

Definição da acção das ondas sobre estruturas offshore

Marta Andreia da Trindade e Silva Borges

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Civil

Orientador: Professor Doutor Ricardo José de Figueiredo Mendes Vieira

Júri

Presidente: Professor Doutor Mário Manuel Paisana dos Santos Lopes

Orientador: Professor Doutor Ricardo José de Figueiredo Mendes Vieira

Vogal: Professor Doutor Luís Manuel Coelho Guerreiro

Outubro 2020

Declaração

Declaro que o presente documento é um trabalho original da minha autoria e que cumpre todos os requisitos do Código de Conduta e Boas Práticas da Universidade de Lisboa.

Resumo

As estruturas offshore, apesar de inicialmente concebidas para a exploração de petróleo, são hoje em dia um recurso muito utilizado nas mais diferentes áreas tais como aproveitamento de energia eólica, plataformas para alimentação de peixes (aquacultura) e ilhas artificiais. As acções a que estão sujeitas, para além do peso próprio e das sobrecargas de utilização, vento, acções de acidente e de sismo, estão relacionadas com a acção que a água do mar exerce sobre essas mesmas estruturas.

Esta dissertação propõe-se estudar os diferentes tipos de forças que uma onda harmónica exerce sobre uma estrutura, seja ela fixa ou flutuante, e como a relevância desse tipo de forças está relacionada com a razão entre as dimensões características da estrutura e o comprimento de onda. Além disso, é também analisada a resposta da estrutura quando sujeita à acção da mesma onda.

Nas estruturas offshore os movimentos verticais podem ser críticos. Deste modo, foram estudados os movimentos de translação vertical e o movimento de rotação em torno do eixo perpendicular à direcção do escoamento como resposta aos diferentes tipos de força provocados pela acção de uma onda harmónica.

PALAVRAS CHAVE:: estruturas offshore, força de Froude-Krylov, força de difracção, força de radiação, equação de Morison.

Abstract

Offshore structures, even though they have originally been developed for oil exploitation platforms, are used nowadays on a wide variety of areas, such as eolic energy platforms, aquaculture and artificial islands. The actions they are submitted to, besides self-weight and additional loads, wind, accident action and earthquake, are related with the actions that the sea water causes on the structures.

This dissertation proposes to study the different types of force that an harmonic wave has on a structure, whether fixed or floating, and how the relevance of this type of force is related with the ratio between the structure's characteristic dimensions and the wave length. Furthermore, the structure's response to the action of the wave, is also analysed.

In offshore structures vertical motions can be critical. This way, the dissertation studies the vertical translation motion and rotation movement perpendicular to the flow axis direction as a response to the different types of force caused by the action of an harmonic wave.

KEYWORDS: offshore structures, Froude-Krylov force, diffraction force, radiation force, Morison equation.

Agradecimentos

Agradeço ao meu orientador, Professor Ricardo Vieira, por me ter desafiado, ensinado e motivado e também pela sua disponibilidade ao longo da elaboração desta dissertação, assim como pelo seu cuidado na revisão da mesma.

Aos meus amigos, por estarem sempre presentes respeitando as minhas ausências.

Finalmente, um profundo agradecimento à minha família pelo apoio incondicional ao longo do meu percurso.

Lista de símbolos

LETRAS LATINAS

A	área
A_0	área de intersecção da estrutura com o plano da água
a_i	aceleração de uma partícula de água segundo o eixo i
$A_{jk}, A_{jk}(\omega)$	coeficiente de massa adicionada
B	largura
$B_{jk}, B_{jk}(\omega)$	coeficiente de amortecimento
C_d	coeficiente de arrasto
C_{kj}	coeficiente de restituição elástica
C_m	coeficiente de massa
D	dimensão característica da estrutura; diâmetro
$D(\beta, \xi)$	factor de amplificação dinâmica
F_i, F_{ai}	força no modo i , amplitude da força no modo i
g	aceleração da gravidade
G	centro de gravidade da secção
h	profundidade
H	altura da onda
h_c	calado
$H_i(\omega, t)$	função de transferência no modo i
k	número de onda
L	comprimento
M	massa da estrutura
\vec{n}	vector normal
p, p_D	pressão, pressão dinâmica
t	tempo
u_i	velocidade de uma partícula de água segundo o eixo i
V	volume submerso da estrutura
z	cota da superfície livre
z_i, z_m	coordenadas verticais

LETRAS GREGAS

β	razão entre a frequência da onda e a frequência natural da estrutura
ζ, ζ_a	amplitude da onda
η_i	movimento no modo i
η_{ia}	amplitude do movimento i
θ	rotação
λ	comprimento de onda
ξ	coeficiente de amortecimento
ρ	massa volúmica da água do mar
T	período
φ	fase do movimento
Φ	potencial da velocidade
ω, ω_n	frequência, frequência natural

Conteúdo

Resumo	iii
Abstract	v
Agradecimentos	vii
Lista de símbolos	ix
Lista de Figuras	xii
Lista de Tabelas	xv
1 Introdução	1
1.1 Enquadramento	1
1.2 Organização	6
2 Definição da acção das ondas	9
2.1 Definição de onda	9
2.1.1 Exemplo	10
2.2 Teoria linear das ondas	11
2.3 escoamento potencial	12
3 Estruturas fixas	21
3.1 Introdução	21
3.2 Forças de excitação em estruturas fixas	22
3.2.1 Força de Froude-Krylov	22
3.2.2 Força de massa hidrodinâmica	23
3.2.3 Força de difracção	24
3.2.4 Força de arrasto	25
3.3 Forças de excitação em estruturas transparentes (<i>slender structures</i>)	25
3.3.1 Teoria de Morison	26
3.4 Verificação das forças hidrodinâmicas numa estrutura transparente	26
3.4.1 Cilindros com diâmetros $D = 0.1$ m e $D = 1.5$ m	28

3.4.2	Cilindro com diâmetro $D = 5$ m	30
3.4.3	Cilindro com diâmetro $D = 1.5$ m e comprimento de onda λ variável	31
4	Estruturas flutuantes	33
4.1	Forças em estruturas flutuantes	34
4.1.1	Força de excitação - força de Froude-Krylov e força de difracção	35
4.1.2	Força de radiação	36
4.2	Movimentos de estruturas flutuantes	37
4.2.1	Movimento vertical de uma bóia (<i>buoy</i>)	37
4.3	Forças e movimentos em estruturas flutuantes	41
4.3.1	Análise de um flutuador paralelepípedo (<i>barge</i>) sem amortecimento	42
4.3.2	Análise de um semi-submersível sem amortecimento	47
4.3.3	Análise de uma TLP sem amortecimento	55
5	Modelo numérico de um flutuador de forma paralelepípedo	63
5.1	Movimento vertical e de rotação em torno de y do paralelepípedo	64
5.2	Forças de Froude-Krylov, forças de difracção e forças de radiação	67
6	Conclusão	73
	Anexos	77

Lista de Figuras

1.1	Projecto Windfarm com 8 <i>jackets</i> de um total de 103 no Porto de Nigg, na Escócia para aproveitamento de energia eólica [1].	1
1.2	Segundo maior parque eólico offshore do mundo (Gwynt y Môr) na baía de Liverpool [2].	2
1.3	Projecto <i>Blue Farm - offshore fish farming</i> na Noruega [3].	2
1.4	Projecto para terminal offshore em Veneza [4].	2
1.5	Estruturas offshore metálicas fixas em águas profundas [5].	3
1.6	Exemplos de estruturas fixas.	4
1.7	Plataforma de gravidade em betão (adaptado de [7]).	5
1.8	Exemplos de estruturas flutuantes.	5
1.9	<i>Windfloat</i>	6
2.1	Definição da onda (adaptado de [11]).	10
2.2	Exemplo da influência das dimensões características da secção com o comprimento de onda λ	11
2.3	Perfil de pressões. Teoria de Airy extrapolada.	12
2.4	Equilíbrio das forças de pressão segundo x num elemento de fluido (adaptado de [5]).	13
2.5	Variação da pressão hidrodinâmica sob a superfície do mar [12].	18
2.6	Perfil da onda, pressão, velocidade e aceleração em ondas sinusoidais que se propagam ao longo do eixo dos x [12].	19
2.7	Escoamento como soma de várias ondas harmónicas [12].	19
3.1	Regimes para análise das forças horizontais onde D é uma dimensão característica da secção, H é a altura da onda e λ é o comprimento de onda [6].	22
3.2	Massas adicionadas de alguns elementos tridimensionais (adaptado de [5]).	24
3.3	Secção submersa de um cilindro vertical.	25
3.4	Cilindro vertical sob a acção de uma onda com $H = 1.5$ m e $\lambda = 12$ m ($T = 2.77$ s).	27
3.5	Regimes para análise das forças horizontais (variação de D) [6].	28
3.6	Força horizontal no cilindro com diâmetro $D = 0.1$ m.	29
3.7	Força horizontal no cilindro com diâmetro $D = 1.5$ m.	29
3.8	Força de arrasto e força de inércia no Usfos e calculadas analiticamente numa folha de cálculo (FC) para um cilindro com diâmetro $D = 0.1$ m.	30

