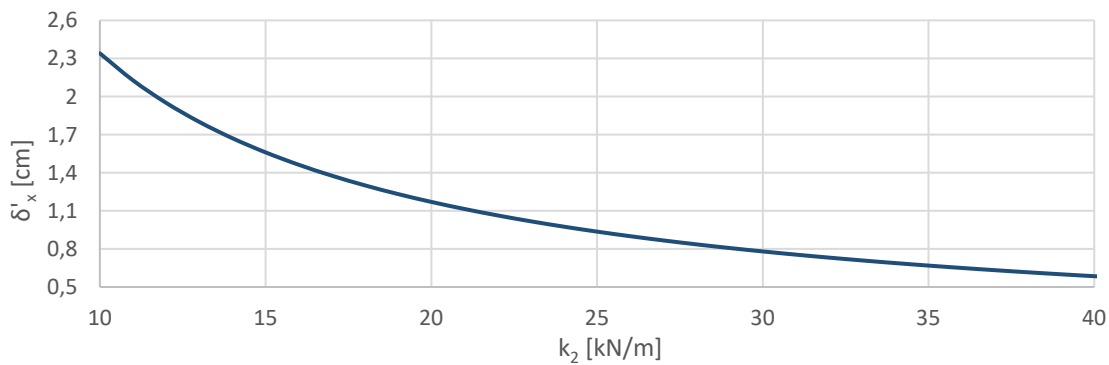


Figura 5.7: Valor absoluto da diferença da deflexão das molas dianteiras e traseiras em função da sua rigidez  $k_2$  descontando  $\delta_0$

Apesar de uma suspensão mais suave reduzir os picos de ressonância das acelerações verticais, as deflexões nas molas atingem valores mais elevados, mas nenhum deles chega a comprometer estabilidade do veículo. Notar que, nestas condições e para os valores de rigidez apresentados, a frequência natural da suspensão secundária varia entre 0.7 Hz (para  $k_2 = 10$  kN/m) e 1.4 Hz (para  $k_2 = 40$  kN/m). Tipicamente as suspensões de automóveis apresentam uma frequência natural próxima de 1 Hz, que para o nosso caso significaria ter  $k_2 \sim 20$  kN/m, com uma deflexão máxima das suspensões secundárias da ordem de 1,2 cm.

O impacto do fator de amortecimento é bastante importante na análise de desempenho da suspensão, uma vez que permite suavizar as ressonâncias sem comprometer a rigidez necessária para evitar deflexões indesejáveis. Nas figura 5.8 e 5.9 apresentam-se os espectros de acelerações para a suspensão secundária para  $k_2 = 20$  kN/m e 25 kN/m, com uma frequência natural de 1 Hz e 1,13 Hz, respetivamente.

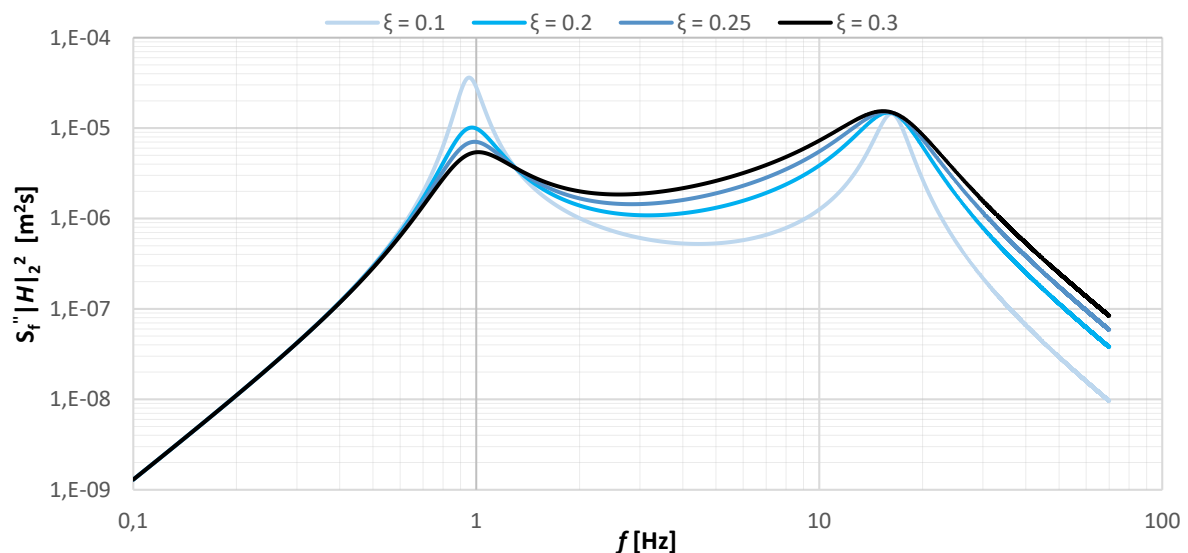


Figura 5.8: Influência do fator de amortecimento na densidade espectral das acelerações para o segundo andar da suspensão ( $k_2 = 20$  kN/m).

