



TÉCNICO
LISBOA



MAGLEV - Levitação Magnética num Sistema de Suspensão Eletromagnética com Correntes Turbilhonares

Pedro João Alves Almeida

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em

Engenharia Eletrotécnica e de Computadores

Orientador(es): Prof. Dr. Vítor Manuel de Oliveira Maló Machado
Prof. Dr. Maria Eduarda De Sampaio Pinto de Almeida Pedro

Júri

Presidente: Prof. Dr. Célia Maria Santos Cardoso de Jesus
Orientador: Prof. Dr. Vítor Manuel de Oliveira Maló Machado
Vogal: Prof. Dr. João Filipe Pereira Fernandes

Janeiro 2021

Declaração

Declaro que o presente documento é um trabalho original da minha autoria e que cumpre todos os requisitos do Código de Conduta e Boas Práticas da Universidade de Lisboa.

Agradecimentos

Em primeiro lugar gostaria de agradecer aos meus orientadores, professor Vítor Maló Machado e professora Maria Eduarda de Almeida Pedro, pelo apoio, conhecimento técnico e intuição na resolução dos problemas encontrados, tal como disponibilidade em ajudar ao longo da realização desta dissertação.

Quero também agradecer à minha família, em especial à minha mãe e à minha irmã pelo apoio incondicional que me deram ao longo destes últimos anos.

Por fim, quero agradecer a todos os meus amigos que me ajudaram nesta etapa da minha vida e que sempre me apoiaram.

Resumo

A levitação magnética é um assunto cuja investigação se mantém atual e que possui um enorme potencial de utilização no nosso mundo. Por diversas razões tem sido uma tecnologia nem sempre aproveitada, porém pode-se considerar que responde a vários problemas encontrados na nossa sociedade que ainda se encontram por resolver.

De forma a complementar o conhecimento nesta área e possivelmente ajudar a difundir a sua utilização, esta dissertação analisa diferentes formas de simular os comportamentos de um sistema de levitação magnética, com o intuito de o estudar detalhadamente, de modo a conseguir usufruir de todos os benefícios que se podem retirar da sua aplicação. Estes diversos métodos de simulação possuem variadas hipóteses simplificativas que os distinguem, sendo que os resultados divergem de acordo com as diferentes abordagens.

São desenvolvidos vários algoritmos de cálculo das diferentes grandezas e é utilizado um programa previamente desenvolvido que recorre a métodos de elementos finitos para obter as grandezas desejadas e compreender, tanto o funcionamento, como todas as relações entre as variáveis das quais o sistema depende. Todos estes métodos são aplicados a um determinado sistema, são comparados os resultados destas aplicações e, por fim, são retiradas diversas conclusões sobre a aplicabilidade de cada método de simulação. Esta análise dos resultados é ainda fundamental para a compreensão do funcionamento.

Palavras-chave: Campo magnético, Indução eletromagnética, Levitação Magnética

Abstract

Magnetic Levitation is a field of study whose research is up to date and it poses as a technology with a vast potential in our world. For several reasons, it has been a technology that is not always used, however it can answer many different problems found today in our society.

In order to complement the knowledge in this specific area and possibly help spread its application, this thesis analyses different simulation methods of the behaviour of a magnetic levitation system, with the intent to thoroughly study and take advantage of all the benefits it can provide. All the methods studied have different simplified assumptions that facilitate their use and help differentiate them, but all the results obtained, as a consequence, end up with slight variations.

Several calculation algorithms are developed that provide the characteristic parameters of the system. These are also obtained with a finite element method model. With this, one can understand how the system works, how the variables behave and all their relations. All these methods are applied to a certain system, the results are compared and many different conclusions are reached. This analysis is fundamental because it helps to understand the system as a whole.

Keywords: Magnetic field, Electromagnetic induction Magnetic Levitation

Conteúdo

Agradecimentos	v
Resumo	vii
Abstract	ix
Lista de Tabelas	xiv
Lista de Figuras	xvi
Nomenclatura	xix
Nomenclatura	xix
Glossário	xxi
1 Introdução	1
1.1 Enquadramento	1
1.2 Motivação e objetivos	2
1.3 Estado de arte	3
1.4 Estrutura do documento	4
2 Descrição dos métodos utilizados	6
2.1 Introdução	6
2.2 Modelizações com soluções de natureza analítica	7
2.2.1 Aproximação planar	7
2.2.1.1 Placa condutora perfeita	7
2.2.1.2 Placa com condutividade finita	9
2.2.2 Aproximação axissimétrica	12
2.2.2.1 Principais abordagens	12
2.2.2.2 Algoritmo de Dodd	13
2.3 Simulação com recurso a elementos finitos	17
3 Resultados obtidos e sua validação	19
3.1 Descrição do problema	19
3.2 Configuração planar	20
3.2.1 Placa condutora perfeita	20
3.2.2 Placa com condutividade finita	22

3.3	Validação dos resultados para a configuração planar com placa de condutividade e espessuras finitas	29
3.3.1	Coeficiente de indução	36
3.3.2	Campo magnético	37
3.3.3	Força	39
3.4	Discussão da consideração da modelização planar para representação de bobinas de configuração axissimétrica de secção retangular ou circular	40
3.4.1	Simetria segundo um eixo	40
3.4.2	Influência da secção no coeficiente de indução	40
3.4.2.1	Coeficiente de indução	44
3.4.2.2	Campo magnético	44
3.4.2.3	Valor de corrente constante	45
3.4.3	Translação de sistema planar para sistema axissimétrico	45
3.4.3.1	$d = 40$ mm	45
3.4.3.2	$d = 55$ mm	48
3.4.4	Validação dos métodos utilizados	50
4	Conclusões	55
4.1	Conclusões	55
4.2	Trabalho Futuro	58
	Bibliografia	60

Lista de Tabelas

3.1	Comparação entre sistema com placa condutora perfeita e sistema com placa com condutividade finita.	28
3.2	Comparação entre valores de corrente a percorrer os enrolamentos da bobine (valor eficaz), calculados e medidos	29
3.3	Valores do coeficiente de indução e força, para diferentes alturas de levitação, com secção circular.	45
3.4	Valores do coeficiente de indução e força, para diferentes alturas de levitação, com secção retangular.	45
3.5	Comparação entre valores calculados e medidos, para a força de levitação igual ao peso da bobine.	52

Lista de Figuras

1.1	Comboio com tecnologia MAGLEV. Fonte: https://www.jrailpass.com/blog/maglev-bullet-train	1
2.1	Sistema que descreve o problema base.	6
2.2	Corte transversal de um sistema de levitação magnética, presente em [1]	7
2.3	Corte transversal de um sistema de levitação magnética, presente em [2]	9
2.4	Corte transversal de um sistema de levitação magnética, presente em [3]	10
2.5	Corte transversal de um sistema de levitação magnética, presente em [4]	15
2.6	Divisão do problema em diferentes zonas, presente em [4]	16
3.1	Coefficiente de indução normalizado em função da relação entre a altura de levitação e do raio do condutor da bobine.	21
3.2	Força de levitação da bobine normalizada em função da relação entre a altura de levitação e do raio do condutor da bobine.	21
3.3	Indução magnética normalizada (B_n) em função da relação da posição com a altura de levitação (x/h_c)	23
3.4	Coefficiente de indução normalizado da bobine em função da frequência.	23
3.5	Coefficiente de indução normalizado da bobine em função da altura de levitação normalizada, $h_{cn} = qh_c$	24
3.6	Força de levitação normalizada em função da altura de levitação normalizada.	25
3.7	Perdas de Joule normalizadas em função da altura de levitação normalizada.	26
3.8	Coefficiente de indução normalizado (L_n), valor quando se considera a placa perfeita (L_{psn}) e correção quando se considera condutividade finita (L_{csn}) em função da espessura da placa condutora normalizada.	27
3.9	Força de levitação normalizada em função da espessura da placa condutora normalizada e valor quando se considera a aproximação da placa com espessura infinita (tracejado).	27
3.10	Perdas de Joule normalizadas em função da espessura da placa condutora normalizada e valor quando se considera a aproximação da placa com espessura infinita (tracejado).	28
3.11	Sistema a simular no <i>FEMM</i>	30
3.12	Definição do problema com configuração planar.	30
3.13	Propriedades do ar, no <i>FEMM</i>	31

3.14 Propriedades do cobre, material da bobine, no <i>FEMM</i>	31
3.15 Propriedades do alumínio, material da placa condutora, no <i>FEMM</i>	32
3.16 Parâmetros de simulação do alumínio, material da placa condutora, no <i>FEMM</i>	32
3.17 Parâmetros de simulação do cobre, material da bobine, no <i>FEMM</i>	33
3.18 Parâmetros de simulação do ar, no <i>FEMM</i>	34
3.19 Discretização espacial de forma a simular o sistema, caso planar.	34
3.20 Propriedades da condição de fronteira utilizada para simular o sistema no <i>FEMM</i>	35
3.21 Linhas do vetor de indução magnética do sistema presente em [2], simulado no <i>FEMM</i>	36
3.22 Vetor de indução magnética na superfície da placa, para diferentes valores de x , segundo <i>FEMM</i> (pontos) e algoritmo (linha).	37
3.23 Componente x do vetor de indução magnética na superfície da placa, para diferentes valores de x , segundo cálculos descritos anteriormente, de acordo com [2].	38
3.24 Componente y do vetor de indução magnética na superfície da placa, para diferentes valores de x , segundo cálculos descritos anteriormente, de acordo com [2].	38
3.25 Valores do coeficiente de indução em função de h_c	39
3.26 Definição do problema com configuração axissimétrico.	42
3.27 Discretização espacial de forma a simular o sistema, caso axissimétrico.	42
3.28 Linhas do vetor de indução magnética do sistema presente em [2], considerando a abordagem axissimétrica, simulado no <i>FEMM</i>	43
3.29 Linhas do vetor de indução magnética do sistema presente em [3], considerando a abordagem axissimétrica, simulado no <i>FEMM</i>	43
3.30 Valores do campo de indução magnética (B) na superfície da placa condutora, para secção retangular e circular.	44
3.31 Indução magnética na superfície da placa, para sistema planar e axissimétrico, com $d = 40\text{ mm}$	46
3.32 Coeficiente de indução em função da altura de levitação, para sistema planar e axissimétrico, com $d = 40\text{ mm}$	47
3.33 Força em função da altura de levitação, para sistema planar e axissimétrico, com $d = 40\text{ mm}$	48
3.34 Linhas do vetor de indução magnética do sistema presente em [2], considerando a abordagem axissimétrica, simulado no <i>FEMM</i>	48
3.35 Vetor de indução magnética na superfície da placa, para sistema planar, com $d = 40\text{ mm}$, e axissimétrico, com $d = 55\text{ mm}$	49
3.36 Coeficiente de indução em função da altura de levitação, para sistema planar, com $d = 40\text{ mm}$, e axissimétrico, com $d = 55\text{ mm}$	49
3.37 Força em função da altura de levitação, para sistema planar, com $d = 40\text{ mm}$, e axissimétrico, com $d = 55\text{ mm}$	50

Nomenclatura

Simbolos gregos

δ Profundidade de penetração.

ϵ Permissividade.

γ Fator de atenuação.

μ Permeabilidade.

ω Frequência angular.

σ Condutividade.

Simbolos romanos

A Potencial vetor.

B Indução magnética.

D Campo de deslocamento elétrico.

E Campo elétrico.

F Força.

g Aceleração da gravidade.

H Campo magnético.

h Altura.

I Intensidade de corrente.

J Densidade de corrente.

L Coeficiente de indução.

l Comprimento.

m Massa.

P Potência.

R Resistência.

Z Impedância.

Subscritos

ef Valor eficaz.

n Valor normalizado.

x, y, z Componentes cartesianos.

Sobrescritos

* Conjugado.

Capítulo 1

Introdução

1.1 Enquadramento

A mobilidade é uma necessidade básica e crescente na nossa sociedade. Devido ao grande aumento do turismo nos últimos anos, maior mobilidade por parte das pessoas e um acréscimo na vontade de transformar todos os lugares do nosso mundo facilmente acessíveis, novas formas de tecnologia foram utilizadas de forma a responder às necessidades previamente enunciadas.

A levitação magnética pode ser vista como mais uma tecnologia que facilitará a vida de todos os que pretendem deslocar-se no futuro, com maior aplicação, de forma rápida, segura e limpa.

Esta tecnologia é utilizada em diversos âmbitos, como por exemplo, nos volantes de inércia, para armazenar energia. No entanto, o conhecimento sobre o tema surgiu sobretudo a partir da utilização em meios de transporte, mais precisamente comboios, como se pode observar na Figura 1.1.



Figura 1.1: Comboio com tecnologia MAGLEV. Fonte: <https://www.jrailpass.com/blog/maglev-bullet-train>

Ao longo da história houve um elevado número de projetos para implementar esta tecnologia mas apenas um escasso número destes se tornou realidade. Nos dias de hoje apenas existe um comboio que possui a tecnologia MAGLEV e que transporta passageiros diariamente, todos os outros são protótipos e casos em fase de testes. A razão principal para esta tecnologia demorar tanto tempo a difundir-se é devido à necessidade de desenvolver toda uma nova infraestrutura de suporte que apenas é compatível com este tipo de comboios.

Existem atualmente inúmeros projetos para implementar esta tecnologia no futuro. Com o tempo e o

aumento do conhecimento geral sobre o tema é possível que seja muito utilizada, pois o seu potencial é bastante amplo. Isto deve-se ao facto de o atrito por contacto ser nulo, tal como as emissões de carbono, duas características cada vez mais procuradas hoje em dia. Este meio de transporte pode ser uma alternativa aos atuais meios de transporte, sendo este apenas um exemplo, apesar de ser o com maior relevância, da aplicação da tecnologia abordada nesta dissertação.

1.2 Motivação e objetivos

A área da levitação magnética é bastante desconhecida e apenas quem a estuda possui conhecimentos sobre esta. Um maior conhecimento geral sobre este tema pode levar a grandes avanços tecnológicos, como por exemplo, na área dos transportes, e acabar por revolucionar a maneira como o ser humano se desloca, tal como o transporte de mercadorias. Através de um sistema de levitação magnética repulsiva (MAGLEV) num sistema de suspensão eletromagnética é possível atingir uma situação onde o atrito por contacto é inexistente, embora se tenha que ter em conta o atrito aerodinâmico e as perdas por efeito de Joule originadas por indução eletromagnética. Em suma, existe uma possibilidade de interligar o nosso mundo de uma forma inovadora e única, visando sempre proporcionar uma melhoria na vida de todas as pessoas envolvidas.

Esta dissertação tem como objetivo dar a conhecer melhor esta tecnologia com o intuito de difundir a sua utilização, especialmente na área dos transportes e de armazenamento de energia, mas também possivelmente encontrar novas utilidades.

Para se poder estudar esta tecnologia foram tomadas diferentes hipóteses simplificativas de modo a facilitar a realização do trabalho mas nunca comprometendo a autenticidade dos resultados obtidos. Para garantir que os resultados dos modelos utilizados se podem comparar à realidade e desta forma validar as conclusões foram utilizados vários métodos, com hipóteses variadas, e os seus resultados comparados de forma a perceber como estas hipóteses afetam o sistema como um todo.

Nesta dissertação será analisado o comportamento do campo magnético nas diversas regiões do sistema e, a partir deste, calcular o coeficiente de indução da bobine e o valor da força de levitação. Os resultados serão comparados entre vários métodos de cálculo, método de simulação recorrendo a elementos finitos e também resultados experimentais. Todo este trabalho e suas conclusões têm como intuito aprofundar o conhecimento sobre o funcionamento dos sistemas de levitação magnética e também compreender o comportamento do sistema quando se variam diversos parâmetros.

Por fim, serão estudadas ambas as configurações planar e axissimétrica do programa de simulação que utiliza o método de elementos finitos, comparando os resultados obtidos para perceber quais as diferenças nas suas utilizações, tal como vantagens e desvantagens de cada uma.

Os métodos de cálculo e as simulações de sistemas que refletem a realidade ajudam a compreender como se pode utilizar e difundir esta tecnologia, sem qualquer necessidade de implementação de modelos experimentais. As comparações efetuadas neste trabalho têm como objetivo encontrar uma metodologia simples para tratar problemas de levitação magnética, com rapidez de cálculo e robustez, de forma a resolver qualquer problema independentemente da capacidade computacional e da

complexidade deste.

1.3 Estado de arte

O tema abordado nesta dissertação teve diferentes abordagens, realizadas por diversos autores. Estes autores tomaram diferentes hipóteses simplificativas com o objetivo de facilitar a resolução e compreensão do problema, no entanto, tentando nunca se afastar demasiado da realidade.

O primeiro método analisado [1] considera que a placa condutora sob a bobine era perfeita e tinha comprimento e espessura infinitos. A bobine possui uma secção circular, considera-se também que as correntes que percorrem a bobine têm uma variação sinusoidal no tempo, com uma frequência de 50 Hz . A partir destas hipóteses considera-se que a corrente tem uma distribuição uniforme na secção reta da bobine. Esta abordagem é a mais simples e rápida para o cálculo de diversas grandezas associadas ao sistema em questão.

Em seguida, foi analisado um método que toma em consideração nos cálculos a placa com condutividade finita [2], considerando que esta possui uma espessura finita. A bobine possui também secção circular. Esta abordagem, no entanto, é única no sentido em que toma em consideração a espessura da camada isoladora da bobine. É também considerado que a corrente tem uma distribuição uniforme na secção reta da bobine.

Posteriormente, foi explorado um método [3] bastante semelhante ao anterior. As principais diferenças são que a secção da bobine é retangular e que os valores da indutância são dados pela sua aproximação exponencial, o que facilita os cálculos. Este método é acompanhado de resultados experimentais, de forma a validá-lo. Os três métodos descritos são inteiramente desenvolvidos assumindo que o comprimento axial das bobines é infinito, ou seja, os valores intermédios obtidos são por unidade de comprimento, apenas nos resultados finais é tomado em consideração o comprimento axial.

Por fim, foi estudado um método diferente dos descritos anteriormente, em que o autor considera que todo o sistema é simétrico segundo um eixo vertical [4]. Desta forma, o autor pode desenvolver o método utilizando equações de Bessel. Este método considera uma bobine de secção retangular sobre uma placa condutora com condutividade finita e espessura finita. A corrente possui também uma distribuição uniforme ao longo de toda a secção reta da bobine.

Todos os métodos descritos acima foram utilizados e foram obtidos diferentes resultados. Essas diferenças serão discutidas e analisadas mais tarde nesta dissertação.

Como principal aplicação prática desta tecnologia atualmente existe o *Shanghai Transrapid*, que consiste num comboio de transporte de passageiros, que opera diariamente. Em [5], está presente uma comparação entre as tecnologias utilizadas nos comboios de levitação magnética e nos comboios de alta velocidade. As principais conclusões a que os autores chegam é que apesar da velocidade atingida pelos comboios com tecnologia de levitação magnética ser superior aos restantes, o investimento necessário, tal como o excessivo consumo de energia elétrica não justificam a sua utilização. No entanto, o artigo é datado de 2002, anterior ao *Shanghai Transrapid*, aplicação com sucesso e resultados positivos.

1.4 Estrutura do documento

Esta dissertação é composta por um total de 4 capítulos.

O primeiro capítulo é composto por uma breve introdução ao tema da levitação magnética repulsiva num sistema de suspensão eletromagnética. Os objetivos do trabalho, a motivação para a realização deste e um pequeno estado de arte também são discutidos neste capítulo.

O segundo capítulo possui uma minuciosa descrição dos métodos utilizados ao longo da execução deste trabalho, de forma a compreender os resultados apresentados e as conclusões.

No terceiro capítulo são apresentados todos os resultados obtidos a partir da aplicação dos métodos descritos no capítulo anterior.

No quarto e último capítulo são apresentadas as conclusões e considerações finais sobre o trabalho no geral e em particular sobre os resultados obtidos.

Capítulo 2

Descrição dos métodos utilizados

2.1 Introdução

A levitação magnética é um método em que se utiliza a força magnética criada por um circuito para contrariar a força da gravidade e desta forma dar origem a uma situação de levitação. Esta situação pode-se descrever como um repouso de um objeto em que os seus únicos apoios são os campos magnéticos.

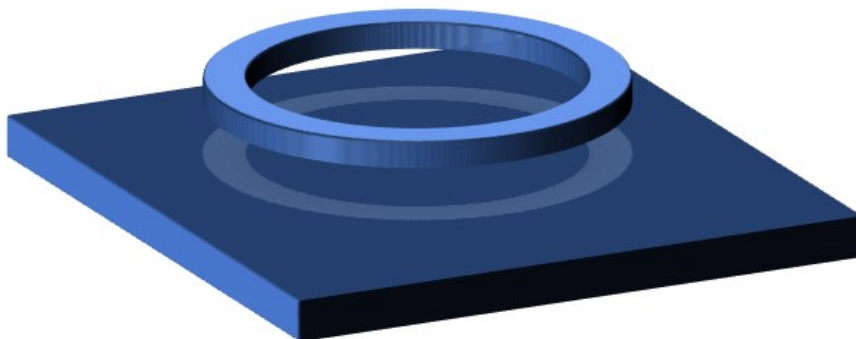


Figura 2.1: Sistema que descreve o problema base.

De forma a reproduzir a levitação magnética é necessário uma bobine em repouso sobre uma placa de um material condutor, como se encontra presente na Figura 2.1. Esta bobine, ao ser percorrida por uma corrente elétrica variável no tempo (de variação sinusoidal), segundo a lei de Ampère, dá origem a um campo magnético. Este campo magnético é também variável no tempo e ao interagir com a placa condutora na sua vizinhança origina correntes turbilhonares que vão percorrer a superfície da placa, de acordo com a lei de Faraday.

As correntes turbilhonares, em inglês, *eddy currents*, são induzidas pela interação entre um campo magnético variável e uma superfície condutora. Estas dependem da intensidade do campo, área e quanto este varia. São também inversamente proporcionais à resistividade do condutor.

Aplicando a lei de Faraday, que corresponde à lei de Lenz, neste contexto, as correntes turbilhonares geram um campo magnético na direção oposta à direção do campo que as criou. Este campo repele o objeto e contraria a força da gravidade, resultando na levitação do objeto.

O modelo descrito nos parágrafos anteriores é um exemplo de levitação magnética repulsiva, no entanto, existe uma forma distinta de atingir a levitação magnética: levitação atrativa.

A levitação atrativa acontece quando um corpo de material ferromagnético é atraído por uma fonte de fluxo magnético. Um grande problema inerente a esta tecnologia é o facto dos sistemas deste tipo serem instáveis, logo é necessário um sistema de controlo.

Este tipo de levitação não está no âmbito deste trabalho, logo apenas será estudada e discutida a levitação repulsiva.