3.9	Força de arrasto e força de inércia no Usfos e calculadas analiticamente numa folha de cálculo (FC) para um cilindro com diâmetro $D = 1,5$ m.	30
3.10	Força total num cilindro com $D = 5$ m.	31
3.11	Regimes para análise das forças horizontais (variação de λ) [6].	31
3.12	Comparação entre a força total como soma das forças de inércia e forças de arrasto para $\lambda = 12$ m e $\lambda = 120$ m num cilindro com diâmetro $D = 1.5$ m.	32
4.1	Relação entre movimento e acção da onda [13].	33
4.2	Modos de movimento de corpo rígido na água [12].	34
4.3	Sobreposição da excitação da onda, <i>added mass</i> , amortecimento e forças de restituição [12].	35
4.4	Variação do factor de amplificação dinâmica e da fase com o amortecimento e com a frequência (adaptado de [15]).	40
4.5	Movimento vertical e movimento de rotação em torno do eixo y	42
4.6	Definição dos parâmetros e sistema de coordenadas utilizados na análise da <i>barge</i> (adaptado de [12]).	42
4.7	Função de transferência para o movimento vertical do flutuador.	44
4.8	Cálculo da rigidez em <i>pitch</i>	45
4.9	Esquema de um semi-submersível com dois pontões e quatro colunas (adaptado de [12]). .	48
4.10	Função de transferência em <i>heave</i> para o semi-submersível [12].	50
4.11	Período de cancelamento no semi-submersível.	50
4.12	Semi-submersível. As dimensões estão em metros e G é o centro de gravidade [12].	51
4.13	Função de transferência para o movimento vertical (<i>heave</i>) do semi-submersível.	53
4.14	Função de transferência para o movimento de rotação em torno do eixo y (<i>pitch</i>) do semi-submersível.	55
4.15	Esquema de uma TLP.	55
4.16	<i>Tension leg platform</i> - TLP.	56
4.17	Movimentos verticais e de rotação de uma TLP (adaptado de [12]).	59
4.18	TLP modelada no Usfos. As medidas estão em metros.	60
5.1	Modelo de um flutuador de forma paralelepípedica.	63
5.2	Coefficientes hidrodinâmicos para o movimento de translação vertical (<i>heave</i>) determinados no Nemoh.	65
5.3	Comparação dos resultados obtidos para o movimento vertical com os resultados obtidos no Nemoh.	65
5.4	Coefficientes hidrodinâmicos para o movimento de rotação em torno do eixo y (<i>pitch</i>) determinados no Nemoh.	66
5.5	Comparação dos resultados obtidos para o movimento de rotação em torno do eixo y com os resultados obtidos no Nemoh.	67
5.6	Forças de Froude-Krylov e de difracção nos modos de translação vertical e de rotação em torno do eixo y calculadas analiticamente e através do Nemoh.	68

5.7	Pressões de difracção ($[p] = \text{Pa}$ e $[\phi] = \text{rad}$).	70
5.8	Pressões de radiação ($[p] = \text{Pa}$ e $[\phi] = \text{rad}$).	70
5.9	Pressões de Froude-Krylov ($[p] = \text{Pa}$).	71
6.1	Movimento forçado de translação vertical $\eta_3 = \eta_3 \sin \omega t$ de um cilindro circular para frequências ω muito elevadas (adaptado de [12]).	78
6.2	Diagrama de forças para a acção do vento.	80
6.3	Deslocamento horizontal da TLP.	80

Lista de Tabelas

2.1	Resumo dos resultados para profundidade finita (adaptado de [12]).	16
2.2	Resumo dos resultados para águas profundas (adaptado de [12]).	16
4.1	Definição dos modos de movimento de corpo rígido.	34
4.2	Valores típicos do período natural (em segundos) de estruturas flutuantes em águas profundas (adaptado de [6]).	41
5.1	Período e comprimento de onda para cada frequência.	69
5.2	Forças para $\omega = 0.5$ rad/s.	71
5.3	Forças para $\omega = 1.8$ rad/s.	72
5.4	Forças para $\omega = 5.5$ rad/s.	72

Capítulo 1

Introdução

1.1 Enquadramento

O objectivo desta dissertação de mestrado é fazer a caracterização do comportamento de determinados elementos de estruturas offshore, em particular no que se refere à acção das ondas sobre esses elementos. As estruturas offshore¹ foram essencialmente desenvolvidas para exploração de hidrocarbonetos no início do séc. XX, mas a tecnologia offshore tal como a conhecemos hoje só existe desde o final da década de 40 do mesmo século, tendo-se recentemente aproveitado este conhecimento e tecnologia para o aproveitamento de energias renováveis (essencialmente no aproveitamento de energia eólica offshore), para a exploração de aquacultura e também na construção de ilhas e de cidades flutuantes (Figuras, 1.1, 1.2, 1.3 e 1.4).



Figura 1.1: Projecto Windfarm com 8 *jackets* de um total de 103 no Porto de Nigg, na Escócia para aproveitamento de energia eólica [1].

¹Por estrutura offshore entende-se uma estrutura “instalada” no mar, geralmente fora das zonas costeiras, podendo ser fixa e estar fundada no fundo do mar ou ser flutuante e devidamente ancorada por cabos.



Figura 1.2: Segundo maior parque eólico offshore do mundo (Gwynt y Môr) na baía de Liverpool [2].

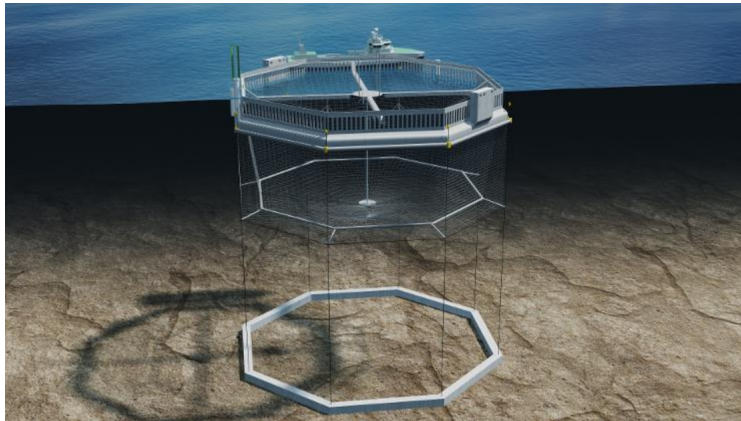


Figura 1.3: Projecto *Blue Farm* - *offshore fish farming* na Noruega [3].



Figura 1.4: Projecto para terminal offshore em Veneza [4].

As estruturas offshore estão sujeitas, além das acções correspondentes ao peso próprio, à acção das ondas, à acção do vento, à acção das correntes marítimas, às acções de acidente (como por exemplo o

impacto de navios e explosivos) e, dependendo da localização geográfica, podem também estar sujeitas à acção do sismo.

A forma como é garantido o equilíbrio das estruturas offshore quando são sujeitas às várias acções permite fazer a sua classificação em estruturas fixas ou estruturas flutuantes.

As estruturas fixas estão directamente fundadas no fundo do mar, garantindo desta forma o equilíbrio (resistência) às acções que sobre elas actuam, i.e., as forças aplicadas são transmitidas directamente à fundação. Neste sentido, não têm um comportamento diferente das estruturas em terra, estando apenas sujeitas a uma acção diferente: a acção das ondas do mar e da corrente.

As estruturas fixas podem contudo ser inviáveis quando a profundidade é elevada ou quando as condições geotécnicas do solo não permitem a sua instalação. De todo o modo, existem estruturas fixas a grande profundidade que têm equiparação a estruturas em terra (Figura 1.5).

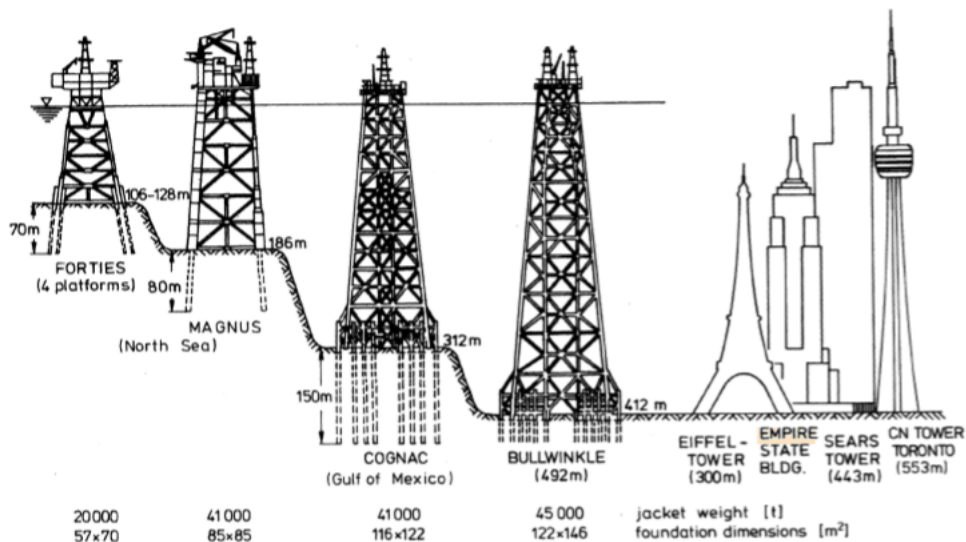


Figura 1.5: Estruturas offshore metálicas fixas em águas profundas [5].

Pelas suas dimensões e também pela ordem de grandeza da magnitude das forças a que estão sujeitas, estas estruturas podem enquadrar-se no que habitualmente se designa por “estruturas especiais”. São exemplos de estruturas fixas os *jackets*, os *jack-ups* e as plataformas de gravidade.

Um *jacket* (Figura 1.6(a)) corresponde a uma fundação da plataforma (ou *topside*) através de uma estrutura triangular metálica, sendo o tipo de estrutura offshore fixa mais frequente (representando cerca de 95% do total das plataformas fixas [5]). A designação de *jacket* advém do facto de a estrutura metálica tridimensional servir de envolvente às tubagens para a extracção do petróleo. Normalmente os *jackets* são adoptados em profundidades não superiores a 450 m [5]. Os elementos que constituem o *jacket* são habitualmente tubos metálicos com cerca de 3 a 4 m de diâmetro [5], os quais, relativamente ao comprimento de onda λ , têm dimensões reduzidas, considerando-se por isso que não afectam significativamente a acção das ondas do mar. São considerados *slender structures*. *Slender structures*, ou estruturas esbeltas, são estruturas em que se assume que as dimensões características da secção são pequenas em relação ao comprimento de onda λ . No caso de um elemento estrutural circular, se o diâmetro D for

tal que $\lambda > 5D$, há muito pouca alteração das ondas incidentes quando estas passam pela estrutura e o escoamento é considerado não perturbado [6].