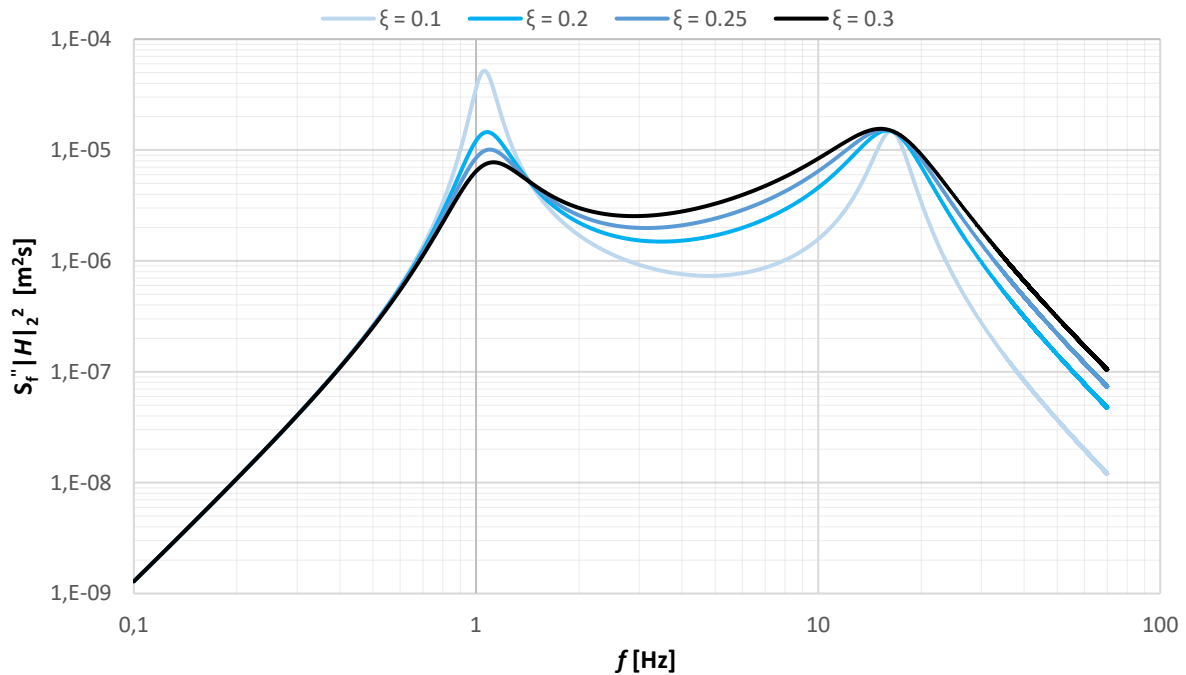


Figura 5.9: Influência do fator de amortecimento na densidade espectral das acelerações para o segundo andar da suspensão ( $k_2 = 25 \text{ kN/m}$ ).

Verifica-se que um aumento do fator de amortecimento leva a uma suavização dos picos de ressonância, especialmente da primeira ressonância. A desvantagem é o aumento da amplitude da aceleração nas frequências de maior sensibilidade humana entre 1 e 4 Hz.

Um fator de amortecimento de 0,2 em conjunto com uma constante de rigidez de 20 kN/m parece ser um bom compromisso, reduzindo a amplitude da primeira ressonância e mantendo baixas as amplitudes na gama de frequências críticas. A figura 5.7 mostra que esta rigidez não provoca deflexões exageradas em relação à deflexão permanente (só com o peso) em caso de acelerações/desacelerações longitudinais suscetíveis de ocorrer no normal funcionamento do veículo.

O valor máximo da aceleração centrífuga não compensada admitido no transporte ferroviário é habitualmente  $a_y = 1 \text{ m s}^{-2}$  (TRB, 1991). Não vale a pena repetir o cálculo das deflexões da suspensão para acelerações laterais porque as equações são semelhantes e é possível calcular o valor absoluto da diferença da deformação em relação à deformação permanente. A relação entre esta diferença e a diferença da deformação longitudinal é dada por,

$$\delta'_y = \delta'_x \frac{L_2 a_y}{b a_x}. \quad (5.14)$$

A distância entre eixos é  $L_2 = 4 \text{ m}$ , a aceleração longitudinal máxima é  $a_x = \pm 2 \text{ m s}^{-2}$ , a largura dos eixos é  $b = 1,8 \text{ m}$  e a aceleração lateral é  $a_y = \pm 1 \text{ m s}^{-2}$ . Sendo assim obtém-se que  $\delta'_y = 1,11 \delta'_x$ , valor que também não compromete a estabilidade do veículo.

É ainda necessário analisar a resposta da suspensão a outros tipo de perturbações tais como a um sinal de rampa e a passagem numa lomba.

## 5.2 Resposta do segundo andar da suspensão um sinal do tipo rampa

Na figura 5.10 apresenta-se a resposta da função de transferência do segundo andar de suspensão a uma rampa de inclinação de 5 % com o veículo a deslocar-se a uma velocidade de  $7 \text{ m s}^{-1}$ . A rampa inicia-se ao fim de 1 s.