2.2 Modelizações com soluções de natureza analítica

2.2.1 Aproximação planar

2.2.1.1 Placa condutora perfeita

A primeira abordagem a este tema, presente em [1], trata de um problema de levitação magnética em que se considera que a placa condutora é perfeita e tem espessura infinita, sendo as hipóteses previamente enunciadas simplificativas. Estas garantem que a densidade de corrente tem orientação axial e distribuição uniforme na secção reta da bobine, caso a profundidade de penetração do campo magnético for pelo menos dez vezes superior ao raio dos condutores multifilares da bobine. Desta forma o problema torna-se simples de resolver, pois as simplificações transformaram-no num problema linear, onde o potencial vetor do campo magnético tem orientação axial.

Na Figura 2.2 é possível observar o sistema utilizado em [1].

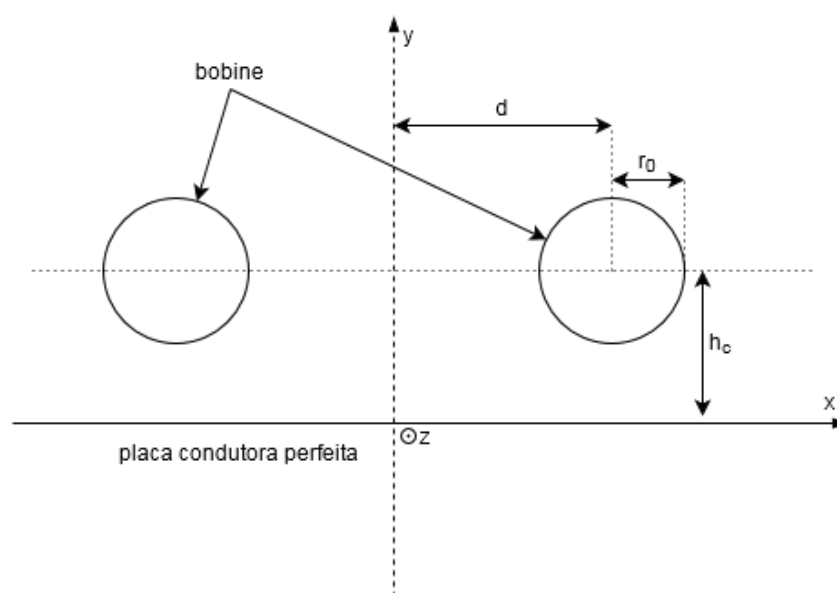


Figura 2.2: Corte transversal de um sistema de levitação magnética, presente em [1]

O problema é abordado no domínio da frequência, devido à linearidade. O campo magnético é calculado a partir do potencial vetor, definido pelo autor nos diversos espaços do sistema.

O regime quase-estacionário é assumido, assim como a configuração 2D para o problema, onde o potencial vetor e a densidade de corrente só possuem componente segundo z , representadas, em regime alternado sinusoidal, respetivamente pelas amplitudes complexas \bar{A} e \bar{J} , satisfazendo as seguintes equações

$$\begin{cases} \nabla^2 \bar{A} = -\mu \bar{J}, & \text{nos condutores da bobine} \\ \nabla^2 \bar{A} = 0, & \text{no ar} \end{cases} \quad (2.1)$$

sendo \bar{J} a densidade de corrente na bobine.

A partir do método das imagens e assumindo todas as hipóteses enunciadas anteriormente, tal como a continuidade do valor do potencial vetor que é imposta na fronteira entre o ar e a placa condutora, assim como o vetor H ser tangencial à placa, o autor chega ao valor da energia magnética armazenada no sistema e, posteriormente, ao seguinte coeficiente de indução normalizado do circuito

$$L_n = \frac{L}{L_{norm}} = \frac{\mu_r}{2} + 2 \ln \left(\frac{2h_c d}{r_0 \sqrt{d^2 + h_c^2}} \right), \quad (2.2)$$

sendo μ_r a permeabilidade relativa do material, h_c a distância entre o centro do condutor da bobine e a placa condutora (altura do circuito), na direção y , d a distância entre o centro do condutor da bobine e o centro da bobine (raio da bobine), na direção x , e, por fim, r_0 o raio dos condutores da bobine.

A normalização utilizada neste caso é igual a

$$L_{norm} = \frac{\mu_0}{2\pi} N^2 l, \quad (2.3)$$

com l igual ao comprimento axial e N ao número de espiras.

Uma nota que o autor evidencia é a independência do coeficiente de indução da frequência de trabalho. Isto somente acontece pois foram tomadas hipóteses simplificativas, tais como, distribuição uniforme da corrente e a perfeição da placa condutora.

A partir do princípio dos trabalhos virtuais pode-se chegar ao valor da força de natureza magnética, sendo esta igual à derivada da energia magnética em ordem à distância entre a bobine e a placa condutora (h_c). A força normalizada toma o seguinte valor

$$F_n = \frac{\frac{\partial W_m}{\partial h_c}}{F_{norm}} = \frac{2}{\frac{h_c}{r_0} \left[1 + \left(\frac{h_c}{d} \right)^2 \right]}, \quad (2.4)$$

sendo a corrente constante.

A normalização utilizada para a força é

$$F_{norm} = \frac{1}{2} I_{bef}^2 \frac{\mu_0}{2\pi r_0} N^2 l, \quad (2.5)$$

sendo I_{bef} o valor eficaz da corrente que percorre os condutores da bobine.

De forma a perceber e estudar de forma minuciosa o método apresentado, foi desenvolvida uma rotina em *MATLAB* [6], denominada *placaperf.m*, que reproduz tudo o que foi descrito anteriormente. Todos os resultados obtidos por este método, presentes neste trabalho, foram alcançados utilizando esta rotina. Desta forma, variando de todas as maneiras possíveis os dados de entrada foi possível compreender todas as relações entre as diferentes variáveis que compõe o sistema em estudo.

2.2.1.2 Placa com condutividade finita

De forma a aproximar o modelo da realidade, a placa condutora deixa de ter condutividade infinita e passa a ter uma espessura finita também. Considerando a placa com condutividade finita o problema torna-se mais complexo mas mais interessante simultaneamente, pois os seus resultados já se aproximam bastante da realidade. Esta aproximação é evidente quando se comparam ambos os artigos [3] e [2], sendo que o primeiro aborda o problema de uma forma experimental, recorrendo a aproximações de natureza empírica, e o segundo aborda o problema de uma forma teórica, a partir das equações fundamentais do campo, e os resultados convergem para valores dentro da mesma ordem de grandeza.

De certa forma, a proximidade dos valores obtidos em ambos os artigos valida os métodos utilizados em [2].

Nas Figuras 2.3 e 2.4 estão representados os sistemas utilizados em [2] e [3], respetivamente.

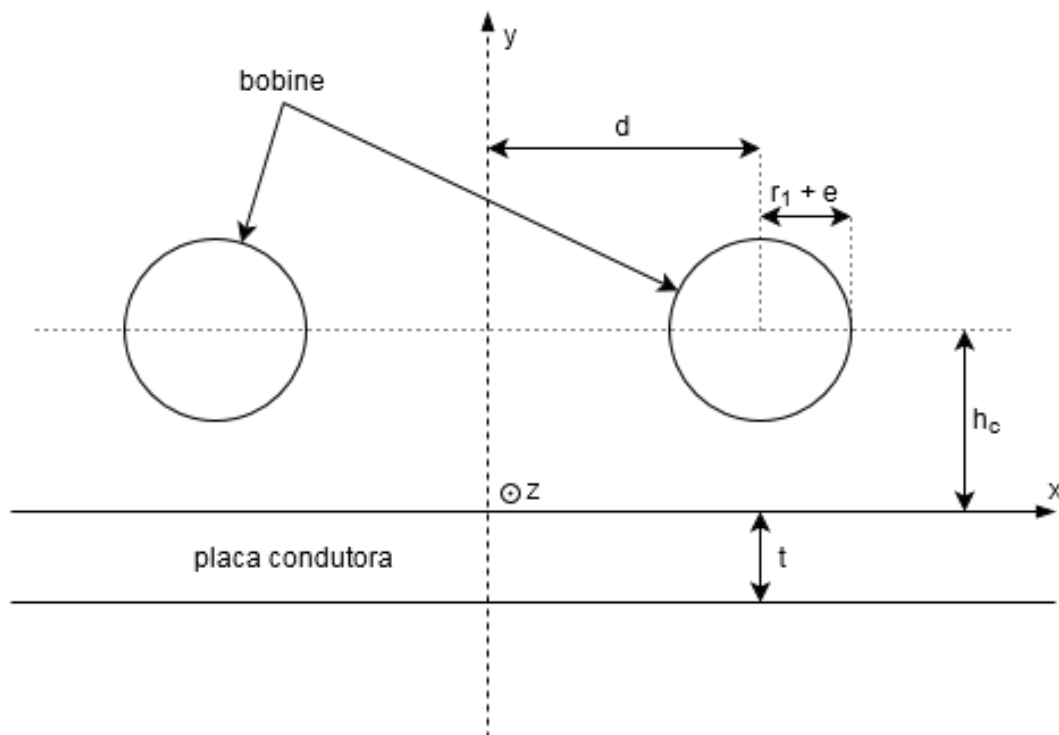


Figura 2.3: Corte transversal de um sistema de levitação magnética, presente em [2]

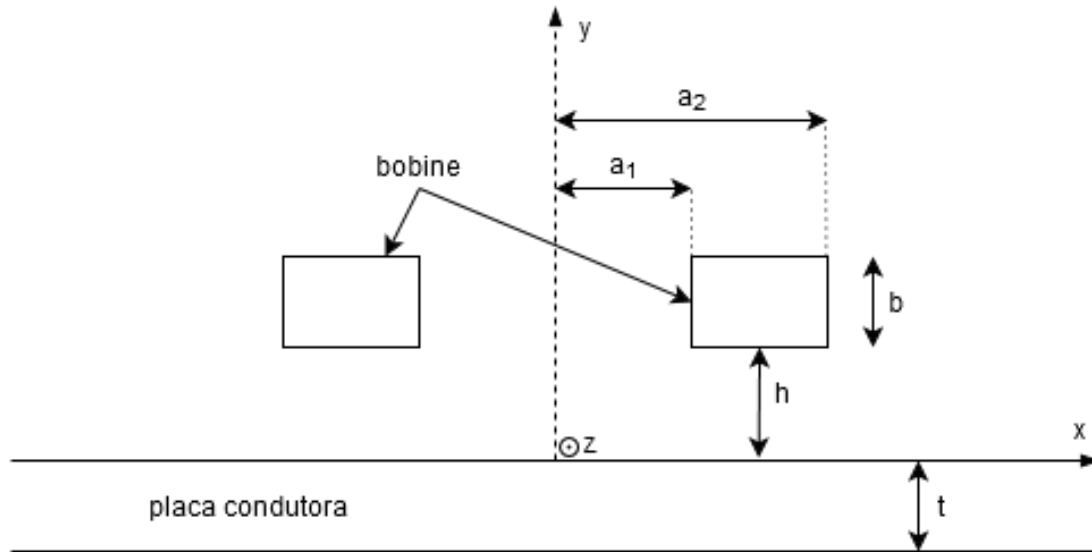


Figura 2.4: Corte transversal de um sistema de levitação magnética, presente em [3]

Tendo em conta que este problema é abordado a duas dimensões e que não se considera o comprimento axial (resultados iniciais são por unidade), as aproximações feitas anteriormente também se aplicam. Ou seja, faz-se uma abordagem no domínio da frequência e admite-se o regime quase estacionário. A solução encontrada é uma combinação linear da solução quando se considera que a placa é um condutor perfeito e do valor que corresponde a uma correção quando se considera a que o material constituinte da placa possui uma condutividade finita.

O autor procede a definir os valores do vetor potencial do campo magnético em três zonas diferentes, no espaço acima da placa condutora ($y > 0$), na placa condutora ($0 \geq y \geq -t$) e por baixo da placa condutora ($-t > y$). Tendo em conta que o autor não fornece uma demonstração para estes valores, esta pode ser encontrada em [7].

A partir das hipóteses simplificativas enunciadas acima e dos valores do potencial vetor, o autor de [2], chega às seguintes expressões para a indutância normalizada de acordo com (2.3)

$$L_n = L_{psn} + L_{csn}, \quad (2.6)$$

sendo que L_{psn} corresponde à indutância no caso em que a placa condutora é perfeita e L_{csn} corresponde à correção da indutância quando se considera a placa com uma condutividade finita.

L_{psn} pode ser descrito por (2.2), pois esta contribuição é precisamente igual ao caso discutido em [1]. No entanto, é necessário utilizar o valor de r_0 em vez de r_1 , onde h_c corresponde à distância entre o centro da bobine e a placa condutora (pode também ser escrito da seguinte forma $h_c = h + r_1 + e$, sendo h a altura de levitação, r_1 o raio da bobine e e a espessura do material isolante que reveste a bobine). r_1 , como já foi referido, corresponde ao raio da bobine e d à distância entre o centro da bobine e o centro do sistema.

Para o caso em que se considera a placa com condutividade finita temos

$$L_{csn} = 8Re \left[\int_0^{+\infty} V(\xi) e^{-2h_{cn}\xi} \sin^2(\xi d_n) d\xi \right], \quad h_{cn} = qh_c, \quad d_n = qd, \quad (2.7)$$

com

$$V(\xi) = \frac{1}{\sqrt{\xi^2 + j}} \frac{\cosh(v) + \beta \sinh(v)}{2\beta \cosh(v) + (\beta^2 + 1) \sinh(v)}, \quad (2.8)$$

$$\beta = \frac{|\xi|}{\sqrt{\xi^2 + j}}, \quad (2.9)$$

$$v = \sqrt{\xi^2 + j} t_n, \quad t_n = qt. \quad (2.10)$$

Desta forma, h_{cn} é igual à distância normalizada entre o centro da bobine e a placa condutora, d_n é igual à distância normalizada entre o centro da bobine e o centro do sistema e, finalmente, t_n é igual à espessura normalizada da placa condutora.

A normalização utilizada para a indutância é igual a (2.3). As restantes grandezas que foram mencionadas são normalizadas a partir de uma multiplicação do valor por um fator q , sendo este igual a

$$q = \frac{\sqrt{2}}{\delta}, \quad (2.11)$$

onde δ é a profundidade de penetração, que toma o valor de

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}}, \quad (2.12)$$

para um determinado meio com permeabilidade μ e condutividade σ . ω corresponde à frequência angular.

O resultado para espessura infinita, com interesse prático para a situação em que a profundidade de penetração do campo eletromagnético na placa condutora é muito menor que a respetiva espessura, vem dado por (2.7) em que

$$V(\xi) = \frac{1}{|\xi| + \sqrt{\xi^2 + j}}. \quad (2.13)$$

A partir dos valores obtidos acima é possível chegar ao valor da força normalizada, de acordo com (2.5), sendo este

$$F_n = \frac{F_{med}}{F_{norm}}, \quad (2.14)$$

com

$$F_{med} = \frac{1}{2} I_{bef}^2 \frac{\partial L}{\partial h}. \quad (2.15)$$

I_{bef} é igual ao valor de corrente em cada enrolamento da bobine e l corresponde ao comprimento axial do circuito.

Em contrapartida, o autor de [3], considera a aproximação exponencial para o valor da indutância

$$L = L_0 - L_r e^{-\frac{h}{\gamma}}, \quad (2.16)$$

onde L_0 representa a indutância terminal (valor que a indutância toma quando a altura tende para infinito). O termo L_r está presente para representar a diminuição do valor da indutância quando a bobine se aproxima da placa condutora. O γ é o fator de atenuação, como descrito em [3].

Ambos os autores dos artigos [2] e [3] abordam o problema em estudo de uma forma distinta das restantes estudadas. Consideram que o problema tem comprimento axial infinito e que a placa condutora tem comprimento finito e condutividade finita também.

Por fim, foi implementado um algoritmo no *MATLAB*, com o nome de *placaimperf.m*, que possui as equações necessárias para calcular diversas grandezas de enorme importância para a total compreensão do método descrito. Todos os resultados encontrados ao longo deste trabalho referentes ao método descrito anteriormente foram obtidos a partir da aplicação deste algoritmo ou retirados diretamente de [3].

2.2.2 Aproximação axissimétrica

2.2.2.1 Principais abordagens

Outra forma de abordar o problema de um sistema de levitação magnética num sistema de suspensão eletromagnética é considerar que este é simétrico em relação a um eixo [4]. Desta forma, apesar de se tratar de um problema a 3 dimensões apenas é necessário utilizar 2 coordenadas (raio e altura). Em [4], o autor aborda o problema assumindo as seguintes hipóteses simplificativas: os condutores são finos o suficiente para a corrente se distribuir uniformemente e a placa é um condutor não perfeito. Quanto à espessura da placa existem duas abordagens diferentes. A primeira, presente em [4], considera que a placa tem uma espessura finita. A segunda, presente em [8], considera que apesar da placa não ser perfeita possui uma espessura infinita.

Os autores de ambos os artigos divergem sobre o impacto no resultado final de considerar a espessura da placa finita. Em suma, o autor de [4] alega que o valor da espessura da placa afeta o resultado final, enquanto que o autor de [8] defende no seu artigo que considerar a placa com espessura infinita não altera o resultado final e que facilita bastante os cálculos, logo é uma aproximação válida.

O autor de [8] afirma que o erro que resulta da aproximação tomada é inferior a 3 %, para os casos tratados no artigo, sendo que se pode considerar que é um erro pequeno e que a opção de considerar a placa com espessura infinita é válida pois facilita bastante os cálculos.

O autor de [4] não toma uma posição perante esta hipótese simplificativa, no entanto, considera que a espessura da placa condutora é finita.

A validade da aproximação de [8], isto é da placa com espessura infinita, está evidente nas Figuras 3.9 e 3.10, no capítulo dos resultados, obtidas recorrendo ao algoritmo descrito na secção anterior.

Apesar de se tratar de um caso planar, é possível observar o efeito desta aproximação e comparar analiticamente os resultados obtidos. Conclui-se, neste caso, que a espessura pode ser considerada infinita para $t_n > 3\sqrt{2}$, significando que a relação $\frac{t}{\delta} > 3$ é verificada.

2.2.2.2 Algoritmo de Dodd

Tudo o que é desenvolvido pelo autor de [4] tem como ponto de partida a primeira equação presente no artigo, mas o autor não demonstra como se pode obter essa igualdade. Para se poder melhor compreender o seguimento de todo este artigo, é necessário demonstrá-la.

A partir das seguintes expressões

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu}, \quad (2.17)$$

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}, \quad (2.18)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (2.19)$$

é possível chegar a

$$\nabla \times \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (2.20)$$

Em seguida, a partir de

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \nabla V, \quad (2.21)$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}, \quad (2.22)$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}, \quad (2.23)$$

a expressão 2.20 transforma-se facilmente em

$$\nabla \times \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} = \sigma \left(-\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \nabla V \right) - \epsilon \left(\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial t} (\nabla V) \right). \quad (2.24)$$

No entanto, para se contar com o efeito das fontes de corrente presentes no sistema, é necessário somar um termo igual a \vec{J}_s .

Sabe-se também que

$$\nabla \times \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} = \frac{1}{\mu} \left(\nabla \times \nabla \times \vec{A} + \mu \nabla \frac{1}{\mu} \times \nabla \times \vec{A} \right). \quad (2.25)$$

Desta forma é possível obter

$$\frac{1}{\mu} \nabla \times \nabla \times \vec{A} = -\nabla \frac{1}{\mu} \times \nabla \times \vec{A} - \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \sigma \nabla V - \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} - \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} (\nabla V) + \vec{J}_s. \quad (2.26)$$

Em seguida temos

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = -\mu \nabla \frac{1}{\mu} \times \nabla \times \vec{A} - \sigma \mu \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \sigma \mu \nabla V - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} - \varepsilon \mu \frac{\partial}{\partial t} (\nabla V) + \mu \vec{J}_s. \quad (2.27)$$

Por fim, para se chegar à equação (1) do artigo anteriormente referido, é necessário desenvolver a equação acima da seguinte forma

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \nabla (\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}, \quad (2.28)$$

com a condição de restrição

$$\nabla \cdot \vec{A} = -\mu \left(\sigma + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \right) V. \quad (2.29)$$

Substituindo 2.28 e 2.29 em 2.27, é possível finalmente obter

$$\nabla^2 \vec{A} = -\mu \vec{J}_s + \sigma \mu \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} + \mu \nabla \frac{1}{\mu} \times (\nabla \times \vec{A}). \quad (2.30)$$

Sendo que a expressão 2.30 é igual à expressão presente em (1) no artigo em estudo.

Como já foi referido anteriormente, devido à simetria axial é possível chegar a

$$\nabla^2 \vec{A} = \frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} - \frac{A}{r^2}, \quad (2.31)$$

$$\mu \nabla \frac{1}{\mu} \times \nabla \times \vec{A} = -\mu \left(\frac{\partial(1/\mu)}{\partial r} \frac{1}{r} \frac{\partial r A}{\partial r} + \frac{\partial(1/\mu)}{\partial z} \frac{\partial A}{\partial z} \right). \quad (2.32)$$

As igualdades acima apenas se podem escrever pois \vec{A} só tem componente θ .

Após as demonstrações acima, é possível acompanhar o desenvolvimento presente no artigo, de forma a entender todas as expressões utilizadas no futuro.

O sistema em análise consiste num enrolamento circular, que se encontra a levitar sobre uma placa condutora de espessura finita. A região que se encontra por baixo da placa é composta por um meio com condutividade com valor diferente da condutividade da placa. Todas as outras regiões não descritas são compostas por ar. De forma a poder comparar este sistema com os sistemas apresentados anteriormente considera-se que o meio que se encontra por baixo da placa é ar. Na Figura 2.5 está presente o sistema utilizado em [4].

Numa primeira abordagem, o autor considera que o enrolamento é um anel filiforme. Para esta abordagem o autor encontra equações que descrevem como se comporta o potencial vetor em todas as zonas constituintes do sistema. No entanto, a abordagem do anel filiforme está longe da realidade, e portanto o autor vai, em seguida corrigir a solução de modo a incluir o volume e a secção retangular.