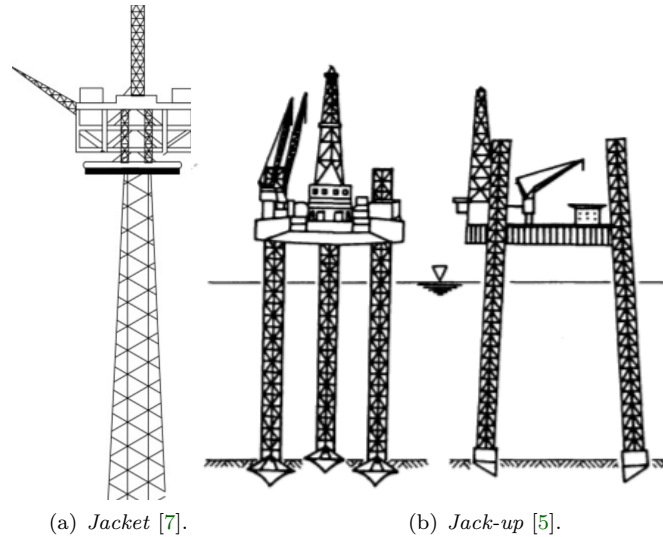


Figura 1.6: Exemplos de estruturas fixas.

Os *jack-ups* (Figura 1.6(b)) são plataformas com uma estrutura de suporte também triangular, mas com a possibilidade de serem elevatórias, o que permite a sua deslocação entre diferentes zonas de exploração. São menos estáveis e portanto são utilizadas em profundidades até 90 m [5]. Há no entanto estruturas *jack-ups* com alturas de 180 m instaladas em águas com profundidades de 135 m [5].

Uma forma alternativa de “fixar” uma estrutura offshore ao fundo do mar é por gravidade, ou seja, utilizando o próprio peso da estrutura de suporte. Por esta razão utilizam-se grandes volumes de betão como estrutura de fundação. Ao contrário das estruturas *jacket* e *jack-up*, as dimensões destas plataformas fixas por gravidade são da mesma ordem de grandeza do comprimento de onda λ , pelo que se considera que este tipo de estruturas, uma vez que podem afectar o escoamento, são consideradas *large volume structures* ($D > \lambda/6$) [6]. O seu uso é apropriado se o solo do fundo do mar for fortemente consolidado, não havendo necessidade de meios de fixação adicionais devido à grande dimensão das fundações e do elevado peso da estrutura. São também uma opção mais viável quando se pretende uma estrutura com um carácter mais permanente (Figura 1.7).

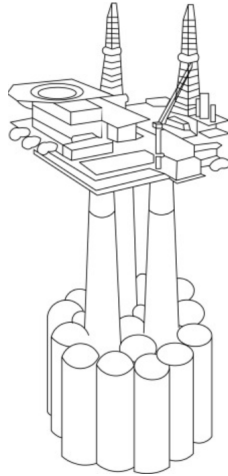
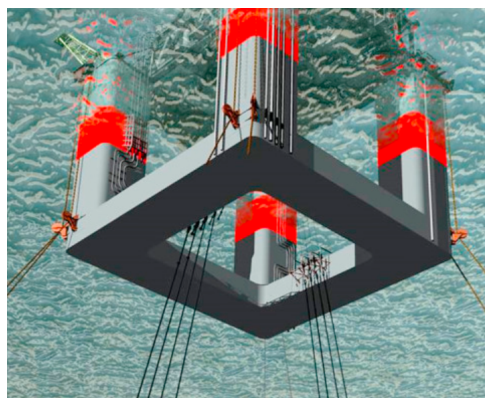


Figura 1.7: Plataforma de gravidade em betão (adaptado de [7]).

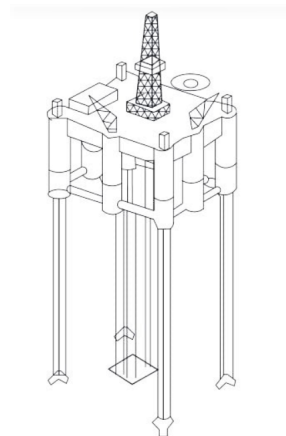
As estruturas flutuantes estão geralmente fixas ao fundo do mar por cabos e têm menos restrições aos movimentos de corpo rígido do que as estruturas fixas. É o caso dos semi-submersíveis e dos flutuadores que se podem mover nos seis graus de liberdade. Um semi-submersível é uma estrutura constituída por uma plataforma rectangular elevada suportada por colunas verticais que estão ligadas entre si por pontões longitudinais que podem ser cilíndricos ou rectangulares [7]. Os pontões garantem a flutuabilidade da estrutura e as colunas são responsáveis pela sua estabilidade (Figura 1.8(a)).

Pode reduzir-se o número de graus de liberdade restringindo, por exemplo, os movimentos verticais da estrutura com cabos pré-tensionados. Um exemplo deste tipo de estruturas são as TLP's - *Tension Leg Platforms*. Nas TLP's os movimentos horizontais de translação e de rotação são permitidos, mas os movimentos verticais de translação e de rotação estão impedidos. A principal diferença em relação aos semi-submersíveis está precisamente relacionada com a restrição destes movimentos (Figura 1.8(b)).

As estruturas flutuantes são a opção ideal quando se pretende instalar a estrutura em águas profundas. São estruturas que necessitam de muito volume para poderem flutuar, enquadrando-se nas denominadas *large volume structures*.



(a) Semi-submersível [8].



(b) TLP [7].

Figura 1.8: Exemplos de estruturas flutuantes.

As estruturas flutuantes apresentam um comportamento dinâmico quando sujeitas à acção das ondas. De forma a caracterizar este comportamento, recorre-se à equação de equilíbrio dinâmico com o intuito de a partir daí obter os deslocamentos que caracterizam a estrutura através de funções de transferência. As funções de transferência servem para mostrar a resposta de uma estrutura a um dado sinal. Neste caso a resposta é o movimento da estrutura que responde a um determinado estado de mar. Conhecidos os deslocamentos, conseguem-se identificar os fenómenos de ressonância e os períodos de cancelamento, que são características importantes deste tipo de estruturas e que podem condicionar o seu dimensionamento. O fenómeno de ressonância pode vir a ser problemático quando há energia de excitação suficiente, pois a estrutura reage à excitação das ondas que têm uma frequência próxima da sua frequência natural com um aumento muito rápido das magnitudes das forças, esforços e movimentos, especialmente quando o amortecimento hidrodinâmico e o amortecimento da estrutura são baixos. No entanto, como o intervalo de frequências dos estados de mar com maior energia é conhecido, o fenómeno de ressonância pode ser previsto.

Existe em Portugal um projecto piloto denominado *WindFloat* detido pela EDP - Electricidade de Portugal. O objectivo do projecto é tirar partido do potencial eólico do mar em profundidades superiores a 40 m e é constituído por três semi-submersíveis ancorados no fundo do mar. O parque eólico será constituído por três turbinas que serão suportadas pelas três plataformas flutuantes e estará situado a 20 km da costa de Viana do Castelo onde as águas alcançam uma profundidade de 100 m. Actualmente já se encontra um semi-submersível ancorado ao largo da costa e a turbina está em funcionamento desde o dia 31 de Dezembro de 2019. Este projecto é o primeiro parque eólico flutuante offshore da Europa Continental e pretende ser a primeira central de energia eólica flutuante à escala mundial [9].



Figura 1.9: *Windfloat*.

1.2 Organização

A presente dissertação encontra-se organizada em seis capítulos e um anexo.

No primeiro capítulo é feita uma breve introdução às estruturas offshore e à classificação das mesmas em função do seu comportamento quando sujeitas às várias acções.

No segundo capítulo é feita a caracterização da acção das ondas sobre estruturas offshore e é descrita a teoria linear das ondas (teoria de Airy) que irá ser utilizada ao longo da dissertação. Posteriormente

é definido o escoamento potencial Φ com o intuito de, a partir daí, definir a pressão dinâmica e as componentes da velocidade e aceleração de uma partícula de água, tanto em profundidades finitas como em águas profundas.

No terceiro capítulo é analisado o comportamento de estruturas fixas quando sujeitas à acção de uma onda. Depois de descritas as várias forças actuantes em estruturas fixas devido à acção da onda, é analisada a relevância das mesmas tendo em consideração a relação entre uma dimensão característica da estrutura e o comprimento de onda. Por fim, o comportamento das estruturas fixas sujeitas à acção de uma onda é ilustrado através da apresentação de um exemplo de um cilindro encastrado no fundo do mar sujeito à acção de uma onda.

No quarto capítulo é estudado o comportamento de estruturas flutuantes sujeitas à acção da água do mar e são descritas as forças a que estão sujeitas devido a essa acção. É estabelecido que este tipo de estruturas apresenta um comportamento dinâmico e, através do exemplo de uma bóia, são deduzidas as equações do movimento e da função de transferência para o movimento vertical. Finalmente, apresentam-se três exemplos de estruturas flutuantes - um flutuador paralelepédico, um semi-submersível e uma TLP - onde é analisado o comportamento das mesmas quando sujeitas à acção de uma força vertical e de um momento em torno do eixo y .

No quinto capítulo é apresentado o modelo numérico de um flutuador de forma paralelepédica sujeito à acção de uma onda. É analisada a relevância das forças consoante a frequência da onda, assim como a resposta do flutuador à acção da mesma.