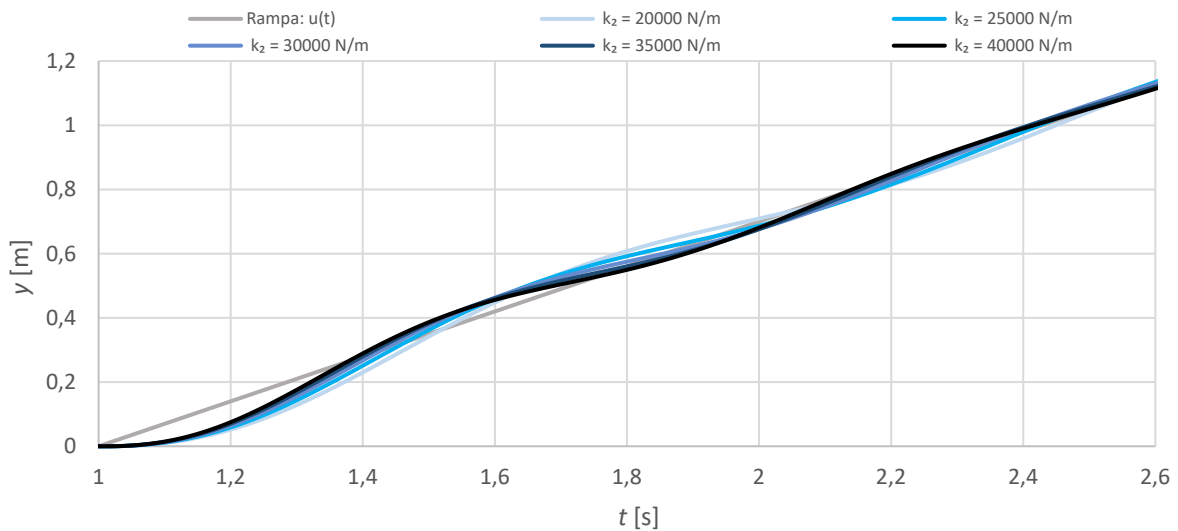


Figura 5.10: Resposta do segundo andar de suspensão a uma entrada do tipo rampa ( $\xi_2 = 0,2$ ).

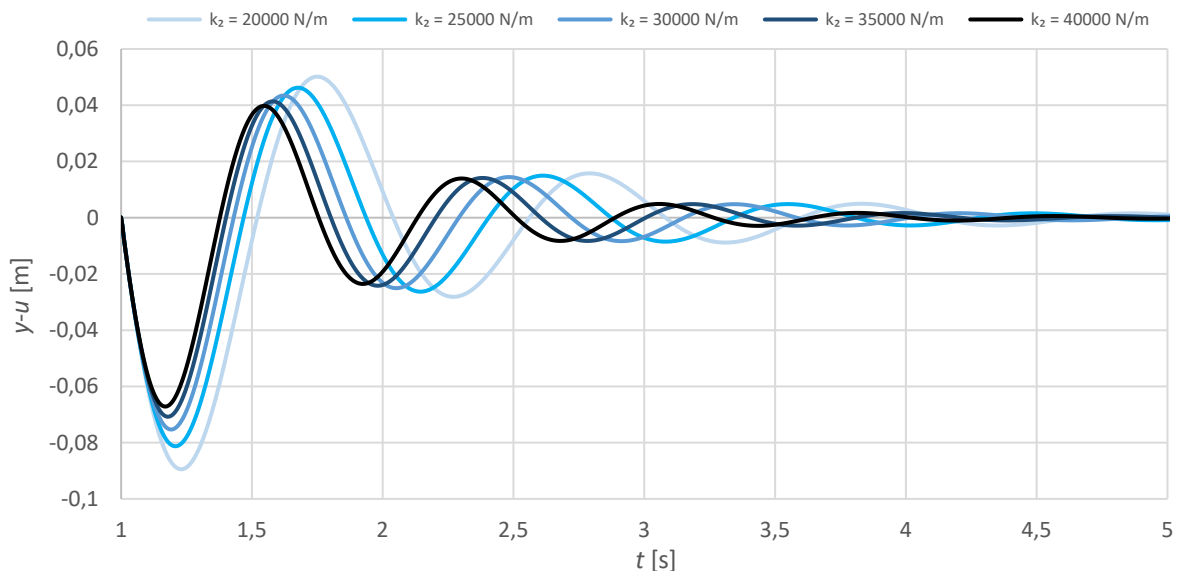


Figura 5.11: Desvio da resposta à entrada em rampa do segundo andar da suspensão ( $\xi_2 = 0,2$ ).

A figura 5.10 representa a cota  $y$  do centro de massa do veículo em função do tempo e é útil como indicação da suavização da aceleração vertical do veículo. Sem suspensão, esta seria um delta de Dirac para uma rampa sem zona de concordância como a da figura 5.10; com suspensão é notório que a aceleração suaviza-se muito,

sobretudo para  $k_2$  pequenos. A variação da cota do veículo em relação ao pavimento é a função  $y(t) - u(t)$  representada na figura 5.11.

Observa-se que quanto mais rígida for a suspensão menor é o desvio entre o pavimento em rampa e a resposta do veículo. O tempo de oscilação também é menor, atingindo-se a posição de equilíbrio mais rapidamente.