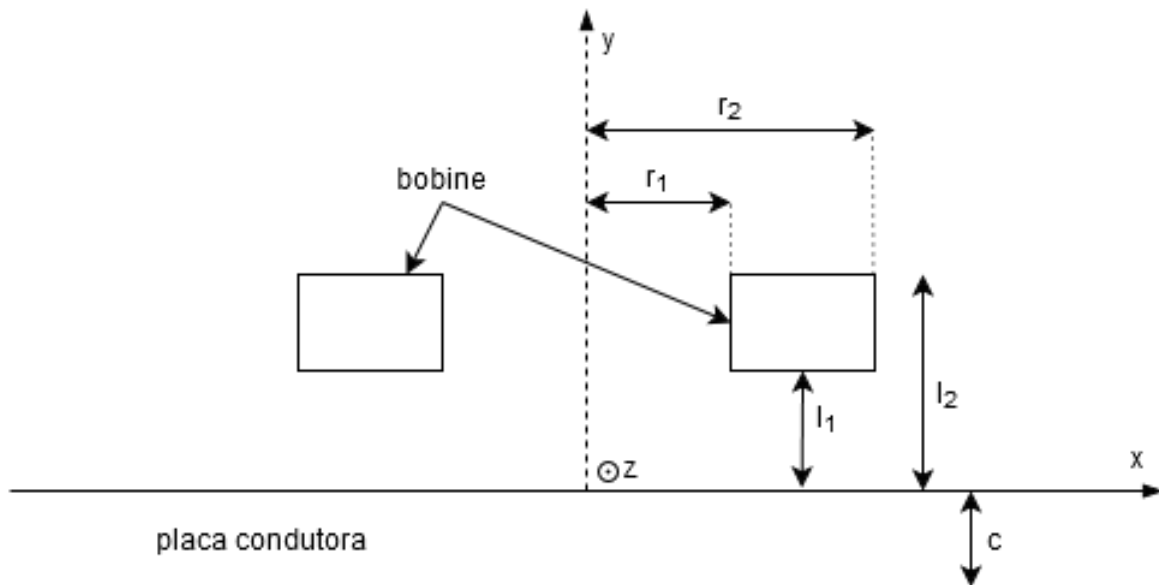


Figura 2.5: Corte transversal de um sistema de levitação magnética, presente em [4]

Para este caso particular o autor encontra também equações que descrevem o potencial vetor. Por fim, encontra o valor da impedância do enrolamento. Este valor é bastante importante pois possibilita chegar ao valor das perdas e também das forças exercidas no sistema, sendo que ambos são características do sistema em estudo.

O autor decide dividir o espaço do problema em cinco zonas distintas, tal como se pode observar na Figura 2.6. As diferentes zonas podem ser consideradas como semiespaços cujos limites são planos horizontais cada um com um valor específico de altura. A primeira zona pode-se considerar como a zona de ar por cima da bobine. A segunda zona consiste no espaço que contém a bobine, tal como, todo o ar que se encontra entre os limites de altura (inferior e superior) da bobine. A terceira zona encontra-se entre a bobine e a placa condutora, é totalmente composta por ar. A quarta zona é a placa condutora e, por fim, a quinta zona consiste em todo o espaço que se encontra por baixo da placa condutora, que no âmbito desta dissertação o material pelo qual é composto é o ar. Apesar de se considerar este o material, o autor dá a liberdade de escolher qualquer outro, a partir do seu valor de condutividade.

A partir do desenvolvimento descrito acima, o autor obtém equações que descrevem o potencial vetor dentro de cada espaço específico, definindo sempre condições de fronteira, de forma a garantir que o potencial vetor é contínuo. Estas equações incluem funções de Bessel devido à natureza de simetria segundo um eixo do sistema.

A partir das expressões que descrevem o potencial vetor é possível chegar a uma expressão para o valor da impedância

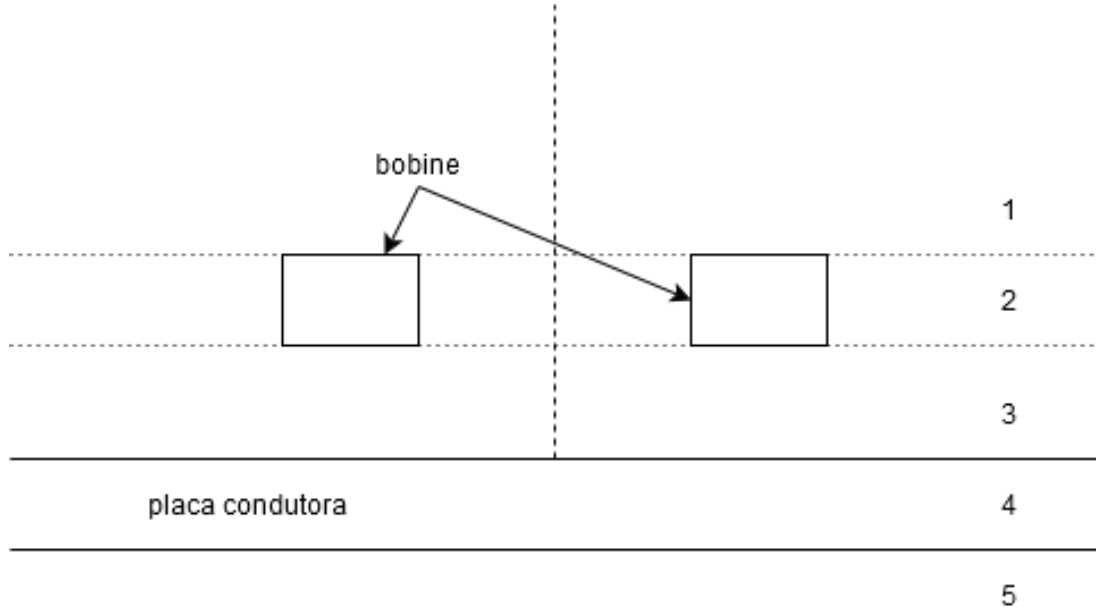


Figura 2.6: Divisão do problema em diferentes zonas, presente em [4]

$$Z = \frac{j\omega\pi\mu n^2 r_{medio}}{(l_2 - l_1)^2 (r_2 - r_1)^2} \int_0^{+\infty} \frac{1}{\alpha^5} I^2(r_2, r_1) \left(2(l_2 - l_1) + \alpha^{-1} \left\{ 2e^{-\alpha(l_2 - l_1)} - 2 + \{e^{-2\alpha l_2} + e^{-2\alpha l_1} - 2e^{-\alpha(l_2 + l_1)}\} \left(\frac{(\alpha + \alpha_4)(\alpha_4 - \alpha_5) + (\alpha - \alpha_4)(\alpha_5 + \alpha_4)e^{2\alpha_4 c}}{(\alpha - \alpha_4)(\alpha_4 - \alpha_5) + (\alpha + \alpha_4)(\alpha_5 + \alpha_4)e^{2\alpha_4 c}} \right) \right\} \right) d\alpha. \quad (2.33)$$

A partir desta expressão é possível calcular o valor da indutância, sendo esta

$$L = \frac{2\pi\mu n^2 r_{medio}}{(l_2 - l_1)^2 (r_2 - r_1)^2} \int_0^{+\infty} \frac{1}{\alpha^5} I^2(r_2, r_1) \left((l_2 - l_1) + \alpha^{-1} \{e^{-\alpha(l_2 - l_1)} - 1\} \right) d\alpha. \quad (2.34)$$

A partir de ambas estas expressões enunciadas é possível obter os valores das perdas e da força aplicada ao sistema. As perdas podem ser calculadas a partir do valor real da impedância Z , já a força depende da variação de L em função da altura de levitação. Sendo que, ω é a velocidade angular, μ corresponde à permeabilidade do material, n é o número de espiras do enrolamento, l_1 e l_2 são as alturas inferior e superior do enrolamento, respetivamente, r_1 e r_2 são os raios interior e exterior, respetivamente, c corresponde à espessura da placa condutora e α corresponde a uma "constante" de separação, tal como está descrito em [4], com o significado de ser uma "frequência espacial". A partir da análise da Figura 2.5 é possível compreender melhor o significado de algumas destas grandezas físicas. Por fim temos

$$I(r_2, r_1) = \int_{\alpha r_1}^{\alpha r_2} x J_1(x) dx, \quad (2.35)$$

$$\alpha_i = \sqrt{\alpha^2 + j\omega\mu\sigma_i}, i = 1, 2, 3, 4 \text{ ou } 5, \quad (2.36)$$

e

$$r_{medio} = \frac{r_1 + r_2}{2}, \quad (2.37)$$

sendo σ_i a condutividade do meio i . Naturalmente, como se considera que o meio 5 é composto por ar, $\alpha_5 = \alpha$. A função $J_1(x)$, presente em (2.35), corresponde à função de Bessel de primeira espécie, de índice 1.

A normalização da impedância é dada por

$$L = \frac{2\pi\omega\mu n^2 r_{medio}}{(l_2 - l_1)^2 (r_2 - r_1)^2} \int_0^{+\infty} \frac{1}{\alpha^5} I^2(r_2, r_1) \left((l_2 - l_1) + \alpha^{-1} \{ e^{-\alpha(l_2 - l_1)} - 1 \} \right) d\alpha. \quad (2.38)$$

Tendo em conta que a função de Bessel de primeira espécie é uma série infinita, foi necessário recorrer a valores tabelados para poder resolver (2.35). Neste caso utilizaram-se dois métodos distintos. O primeiro método, presente em [9], diz que a seguinte igualdade é verdade

$$\int_{\alpha r_1}^{\alpha r_2} x J_1(x) dx = \frac{\pi x}{2} \left[J_1(x) H_0(x) - J_0(x) H_1(x) \right]. \quad (2.39)$$

H_0 e H_1 são funções de Struve.

O segundo método utilizado para resolver (2.35), presente em [10], que diz que é necessário resolver o integral da seguinte forma

$$\int_{\alpha r_1}^{\alpha r_2} x J_1(x) dx = \alpha^2 \int_{r_1=r_0}^{r_2} r_0 J_1(\alpha r_0) dr_0. \quad (2.40)$$

A partir da aplicação de ambos os métodos é possível chegar ao mesmo valor. A diferença é que o segundo método torna-se bastante mais complexo de resolver. O primeiro método é bastante simples, principalmente quando se tem uma rotina em *MATLAB* para as funções de Struve.

Foi desenvolvido um algoritmo em *MATLAB*, intitulado *dodd.m*, que reproduz os comportamentos descritos no método acima referido e explicado.

2.3 Simulação com recurso a elementos finitos

Nesta dissertação foi utilizado também o programa *FEMM 4.2 Magnetics, Electrostatics, Heat Flow, and Current Flow*, programa de simulação com recurso a elementos finitos [11].

Este é um dos métodos numéricos usados para resolver equações diferenciais às derivadas parciais, logo a sua utilidade torna-se evidente, tendo em conta o problema que se apresenta. Neste caso, é fundamental pois trata-se de uma ferramenta para calcular o campo eletromagnético a partir das suas equações fundamentais. Por fim, apresenta bastante versatilidade e rigor.

De todos os métodos utilizados é o único que o utilizador recorre a uma componente gráfica. Torna-se bastante útil para se poder validar e comparar resultados obtidos por outros métodos.

Capítulo 3

Resultados obtidos e sua validação

3.1 Descrição do problema

A melhor forma de comparar e validar todos os métodos estudados, analisados, aplicados e descritos na secção anterior seria utilizar um sistema exatamente igual para cada um e interpretar os resultados. No entanto, como foi possível observar na secção anterior, devido às hipóteses simplificativas tomadas nas diferentes abordagens, o sistema muda fisicamente, ou seja, dependendo do método de cálculo utilizado, a placa condutora sobre a qual a bobine vai levitar pode ser diferente, por exemplo. Logo é preciso ter estas diferenças em conta quando se compara e valida os métodos.

O problema base pode ser descrito como uma bobine que levita sobre uma placa condutora, presente na Figura 2.1. A bobine encontra-se a uma altura desejada e num plano paralelo à superfície da placa condutora. Todos os resultados obtidos nesta secção possuem estas características base. Dependendo do método, o modelo pode ser planar ou axissimétrico. Pretende-se verificar se o sistema pode ser modelizado com uma configuração planar, com bobine de secção reta circular, ou se apenas a configuração axissimétrica com bobine de secção reta retangular é admissível. Como se pode ver nos resultados obtidos, esta hipótese tem algum impacto nos valores alcançados sendo necessário ter isto em consideração quando se tira conclusões a partir destes.

Na Figura 2.1, a espessura da placa é finita, tal como o seu comprimento e largura. Isto porque não é possível representar a placa de dimensões infinitas, porém, é considerado em algumas abordagens. A secção reta do enrolamento é retangular na Figura 2.1, contudo, esta pode também tomar a forma circular, como foi considerado em 2.2.1.1.

Tal como foi referido anteriormente, este sistema é apenas uma base para a aplicação dos métodos de cálculo e do *FEMM*. Sempre que o sistema em estudo sofra alguma alteração, esta será mencionada no texto e será tomada em consideração quando se comparar os resultados de modo a chegar a uma conclusão quanto à modelização do sistema com vista ao seu tratamento analítico.

3.2 Configuração planar

3.2.1 Placa condutora perfeita

A partir da aplicação do método descrito em [1], utilizando a rotina de *MATLAB* *placaperf.m*, mencionada no capítulo anterior, foram obtidos os resultados, para os seguintes dados de entrada, de acordo com a figura 2.2:

- permeabilidade relativa $\mu_r = 1$;
- raio do condutor da bobine $r_0 = 10 \text{ mm}$;
- distância do centro do condutor da bobine ao centro da bobine $d = 40 \text{ mm}$;
- número de espiras $N = 100$;
- comprimento axial $l = 100 \text{ mm}$;
- resistência interna do enrolamento $R = 0,38 \text{ } \Omega$;
- peso da bobine $mg = 3,5 \text{ N}$.

As grandezas são representadas em função da relação h_c/r_0 , presente nas Figuras 3.1 e 3.2. É necessário mencionar que o valor de h_c corresponde à distância entre o centro da bobine e a superfície da placa condutora, tal como se pode ver na Figura 2.2.

A partir do gráfico da Figura 3.1 é possível concluir que o valor do coeficiente de indução normalizado da bobine cresce com a relação entre a distância entre o centro do condutor da bobine e a placa condutora e o raio do condutor da bobine. No entanto, este crescimento é limitado, pois na situação limite ($h_c \rightarrow \infty$) o valor do coeficiente de indução normalizado tem o valor $L_{nlim} = 4,6589$. É também considerada uma altura de levitação de equilíbrio ($h_c = 20 \text{ mm}$). Esta altura é obtida quando o peso da bobine é igual à força de levitação exercida sobre esta. Devido ao facto das grandezas mencionadas terem direções contrárias, o sistema atinge uma situação de equilíbrio. Para esta altura obtém-se o valor de coeficiente de indução normalizado $L_{neq} = 3,0494$, que corresponde ao valor de $h_c/r_0 = 2$, no gráfico acima representado. O valor para a altura de levitação de equilíbrio é dado em [1] e pode ser observado também pelo linha a tracejado no gráfico da Figura 3.2.

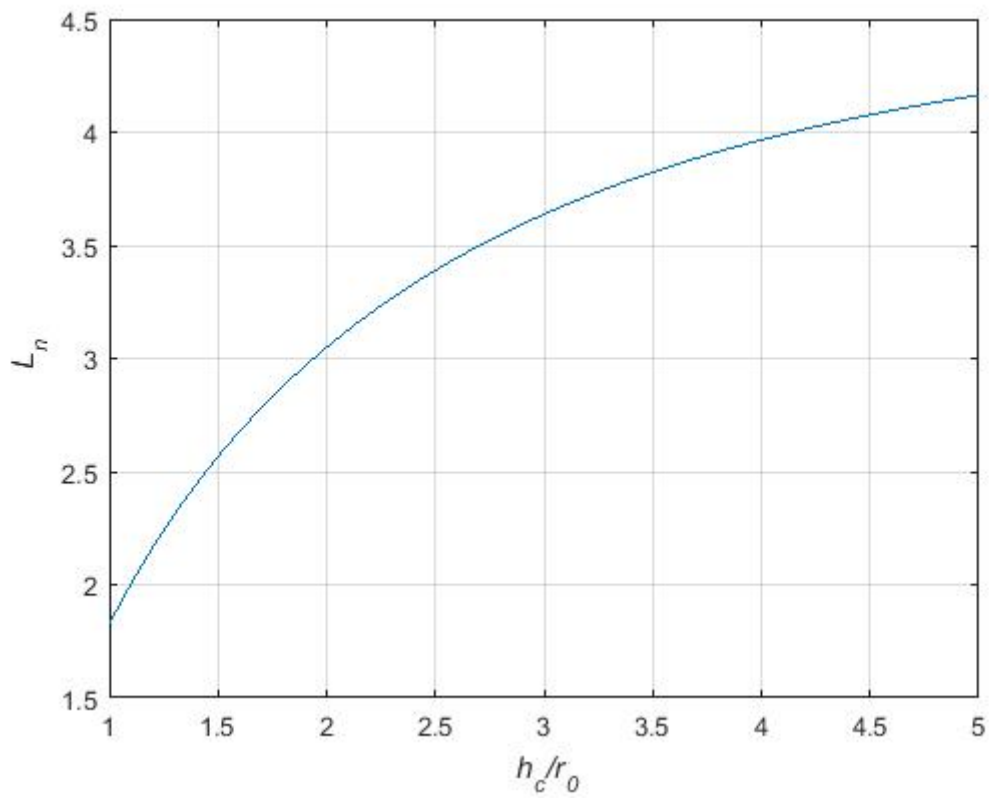


Figura 3.1: Coeficiente de indução normalizado em função da relação entre a altura de levitação e do raio do condutor da bobine.

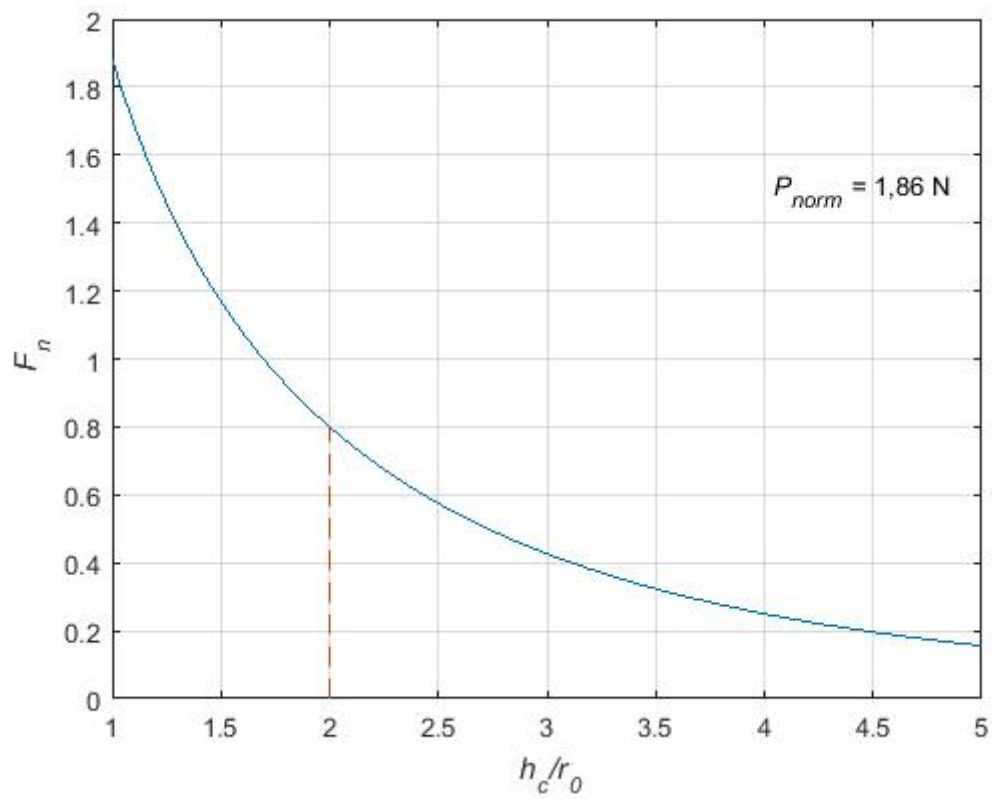


Figura 3.2: Força de levitação da bobine normalizada em função da relação entre a altura de levitação e do raio do condutor da bobine.

A partir do gráfico representado na Figura 3.2 podemos constatar que a força de levitação normalizada diminui de valor com o crescimento da relação entre a distância entre o centro do condutor da bobine e a placa condutora e o raio do condutor da bobine.

3.2.2 Placa com condutividade finita

Se o método descrito em [2] for aplicado, é possível obter vários resultados com bastante importância para compreender o funcionamento de um sistema de levitação magnética. Desta forma, é possível compreender as dependências das diversas variáveis que o sistema dispõe.

Os dados de entrada utilizados, indicados em [2], para aplicar este método são os seguintes, de acordo com a Figura 2.3

- raio do condutor da bobine $r_1 = 10 \text{ mm}$;
- distância do centro do condutor da bobine ao centro da bobine $d = 40 \text{ mm}$;
- espessura do isolamento do condutor da bobine $e = 2 \text{ mm}$;
- altura de levitação $h_c = 22 \text{ mm}$;
- número de espiras $N = 107$;
- espessura da placa condutora $t = 10 \text{ mm}$;
- comprimento axial $l = 91,9 \text{ mm}$;
- resistência interna do enrolamento $R = 0,38 \Omega$;
- frequência $f = 50 \text{ Hz}$;
- corrente em cada enrolamento $I_{bef} = 26,8 \text{ A}$.

Estes dados foram introduzidos no programa denominado *placaimperf.m*, e os seguintes resultados foram obtidos.

No gráfico, da Figura 3.3, está presente o valor da componente x da indução magnética normalizada em função da posição x , ao longo da superfície da placa condutora.

Nesta figura é possível verificar que quando se consideram a placa condutora com condutividade finita o valor da indução magnética altera, como seria de esperar. A alteração que se dá é apenas no valor do mesmo, a forma como varia praticamente não se altera. Isto evidencia o efeito da condutividade finita da placa. Por fim, a curva a traçado traço-ponto representa o caso que se considera que não existe placa condutora. Desta forma, como a placa é inexistente, não se aplica o método das imagens, logo o valor corresponde a metade do valor do caso em que a placa é um condutor perfeito.

Em seguida está representada a variação do coeficiente de indução normalizado da bobine com a frequência, presente na Figura 3.4.