Por fim, no último capítulo, são elaboradas as conclusões sobre o estudo efectuado na presente dissertação.

Existem dois anexos. Num primeiro anexo encontra-se a dedução da massa adicionada para o movimento de translação vertical de um cilindro horizontal; no segundo anexo é apresentado o exemplo de uma TLP sujeita a uma acção horizontal.

Capítulo 2

Definição da acção das ondas

São vários os tipos de acções sobre estruturas offshore, tais como o peso próprio e as sobrecargas de utilização, a acção do vento, a acção das ondas e correntes, a acção de acidente (explosivos e impacto) e ainda a acção do sismo.

Neste trabalho irá ser estudada a acção de uma onda individual sobre este tipo de estruturas.

2.1 Definição de onda

Define-se a cota da superfície livre através da equação

$$z = \zeta(x, y, t) \tag{2.1}$$

onde ζ é a amplitude da onda. O referencial é escolhido de modo que $z = 0$ coincida com o nível médio da superfície livre. A profundidade h é a distância da superfície livre média, $z = 0$, até ao fundo do mar, $z = -h$. A altura da onda H é a diferença de cota entre a crista da onda (*wave crest*) e a cava da onda (*wave trough*). A amplitude da onda ζ é metade da altura da onda, ou seja, $\zeta = H/2$, tal como ilustrado na Figura 6.6. As ondas harmónicas são periódicas no espaço, com comprimento de onda λ , e no tempo, com período T [10].

Supondo que a onda não se altera na direcção transversal y , então o escoamento pode ser considerado como bidimensional e a cota z passa a depender apenas de x [5].

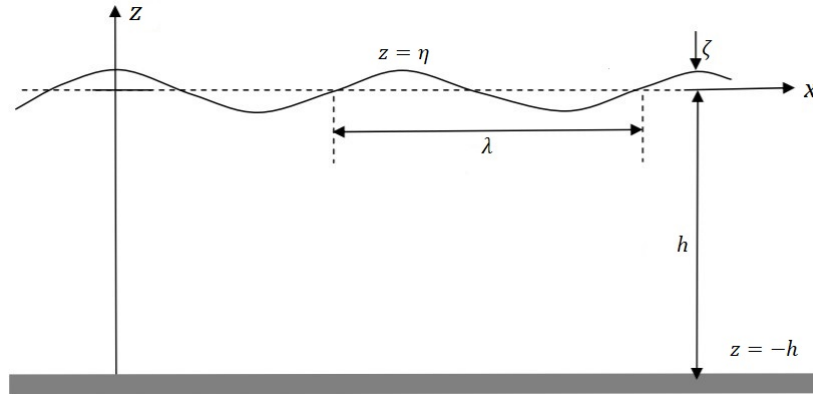


Figura 2.1: Definição da onda (adaptado de [11]).

A onda propaga-se ao longo do eixo positivo dos x , tal como ilustrado na Figura 6.6. A origem do eixo global dos z está situada na superfície livre média [11].

A acção que as ondas do mar exercem sobre uma estrutura depende da relação entre as dimensões características da secção da estrutura e o comprimento de onda λ . Numa estrutura “transparente” (*slender structure*) assume-se que as dimensões características da secção são pequenas em relação ao comprimento de onda λ . Por exemplo, no caso de um elemento estrutural circular, se o diâmetro D for tal que $\lambda > 5D$, há muito pouca alteração das ondas incidentes quando estas passam pela estrutura. Neste caso, as ondas incidentes comportam-se como não perturbadas, ou seja, dificilmente se deformam depois de passarem pela estrutura. Por outras palavras, a presença da estrutura não afecta o escoamento. Por outro lado, numa estrutura de grande volume (*large volume structure*), uma parte da força actuante sobre a estrutura depende da força que é introduzida no escoamento. O termo “estruturas de grande volume” é utilizado no contexto das estruturas offshore para estruturas com uma dimensão característica da secção, D , da mesma ordem de grandeza do comprimento de onda λ típico (períodos típicos de 2 s (4 s) a 8 s (10 s) a que correspondem comprimentos de onda típicos de aproximadamente 6 m (25 m) a 100 m (156 m)). É usual considerar-se $D > \lambda/6$ nas estruturas de grande volume [6].

2.1.1 Exemplo

Para exemplificar a acção de uma onda sobre estruturas de diferentes volumes, considere-se uma onda com um período $T = 8$ s a que corresponde um comprimento de onda λ de cerca de 100 m^1 . Na Figura 2.2(a) está representado um cilindro com um diâmetro de 5 m e na Figura 2.2(b) está representada uma estrutura com um comprimento de 80 m. O cilindro é uma estrutura transparente ($\lambda > 5D$) enquanto que a estrutura da Figura 2.2(b) é uma estrutura de grande volume. No primeiro caso, a presença do cilindro não afecta o escoamento, enquanto que, no segundo caso, a presença da estrutura de grande volume interfere na acção das ondas do mar.

¹ $\lambda = \frac{g}{2\pi} T^2$.

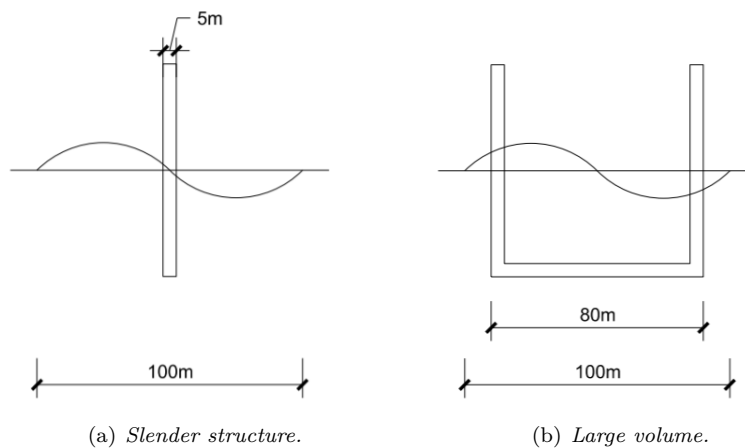


Figura 2.2: Exemplo da influência das dimensões características da secção com o comprimento de onda λ .

2.2 Teoria linear das ondas

Na teoria linear das ondas, ou teoria de Airy, considera-se que a amplitude da onda ζ é muito pequena em relação ao comprimento de onda e à profundidade da água, pelo que as condições fronteira na superfície livre $z = 0$ são aproximadamente satisfeitas e $z = \zeta = 0$ [5].

A teoria linear significa que o potencial da velocidade é proporcional à amplitude da onda e é válida se a amplitude da onda é pequena em relação a um comprimento de onda e a uma dimensão característica da secção, ou seja, é válida se se tratar de uma estrutura de pequeno volume [12].

A teoria de Airy limita-se a ondas infinitesimais. Quando as ondas têm amplitudes finitas têm que ser introduzidos novos pressupostos cinemáticos. A opção adoptada nesta dissertação para os cálculos analíticos foi utilizar a cinemática da onda de Airy até à superfície da onda, nas cavas, e excluir o cálculo das forças da onda acima da superfície média. Nas cristas da onda, acima do nível médio da água do mar ($z = 0$), assume-se a cinemática da onda como sendo constante e igual ao valor de $z = 0$. Quando a pressão hidrodinâmica é integrada até à superfície real, assume-se que a parte dinâmica é constante acima do nível médio da superfície da água, nas cristas das ondas, enquanto que a “verdadeira” contribuição dinâmica é utilizada apenas abaixo do nível médio da superfície da água, nas cavas das ondas. A este procedimento chama-se a Teoria de Airy extrapolada e está ilustrado na Figura 2.3 [11].

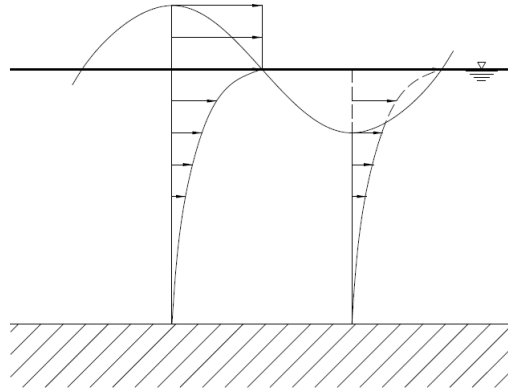


Figura 2.3: Perfil de pressões. Teoria de Airy extrapolada.

A mesma aproximação é utilizada para a velocidade e aceleração de uma partícula de água, i.e., os valores ao nível da superfície média, $z = 0$, são aplicados sempre que $z > 0$.

2.3 Escoamento potencial

Com o intuito de definir a acção que as ondas do mar exercem sobre uma estrutura, define-se o escoamento potencial.

Admite-se que a água do mar é um fluido incompressível e o respectivo escoamento é considerado invíscido e irrotacional.

Pode definir-se o vector velocidade de uma partícula de fluido $\vec{u}(x, y, z, t) = (u_x, u_y, u_z)$ no instante t no ponto $\mathbf{x} = (x, y, z)$ num sistema de coordenadas cartesianas fixo no espaço como o gradiente de um campo potencial Φ ,

$$\vec{u} = \vec{\nabla} \Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial \Phi}{\partial y} \vec{e}_y + \frac{\partial \Phi}{\partial z} \vec{e}_z \quad (2.2)$$

onde \vec{e}_x , \vec{e}_y e \vec{e}_z são vectores unitários ao longo dos eixos dos x , y e z , respectivamente.

Um fluido é incompressível se não há variação volumétrica ao longo do tempo, ou seja, $\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0$.

A análise do escoamento de um fluido incompressível pode ser deduzida a partir da lei de conservação de massa que dá origem à equação de continuidade. Sendo o fluido invíscido e incompressível, a equação de continuidade resulta na equação de Laplace, a qual define um escoamento potencial.