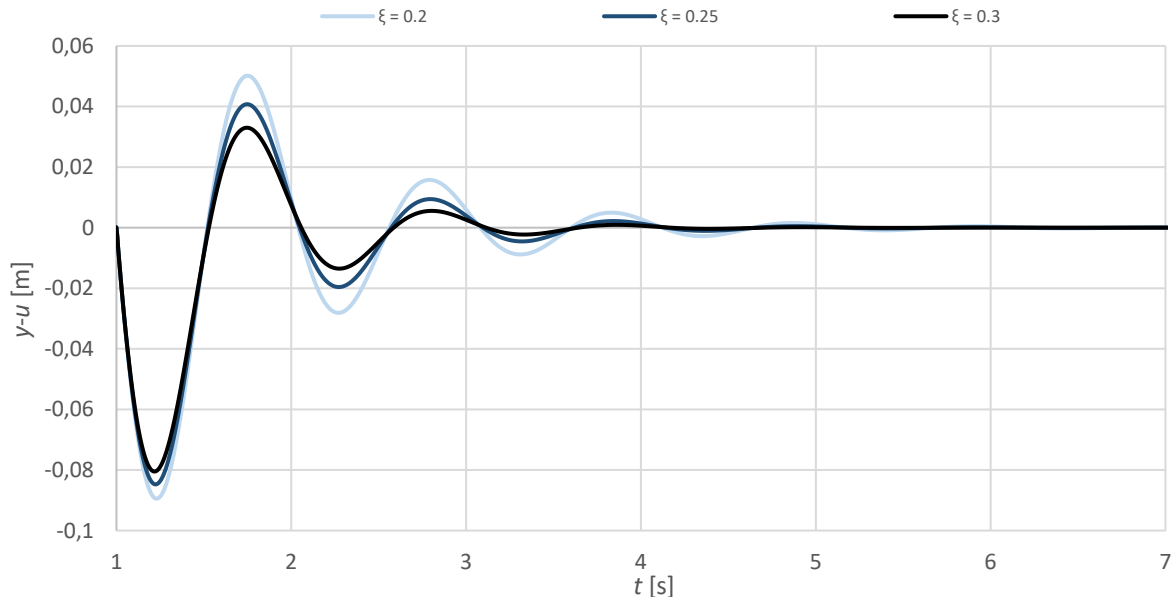


Figura 5.12: Influência do fator de amortecimento na resposta do segundo andar da suspensão a uma entrada em rampa ( $k_2= 20 \text{ kN/m}$ ).

Um aumento do amortecimento para uma rigidez constante reduz a amplitude dos picos e estabiliza a resposta mais rapidamente em torno da posição de equilíbrio, como se aprecia na figura 5.12.

### 5.3 Resposta do segundo andar da suspensão um sinal do tipo lomba

A resposta a uma função do tipo lomba (“*bump*”) é importante na medida em que apesar, de o pavimento onde este veículo circula não ter lombas, pode dar-se o caso de algum obstáculo (uma mangueira) ficar no pavimento.

A função lomba que vamos considerar é dada por,

$$\Psi(x) = \begin{cases} A_0 \exp\left(-\frac{1}{1-x^2}\right), & -1 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (5.15)$$

Trata-se de uma função suave com derivadas de qualquer ordem em todos os pontos, com amplitude máxima  $A_0$ . A função lomba que consideramos é aliás corrente na literatura e presta-se a modelar geometrias menos suaves porque as deformações dos pneus e dos próprios objetos que provocam a lomba transformam uma perturbação brusca numa concordância suave da suspensão secundária. Mesmo que as rodas fossem rígidas a concordância da sua geometria circular com o relevo do chão produziria uma trajetória suavizada do centro da roda.

Na figura 5.12 apresenta-se a resposta do segundo andar de suspensão para uma lomba de altura de 2 cm e um comprimento de 0,5 m e um fator de amortecimento de 0,2.

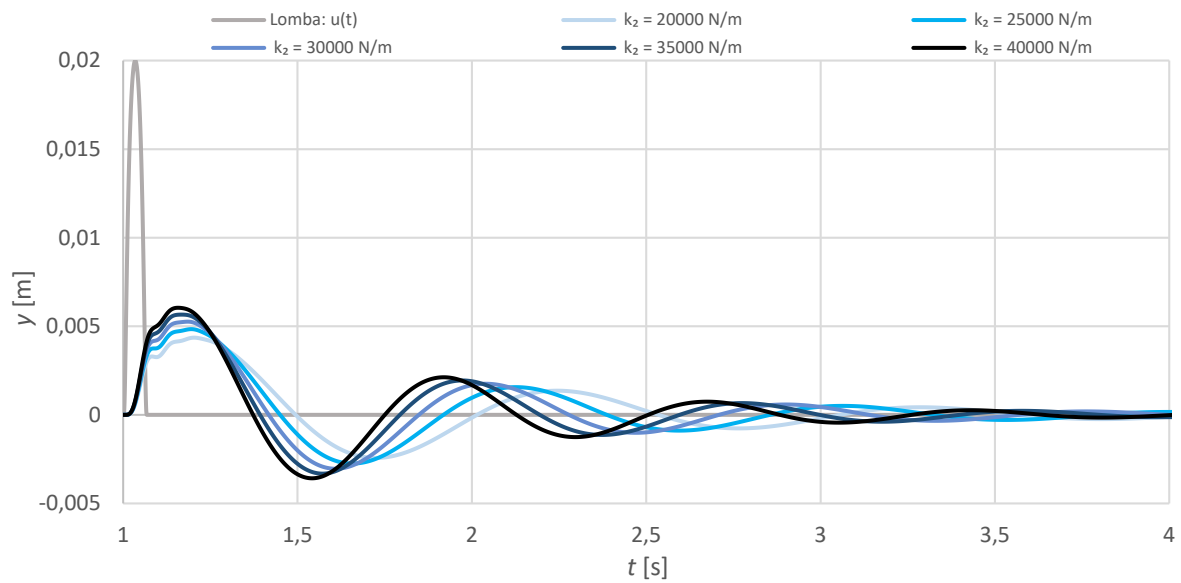


Figura 5.13: Influência da rigidez  $k_2$  na resposta na resposta do veículo a uma entrada do tipo lomba ( $\xi_2 = 0,2$ ).