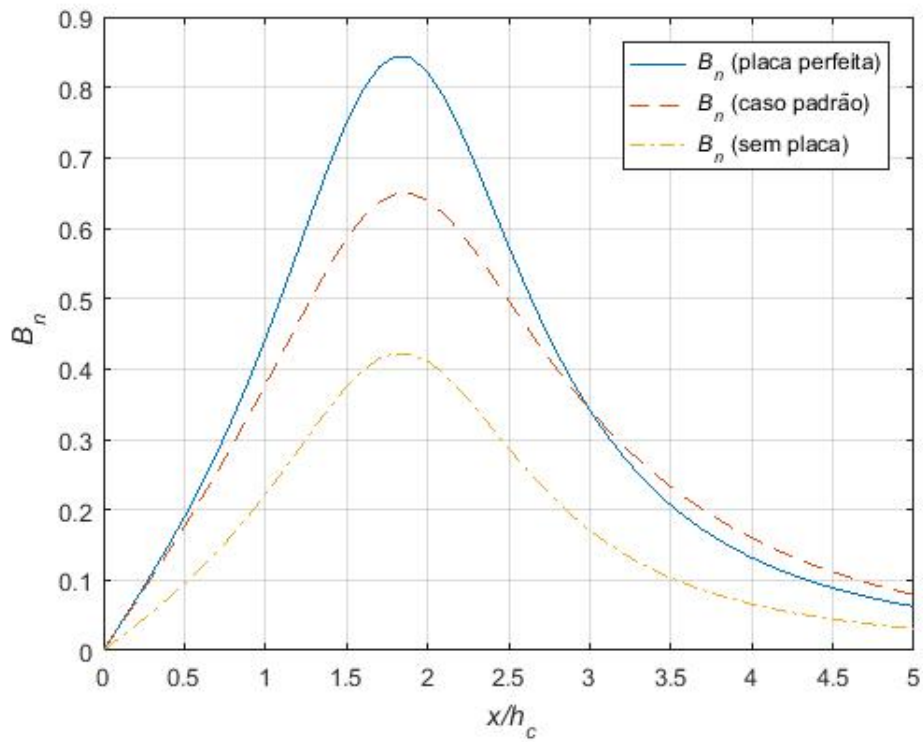


Figura 3.3: Indução magnética normalizada (B_n) em função da relação da posição com a altura de levitação (x/h_c)

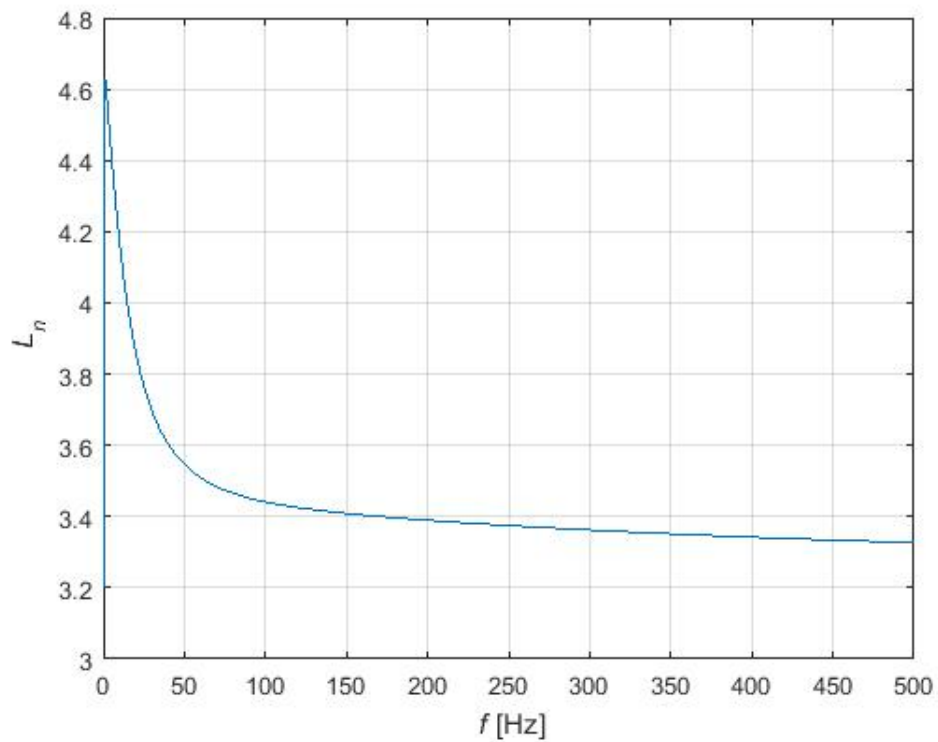


Figura 3.4: Coeficiente de indução normalizado da bobine em função da frequência.

A imediata conclusão que se pode retirar da análise desta figura é que o valor do coeficiente de indução normalizado decresce com o aumento da frequência. Isto acontece, pois, como se pode observar em 2.12, o valor da profundidade de penetração diminui com o aumento da frequência. Desta forma, para valores elevados de frequência, o campo magnético tem uma menor interação com a placa do que para valores inferiores de frequência. Como a placa tem influência no valor do coeficiente de indução, quanto menor for a frequência, maior será o valor do coeficiente de indução.

Em seguida, é possível observar como se comportam várias grandezas para diferentes valores da altura de levitação.

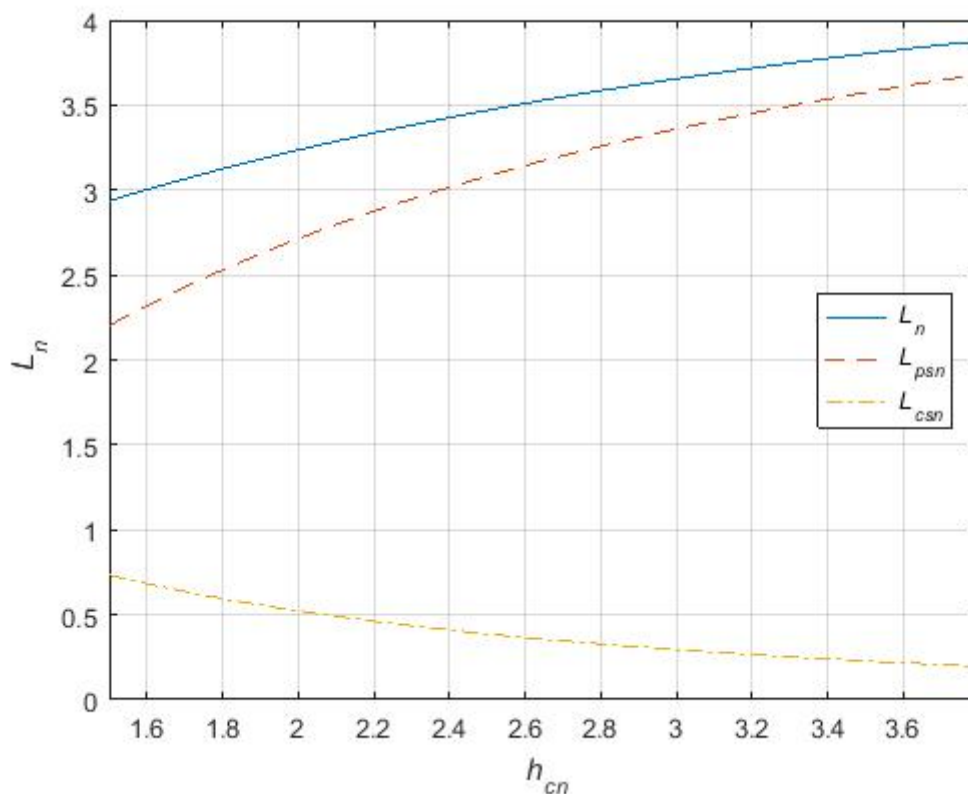


Figura 3.5: Coeficiente de indução normalizado da bobine em função da altura de levitação normalizada, $h_{cn} = qh_c$.

Neste caso, Figura 3.5, temos 3 linhas que correspondem à contribuição no caso da placa condutora ser perfeita (tracejado), contribuição da placa condutora com condutividade finita (traçado traço-ponto) e valor do coeficiente de indução, que corresponde à soma dos dois últimos casos (traçado sólido). Comparando com a análise realizada anteriormente, para o caso em que a placa condutora é perfeita e infinita do artigo anterior, Figura 3.1, pode-se facilmente perceber que ambas as variações do coeficiente de indução normalizado são muito semelhantes. Logo, as aproximações feitas no artigo anterior foram apropriadas, apesar dos valores serem ligeiramente diferentes. No entanto é importante que esta abordagem também seja feita, para perceber o impacto que certas hipóteses simplificativas têm no sistema.

A aproximação exponencial para o cálculo do coeficiente de indução é dada por (2.16).

De maneira a obter a curva presente na Figura 3.6, calculada a partir da aproximação exponencial, presente em (2.16), foram utilizados os seguintes valores:

- $L_0 = 980 \mu H$
- $L_r = 358 \mu H$
- $\gamma = 22 \text{ mm}$

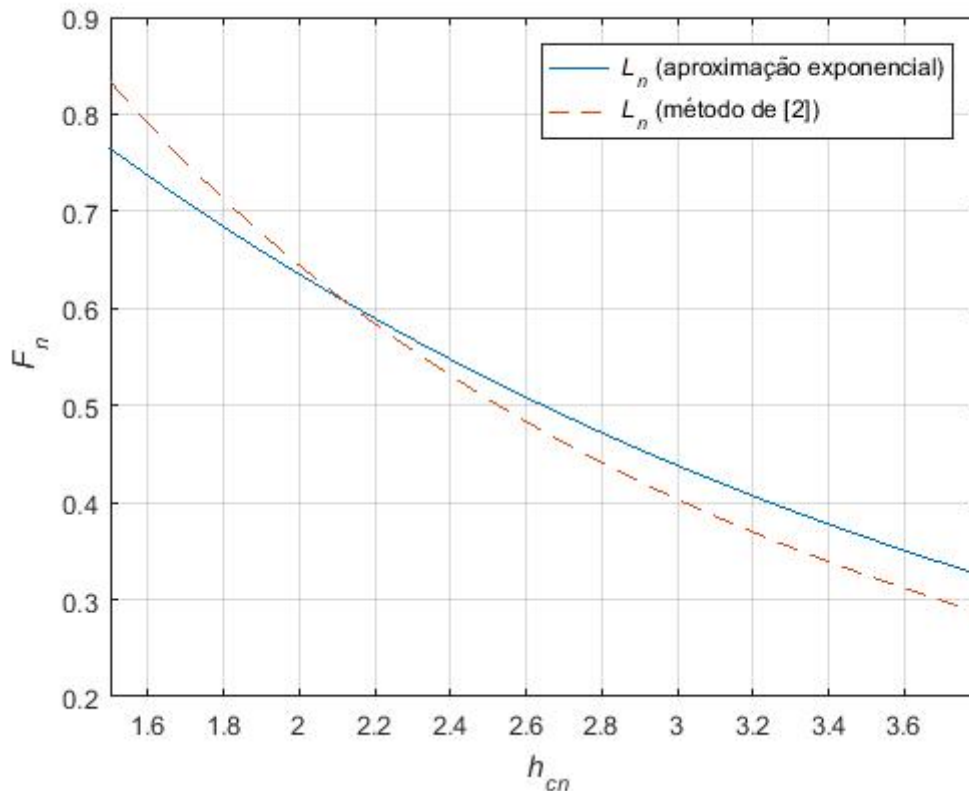


Figura 3.6: Força de levitação normalizada em função da altura de levitação normalizada.

Na Figura 3.6 é possível ver duas curvas, a primeira (traçado sólido) corresponde à aproximação exponencial em (2.16). A curva a tracejado representa o valor da força de levitação normalizada em função da altura de levitação normalizada. Pode-se inferir que a partir da aproximação exponencial se obtém valores bastante próximos do caso normal, sendo que esta aproximação é de bastante reduzida dificuldade de execução. Também é possível verificar a semelhança que a variação da força nestas condições tem com o primeiro artigo analisado [1], que considera que a placa condutora é perfeita e de espessura infinita.

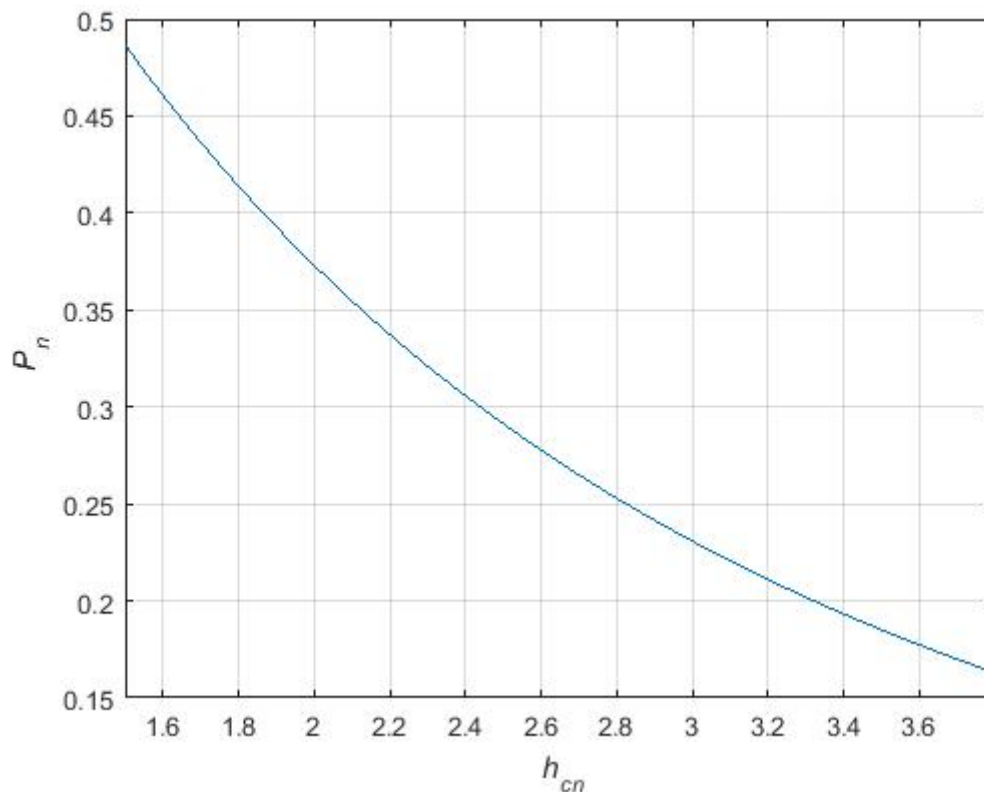


Figura 3.7: Perdas de Joule normalizadas em função da altura de levitação normalizada.

Neste gráfico da Figura 3.7 é possível constatar que as perdas de Joule normalizadas, tal como a força de levitação normalizada, diminuem com o aumento do valor da altura de levitação normalizada. A normalização utilizada para as perdas é igual a

$$P_{norm} = \frac{lI_{bef}^2 N^2}{\pi \sigma r_1^2}. \quad (3.1)$$

Em seguida, pode-se analisar como variam as diferentes grandezas em função da espessura da placa condutora normalizada.

Como seria de esperar, na Figura 3.8, no caso em que a placa condutora é perfeita (tracejado), o valor do coeficiente de indução é constante, pois não depende da espessura da placa. O caso geral (que toma em consideração a contribuição da placa condutora), curva de traçado sólida, tem uma tendência decrescente, mas acaba por estabilizar o seu valor para valores mais elevados de espessura da placa. É possível então compreender que a partir de um valor da espessura da placa, o valor do coeficiente de indução permanece praticamente constante, o que valida a aproximação da placa condutora com espessura infinita. Por fim, o traçado traço-ponto corresponde à consideração da placa condutora com condutividade finita.

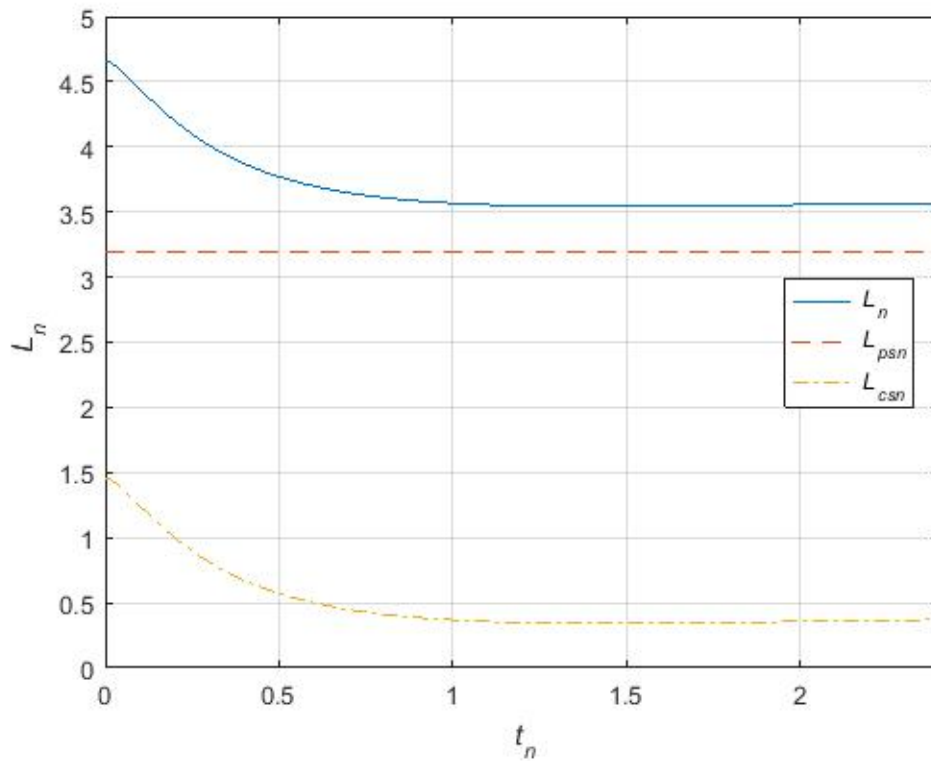


Figura 3.8: Coeficiente de indução normalizado (L_n), valor quando se considera a placa perfeita (L_{psn}) e correção quando se considera condutividade finita (L_{csn}) em função da espessura da placa condutora normalizada.

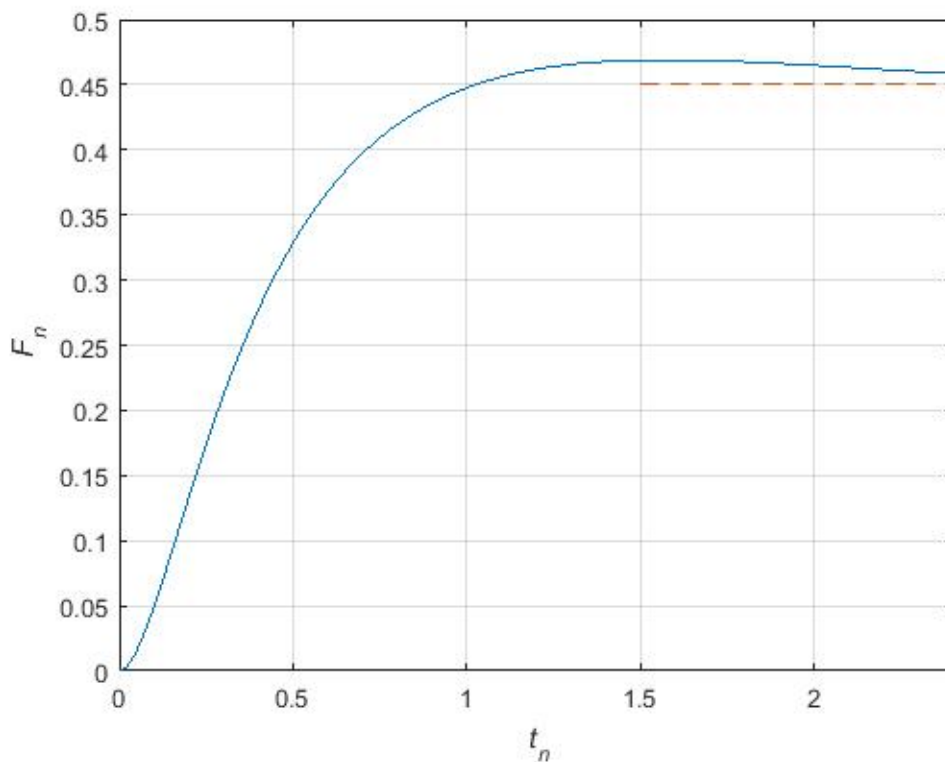


Figura 3.9: Força de levitação normalizada em função da espessura da placa condutora normalizada e valor quando se considera a aproximação da placa com espessura infinita (tracejado).

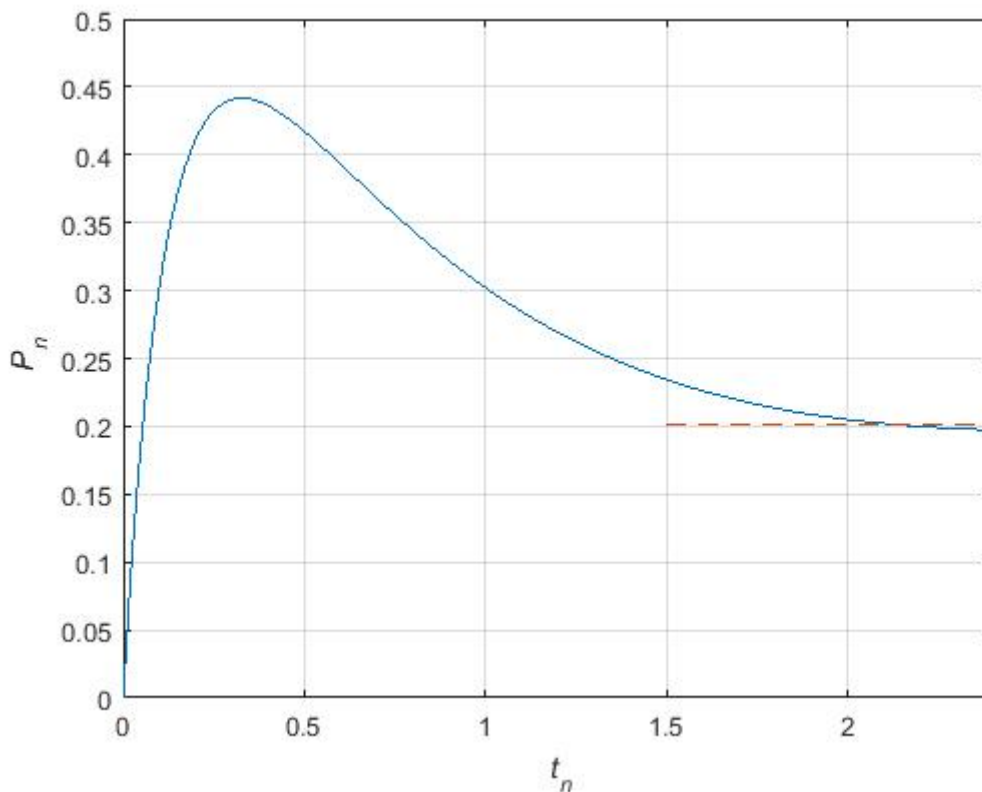


Figura 3.10: Perdas de Joule normalizadas em função da espessura da placa condutora normalizada e valor quando se considera a aproximação da placa com espessura infinita (tracejado).

Por fim, é possível verificar como variam a força de levitação normalizada e as perdas de Joule normalizadas em função da espessura da placa condutora normalizada, nas Figuras 3.9 e 3.10, respectivamente. Nestas figuras, a tracejado, temos os resultados quando se considera a espessura da placa igual a infinito. Desta forma, é possível comparar analiticamente as diferentes abordagens e perceber como estas afetam os resultados finais.

Em suma, de modo a comparar ambas as abordagens descritas, considerando uma altura de levitação de $h_c = 22 \text{ mm}$, é possível obter, a partir da consulta dos artigos e da aplicação dos algoritmos desenvolvidos e previamente mencionados, os seguintes resultados, presentes na Tabela 3.1:

	placa condutora perfeita	placa com condutividade finita
$I_{bef}[A]$	22,4	26,8
$P_{joule}[W]$	190,6	273 (bobine) + 16,8 (placa)

Tabela 3.1: Comparação entre sistema com placa condutora perfeita e sistema com placa com condutividade finita.