Considere-se um volume infinitesimal de um fluido incompressível de densidade ρ

$$dV = dx dy dz$$

e um escoamento uniforme segundo x com velocidade \vec{u} . O balanço entre a massa de fluido que entra e que sai em dV resulta em

$$\rho \vec{u} dt dy dz = \rho \left(\vec{u} + \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} dx \right) dt dy dz$$

verificando-se assim a lei de conservação de massa. Ou seja,

$$\rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} dt dV = 0.$$

Assim, conclui-se que pelo princípio da conservação de massa se deverá ter

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial x} = 0.$$

Generalizando para um escoamento tridimensional, obtém-se a equação de continuidade

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0, \quad (2.3)$$

em que $\vec{u} = u_x \vec{e}_x + u_y \vec{e}_y + u_z \vec{e}_z$.

Um escoamento diz-se irrotacional quando a velocidade angular do escoamento de um fluido é nula e pode ser traduzida por

$$\int_{\Gamma} \vec{u} d\Gamma = \int_S (\vec{\nabla} \times \vec{u}) dS = 0,$$

ou seja $\vec{\nabla} \times \vec{u} = 0$, o que se verifica quando o campo de velocidades \vec{u} se define através do gradiente de uma função escalar: $\vec{u} = \vec{\nabla} \phi$. Substituindo $\vec{u} = \vec{\nabla} \Phi$ na equação de continuidade (2.3) obtém-se a equação de Laplace

$$\vec{\nabla}^2 \Phi = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (2.4)$$

que permite determinar o campo de velocidades do escoamento.

As pressões associadas ao escoamento podem ser obtidas através do equilíbrio de forças de um elemento de fluido com volume infinitesimal dV com massa $dm = \rho dV$ e campo de velocidades \vec{u} (Figura 2.4). A resultante das forças na direção x devido à pressão do escoamento é definida por

$$p dy dz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) dy dz = - \frac{\partial p}{\partial x} dV$$

e a força de inércia associada é

$$d\vec{F} = dm \frac{d\vec{u}}{dt} = \rho dV \frac{d\vec{u}}{dt}.$$

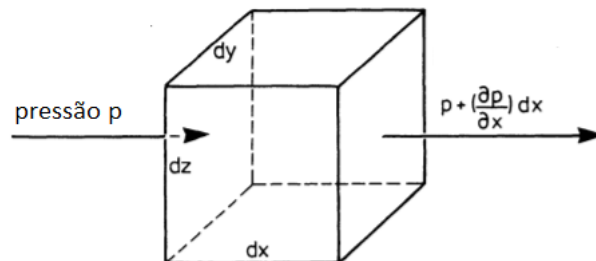


Figura 2.4: Equilíbrio das forças de pressão segundo x num elemento de fluido (adaptado de [5]).

Por equilíbrio, e generalizando para as três dimensões, obtém-se

$$dm \frac{d\vec{u}}{dt} - \left(\frac{\partial \rho g z}{\partial z} \right) dV + \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) dy dz - p dy dz = 0,$$

obtendo-se assim a equação de Euler

$$\rho \frac{d\vec{u}}{dt} = -\vec{\nabla} (p + \rho gz). \quad (2.5)$$

A aceleração do fluido pode decompor-se num termo local e num termo convectivo, ou seja,

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u}^T \vec{\nabla}) \vec{u},$$

em que a primeira parcela é a aceleração local e a segunda parcela, a aceleração convectiva.

A equação de Euler (2.5) pode ser integrada se, para a aceleração local, o vector velocidade for substituído pelo potencial da velocidade, ou seja,

$$\vec{u} = \vec{\nabla} \phi, \quad \text{i.e.} \quad u_x = \frac{\partial \phi}{\partial x}; \quad u_y = \frac{\partial \phi}{\partial y}; \quad u_z = \frac{\partial \phi}{\partial z},$$

e a aceleração convectiva for substituída por

$$(\vec{u}^T \vec{\nabla}) \vec{u} = \vec{\nabla} \frac{|\vec{u}|^2}{2} + (\vec{\nabla} \times \vec{u}) \times \vec{u}.$$

Para um escoamento irrotacional, a segunda parcela é nula e a equação de Euler toma a forma

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} \phi + \vec{\nabla} \left(\frac{\rho}{2} |\vec{u}|^2 \right) = -\vec{\nabla} (p + \rho gz),$$

obtendo-se assim

$$\vec{\nabla} \left(\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\rho}{2} |\vec{u}|^2 + p + \rho gz \right) = 0.$$

A integração ao longo de uma linha de escoamento conduz à equação de Bernoulli para escoamentos não permanentes

$$\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\rho}{2} |\vec{u}|^2 + p + \rho gz = C, \quad (2.6)$$

onde a constante de integração $C = C(t)$ é uma função do tempo. Geralmente, esta constante de integração é igual à pressão atmosférica p_0 na superfície livre do fluido. Ao ignorar o termo convectivo na equação de Euler (2.5), obtém-se a equação de Bernoulli na forma linearizada, ou seja, a pressão local e dependente do tempo é a soma da pressão hidrostática e da pressão dinâmica, i.e.

$$p - p_0 = -\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} - \rho gz, \quad (2.7a)$$

com a pressão dinâmica dada por

$$p_D = -\rho \frac{\partial \phi}{\partial t}. \quad (2.7b)$$

A equação de Bernoulli (2.6) é válida para um movimento de fluido não permanente, irrotacional e invíscido onde se assume que a única força exterior é a gravidade [12].

A condição fronteira cinemática (compatibilidade geométrica com o movimento do fluido) traduz a impermeabilidade do corpo, ou seja, o fluido não entra nem sai do corpo. Em linguagem matemática,

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad \text{na superfície do corpo rígido.} \quad (2.8)$$

Considera-se a normal à superfície do corpo positiva quando orientada para “dentro” do fluido e, neste caso, o corpo não está em movimento. Se o corpo se mover com uma velocidade \vec{v} , a equação (2.8) pode ser generalizada para

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = \vec{v} \cdot \vec{n} \quad \text{na superfície do corpo rígido,} \quad (2.9)$$

onde \vec{v} é a velocidade do corpo que, no caso de um corpo rígido, inclui os movimentos de translação e de rotação generalizados. Isto significa que \vec{v} pode variar na superfície do corpo rígido.

A superfície livre é dada pela equação (2.1) e define-se a função

$$\vec{F}(x, y, z, t) = z - \zeta(x, y, t) \quad (2.10)$$

assumindo que uma partícula de fluido na superfície livre permanece na superfície livre. Isto significa que, nestas condições, as equações $\vec{F} = \vec{0}$ e $D\vec{F}/Dt = \vec{0}$ são satisfeitas. A seguinte condição fronteira cinemática aplica-se à superfície livre

$$\frac{\partial}{\partial t}(z - \zeta(x, y, t)) + \vec{\nabla} \Phi \cdot \vec{\nabla}(z - \zeta(x, y, t)) = 0$$

i.e.²

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial y} \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad \text{em} \quad z = \zeta(x, y, t), \quad (2.11)$$

onde a velocidade do fluido \vec{u} é introduzida através do respectivo potencial Φ .

A condição fronteira de equilíbrio dinâmico mostra que a pressão deve ser igual nas duas faces da superfície livre, ou seja, a pressão da água é igual à pressão atmosférica p_0 na superfície livre. Se se escolher a constante C na equação (2.6) como p_0/ρ , de forma a que a equação não tenha nenhum movimento de fluido, tem-se

$$g\zeta + \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right) = 0 \quad (2.12)$$

em $z = \zeta(x, y, t)$.

As condições fronteira cinemáticas e dinâmicas são não lineares. Depois de efectuada a linearização, obtém-se

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad \text{em} \quad z = 0 \quad (\text{condição cinemática}) \quad \text{e} \quad (2.13a)$$

$$g\zeta + \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0 \quad \text{em} \quad z = 0 \quad (\text{condição dinâmica}). \quad (2.13b)$$

A cota da superfície livre ζ pode ser conhecida através da condição (2.13b) quando o potencial da velocidade Φ é conhecido [12].

² $D\vec{F}/Dt$ de uma função $\vec{F}(x, y, z, t)$ traduz a taxa de variação no tempo da função \vec{F} quando se segue uma partícula de fluido no espaço. Pode expressar-se matematicamente por

$$\frac{D\vec{F}}{Dt} = \frac{\partial \vec{F}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \vec{F},$$

onde \vec{u} é a velocidade do fluido no ponto (x, y, z) no instante t .

As equações (2.13a) e (2.13b) podem combinar-se de modo a obter

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad \text{em } z = 0. \quad (2.14)$$

Quando a onda oscila harmonicamente no tempo com a frequência angular ω , a equação (2.14) pode ser escrita da seguinte forma

$$-\omega^2 \Phi + g \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad \text{em } z = 0. \quad (2.15)$$

Assumindo o fundo do mar horizontal e a superfície livre com uma extensão horizontal infinita, pode aplicar-se a teoria linear das ondas. Aliando a condição de superfície livre (2.15) com a equação de Laplace (2.4) e com a condição fronteira do fundo do mar em que

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad \text{em } z = -h, \quad (2.16)$$

onde h é a profundidade da água, obtêm-se as soluções para o potencial Φ . Apresentam-se na Tabela 2.1 as soluções para profundidades finitas e na Tabela 2.2 as soluções para águas profundas.