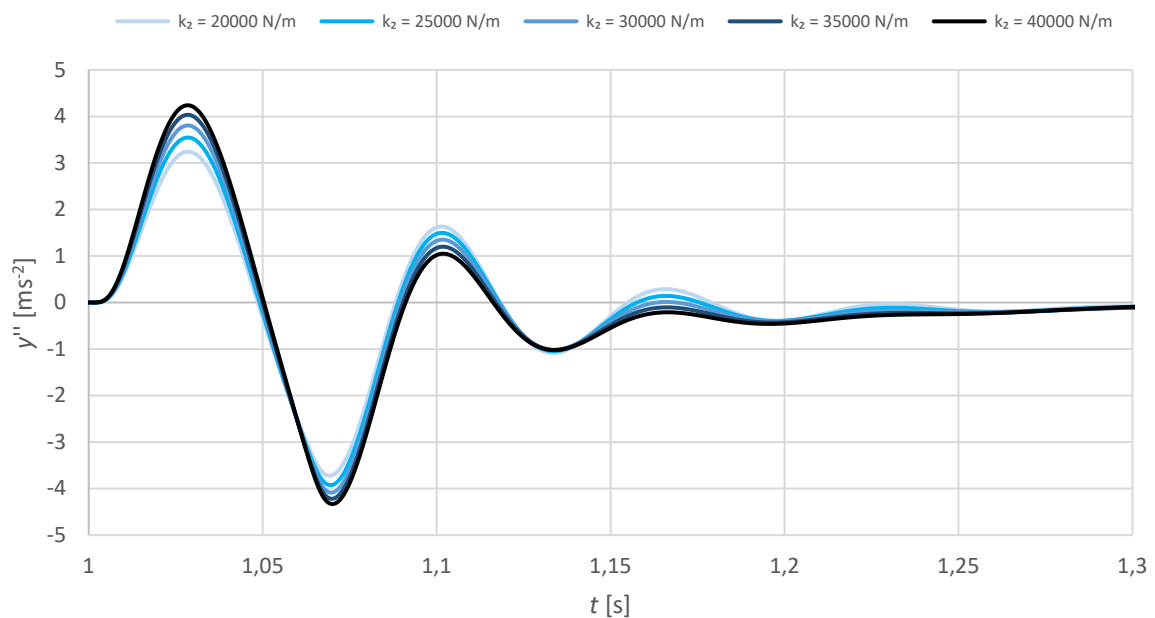


Figura 5.14: Influência da rigidez  $k_2$  na aceleração vertical do veículo ( $\xi_2 = 0,2$ ).

Para um fator de amortecimento  $\xi_2$  constante, um aumento da rigidez  $k_2$  da suspensão secundária origina amplitudes ligeiramente maiores quer do deslocamento vertical (ver figura 5.13) quer da aceleração (ver figura

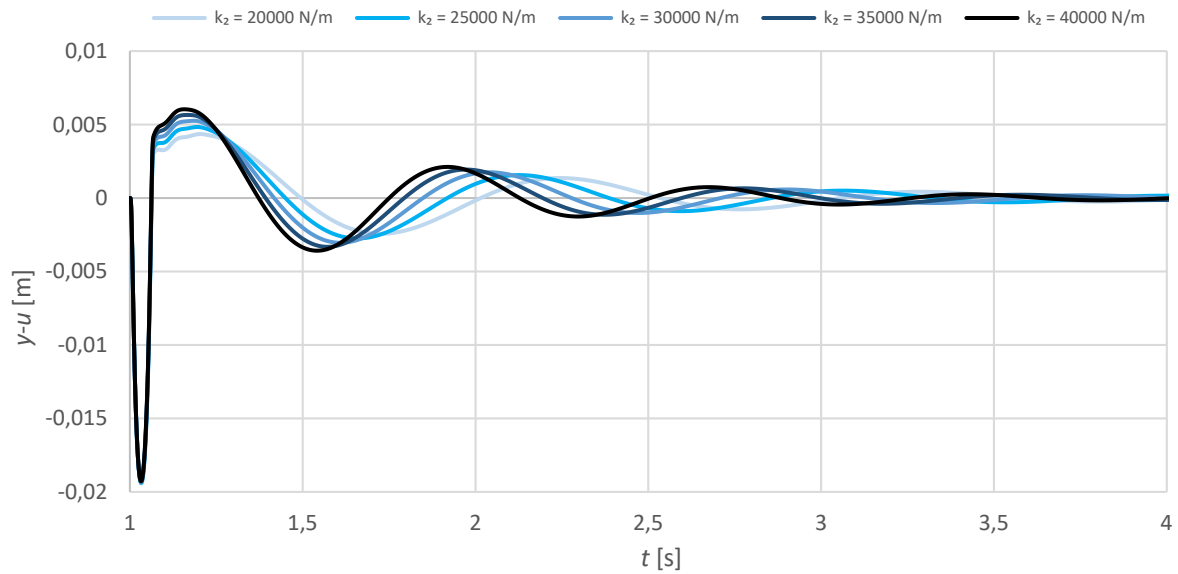


Figura 5.15: Influência da rigidez  $k_2$  no desvio do veículo em relação ao pavimento ( $\xi_2 = 0,2$ ).