A primeira conclusão que é possível tirar deste resumo é que a variação do coeficiente de indução é sempre contrária à variação da força de levitação ou das perdas de Joule.

Os resultados obtidos na tabela acima são bastante díspares. Esta tabela compara os valores de corrente que circula na bobine e das perdas de Joule no sistema, no caso em que se considera que a

placa condutora é perfeita e com espessura infinita [1] e no caso em que se considera a placa possui condutividade finita e espessura finita. Isto demonstra que a placa condutora de condutividade finita tem uma influência significativa no funcionamento do sistema como um todo. Visto que a placa não é perfeita, para se atingir uma altura de levitação de $h_c = 22mm$ é necessário uma corrente significativamente maior, como evidencia a tabela. Isto leva a um valor de perdas na bobine muito superior, pois este é proporcional ao quadrado da corrente (perdas apenas na bobine são iguais a $P_{joule} = 273W$). Devido ao facto da placa ter uma condutividade finita, ainda temos perdas de Joule na própria placa, cujo valor é igual a $P_{joule} = 16,8W$, como está evidenciado no artigo. As perdas totais são iguais à soma destes dois valores, o que equivale a um valor bastante superior ao valor de perdas quando a placa é considerada perfeita.

De modo a comprovar que os valores obtidos em [2] estão de acordo com a realidade e podem ser utilizados é necessário comparar os valores obtidos com [3]. Sendo assim, está presente na Tabela 3.2 uma comparação entre os valores de corrente que percorre os enrolamentos da bobine, para valores de altura de levitação diferentes, no caso em que são calculados segundo os métodos presentes em [2] e no caso em que são medidos em [3].

altura de levitação (h_c) [mm]	valores medidos [A] em [3]	valores calculados [A] em [2]
12	21	19,8
22	26	26,8
32	39	34,9

Tabela 3.2: Comparação entre valores de corrente a percorrer os enrolamentos da bobine (valor eficaz), calculados e medidos

Os resultados obtidos e presentes na Tabela 3.2 demonstram que os métodos de cálculo estão bastantes próximos da realidade e que se pode estudar e analisar um sistema de levitação magnética utilizando-os.

Qualquer divergência registada entre valores teóricos e práticos pode ser atribuída às hipóteses simplificativas que foram tomadas e descritas previamente. Estas são essenciais pois facilitam os cálculos que de outra forma seriam bastante demorados e com uma maior complexidade. No entanto, aplicando estas hipóteses, os valores obtidos serão sempre ligeiramente diferentes dos valores reais.

Por fim, como se pode observar na Tabela 3.2 os valores de ambas as abordagens encontram-se dentro da mesma ordem de grandeza, sendo que no pior dos casos o valor calculado sofreu um desvio de 10% em relação ao valor medido, logo pode-se concluir que as hipóteses simplificativas tomadas não afetam significativamente o resultado final.

3.3 Validação dos resultados para a configuração planar com placa de condutividade e espessuras finitas

De forma a validar os resultados obtidos no capítulo anterior foi utilizado o *FEMM* para simular as situações anteriores.

O sistema utilizado no *FEMM* encontra-se na Figura 3.11.

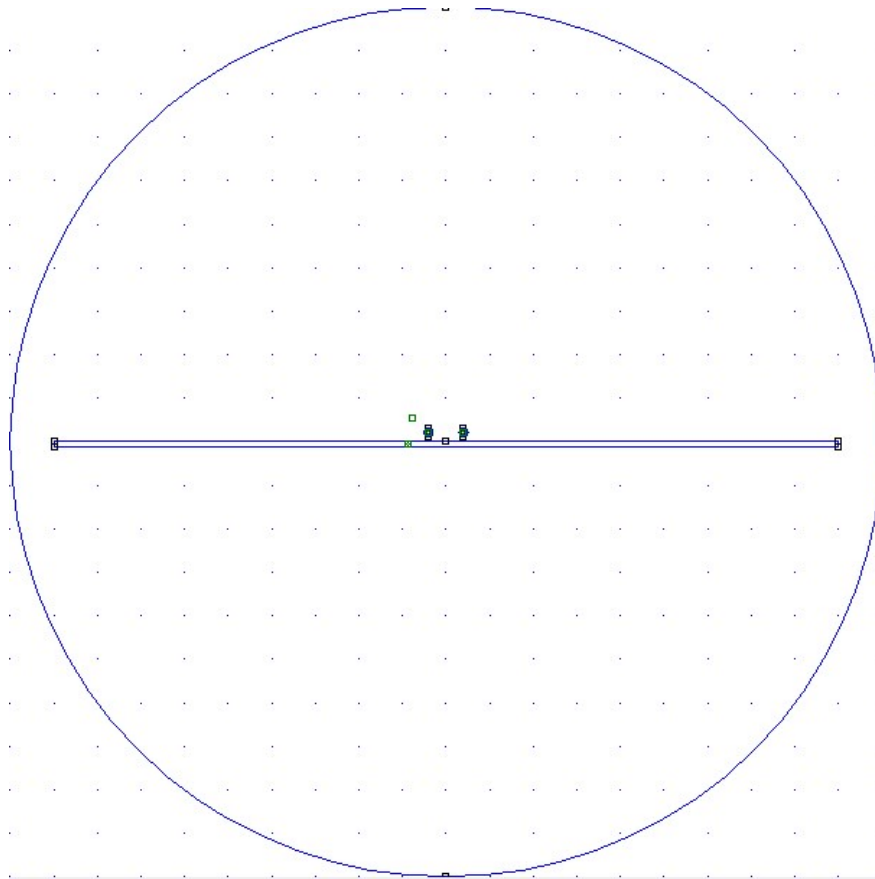


Figura 3.11: Sistema a simular no *FEMM*.

Para iniciar a simulação do sistema em análise foi definido o seguinte problema, presente na Figura 3.12.

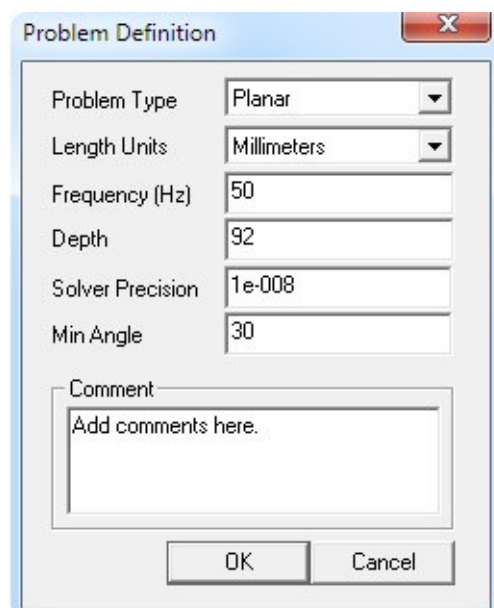


Figura 3.12: Definição do problema com configuração planar.

O valor do comprimento axial (*depth*) foi escolhido para estar de acordo com os dados apresentados

em [2].

Este tipo de problema possui três materiais diferentes, ar, cobre e alumínio, com as suas propriedades respectivamente definidas nas Figuras 3.13, 3.14 e 3.15.

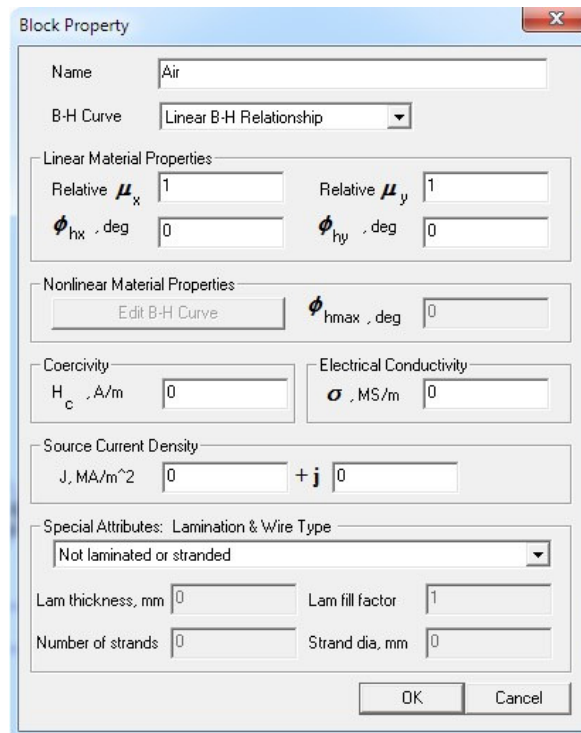


Figura 3.13: Propriedades do ar, no FEMM.

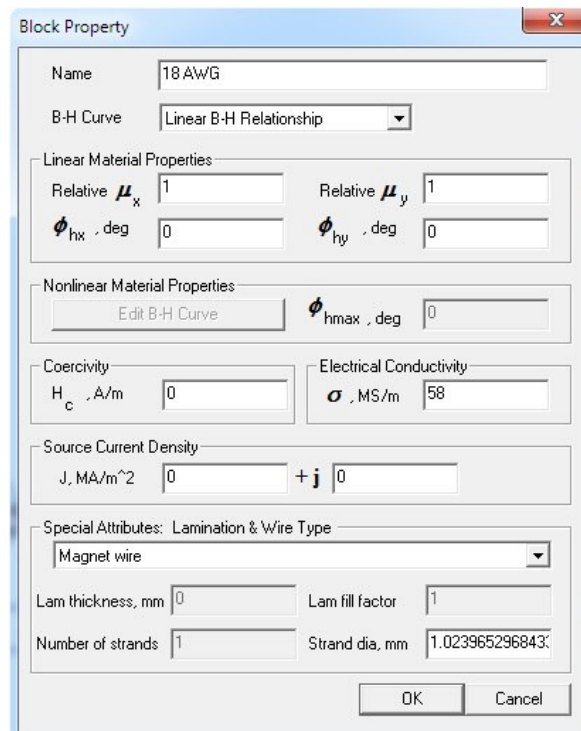


Figura 3.14: Propriedades do cobre, material da bobine, no FEMM.

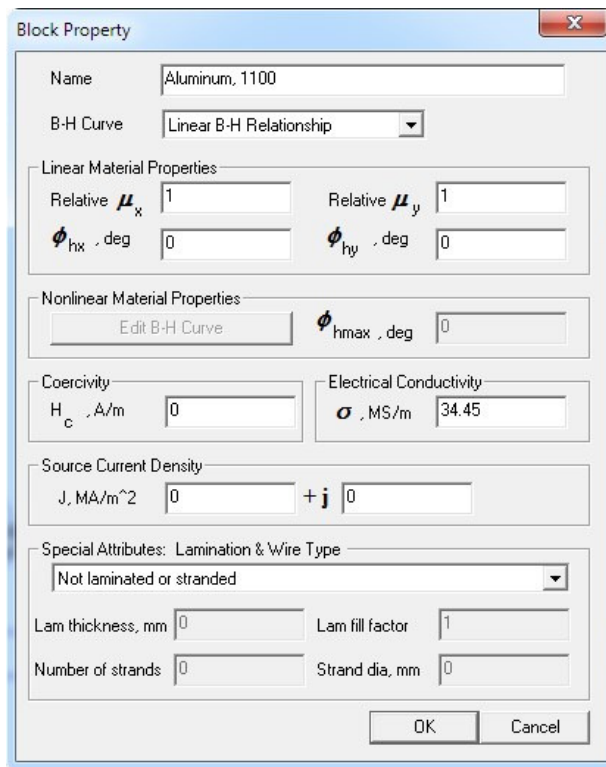


Figura 3.15: Propriedades do alumínio, material da placa condutora, no *FEMM*.

É necessário definir os parâmetros para simular o sistema, para cada zona. A simulação na zona composta pelo alumínio, correspondente à placa condutora, dispõe dos parâmetros presentes na Figura 3.16.

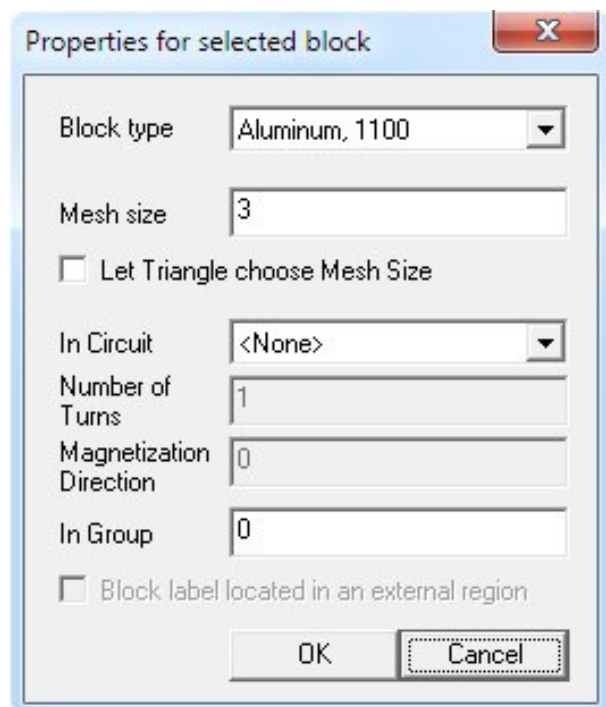


Figura 3.16: Parâmetros de simulação do alumínio, material da placa condutora, no *FEMM*.

A simulação na zona composta pelo cobre, correspondente à bobine, apresenta os parâmetros contidos na Figura 3.17.

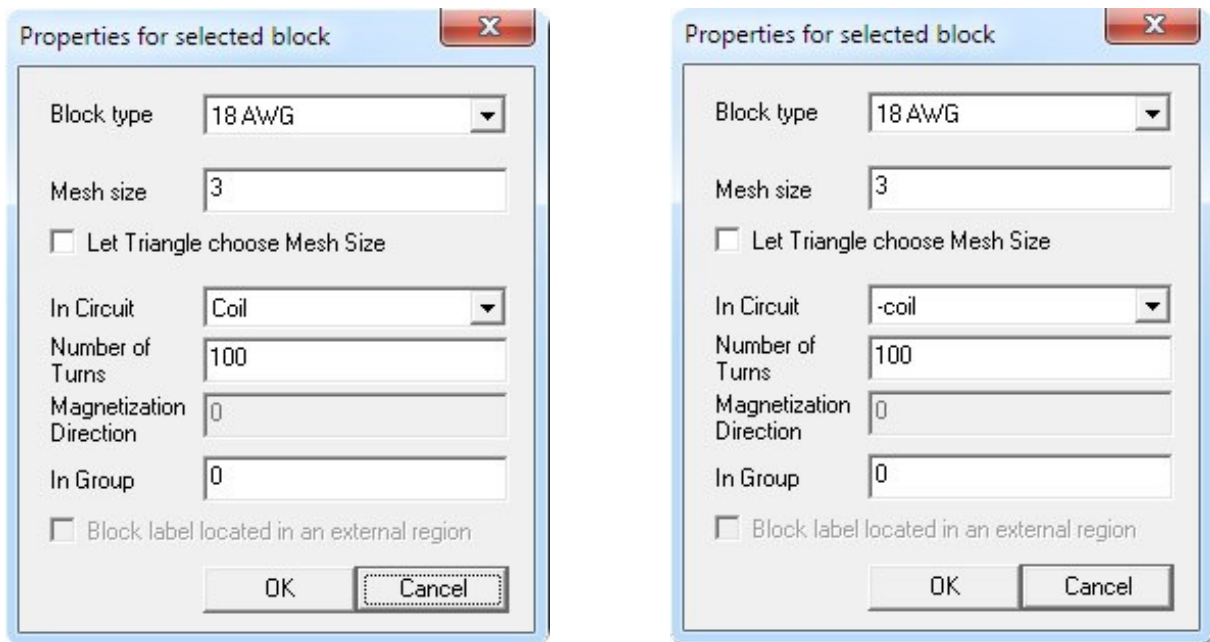


Figura 3.17: Parâmetros de simulação do cobre, material da bobine, no *FEMM*.

São utilizados dois circuitos, *Coil* e *-coil*, que são exatamente iguais em todas as características, menos nas direções, que são opostas. Desta forma é possível simular uma bobine num sistema planar.

Tanto para a zona composta por alumínio, como na zona composta por cobre, é necessário definir as dimensões da malha (*Mesh size*), que corresponde ao comprimento do lado dos triângulos que vão ser utilizados para dividir a superfície. Este valor deve ser inferior a um terço da profundidade de penetração, para evitar erros associados à discretização espacial. Para este problema, a profundidade de penetração é dada por

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\sigma\mu}} = 11,55 \text{ mm}, \quad (3.2)$$

logo, o valor de 3 milímetros é adequado.

No caso da zona composta por ar, de forma a não sobrecarregar o *FEMM*, foi escolhido uma dimensão da malha igual a 10 milímetros, pois as variáveis em estudo não sofrem grandes alterações nesta zona. Os parâmetros nesta zona específica podem ser consultados na Figura 3.18.

Após definir o problema e todos os parâmetros associados, é possível obter a discretização espacial presente na Figura 3.19, que vai possibilitar simular o sistema em estudo.

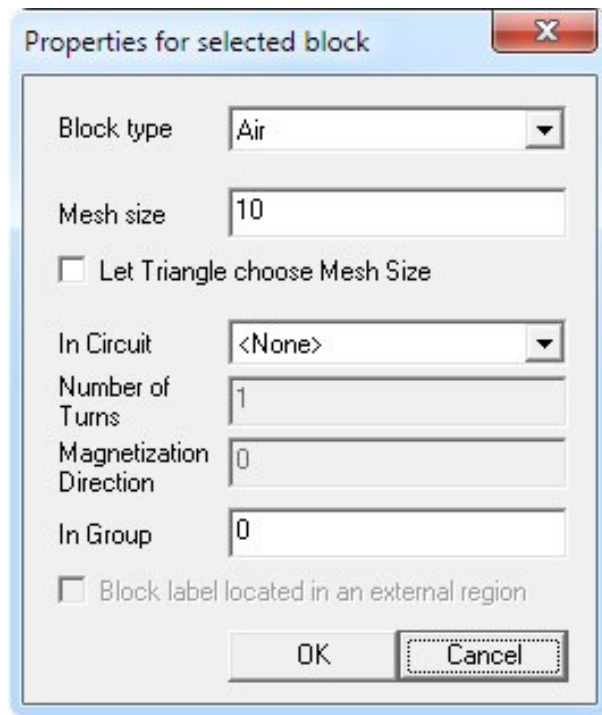


Figura 3.18: Parâmetros de simulação do ar, no *FEMM*.

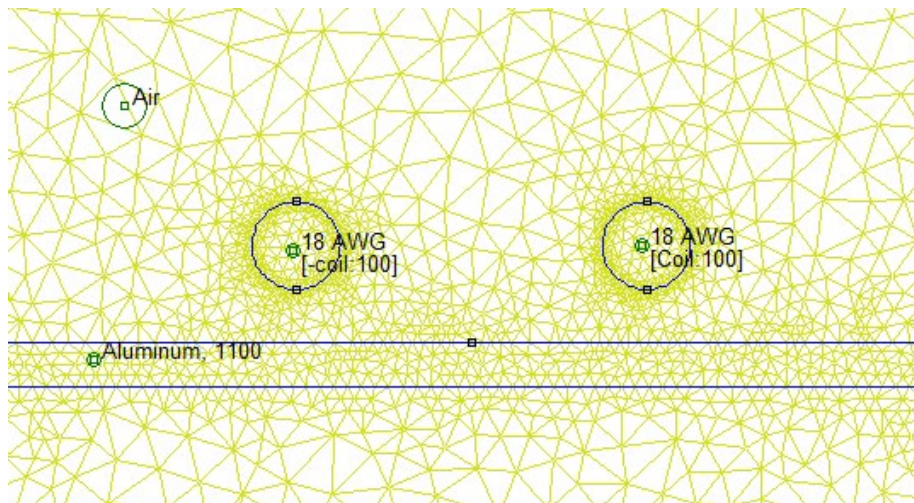


Figura 3.19: Discretização espacial de forma a simular o sistema, caso planar.

Por fim, foi definida uma condição de fronteira, num círculo, com raio igual a 1000 *mm*. As propriedades da fronteira estão presentes na Figura 3.20.

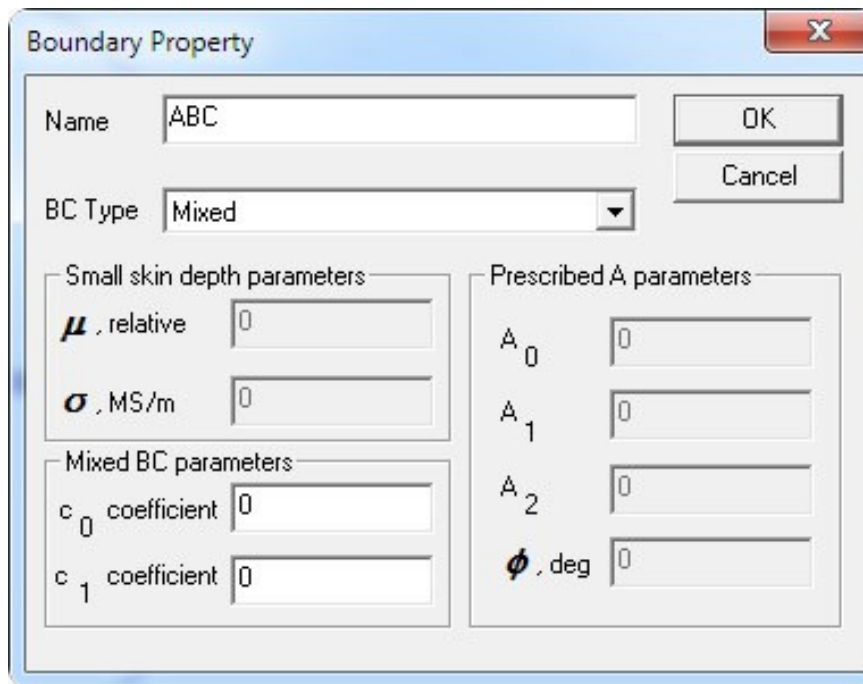


Figura 3.20: Propriedades da condição de fronteira utilizada para simular o sistema no *FEMM*

A condição de fronteira, como está descrita na Figura 3.20 pode ser representada pela seguinte expressão

$$\frac{\partial A}{\partial n} + c_0 A + c_1 = 0. \quad (3.3)$$

Como os valores de c_0 e c_1 são ambos iguais a zero, a condição de fronteira é representada por

$$\frac{\partial A}{\partial n} = 0, \quad (3.4)$$

sendo que, desta forma, o valor da derivada segundo a normal do potencial vetor é nulo ao longo da fronteira. A consequência desta condição é que o campo de indução magnética é ortogonal à fronteira.

As propriedades descritas nas Figuras 3.12 a 3.20 são utilizadas para realizar as simulações, com recurso ao *FEMM*, sempre que o sistema segue a aproximação planar.

Desta forma, utilizando os dados previamente enunciados obtiveram-se as seguintes linhas do vetor de indução magnética, presente na Figura 3.21.