	Profundidade finita
Velocidade potencial	$\Phi = \frac{g\zeta}{\omega} \frac{\cosh[k(z+h)]}{\cosh(kh)} \cos(\omega t - kx)$
Relação entre o número de onda k e a frequência angular w	$\frac{\omega^2}{g} = k \tanh(kh)$
Relação entre o comprimento de onda λ e o período da onda T	$\lambda = \frac{g}{2\pi} T^2 \tanh\left(\frac{2\pi}{\lambda} h\right)$
Perfil da onda	$z = \zeta \sin(\omega t - kx)$
Pressão dinâmica	$p_D = \rho g \zeta \frac{\cosh[k(z+h)]}{\cosh(kh)} \sin(\omega t - kx)$
Componente- x da velocidade	$u_x = \omega \zeta \frac{\cosh[k(z+h)]}{\sinh(kh)} \sin(\omega t - kx)$
Componente- z da velocidade	$u_z = \omega \zeta \frac{\sinh[k(z+h)]}{\sinh(kh)} \cos(\omega t - kx)$
Componente- x da aceleração	$a_1 = \dot{u}_x = \omega^2 \zeta \frac{\cosh[k(z+h)]}{\sinh(kh)} \cos(\omega t - kx)$
Componente- z da aceleração	$a_3 = \dot{u}_z = -\omega^2 \zeta \frac{\sinh[k(z+h)]}{\sinh(kh)} \sin(\omega t - kx)$

Tabela 2.1: Resumo dos resultados para profundidade finita (adaptado de [12]).

	Águas profundas
Velocidade potencial	$\Phi = \frac{g\zeta}{\omega} e^{kz} \cos(\omega t - kx)$
Relação entre o número de onda k e a frequência angular w	$\frac{\omega^2}{g} = k$
Relação entre o comprimento de onda λ e o período da onda T	$\lambda = \frac{g}{2\pi} T^2$
Perfil da onda	$z = \zeta \sin(\omega t - kx)$
Pressão dinâmica	$p_D = \rho g \zeta e^{kz} \sin(\omega t - kx)$
Componente- x da velocidade	$u_x = \omega \zeta e^{kz} \sin(\omega t - kx)$
Componente- z da velocidade	$u_z = \omega \zeta e^{kz} \cos(\omega t - kx)$
Componente- x da aceleração	$a_1 = \dot{u}_x = \omega^2 \zeta e^{kz} \cos(\omega t - kx)$
Componente- z da aceleração	$a_3 = \dot{u}_z = -\omega^2 \zeta e^{kz} \sin(\omega t - kx)$

Tabela 2.2: Resumo dos resultados para águas profundas (adaptado de [12]).

Definem-se os parâmetros velocidade angular

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \quad (2.17)$$

e número de onda

$$k = \frac{\omega^2}{g}. \quad (2.18)$$

T é o período da onda, λ o comprimento de onda, ζ a amplitude da onda, g a aceleração da gravidade, t o tempo variável, x a direção da propagação da onda, z a coordenada vertical, $z = 0$ é a superfície média da água e h é a profundidade média. A pressão total no fluido é dada por $p_D - \rho g z + p_0$ (p_0 é a pressão atmosférica e p_D a pressão dinâmica).

A solução para o potencial Φ , no caso geral, é dada por (Tabela 2.1)

$$\Phi(x, z, t) = \frac{\zeta g}{\omega} \frac{\cosh(k(z+h))}{\cosh(kh)} \cos(\omega t - kx), \quad (2.19)$$

onde g é aceleração da gravidade, ζ a amplitude da onda, h a profundidade da água, ω a frequência angular da onda, t o tempo, x a posição horizontal, z a posição vertical e k o número de onda.

A velocidade horizontal de uma partícula de água é dada por

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad (2.20)$$

e a aceleração horizontal de uma partícula de água é dada por

$$\dot{u} = \frac{\partial u}{\partial t}. \quad (2.21)$$

Considera-se que as águas são profundas quando [11]

$$\frac{h}{\lambda} > 0.5. \quad (2.22)$$

Neste caso, pode fazer-se a seguinte simplificação

$$\frac{\cosh(k(z+h))}{\cosh(kh)} = \frac{e^{k(z+h)}}{e^{kh}} = e^{kz}. \quad (2.23)$$

Assim, a função potencial para águas profundas passa a ser definida por

$$\Phi(x, z, t) = \frac{\zeta_0 g}{\omega} e^{kz} \cos(\omega t - kx). \quad (2.24)$$

A velocidade horizontal e a aceleração horizontal de uma partícula de água em águas profundas são dadas pelas expressões apresentadas na Tabela 2.2.

A pressão total é a soma da pressão hidrostática e da pressão dinâmica e é dada por

$$p = -\rho g z + \rho g \zeta_0 e^{-kz} \sin(\omega t - kx). \quad (2.25)$$

Na Figura 2.5 apresenta-se a variação da pressão com a profundidade. Note-se que a pressão hidrostática deve cancelar a pressão dinâmica na superfície livre, pois a pressão da água na superfície livre é igual à

pressão atmosférica, conforme se pode verificar ao analisar a equação (2.7a). Isto é exactamente satisfeito na crista da onda na Figura 2.5, mas há um erro de ordem superior sob a cava da onda. Este erro está relacionado com a teoria linear, que representa uma aproximação de primeira ordem ao satisfazer as condições de superfície livre, como se verá mais à frente neste capítulo [12].

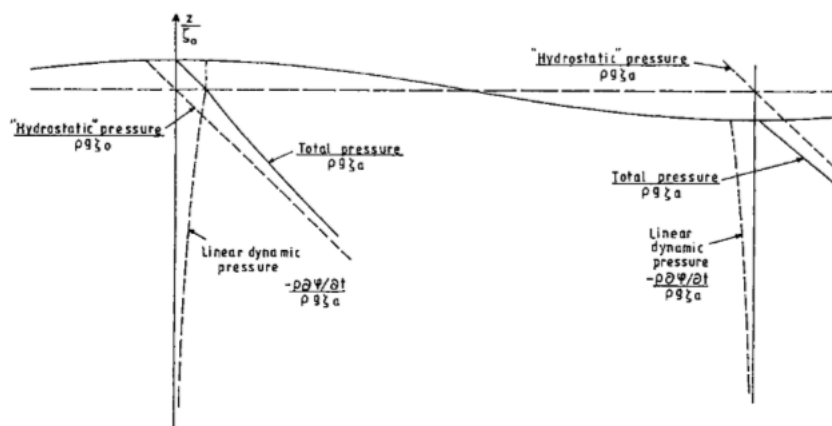


Figura 2.5: Variação da pressão hidrodinâmica sob a superfície do mar [12].

Analisando os resultados das Tabelas 2.1 e 2.2 pode verificar-se que os valores máximos das diferentes variáveis físicas não ocorrem em simultâneo. Pode observar-se na Figura 2.6 uma imagem da elevação da onda num determinado instante e a variação da pressão dinâmica nesse mesmo instante. Note-se que, ao longo de uma cava, a pressão dinâmica é negativa e, ao longo da crista, a pressão dinâmica é positiva, tal como seria de esperar. Ao longo da crista da onda a velocidade do fluido está na direcção da propagação da onda, enquanto que na cava a velocidade do fluido é contrária à direcção da propagação de onda. O valor do máximo absoluto da componente horizontal da velocidade está em fase quer com a crista da onda, quer com a cava.

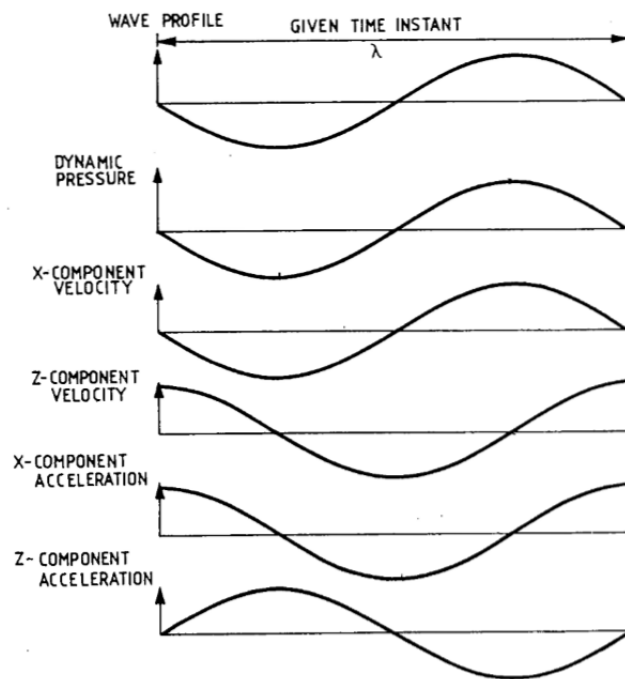


Figura 2.6: Perfil da onda, pressão, velocidade e aceleração em ondas sinusoidais que se propagam ao longo do eixo dos x [12].

Um estado de mar é constituído pela soma de várias ondas regulares com diferentes fases, apresentando cada uma um comprimento de onda característico com uma determinada energia.

Uma vez que o escoamento é linear e as condições fronteira foram linearizadas, pode decompor-se uma onda genérica nas suas componentes harmónicas e somar cada solução de forma a obter o escoamento completo [10] (Figura 2.7). Nesta dissertação, as ondas serão estudadas individualmente.

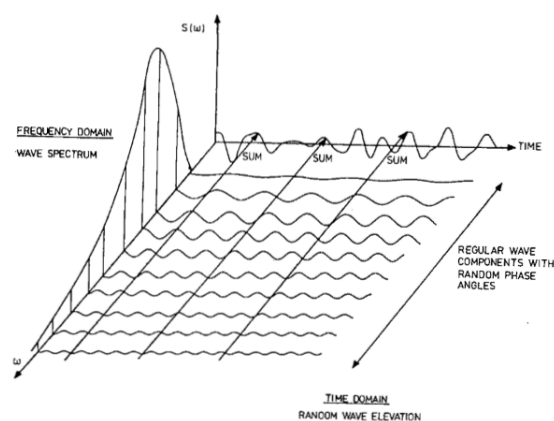


Figura 2.7: Escoamento como soma de várias ondas harmónicas [12].