5.14), mas reduz o tempo de oscilação (ver figura 5.15) permitindo uma estabilização mais rápida em torno do equilíbrio.

A figura 5.16 permite avaliar o impacto do fator de amortecimento  $\xi_2$  no desempenho da suspensão secundária.

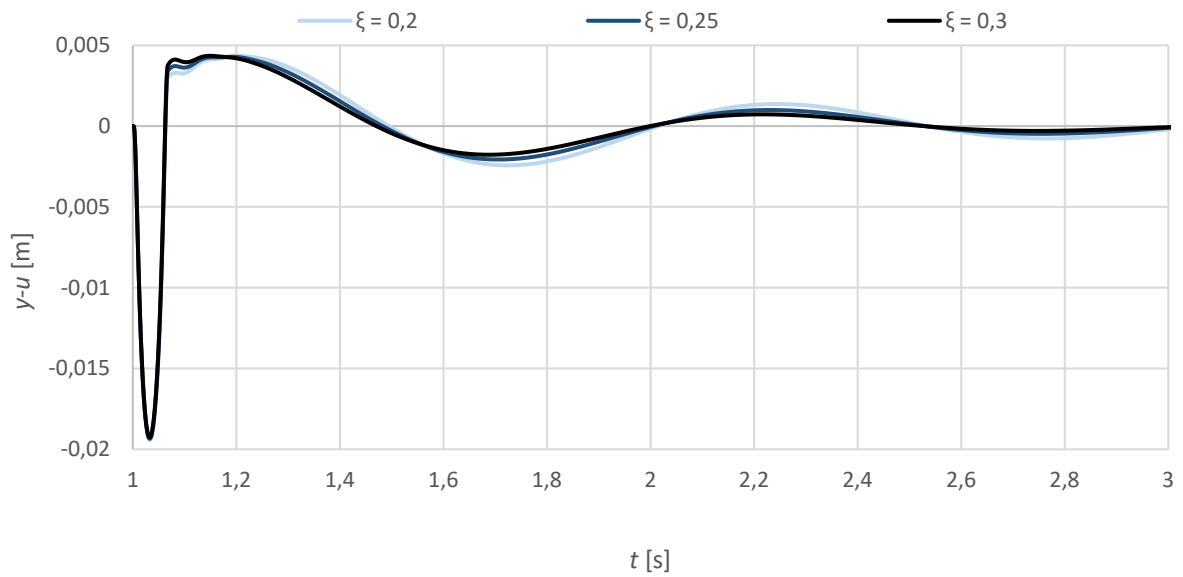


Figura 5.16: Influência do fator de amortecimento  $\xi_2$  na resposta do veículo a uma lombada ( $k_2 = 20 \text{ kN/m}$ ).



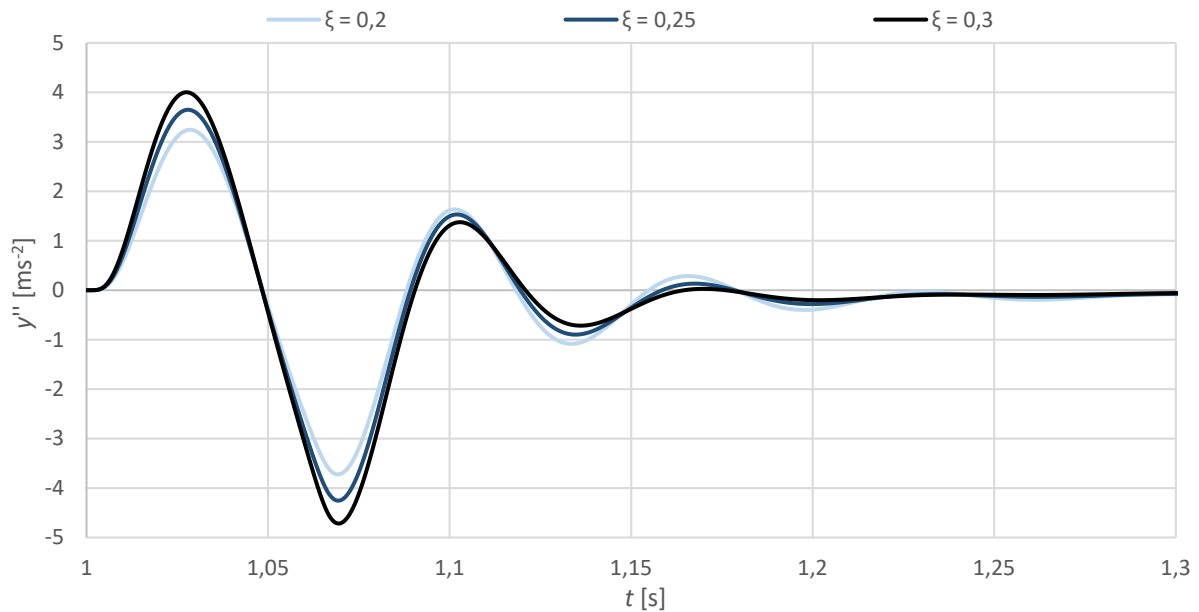


Figura 5.17: Influência do fator de amortecimento  $\xi_2$  na aceleração vertical do veículo ( $k_2 = 20 \text{ kN/m}$ ).