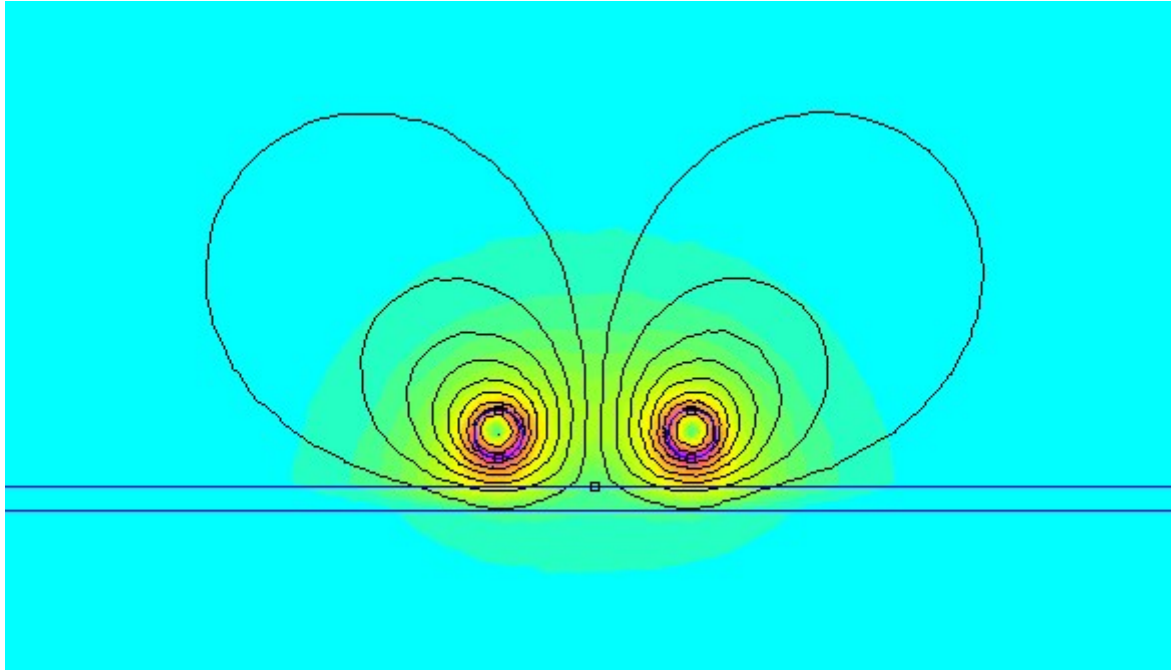


Figura 3.21: Linhas do vetor de indução magnética do sistema presente em [2], simulado no *FEMM*

As cores presentes na Figura 3.21 representam a intensidade do campo magnético, sendo que as cores mais quentes representam um valor mais elevado enquanto que as cores mais frias representam um valor mais baixo.

Foram aplicados os seguintes dados ao *FEMM* e ao algoritmo *placaimperf.m*, presente em [2].

- raio do condutor da bobine $r_1 = 10 \text{ mm}$;
- distância do centro do condutor da bobine ao centro da bobine $d = 40 \text{ mm}$;
- altura de levitação $h_c = 22 \text{ mm}$;
- número de espiras $N = 100$;
- espessura da placa condutora $t = 10 \text{ mm}$;
- corrente nos enrolamentos da bobine $I_{bef} = 1 \text{ A}$.

3.3.1 Coeficiente de indução

O valor do coeficiente de indução obtido a partir do *FEMM* é

$$L_{sim} = 7,62 \times 10^{-4} H. \quad (3.5)$$

No caso do método numérico, o coeficiente de indução calculado a partir das equações presentes no artigo tem o seguinte valor

$$L_{calc} = 7,46 \times 10^{-4} H. \quad (3.6)$$

3.3.2 Campo magnético

Em seguida temos o valor da magnitude do vetor de indução magnética B em função de x para $z = 0$

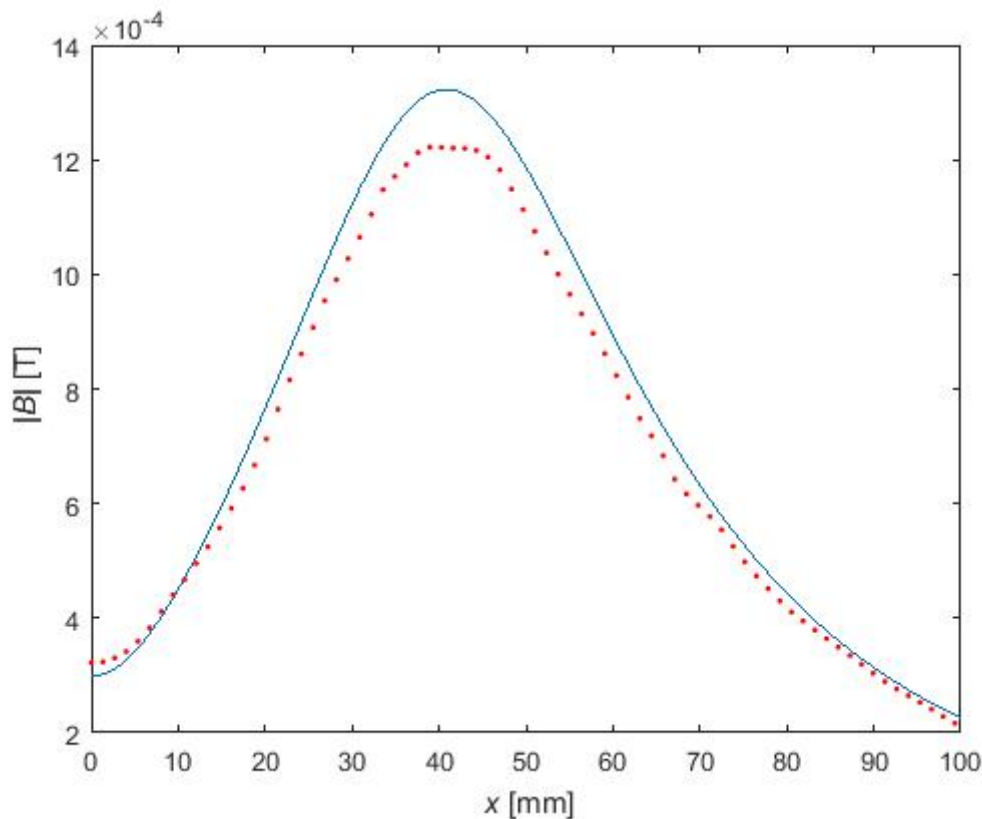


Figura 3.22: Vetor de indução magnética na superfície da placa, para diferentes valores de x , segundo *FEMM* (pontos) e algoritmo (linha).

No gráfico temos uma curva contínua que corresponde ao valor do vetor de indução magnética, para os dados de entrada previamente enunciados, calculado a partir do algoritmo desenvolvido com o nome *placaimperf.m*, descrito em [2]. Temos também uma curva constituída por diversos pontos que representam o campo magnético segundo o *FEMM*, seguindo a montagem presente em 3.21.

Estes valores de B correspondem ao valor eficaz, que pode ser calculado a partir da seguinte equação [12]

$$B_{rms} = \sqrt{\frac{B_x B_x^* + B_y B_y^*}{2}}. \quad (3.7)$$

Os gráficos da Figura 3.22 são bastante parecidos em forma, com um máximo em $x = 40mm$, como seria espectável. Ambos os sistemas têm em conta as perdas de fluxo por dispersão.

Pode-se concluir que ambos os valores estão próximos o suficiente, e como as diferenças são explicadas os sistemas podem ser considerados equivalentes.

Para se compreender melhor o comportamento do campo magnético a Figura 3.23 representa o valor absoluto da componente x de B , em função de x .

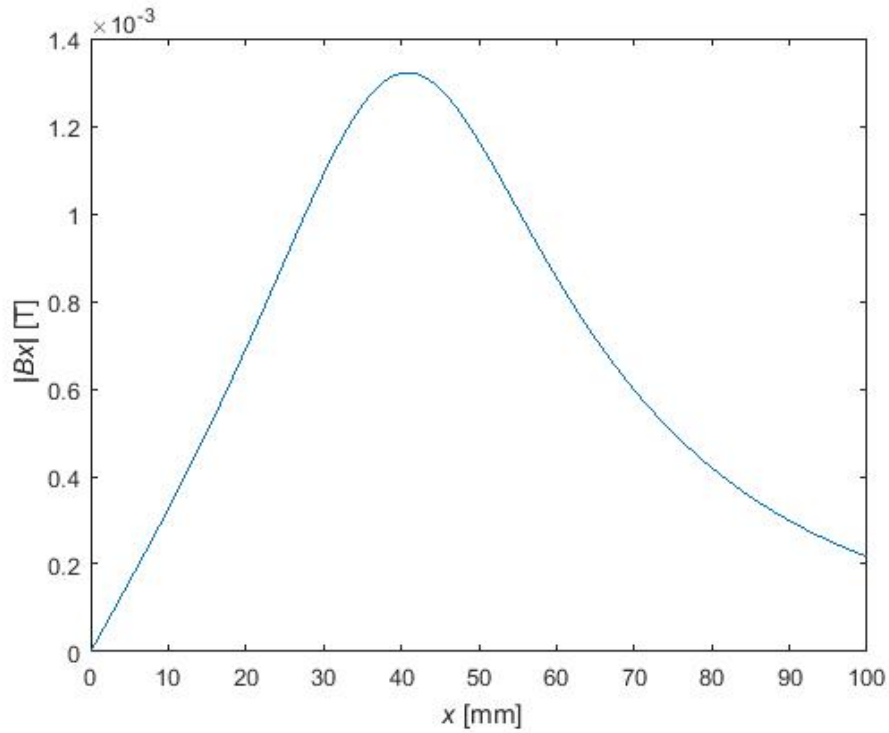


Figura 3.23: Componente x do vetor de indução magnética na superfície da placa, para diferentes valores de x , segundo cálculos descritos anteriormente, de acordo com [2].

Na Figura 3.24 temos representado também a componente y do vetor de indução magnética.

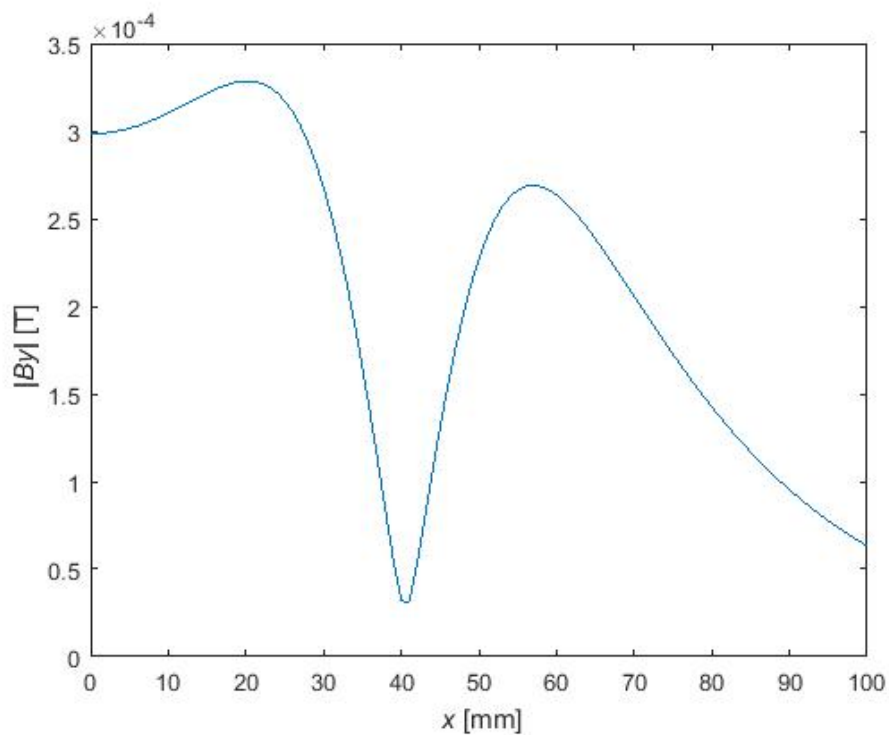


Figura 3.24: Componente y do vetor de indução magnética na superfície da placa, para diferentes valores de x , segundo cálculos descritos anteriormente, de acordo com [2].

3.3.3 Força

A partir dos valores obtidos acima e das equações (2.14) e (2.15), presentes em [2], é possível chegar ao valor da força normalizada que é exercida no sistema

$$F_n = 0,463, \quad (3.8)$$

e, conseqüentemente, ao valor da força exercida

$$F_{calc} = 0,00425N. \quad (3.9)$$

Note-se que o valor da força foi calculado para o valor de corrente de 1 A e foi obtido a partir da derivada do coeficiente de indução em função da altura de levitação. De forma a comparar os valores obtidos pelo algoritmo desenvolvido, denominado *placaimperf.m*, e pelo *FEMM*, pode-se simplesmente comparar o valor da variação do coeficiente de indução em função da altura. Esta comparação encontra-se presente na Figura 3.25.

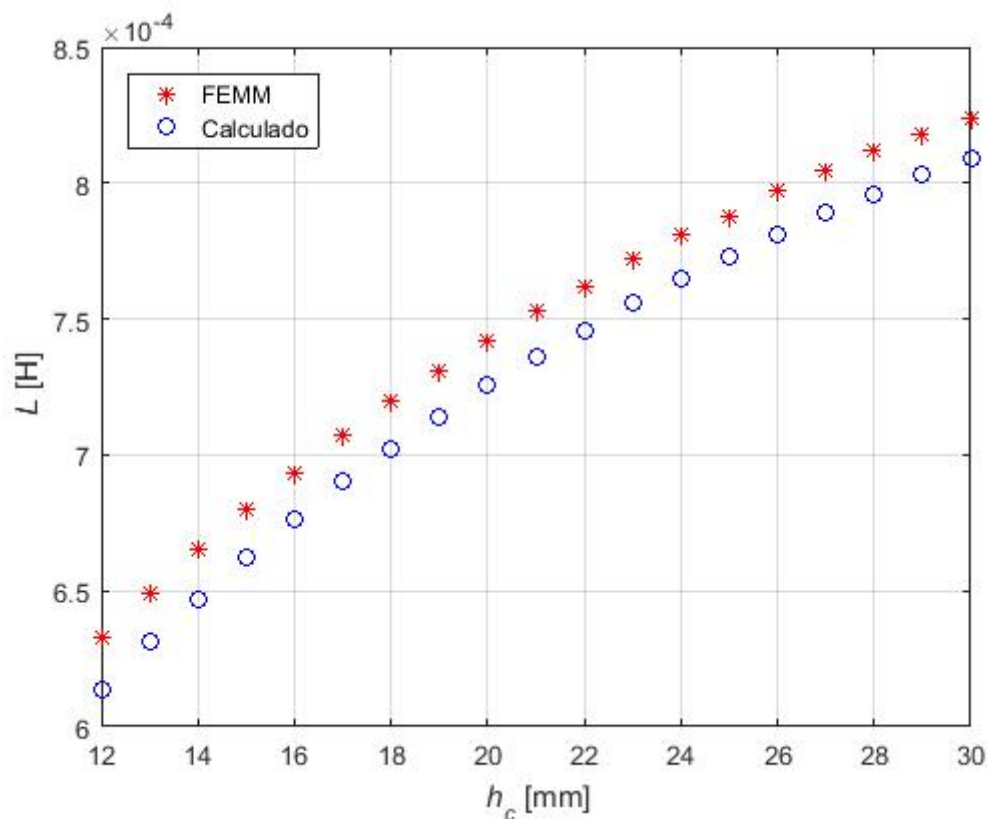


Figura 3.25: Valores do coeficiente de indução em função de h_c .

Como se pode verificar ambas as curvas têm formas e uma variação bastante semelhantes.

A variação é particularmente importante neste ensaio, pois o valor da força depende diretamente desta. De forma a avaliar o valor da força segundo ambos os métodos de cálculo pode-se comparar então a derivada do coeficiente de indução, segundo a altura. Apesar do valores serem ligeiramente

diferentes, isso não é relevante para o que se está a avaliar neste ensaio.

O valor da força calculado a partir do *FEMM* é igual a

$$F_{sim} = 0,00414N. \quad (3.10)$$

Por fim, a partir dos resultados apresentados é possível concluir que o valor da força a partir de ambos os métodos é semelhante, pois os valores encontram-se na mesma ordem de grandeza e o coeficiente de indução varia de uma forma bastante idêntica.

Em suma, todos os valores obtidos para ambas as abordagens (*FEMM* e método numérico *placaimperf.m*) se encontram bastante próximos. Esta convergência nos resultados acaba por validar o método numérico aplicado.

3.4 Discussão da consideração da modelização planar para representação de bobinas de configuração axissimétrica de secção retangular ou circular

3.4.1 Simetria segundo um eixo

Durante a execução e aplicação do método descrito em [4] foram encontradas várias dificuldades, nomeadamente na resolução dos integrais que permitem calcular os valores das várias grandezas que caracterizam o sistema. As expressões deduzidas pelo autor são de extrema complexidade.

O autor, no final do artigo, apresenta resultados numéricos, de forma a verificar se o método foi bem implementado, no entanto, não refere quais os dados de entrada utilizados para se obter os resultados apresentados.

Por estas razões, não se apresentam resultados para este método de cálculo.

3.4.2 Influência da secção no coeficiente de indução

Foi utilizado o *FEMM* para entender a influência que a forma da secção tem no valor do coeficiente de indução do circuito. Desta forma foram utilizados dois sistemas, equivalentes. Em ambos os sistemas o valor da área da secção, a altura de levitação, o comprimento da bobine e a distribuição de corrente são iguais. Ambos os sistemas são simétricos segundo um eixo vertical.

Foram utilizados dois modelos com bobines diferentes, o primeiro com secção retangular e o segundo com secção circular. O objetivo desta comparação é perceber a diferença nos comportamentos de uma bobine com secção transversal retangular e uma bobine com secção transversal circular.

O sistema com secção circular tem as seguintes medidas

- raio do condutor da bobine $r_1 = 10 \text{ mm}$;
- distância do centro do condutor da bobine ao centro da bobine $d = 40 \text{ mm}$;

- altura de levitação $h_c = 22 \text{ mm}$;
- número de espiras $N = 100$;
- espessura da placa condutora $t = 10 \text{ mm}$;
- corrente nos enrolamentos da bobine $I_{bef} = 1 \text{ A}$.

E o sistema com secção quadrada tem as seguintes medidas

- raio interior da bobine $r_1 = 31,14 \text{ mm}$;
- raio exterior da bobine $r_2 = 48,86 \text{ mm}$;
- distância do centro do condutor da bobine ao centro da bobine $d = 40 \text{ mm}$;
- altura inferior da bobine $l_1 = 10 \text{ mm}$;
- altura superior da bobine $l_2 = 27,72 \text{ mm}$;
- número de espiras $N = 100$;
- espessura da placa condutora $t = 10 \text{ mm}$;
- corrente nos enrolamentos da bobine $I_{bef} = 1 \text{ A}$.

Para se compreender melhor o que representa cada uma das grandezas acima referidas deve-se observar as Figuras 2.3 e 2.5.

Para efectuar a simulação com recurso ao *FEMM*, para a aproximação axissimétrica, são utilizadas as propriedades presentes nas Figuras 3.12 a 3.20, com exceção à definição do problema e à condição de fronteira. A definição do problema pode ser encontrada na Figura 3.26.

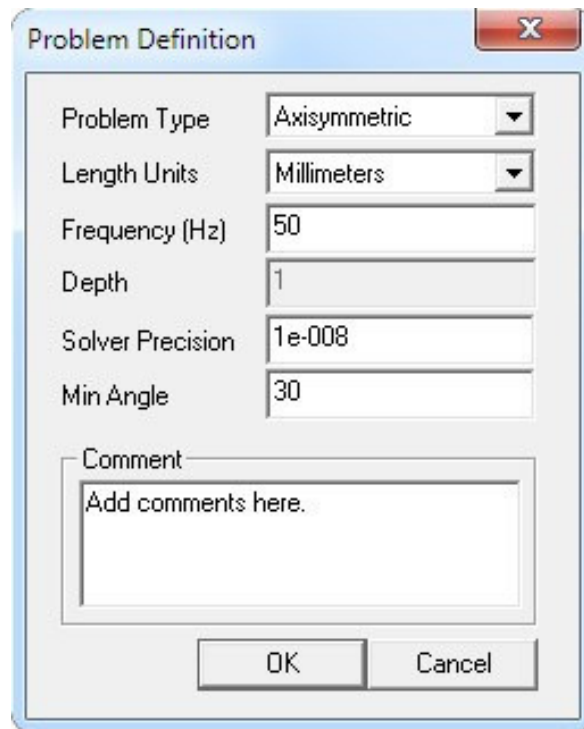


Figura 3.26: Definição do problema com configuração axissimétrica.

Quanto à fronteira, esta é definida pelas mesmas condições que no caso planar, no entanto é composta por um semicírculo com raio igual a 1000 mm .

A discretização espacial resultante da aplicação dos dados e propriedades previamente enunciadas encontra-se na Figura 3.27.

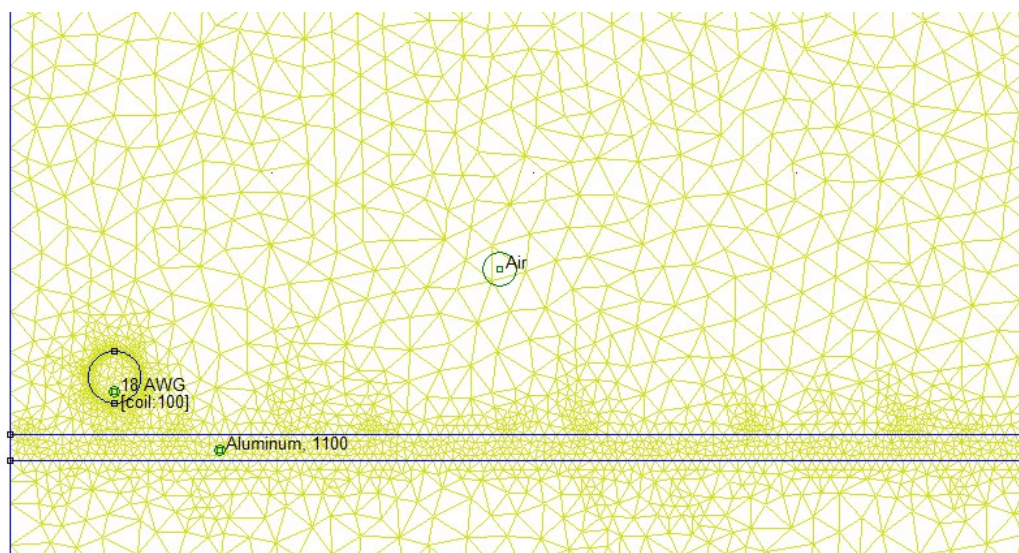


Figura 3.27: Discretização espacial de forma a simular o sistema, caso axissimétrico.