Capítulo 3

Estruturas fixas

3.1 Introdução

As estruturas offshore fixas ao fundo do mar são particularmente úteis quando é importante limitar a amplitude do movimento devido à acção do mar, como é o caso das tecnologias de produção e de extracção de petróleo e também das eólicas offshore. Ao utilizar estruturas fixas nestas plataformas, os movimentos de corpo rígido estão impedidos nos seis graus de liberdade, tal como seria desejável. As primeiras estruturas deste tipo eram de madeira, fundadas por estacas, tendo surgido no início do séc. XX [5]. Mais tarde, em 1938, foi instalada a primeira estrutura fixa em betão no Lago de Maracaibo, na Venezuela, a uma profundidade de 18 m, mas o nascimento da actual tecnologia offshore só teve origem em 1947, quando duas estruturas em aço foram instaladas no Golfo do México, em águas com profundidades entre 6 m e 15 m. Até ao início da década de 60 do séc. XX, as plataformas fixas por estacas foram utilizadas para profundidades até 60 m, aumentando até 120 m no fim da década, e para mais de 300 m na década de 70 do mesmo século. Em 1970 surgiram as plataformas de gravidade em betão e em aço que foram instaladas em áreas seleccionadas, em particular no Mar do Norte. Estas plataformas são fixas ao fundo do mar através do seu próprio peso, sem estacas, com saias (*deep penetrating skirts*) de forma a impedir os deslocamentos horizontais [5].

As estruturas fixas normalmente são utilizadas em águas pouco profundas e têm um carácter mais permanente do que as plataformas flutuantes. *Jackets* - plataformas rígidas de aço com fundações de estacas - e plataformas de gravidade em betão são exemplos de estruturas fixas.

Nas plataformas fixas, as forças incidentes na torre esbelta de aço ou na grande massa da estrutura de betão são directamente transmitidas para as fundações. Normalmente são estruturas de pequeno volume (*slender structures*) ou esbeltas, ou seja, são estruturas em que o comprimento de onda λ é significativamente superior a uma dimensão característica da secção D ($\lambda > 5D$) [6]. A frequência de oscilação natural da estrutura é proporcional à rigidez da estrutura e inversamente proporcional à sua massa. Sendo tendencialmente estruturas de pequeno volume e com uma rigidez elevada, são estruturas com uma frequência natural também elevada.

3.2 Forças de excitação em estruturas fixas

Os efeitos da acção das ondas em estruturas offshore são obtidos através da sobreposição das várias forças hidrodinâmicas que actuam individualmente nos vários elementos estruturais [5]. Para o cálculo destas forças tem que se integrar o campo de pressões que as ondas exercem sobre a estrutura ao longo da superfície molhada da mesma. As principais forças actuantes numa estrutura offshore fixa são:

- i) força de Froude-Krylov devida aos efeitos da pressão das ondas incidentes não perturbadas;
- ii) força de massa hidrodinâmica devida aos efeitos da pressão causada pela aceleração relativa entre as partículas de água e as componentes estruturais num fluido ideal (*Inertia force*);
- iii) força de difracção devida à acção das ondas sobre a estrutura quando as ondas incidentes sobre a estrutura sofrem perturbações (*Diffraction force*);
- iv) força viscosa de arrasto devida aos efeitos da pressão causada pela velocidade relativa entre as partículas de água e as componentes estruturais num fluido viscoso (*Drag Force*).

Analisando a Figura 3.1, pode verificar-se que as forças actuantes em estruturas transparentes ($\lambda > 5D$) correspondem às zonas I, III, V e VI ($\pi D/\lambda < 0.6$). Nestas zonas a força de difracção é negligenciável, sendo predominantes as forças de inércia ou as forças de arrasto, dependendo do quociente entre H e D , sendo H a altura da onda e D uma dimensão característica da secção.

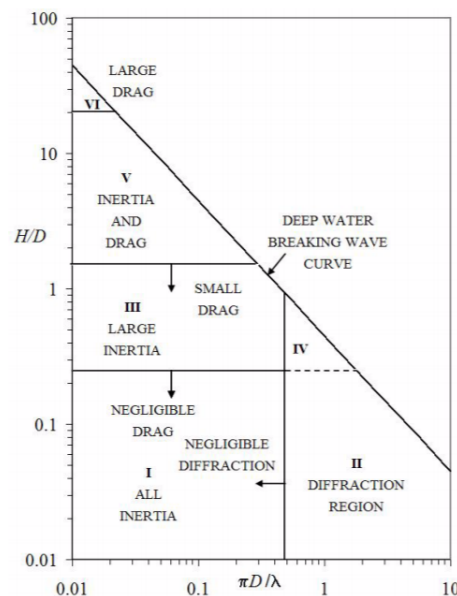


Figura 3.1: Regimes para análise das forças horizontais onde D é uma dimensão característica da secção, H é a altura da onda e λ é o comprimento de onda [6].

3.2.1 Força de Froude-Krylov

As forças de Froude-Krylov são devidas ao efeito da pressão exercida pelas ondas não perturbadas - pressão não perturbada - sobre a estrutura [12].

Se \vec{n} for o vector normal na superfície do corpo com sentido para fora do corpo, ou seja, para dentro do fluido, a força de Froude-Krylov obtém-se através da integração do campo de pressões das ondas incidentes não perturbadas ao longo da superfície molhada S . O integral de superfície é transformado num integral de volume através do Teorema de Gauss e obtém-se

$$\vec{F} = - \int_S p \vec{n} dS = - \int_V \vec{\nabla} p dV. \quad (3.1)$$

Substituindo a equação (2.7b) para fluidos invíscidos, incompressíveis e irrotacionais na equação (3.1), obtém-se

$$\vec{F} = \int_V \rho \frac{d\vec{u}}{dt} dV = \int_V \rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} dV + \int_V \rho (\vec{u}^T \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} dV. \quad (3.2)$$

Tal como na teoria linear, o termo convectivo da aceleração é nulo num fluido irrotacional. Além disso, para estruturas esbeltas, a aceleração local, que dá origem à força de difracção, apenas se altera ligeiramente na região e pode ser substituída pela aceleração de uma partícula de água na componente x . Com estes pressupostos, a força de Froude-Krylov toma a forma

$$\vec{F} = \rho V \frac{\partial \vec{u}}{\partial t}. \quad (3.3)$$

Ou seja, a força de Froude-Krylov é o produto da massa de água deslocada pela aceleração local de uma partícula de água. Fisicamente, significa que a força de pressão num elemento infinitesimal da estrutura de forma arbitrária e de massa ρV sujeito à acção de uma determinada onda, é a força de inércia associada a um volume infinitesimal de fluido com aceleração da partícula de água $\partial \vec{u} / \partial t$.

No caso geral, a pressão dinâmica em (3.1) é substituída pela pressão da equação de Bernoulli (2.6) e obtém-se a expressão para a força de Froude-Krylov generalizada

$$\vec{F} = \int_S p \vec{n} dS = \rho \int_S \frac{\partial \Phi}{\partial t} \vec{n} dS. \quad (3.4)$$

Para estruturas esbeltas totalmente submersas, esta expressão toma a forma da expressão (3.3). Nos outros casos, a equação (3.3) não pode ser utilizada e as pressões têm que ser integradas directamente ao longo da superfície molhada S de acordo com a equação (3.4), como é o caso de todas as componentes de estruturas fixas ou flutuantes que penetram a superfície da água.

A força de Froude-Krylov depende exclusivamente de parâmetros dinâmicos do fluxo exterior, ou seja, do potencial da velocidade de uma partícula de água da onda incidente. Não há contribuição da aceleração do corpo [5].

3.2.2 Força de massa hidrodinâmica

A força de massa hidrodinâmica deve-se à aceleração das partículas de água em torno da estrutura [13] e é obtida através da integração do campo de pressões gerado pela aceleração relativa entre as componentes da estrutura e o fluido à volta da superfície molhada.

A massa hidrodinâmica de uma estrutura é igual à massa da estrutura acrescida de uma massa virtual de água, à qual se dá o nome de massa adicionada (*added mass*). Esta massa adicionada de uma

estrutura que se move com uma determinada aceleração depende da forma da estrutura e da direcção do movimento [5]. Apresentam-se na Figura 3.2 alguns exemplos de massas adicionadas para estruturas tridimensionais. Estes resultados só são válidos em águas profundas e para estruturas de pequeno volume, em que o fenómeno de difracção das ondas é negligenciado. A massa adicionada m_{11} corresponde à aceleração longitudinal e m_{33} à aceleração vertical.

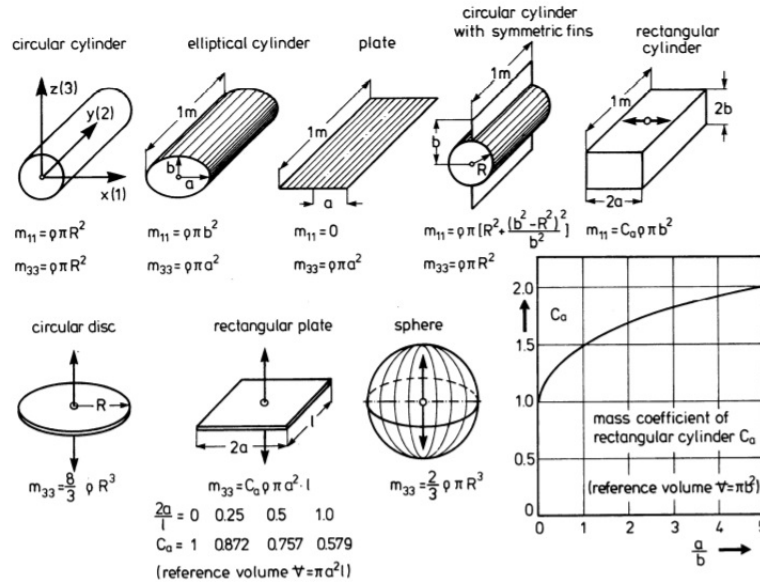


Figura 3.2: Massas adicionadas de alguns elementos tridimensionais (adaptado de [5]).