Verifica-se que um aumento do fator de amortecimento  $\xi_2$  contribui para suavizar os desvios entre o veículo e o pavimento e permite um tempo de oscilação menor, atingindo-se o equilíbrio mais rapidamente como se pode ver na figura 5.15. Vê-se indiretamente na mesma figura que a perturbação  $y$  do centro de massa do veículo (função  $y(t)$ ) é um pouco maior nalguns momentos quando o amortecimento  $\xi_2$  é maior, mas em geral diminui quando  $\xi_2$  aumenta.

Na figura 5.17 observa-se que um aumento do fator de amortecimento provoca um aumento da amplitude máxima da aceleração.

Uma rigidez de 20 kN/m e um fator de amortecimento de 0,2 para a suspensão secundária do veículo permitem uma resposta boa tanto para rampa como para lombo, com amplitudes de deslocamento e aceleração máxima verticais menores quando comparadas com parâmetros superiores. Além disso verificou-se anteriormente (ver subcapítulo 5.1) que esta rigidez permite pequenas deflexões nas molas quando o veículo está sujeito a forças laterais e longitudinais e reduz o espectro de acelerações de irregularidades na gama de frequências críticas.

## 6. Conclusões

Os objetivos definidos para esta tese foram cumpridos, fazendo-se um pré dimensionamento de um veículo autónomo de transporte de passageiros.

A velocidade nominal estabeleceu-se em  $7 \text{ m s}^{-1}$  porque permite um caudal de veículos perto do máximo (o máximo ocorre para  $5,5 \text{ m s}^{-1}$ ) e tempos de viagem curtos entre os terminais e a placa. O caudal máximo a determinada velocidade é função da distância de travagem à qual é somada uma margem de segurança e da desaceleração máxima permitida. A esta velocidade nominal, num ramal principal, o caudal é de 25 veículos por minuto (250 passageiros por minuto). Além disso, esta velocidade permite consumos de energia relativamente pequenos sem necessidade de aumentar a massa das baterias e a potência de propulsão. Velocidades mais elevadas diminuiriam o tempo de viagem, mas reduziriam a produtividade dos túneis e aumentariam o consumo energético, a potência motriz seria também maior e o sistema de guiamento seria mais complexo.

Uma potência de propulsão de 4 kW é suficiente para vencer as forças de resistência, permitindo acelerações suficientes até atingir a velocidade nominal. Com esta potência, um veículo de 2000 kg demora 3,5 min a percorrer um trajeto de 1,3 km (velocidade média de  $6,2 \text{ m s}^{-1}$ ), assumido rampas de inclinação de 10% nas extremidades e posição de partida e chegada à mesma cota. Nestas condições o consumo é 181 Wh/km.

Por questões de segurança, redundância e estabilidade, a potência deve ser distribuída por cada roda do veículo em motores de 1 kW, permitindo que em caso de avaria de um dos motores os restantes consigam parar o veículo em segurança. Numa análise do mercado verifica-se que motores desta potência pesam cerca de 20 kg e têm comprimentos relativamente pequenos, da ordem de 0,5 m, com um custo de cerca de 150 €.

Um total de 85 kg de baterias de lítio permite um ciclo de operação contínua de 10 horas, que é mais do que suficiente para operação diária na maior parte dos aeroportos. O custo das baterias situa-se nos 4 k€.

O sistema de guiamento dos veículos era um dos temas mais críticos para garantir a viabilidade técnica e económica do projeto. Os sistemas totalmente autónomos existentes são muito caros e têm consumo de dezenas de kWh.

O guiamento autónomo apresentado é inovador e tira partido das circunstâncias peculiares em que estes veículos são destinados a operar. Trata-se de um guiamento simples e de fácil implementação, assentes num conjunto de câmaras de vídeo e num método digital de processamento de imagem. Sem filtros, os algoritmos são relativamente robustos e o veículo tem desvios laterais máximos da ordem de 30 cm para os piores casos. A introdução de um filtro digital reduz substancialmente o ruído ótico e diminuí drasticamente a amplitude dos espectros de aceleração em cerca de 5 ordens de grandeza, oferecendo assim um melhor conforto para os passageiros. Da análise da resposta a perturbações do tipo degrau e do tipo rampa verificou-se também uma melhoria da resposta do guiamento quando aplicado um filtro, reduzindo o *overshoot* e os desvios máximos.

Como se explica no texto, os erros de resolução das câmaras de vídeo diminuem com o uso de uma fita refletora com mais do que uma banda clara. Para uma câmara HD, os erros de localização do alvo são inferiores ao milímetro, o que é importante para assegurar a qualidade do guiamento.