Nas Figuras 3.28 e 3.29 é possível observar ambas as configurações no *FEMM*, de onde originaram os resultados que podem ser encontrados abaixo.

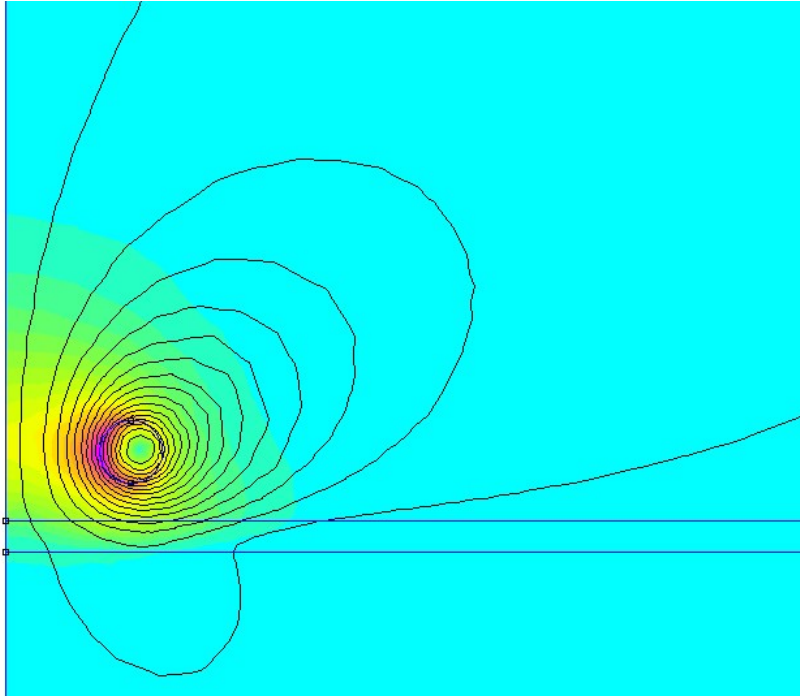


Figura 3.28: Linhas do vetor de indução magnética do sistema presente em [2], considerando a abordagem axissimétrica, simulado no *FEMM*

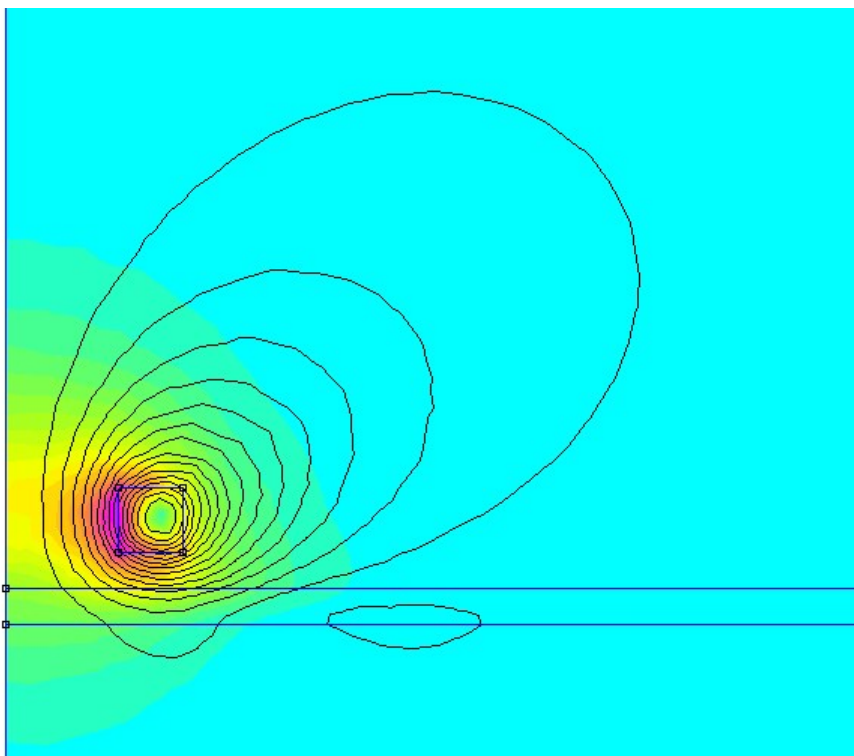


Figura 3.29: Linhas do vetor de indução magnética do sistema presente em [3], considerando a abordagem axissimétrica, simulado no *FEMM*

3.4.2.1 Coeficiente de indução

O valor do coeficiente de indução obtido com o sistema com secção circular, Figura 3.28, é igual a

$$L_{sim} = 7,64 \times 10^{-4} H. \quad (3.11)$$

Enquanto que o valor do coeficiente de indução obtido com o sistema com secção quadrada, Figura 3.29 é igual a

$$L_{sim} = 7,27 \times 10^{-4} H. \quad (3.12)$$

Os valores do coeficiente de indução obtidos são diferentes, ainda assim ambos encontram-se dentro da mesma ordem de grandeza.

3.4.2.2 Campo magnético

Na Figura 3.30 podemos observar os valores que o campo de indução magnética toma na superfície da placa condutora

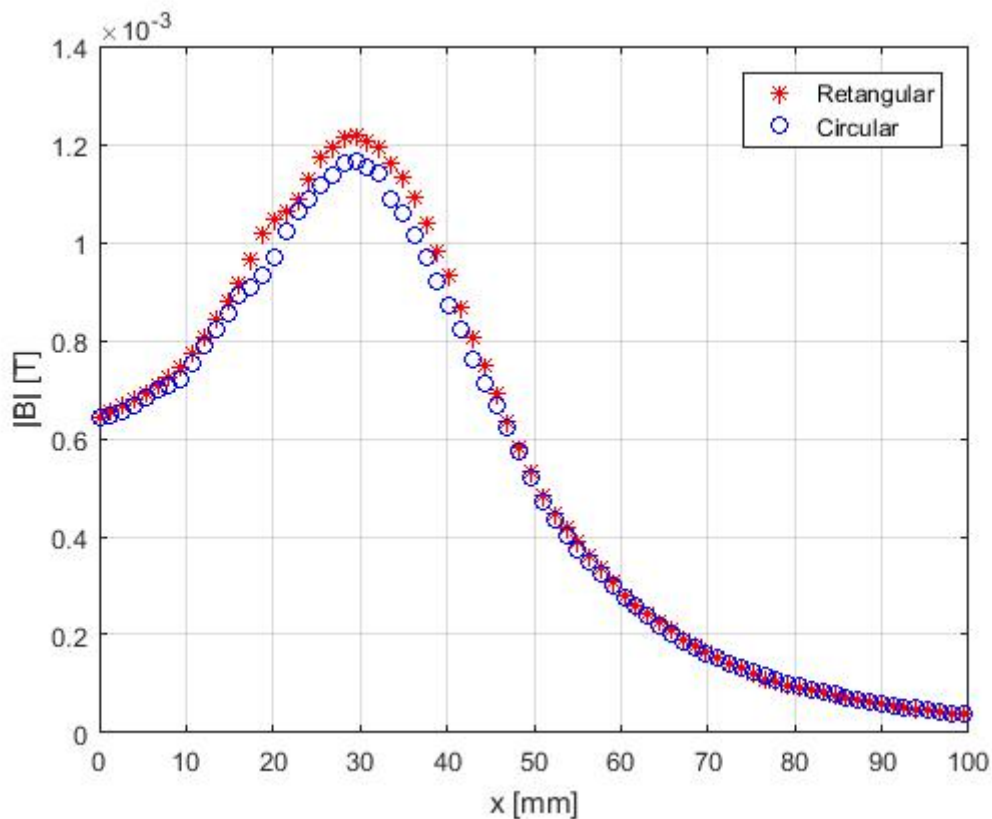


Figura 3.30: Valores do campo de indução magnética (B) na superfície da placa condutora, para secção retangular e circular.

Como se pode verificar ambas as curvas, presentes na Figura 3.30, têm formas bastante semelhantes. No entanto os valores obtidos são ligeiramente diferentes, o que se deve ao facto de os sistemas

terem formas diferentes, tal como diferentes valores de secção e comprimento.

3.4.2.3 Valor de corrente constante

Nas seguintes tabelas temos os valores do coeficiente de indução e da força, no caso do sistema com bobine com secção circular e retangular, para diferentes valores de altura de levitação.

Altura de levitação [mm]	Coeficiente de indução [μH]	Força [N]
12	669	0,00696
22	764	0,00320
32	810	0,00161

Tabela 3.3: Valores do coeficiente de indução e força, para diferentes alturas de levitação, com secção circular.

Altura de levitação [mm]	Coeficiente de indução [μH]	Força [N]
12	614	0,00904
22	727	0,00404
32	788	0,00180

Tabela 3.4: Valores do coeficiente de indução e força, para diferentes alturas de levitação, com secção retangular.

Os valores encontrados nas Tabelas 3.3 e 3.4 são da mesma ordem de grandeza, logo é possível concluir que os sistemas são comparáveis neste aspeto, com desvios na ordem dos 20%. As diferenças encontradas devem-se sobretudo às discrepâncias nos valores da área da secção, tal como, diferentes valores do raio da bobine. Estes valores foram escolhidos por representarem os presentes em [3] e [2], sendo que desta forma é possível ter um maior número de resultados que se podem comparar, de forma a compreender melhor o funcionamento do sistema em análise.

3.4.3 Translação de sistema planar para sistema axissimétrico

Nesta secção são comparados resultados de simulação utilizando o software *FEMM*.

Foram utilizados dois modelos diferentes, o primeiro com um sistema planar e o segundo com um axissimétrico. O caso planar é o que descreve melhor o sistema presente no artigo [2] no entanto estas simulações têm como objetivo estudar a possibilidade de utilizar um sistema axissimétrico para casos semelhantes e possivelmente encontrar uma relação entre ambos. Ambas as configurações são aplicadas a um sistema com secção circular.

O circuito a ser simulado é o descrito em [2] e presente na Figura 2.3.

3.4.3.1 $d = 40$ mm

Os dados utilizados para realizar, para ambas as abordagens, esta simulação foram

- raio do condutor da bobine $r_1 = 10 \text{ mm}$;
- distância do centro do condutor da bobine ao centro da bobine $d = 40 \text{ mm}$;
- altura de levitação $h_c = 22 \text{ mm}$;
- número de espiras $N = 100$;
- espessura da placa condutora $t = 10 \text{ mm}$;
- corrente nos enrolamentos da bobine $I_{bef} = 1 \text{ A}$.

Quando se realizam simulações com configuração planar o comprimento axial é igual a 92 mm . Este valor é escolhido pois é o valor utilizado no artigo [3], que possui valores obtidos pela aplicação prática do modelo em estudo.

Nas Figuras 3.21 e 3.28 estão presentes as configurações efectuadas no *FEMM*, para ambas as abordagens. A partir destas montagens foram obtidos os dados apresentados nas seguintes Figuras.

A forma do circuito não é circular, logo naturalmente que a montagem axissimétrica não é a mais correta para descrever este sistema e isto pode-se verificar calculando os valores do vetor de indução magnética B na superfície da placa condutora. Na Figura 3.31 são comparados estes valores para ambas as montagens.

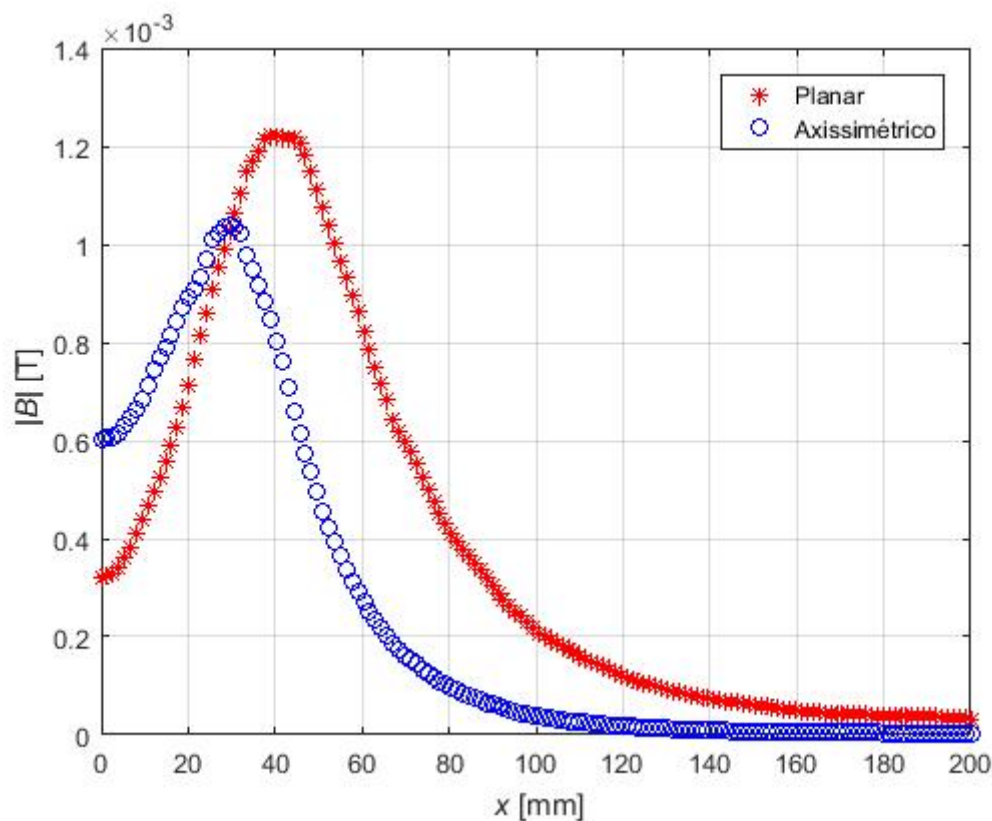


Figura 3.31: Indução magnética na superfície da placa, para sistema planar e axissimétrico, com $d = 40 \text{ mm}$.

Estes valores demonstram que os dois sistemas não são equivalentes, pois o campo magnético na superfície da placa condutora toma valores distintos. Apesar disso, foram calculados os valores do coeficiente de indução e da força em função da altura de levitação (h_c), presentes nas Figuras 3.32 e 3.33.

Outra razão para os valores diferirem, principalmente para valores de x perto de zero é que devido ao efeito da configuração axissimétrica, este tende a duplicar o valor obtido pelo modelo 2D com configuração planar considerado em [2]. Na configuração axissimétrica ter-se-á de ter em conta a contribuição de condutores com orientação ortogonal. A consideração de ambos os sistemas de condutores com orientação ortogonal afeta sobretudo a componente segundo y do campo de indução magnética cuja contribuição para o valor eficaz do campo tende a ser mais importante na posição $x = 0$ (onde a componente segundo x é nula). A contribuição dos dois sistemas de condutores com orientação ortogonal tende assim a ser duas vezes a contribuição de cada sistema de condutores na posição $x = 0$.

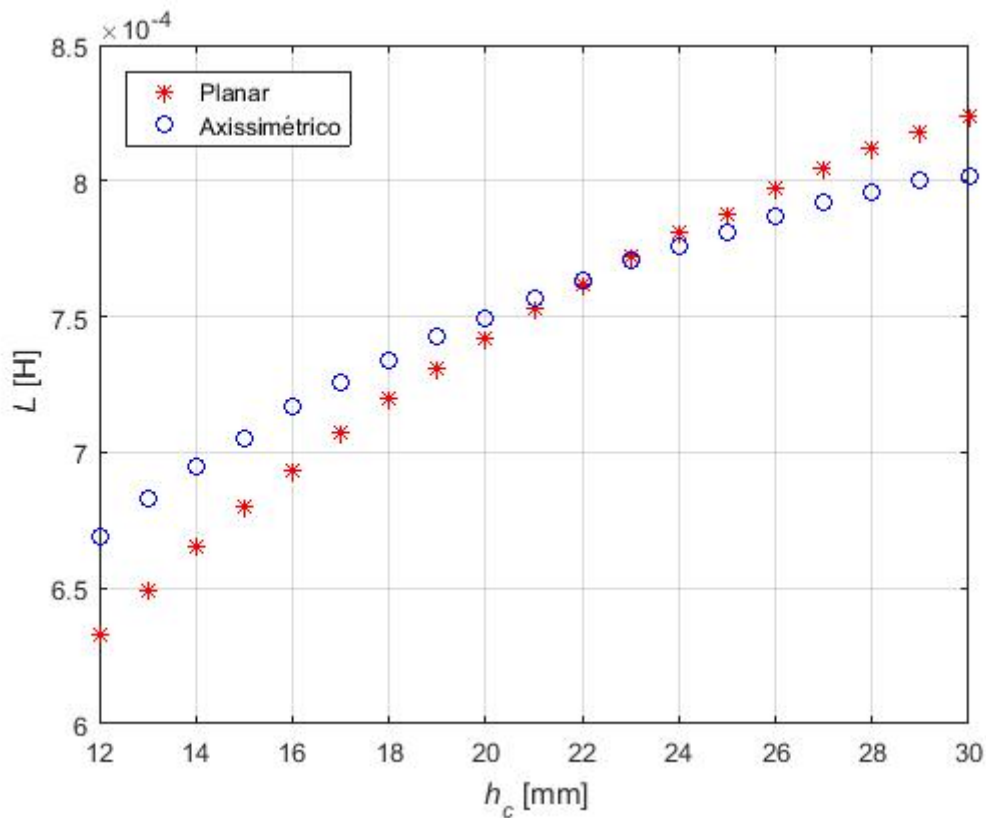


Figura 3.32: Coeficiente de indução em função da altura de levitação, para sistema planar e axissimétrico, com $d = 40 \text{ mm}$.

A maneira como ambas estas grandezas variam em função da altura de levitação é espectável e para ambas as montagens os valores obtidos encontram-se dentro da mesma ordem de grandeza e são bastante próximos.

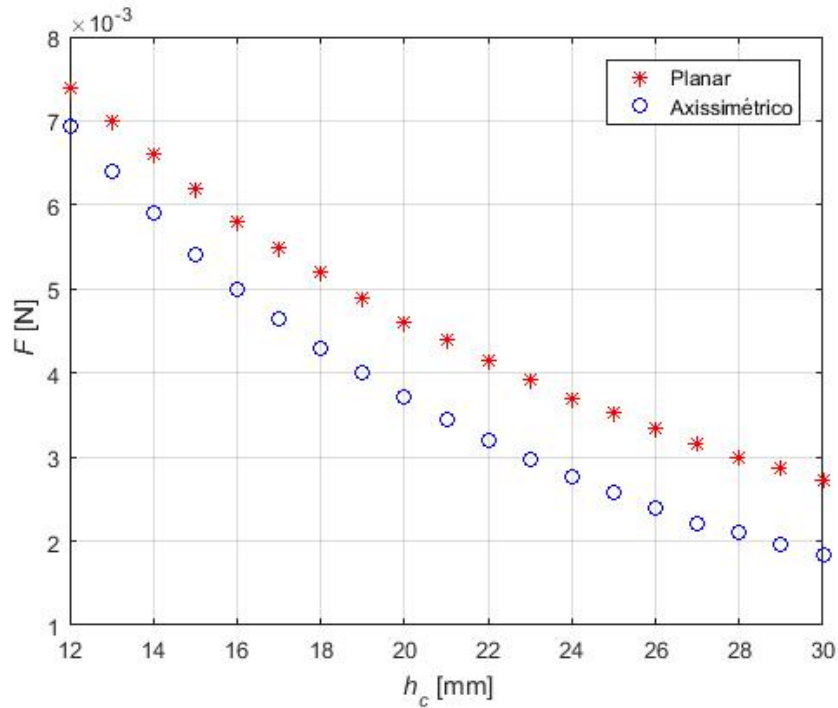


Figura 3.33: Força em função da altura de levitação, para sistema planar e axissimétrico, com $d = 40 \text{ mm}$.

3.4.3.2 $d = 55 \text{ mm}$

De forma a aproximar os modelos planar e axissimétrico, sob o ponto de vista do campo de indução magnética, na superfície da placa condutora, encontrou-se um valor para o raio do circuito (no caso axissimétrico) em que o vetor de indução magnética na superfície da placa condutora se aproximava com os do vetor no caso planar, este valor foi de 55 mm, tal como se pode ver na Figura 3.34.

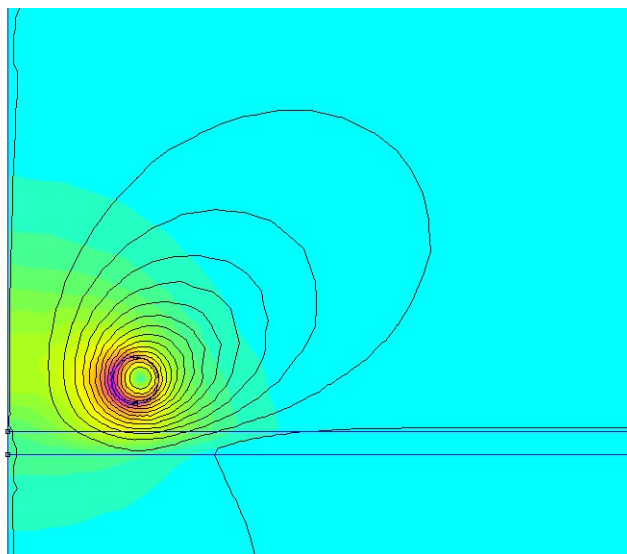


Figura 3.34: Linhas do vetor de indução magnética do sistema presente em [2], considerando a abordagem axissimétrica, simulado no *FEMM*

Os valores de ambos os vetores de indução magnética na superfície da placa condutora encontram-se na Figura 3.35. Para o caso planar, todos os dados de entrada se mantiveram desde a última simulação. Na abordagem axissimétrica apenas o valor do raio da bobine foi alterado.

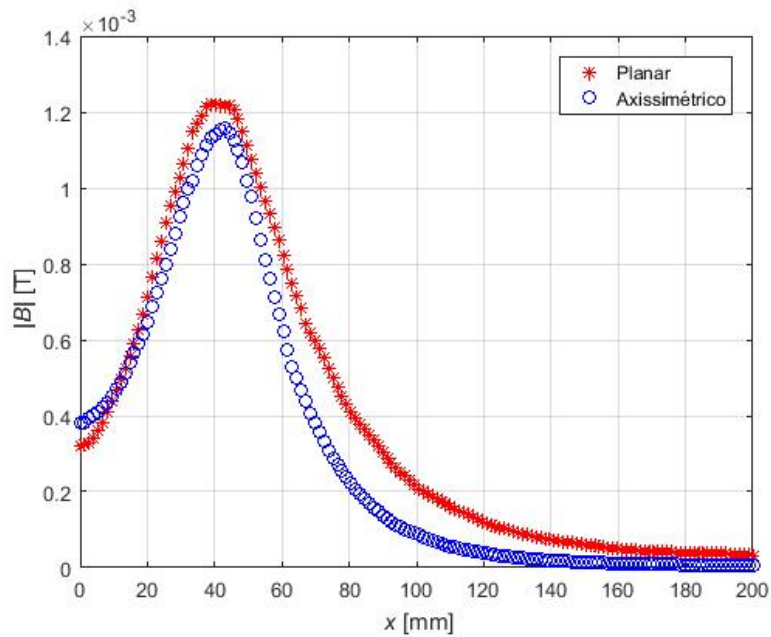


Figura 3.35: Vetor de indução magnética na superfície da placa, para sistema planar, com $d = 40$ mm, e axissimétrico, com $d = 55$ mm.

Os valores do coeficiente de indução e da força em função da altura de levitação (h_c) encontram-se nas Figuras 3.36 e 3.37.

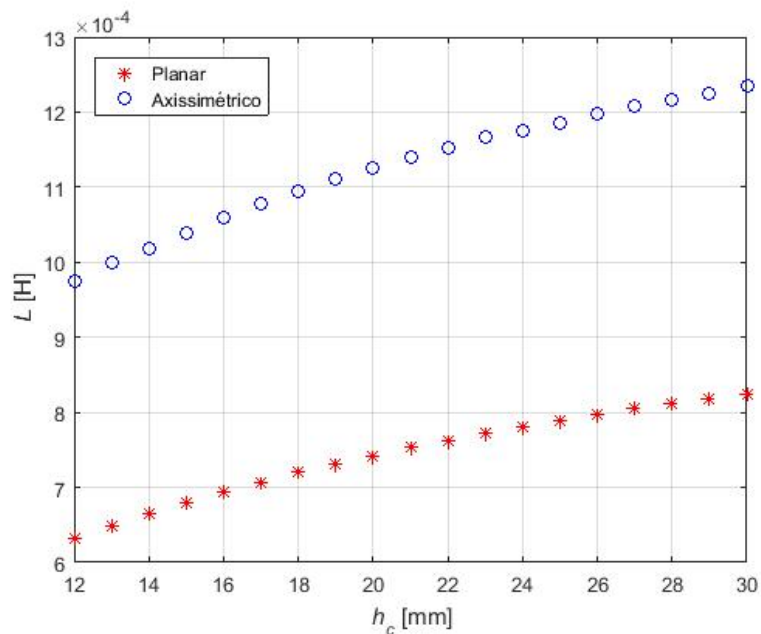


Figura 3.36: Coeficiente de indução em função da altura de levitação, para sistema planar, com $d = 40$ mm, e axissimétrico, com $d = 55$ mm.

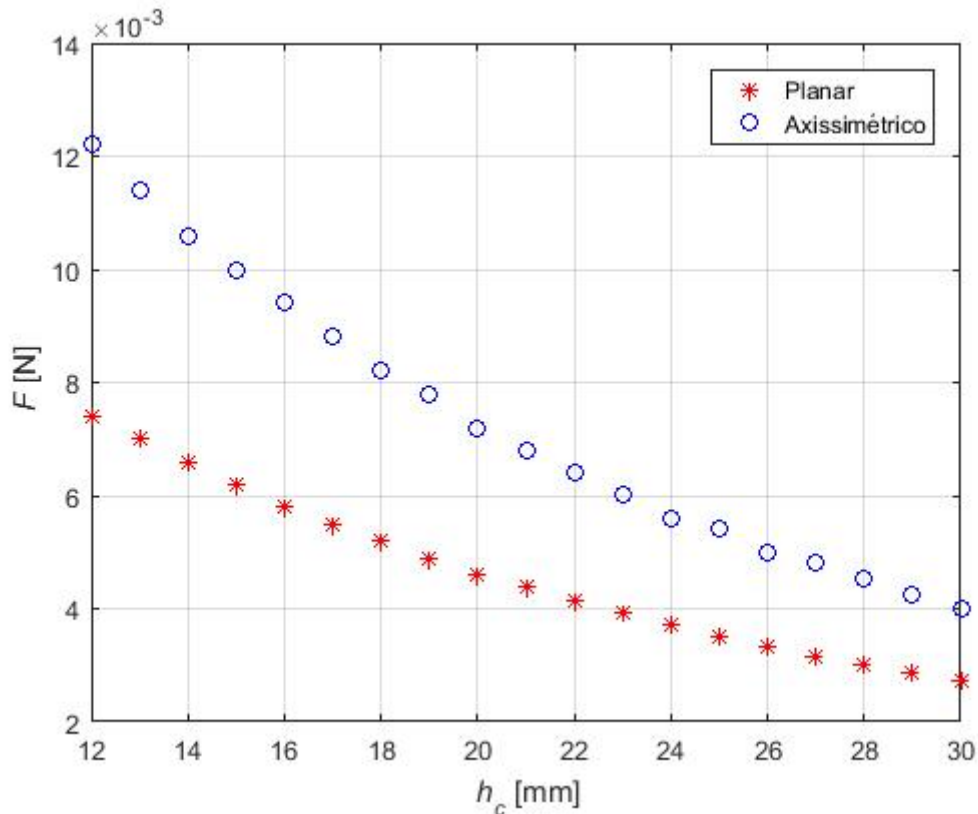


Figura 3.37: Força em função da altura de levitação, para sistema planar, com $d = 40 \text{ mm}$, e axissimétrico, com $d = 55 \text{ mm}$.

Após cuidada análise dos resultados previamente apresentados é possível concluir que o valor do campo magnético na superfície da placa condutora não é um bom indicador para a comparação dos modelos. Pode-se observar facilmente que, quando se considera o valor de $d = 40 \text{ mm}$ para ambas as abordagens, os valores encontrados para o coeficiente de indução aproximam-se bastante mais do que quando se considera $d = 55 \text{ mm}$. Logo, apesar do campo magnético na superfície da placa tomar valores bastante próximos, as restantes grandezas não têm o mesmo comportamento. Os valores da força são distintos para os dois casos estudados. O objetivo era encontrar uma relação entre as abordagens planar e axissimétrica. Pode-se chegar à conclusão que essa relação não existe, de modo a aproximar todas as grandezas em jogo.

3.4.4 Validação dos métodos utilizados

De forma a entender como as hipóteses simplificativas afetam os resultados obtidos nas simulações do sistema, pode-se comparar todos os resultados obtidos nas diferentes abordagens.

Para esta comparação ser válida é necessário aplicar todos os métodos discutidos ao mesmo sistema, ou, pelo menos, sistemas com diferenças que não alterem consideravelmente os resultados. Em suma, é necessário que os sistemas sejam equivalentes.

Foi definido um sistema físico como base para se aplicar os métodos a analisar. Este sistema

consiste numa bobine, com volume finito, que levita sobre uma placa condutora, de espessura finita, sendo que todos estes elementos se encontram envolvidos em ar. A bobine encontra-se paralela à placa condutora. O comprimento da placa é considerado infinito, o que na realidade é como dizer que o seu comprimento é de uma ordem de grandeza tão elevada que não faz sentido considerá-la, pois não terá qualquer influência.

Naturalmente que quando se toma a hipótese simplificativa que a espessura da placa condutora é infinita, não é possível cumprir com o sistema base da Figura 2.1, no entanto é importante a consideração desta hipótese simplificativa nos casos em que a profundidade de penetração do campo eletromagnético na placa condutora for muito menor que a espessura da placa.

Na Tabela 3.5 temos uma comparação dos resultados de todos os métodos de cálculo, tal como, dos valores obtidos experimentalmente, em [3]. São comparadas diferentes grandezas que caracterizam o sistema.

Os valores calculados que são apresentados nesta tabela são o resultado da aplicação dos métodos previamente descritos, com os dados de entrada mencionados acima, respetivamente para cada método, exceptuando o valor da altura de levitação, que varia e está explícito na tabela. No caso dos valores medidos, os dados de entrada são os seguintes

- raio interior da bobine $a_1 = 30 \text{ mm}$;
- raio exterior da bobine $a_2 = 52 \text{ mm}$;
- altura da bobine $b = 16 \text{ mm}$;
- número de espiras $N = 100$;
- resistência interna da bobine $R = 0,38 \Omega$.

O peso da bobine é igual a $mg = 3,5 \text{ N}$. Este valor é considerado para todos os casos e essencial para o cálculo da corrente quando se utiliza o *FEMM* para simular o sistema. O *FEMM* necessita de uma especificação do valor da corrente e a única maneira de calcular este valor é equilibrando o valor da força exercida sobre o sistema com o peso da bobine, de forma a atingir o ponto de equilíbrio ($mg = F$).

O valor do coeficiente de indução presente na tabela é também calculado com os valores de entrada previamente enunciados. Este, quando a altura não é especificada, é independente da altura de levitação, pois considera-se que a bobine está isolada ($h_c \rightarrow \infty$).

	valores calculados [1]	valores medidos [3]	valores calculados [2]	FEMM circular axissimétrico	FEMM circular planar
Corrente I_{bef} para $h_c = 12mm$ [A]	15,1	21	19,8	22,5	21,5
Corrente I_{bef} para $h_c = 22mm$ [A]	22,4	26	26,8	33	29
Corrente I_{bef} para $h_c = 32mm$ [A]	30,3	39	34,9	46,5	37,5
Coeficiente de indução para $h_c = 12mm$ [μH]	433	700	718,7	668,8	541,4
Coeficiente de indução para $h_c = 22mm$ [μH]	640	830	851,5	763,9	651,8
Coeficiente de indução para $h_c = 32mm$ [μH]	744	880	926,7	809,5	715,6
Coeficiente de indução da bobine ($h_c = \infty$) [μH]	931,8	980	980	870,6	852,8
Perdas para $h_c = 12mm$ [W]	87	168	166	211	194
Perdas para $h_c = 22mm$ [W]	190,6	257	290	433	338
Perdas para $h_c = 32mm$ [W]	349	577	480	840	552

Tabela 3.5: Comparação entre valores calculados e medidos, para a força de levitação igual ao peso da bobine.

É de apontar que a igualdade entre os valores do coeficiente de indução da bobine medidos e calculados é devida a um ajuste de certos valores por parte dos cálculos, de forma a aproximar ambos os modelos.

No FEMM, os valores de correntes obtidos são ligeiramente superiores ao valores calculados pelos algoritmos desenvolvidos e pela aplicação prática, presente em [3]. Esta diferença tem influencia no valor das perdas, pois estas dependem do quadrado da corrente e, principalmente na configuração axissimétrica, este desvio nos valores é mais evidente. Contudo, os valores encontram-se dentro da mesma ordem de grandeza.

As principais conclusões possíveis a retirar da Tabela 3.5 são os efeitos de considerar a placa condutora como um condutor perfeito de espessura infinita. Tanto os valores de corrente como das perdas são significativamente inferiores, o que era esperado. Isto sucede pois a placa é considerada um condutor perfeito. Esta é a maior diferença nos sistemas analisados e traduz-se numa diferença nos resultados obtidos.

Pequenos desvios são encontrados quando se comparam diferentes métodos de cálculo, no entanto isto é uma ocorrência espectável. Posto isto, os resultados obtidos possibilitam a validação de todos os métodos utilizados. No caso específico do método descrito em [1], em que se considera que a placa é perfeita é o método que sofre o maior desvio. Apesar disso apresenta resultados na mesma ordem de grandeza que os restantes, logo considera-se que é possível utilizá-lo, em determinadas circunstâncias.

Capítulo 4

Conclusões

4.1 Conclusões

Neste capítulo estão presentes todas as conclusões que foi possível retirar de todo o trabalho feito e descrito nesta dissertação.

Tal como já foi referido diversas vezes ao longo desta dissertação, a levitação magnética é um tema com muito potencial para ser aplicado na nossa sociedade com o intuito de aumentar o desenvolvimento tecnológico e provocar uma melhoria nas nossas vidas. O objetivo deste trabalho consiste em analisar diferentes métodos de simular o funcionamento de um sistema de levitação magnética com o propósito de ajudar a perceber os fenómenos físicos em presença e de investigar os modelos mais favoráveis com vista à adoção de algoritmos mais rápidos com redução das capacidades computacionais. Foi ainda objetivo a compreensão de todas as hipóteses simplificativas utilizadas em cada método estudado e compreender em que situações é que é possível estes serem utilizados de modo a não comprometer o rigor dos resultados encontrados.

No segundo capítulo são descritos todos os métodos de cálculo utilizados para simular os comportamentos presentes num sistema de levitação magnética, que são posteriormente aplicados com o intuito de os compreender melhor, tal como, um programa de simulação, previamente desenvolvido, que recorre ao método dos elementos finitos.

Em seguida são desenvolvidas várias rotinas em *MATLAB*, que reproduzem todos os algoritmos de cálculo descritos no segundo capítulo e é utilizado o *FEMM*, com recurso a parte gráfica. Os resultados obtidos a partir desta aplicação estão presentes no terceiro capítulo deste trabalho.

Após uma análise detalhada de todos os diferentes métodos estudados e desenvolvidos no *MATLAB*, é possível concluir que todos estes possuem diferenças decorrentes das respectivas hipóteses simplificativas, logo, as comparações entre os resultados obtidos têm necessariamente que ter este aspeto em conta, sendo que, pequenos desvios são espectáveis.

O primeiro método de cálculo estudado, descrito em [1] e desenvolvido no algoritmo *placaper.f.m*, é de menor complexidade mas com bastantes hipóteses simplificativas, o que o leva a ser a abordagem analisada neste trabalho mais distante do caso real. No entanto, a partir dos seus resultados é possível

concluir que o valor da indutância é crescente com altura de levitação e que o valor da força de levitação é decrescente com altura de levitação. Estas duas relações encontradas são de extrema importância para a compreensão do sistema e da forma como as suas variáveis de comportam.

A partir do método presente em [2] é possível realizar uma análise mais extensa do problema. Isto acontece pois o algoritmo *placaimperf.m* possui uma maior complexidade, além de possibilitar o cálculo de um maior número de variáveis. É possível compreender como varia o campo magnético em função da coordenada x , que representa o afastamento do centro do sistema. Os valores da indutância em função da frequência de trabalho, da altura de levitação e da espessura da placa também são resultados possíveis de auferir a partir deste algoritmo. Uma vantagem da utilização deste método é que possibilita estudar diversas hipóteses simplificativas diferentes, tais como, considerar que a placa condutora é perfeita ou que tem espessura infinita, pois estas são variáveis do algoritmo cujo valor é controlável. A partir da aplicação deste algoritmo é possível também calcular os valores da força de levitação magnética e das perdas do sistema em função da altura de levitação e da espessura da placa condutora. Todas estas grandezas são importantes de conhecer pois desta forma, controlando as dimensões do sistema, tal como dados de entrada, pode-se obter os resultados desejados. Por fim, ainda no algoritmo em questão, pode-se utilizar e comparar a aproximação exponencial para calcular a indutância, sendo que esta é uma forma bastante mais simples e, como se pode verificar nos resultados obtidos, com alterações pouco significativas nos resultados finais, embora se exija a determinação iterativa dos parâmetros da aproximação exponencial.

De todos os métodos estudados, o presente em [2] é o mais versátil. É o que possibilita uma melhor e mais abrangente compreensão do funcionamento de um sistema de levitação magnética. Além disto, a veracidade dos seus resultados é suportada pelo artigo [3], que consiste na aplicação do caso em estudo, onde os resultados convergem. As diferenças encontradas quando se comparam estes dois conjuntos de resultados são de pequena relevância e podem ser explicadas pelo facto do método teórico não adotar a configuração do caso em estudo, representada na Figura 2.1. Todos os métodos discutidos previamente resultam em valores semelhantes, no entanto, pode-se ver o efeito das hipóteses simplificativas aplicadas em [1], que consiste no método com maior desvio nos resultados, tal como, com o maior número de simplificações e maior afastamento da realidade.

Todos os algoritmos até agora mencionados tratam de problemas de abordagem planar. No entanto alguns algoritmos abordam o sistema como axissimétrico, ou seja, simétrico segundo um eixo. Desta forma, temos a abordagem presente em [8], que conclui que a aproximação da placa com espessura infinita é válida e que deve ser utilizada pois facilita bastante os cálculos, no entanto, não foi aplicado pois o algoritmo *placaimperf.m* tem a possibilidade de abranger essa aproximação. Foi também desenvolvido o algoritmo *dodd.m*, que consiste no método de cálculo presente em [4], em relação ao qual se deparou com as dificuldades provenientes da impossibilidade de validação dos resultados obtidos e da complexidade verificada no cálculo numérico dos termos integrais da respetiva formulação analítica.

Foi utilizado também o *FEMM* para simular o comportamento do sistema, com o intuito ainda de validação de resultados. Este recorre ao método dos elementos finitos.

Na primeira utilização do *FEMM*, foi realizada uma comparação, para o caso planar, de [2]. Esta

comparação culmina numa convergência dos resultados finais, onde todos os parâmetros característicos do sistema se encontram na mesma ordem de grandeza. Esta convergência valida, mais uma vez, o método descrito em [2]. Esta conclusão parte dos valores obtidos, tanto para a indutância, como para o campo de indução magnética e a força serem bastante semelhantes. As pequenas diferenças encontradas resultam dos algoritmos utilizarem diferentes abordagens para a resolução do mesmo problema.

Em seguida, utilizando ainda o *FEMM*, foram comparados os sistemas presentes [2] e [3], cuja diferença física que mais sobressai é a forma da secção da bobine que se encontra a levitar sobre a placa condutora. Desta forma, a partir desta comparação é possível compreender a influência que a forma da secção da bobine tem nos resultados. Os valores obtidos encontram-se dentro da mesma ordem de grandeza e as suas pequenas divergências devem-se sobretudo a diferenças físicas dos sistemas, tais como, áreas das secções e raios das bobines diferentes. Como ambos assumem uma distribuição da corrente igual, não existem evidências para concluir que a forma geométrica da secção altera de forma significativa os resultados finais.

Por fim, o *FEMM* foi utilizado para tentar encontrar um termo de ligação entre a abordagem planar e axissimétrica, ou seja, uma forma de obter os mesmos resultados para ambas as situações, de modo a modelizar a configuração axissimétrica com o uso da configuração planar a qual permite uma abordagem analítica mais rápida com menores capacidades computacionais. A importância deste ensaio cai sobre o facto de cada algoritmo ser desenvolvido para a sua abordagem específica, sendo que as comparações entre eles se tornam bastante mais complicadas. Foram comparados diferentes parâmetros característicos do sistema, tal como valor do campo magnético na superfície da placa ou indutância em função da altura de levitação. Porém, foi impossível encontrar uma forma de igualar ambas as abordagens, pois sempre que um dos parâmetros se aproximava outros afastavam-se, logo é possível concluir que estas abordagens são independentes embora se possam fazer equivalentes para cada grandeza física em análise.

Na Tabela 3.5 é possível comparar todos os métodos de cálculo utilizados no decorrer deste trabalho, sendo que esta atua como um resumo dos resultados encontrados. É possível observar as consequências das diferentes hipóteses simplificativas utilizadas nestes. Os resultados obtidos sendo análogos permitem validar os métodos utilizados, sendo este também um dos objetivos principais do trabalho. As maiores discrepâncias entre os valores são claramente visíveis quando se considera que a placa condutora é perfeita. Apesar de facilitar bastante os cálculos, os resultados finais acabam por ser menos fiáveis. No entanto, estas aproximações podem ser úteis, caso a exatidão não seja um objetivo, pois a complexidade do problema é bastante inferior e permite a compreensão dos fenómenos físicos fundamentais.

Resumidamente, depois de analisar todos os resultados obtidos, é possível chegar à conclusão de que o método de cálculo descrito em [2] e desenvolvido na rotina de *MATLAB* denominada *placaimperf.m* representa o método mais versátil e abrangente de todos os estudados e aplicados neste trabalho. É o método mais completo, pois permite adquirir variados resultados, sendo que foi implementado ao longo da dissertação, logo é facilmente manipulável também. A sua veracidade é suportada por resultados práticos e também pelos ensaios realizados no *FEMM*. Com este trabalho foi possível encontrar e vali-

dar diferentes formas de simular o comportamento de uma sistema de levitação magnética. Este pode ser uma ferramenta para o aumento da utilização desta tecnologia na nossa sociedade.

4.2 Trabalho Futuro

Ao longo da realização desta dissertação foram encontrados diversos obstáculos e problemas. O principal obstáculo foi encontrado na implementação de um algoritmo que reproduzisse o método de cálculo presente em [4]. Tal algoritmo existe, contudo não reproduz os resultados desejados, principalmente porque o autor não fornece qualquer forma de confirmar a veracidade dos mesmos. Desta forma seria interessante comparar os diferentes algoritmos pois existiria mais um termo de comparação. Além disso, este algoritmo, a par do *placaimper f.m.*, é bastante versátil, o que significa que é possível encontrar diversos resultados relevantes para o sistema em estudo e, conseqüentemente, retirar ainda mais conclusões objetivas sobre este tema. É necessário uma mais profunda investigação sobre o cálculo numérico dos integrais que figuram no desenvolvimento analítico proposto em [4].

Outra forma de abordar este tema seria fazendo um maior aproveitamento das funcionalidades do *FEMM*. Este é um programa previamente desenvolvido por entidades externas, logo, não é do âmbito deste trabalho perceber totalmente o seu funcionamento, mas sim aproveitar as suas funcionalidade na ótica do utilizador. Aprofundando o conhecimento no *FEMM* seria possível ter uma diferente perspectiva sobre este tema e possivelmente compreende-lo de uma forma diferente da atual.

Bibliografia

- [1] V. M. Machado. Levitação magnética (maglev) num sistema de suspensão eletromagnética (ems) com correntes turbilhonares. *IST*, 2019.
- [2] V. M. Machado. Analytical approach for an ems eddy current maglev problem. *IST*, 2013.
- [3] M. T. Thompson. Eddy current magnetic levitation: models and experiments. *IEEE*, 2000.
- [4] C. V. Dodd and W. E. Deeds. Analytical solutions to eddy-current probe-coil problems. *Journal of Applied Physics*, 1968. doi: 10.1063/1.1656680.
- [5] J. M. C. Vukan R. Vuchic. An evaluation of maglev technology and its comparison with high speed rail. *ScholarlyCommons*, 2002.
- [6] MATLAB. *version 9.0 (R2016a)*. The MathWorks Inc., Natick, Massachusetts, 2016.
- [7] M. E. A. V. Maló Machado and M. G. das Neves. Accurate magnetic field evaluation due to underground power cables. *Wiley InterScience*, 2009. doi: 10.1002/etep.296.
- [8] M. S. Adler. A field-theoretical approach to magnetic induction heating of thin circular plates. *IEEE*, 1974.
- [9] W. Rosenheinrich. Tables of some indefinite integrals of bessel functions of integer order. *Ernst - Abbe - Hochschule Jena*, 2003.
- [10] A. D. Poularikas. Bessel functions. *CRC Press LLC*, 1999.
- [11] Femm. in <http://www.femm.info/wiki/HomePage>.
- [12] J. A. B. Faria. *Electromagnetic Foundations of Electrical Engineering*. Wiley, 1st edition, 2008. ISBN 978-0-470-72709-6.