O pré-dimensionamento estrutural permitiu concluir que uma estrutura de 2 ton tem boa resistência global aos esforços típicos de operação com um carregamento vertical máximo permitido de 95 kN/m. A carga crítica de compressão axial desta estrutura é cerca de  $10^4$  vezes superior ao esforço axial de compressão a que o veículo está sujeito nos casos de colisão examinados. A utilização de uma estrutura em painéis *sandwich* permite combinar a elevada rigidez do aço com a baixa densidade do material do núcleo aumentando assim o momento de inércia das chapas e por conseguinte a resistência local da estrutura. Dado que o chão estará sujeito aos maiores esforços, considerou-se uma estrutura de reforço de transversinas e longarinas de secção em L para reforçar o leito do veículo, com um peso cerca de 360 kg. A tara total do veículo é cerca de 920 kg com altura do centro de massa a situar-se 0,63 m acima do pavimento, com a carga máxima atinge-se uma massa total da ordem de 2000 kg, com o centro de massa a 0,66 m acima do pavimento. De realçar que a tara obtida é da mesma ordem de grandeza quando comparamos o veículo com carrinhas de dimensão semelhante existentes no mercado automóvel.

A suspensão do veículo é semelhante à de veículos de dimensão parecida. Um fator de amortecimento de  $\xi_2 = 0,2$  e uma rigidez de  $k_2 = 20$  kN/m para a suspensão secundária permitem um excelente nível de conforto, reduzindo o espectro de acelerações em cerca de uma ordem de grandeza quando comparado com suspensões mais rígidas, que seriam necessárias se este veículo tivesse de circular em terrenos irregulares. O facto de ele se deslocar sempre em pavimentos de boa qualidade permite escolher a suspensão de modo a maximizar o conforto sem alguns dos constrangimentos habituais dos veículos que andam nas estradas. A rigidez é suficientemente alta para obter uma deflexão das molas traseira e dianteira da ordem de 1 cm quando o veículo está sujeito às forças longitudinais e laterais típicas do seu funcionamento. Para estes parâmetros, os picos de ressonância situam-se nas frequências de 1 Hz e 16 Hz, com acelerações muito reduzidas na gama crítica de frequências mais sensíveis para o ser humano. Adicionalmente, estes parâmetros permitem uma resposta suficientemente boa na entrada em rampa e em lombas, tanto no que respeita aos tempos de oscilação e à amplitude da aceleração máxima como aos deslocamentos verticais.

Conclui-se que o veículo dimensionado é eficaz, seguro e barato.

## Bibliografia

- American Institute of Steel Construction, 2017. *AISC Steel Construction Manual*. Chicago: American Institute of Steel Construction.
- André, J. M. C., Pereira, I. & Miranda dos Reis, V., 2017. *Expansão da capacidade do aeroporto de Lisboa: acesso eficiente e direto às posições remotas*, Lisboa: s.n.
- André, J. M. C. S., 2006. *Transporte interurbano em Portugal: Conceção técnica de uma alternativa ferroviária para o transporte de passageiros*. Lisboa: IST Press.
- Bosch, 2002. *Automotive Handbook*. s.l.:s.n.
- Forstreg, J., 2000. *Ride Comfort and Motion Sickness in Tilting Trains - Human Responses to Motion Environments in Train Experiment and Simulator Experiments*. Estocolmo: KTH.
- Gere, J. M. & Timoshenko, S. P., 1997. *Mechanics Of Materials*. Fourth ed. Boston: PWS Publishing Company.
- Hoogh, J. d., 2005. *Implementing inflation pressure and velocity effects into the magic formula tyre model*, Eindhoven: s.n.
- Jiao, L., 2013. *Vehicle model for tyre-ground contact force evaluation*, Stockholm: KTH Royal Institute of Technology.
- Joly, R., 1994. *Confort Vertical d'un Véhicule*. s.l.:ESTACA.
- Levitt, J. A. & Zorka, N. G., 1991. *The influence of tire damping in quarter car active suspension models*, Michigan: Ford Motor Company.
- Newland, D. E., 1975. *An Introduction to Random Vibrations, Spectral and Wavelet Analysis*. Harlow: Longman.
- Popp, K. & Schiehlen, W., 2010. *Ground Vehicle Dynamics*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.
- Reason, J. & Brand, J., 1975. *Motion Sickness*. Londres: Academic Press.
- Société de Technologie Michelin, 2002. *The tyre: Mechanical and acoustic comfort*. Clermont-Ferrand: Société de Technologie Michelin.
- Timoshenko, S. P. & Gere, J. M., 1985. *Theory of Elastic Stability*. s.l.:McGraw-Hill.
- TRB, N. -, 1991. *In Pursuit of Speed - New Options for Intercity Passenger Transport*. Washington: Transportation Research Board, National Research Council.
- UIC - High Speed Division, 1998. *Reporting on Tilting Train Technology - The State of the art*. Paris: UIC - International Union of Railways, High Speed Division.
- UIC, 1989. *Caractéristiques de Tracé des Voies Parcourues par des Trains de Voyageurs Rapides, ficha n° 703*. s.l.:UIC.
- Vehicle Dynamics Group, 2016. *Vehicle Dynamics*. Gothenburg: Chalmers University of Technology.

Wong, J., 2001. *Theory of Ground vehicles*. 3rd ed. s.l.:John Willey & Sons.

Young, W. C., Budymas, R. G. & Sadegh, A. M., 2012. *Roark's Formulas for Stress and Strain*. New York: Mc Graw Hill.