3.2.3 Força de difracção

A força de difracção deve-se à acção das ondas sobre a estrutura quando as ondas incidentes sofrem perturbações devido à presença da estrutura, ou seja, a presença da estrutura perturba o escoamento. No caso das estruturas de pequeno volume, esta força praticamente não tem relevância. As ondas, ao encontrarem a estrutura, perdem muito pouca energia e não se deformam, não dando origem ao fenómeno de difracção das ondas [5]. Esta força pode ser determinada através do produto do coeficiente de massa adicionada pela aceleração da partícula de água no modo em questão.

Ilustra-se o conceito de força de difracção através do exemplo de um cilindro vertical de raio R fixo no fundo do mar e que atravessa a superfície livre. Definem-se as coordenadas polares na secção do cilindro $x = r \cos \theta$ e $y = r \sin \theta$ (Figura 3.3) e o vector normal unitário à superfície da secção do cilindro, $\vec{n} = \cos \theta \vec{e}_x + \sin \theta \vec{e}_y$.

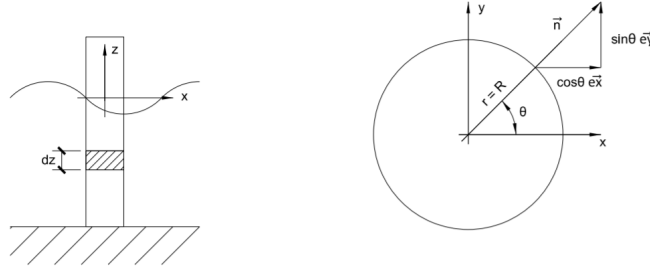


Figura 3.3: Secção submersa de um cilindro vertical.

A pressão não perturbada devido a ondas que se propagam segundo o sentido positivo do eixo x obtém-se a partir de (Tabela 2.1)

$$p = \rho g \zeta_a \frac{\cosh [k(z + h)]}{\cosh(kh)} \sin(\omega t - kx).$$

A força de Froude-Krylov correspondente a essa pressão num elemento dz é dada por

$$d\vec{F} = -\rho g \zeta_a \frac{\cosh [k(z + h)]}{\cosh(kh)} dz R \times \int_0^{2\pi} [\sin(\omega t - kR \cos \theta) \cos \theta] \vec{e}_x d\theta.$$

Se se assumir que o comprimento de onda é muito maior do que o raio R do cilindro ($\lambda \gg R$), kR é muito pequeno e pode simplificar-se a expressão anterior, obtendo-se

$$d\vec{F} \approx -\rho g \zeta_a \frac{\cosh [k(z + h)]}{\cosh(kh)} dz R \left[\sin(\omega t) \int_0^{2\pi} \cos \theta d\theta - \cos(\omega t) \int_0^{2\pi} kR \cos^2 \theta d\theta \right].$$

Pode notar-se que a parcela $\int_0^{2\pi} \cos \theta d\theta$ não contribui para a força total. Pode então escrever-se

$$d\vec{F} = \rho g \zeta_a k \pi R^2 dz \frac{\cosh [k(z + h)]}{\cosh(kh)} \cos(\omega t) \vec{e}_x = \rho \pi R^2 dz a_1|_{x=0} \vec{e}_x,$$

onde $\rho \pi R^2 dz$ representa a massa de líquido deslocado de uma faixa de cilindro e $a_1|_{x=0}$ é a componente horizontal da aceleração do fluido em $x = 0$ no ponto médio da coordenada z da faixa *como se o cilindro lá não estivesse*. A força devida à pressão não perturbada é apenas uma parte da força total na faixa, o que significa que o transporte de fluido através do corpo não é real, pelo que se deve determinar a alteração ao campo de pressões devido à impermeabilidade do fluido.

3.2.4 Força de arrasto

A força de arrasto deve-se ao efeito da pressão devido à velocidade relativa entre as partículas de água e os elementos que compõem a estrutura.

3.3 Forças de excitação em estruturas transparentes (*slender structures*)

Tipicamente, os *jackets* (estruturas fixas) são estruturas transparentes. Nesta secção assume-se que as dimensões da estrutura são pequenas em relação ao comprimento de onda λ e, neste caso, as ondas

incidentes comportam-se como não perturbadas, ou seja, dificilmente se deformam quando passam pela estrutura. O fenómeno de difracção das ondas não é relevante.

Para o cálculo das forças horizontais em estruturas transparentes (*slender structures*), Morison propôs uma equação empírica validada por resultados experimentais [14].

3.3.1 Teoria de Morison

Segundo Morison, a força horizontal num cilindro vertical, numa secção de comprimento dz , pode escrever-se como a soma de uma força de inércia e de uma força de arrasto não linear (*drag force*) [5]. A força de inércia engloba a força resultante da força de Froude-Krylov e da força de massa hidrodinâmica. A força de arrasto corresponde às forças de viscosidade que estão associadas ao efeito da pressão devido à velocidade relativa entre as partículas de água e a estrutura.

Assim sendo, a força hidrodinâmica num cilindro esbelto, de acordo com a Teoria de Morison, é dada por

$$\vec{F} = (\vec{f}_m + \vec{f}_d)dz = \rho\pi\frac{D^2}{4}C_m\dot{u}dz + \frac{\rho}{2}C_dD|\vec{u}|\vec{u}dz \quad (3.5)$$

e é válida para estruturas transparentes. O sentido positivo da força é o da direcção da propagação da onda, ρ é a densidade da água, $C_m = 1 + C_a$ o coeficiente de massa hidrodinâmica (C_a é o coeficiente de massa adicionada), C_d o coeficiente de arrasto, \vec{u} é a velocidade de uma partícula de água e \dot{u} a aceleração da mesma. Os coeficientes de massa e de arrasto, C_d e C_m , são determinados empiricamente e para um cilindro circular esbelto assume-se que tomam os valores $C_d = 1$ e $C_m = 2$ (assume-se que metade da contribuição vem da força de Froude-Krylov e a outra metade vem da força de massa hidrodinâmica) [12] [5].

Assume-se que o cilindro é suficientemente esbelto, ou seja, que é hidrodinamicamente transparente e que a interferência de ondas incidentes é desprezável [5]. Esta teoria é válida para um cilindro no fundo do mar que atravessa a superfície livre. Analisando a equação (3.5) pode verificar-se que uma parte da força está em fase com a aceleração - força de inércia - e outra parte da força está em fase com a velocidade - força de arrasto [12].

Para um comprimento de onda arbitrário, quando a estrutura é grande em comparação com o comprimento de onda λ , a teoria de Morison deixa de ser válida, pois é necessário considerar a força de difracção. Neste caso, pode recorrer-se à solução analítica linear de MacCamy & Fuchs, também baseada na teoria linear potencial [12].

3.4 Verificação das forças hidrodinâmicas numa estrutura transparente

Como aplicação da teoria de Morison, aplicável a estruturas fixas transparentes ou *slender structures*, optou-se por simplificar o problema modelando um cilindro vertical encastrado no fundo do mar no programa Usfos [11] e compararam-se os resultados obtidos no programa com os cálculos efectuados analiticamente através da equação de Morison (3.5). O Usfos é um programa de análise de estruturas,

que pode ser estática ou dinâmica. O programa resolve a equação de equilíbrio dinâmico no domínio do tempo, não considera a força de difracção em estruturas de pequeno volume, e utiliza a teoria de Airy e a teoria de Airy extrapolada [11].

A análise feita nesta secção teve também como objectivo verificar a influência da variação do diâmetro do cilindro nas forças que actuam sobre o mesmo. Nos cálculos analíticos da força horizontal foram considerados os valores para os coeficientes $C_d = 1$ e $C_m = 2$ na equação de Morison (3.5).

Foi feita uma análise a um cilindro com 12 m de altura encastrado no fundo do mar a uma profundidade de 10 m e fez-se variar o seu diâmetro, mantendo o comprimento de onda, $\lambda = 12$ m, ao qual corresponde um período de 2.77 s, e a altura da onda, $H = 1.5$ m, constantes. (Figura 3.4).

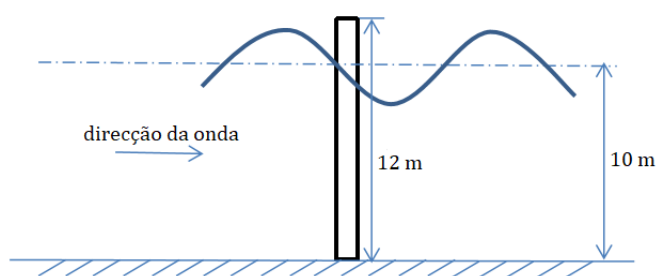


Figura 3.4: Cilindro vertical sob a acção de uma onda com $H = 1.5$ m e $\lambda = 12$ m ($T = 2.77$ s).

Foram escolhidos os diâmetros $D = 0.1$ m ($\lambda/D = 120$), $D = 1.5$ m ($\lambda/D = 8$) e $D = 5$ m ($\lambda/D = 2.4$). Os dois primeiros casos são dois cilindros esbeltos e encontram-se dentro da região de aplicabilidade da teoria de Morison (Figura 3.5), enquanto que o caso de maior diâmetro já é considerada uma estrutura de grande volume, o que vai originar a perturbação do escoamento quando este atravessa a estrutura. Analisando a Figura 3.5, observa-se que as regiões onde é válida a teoria de Morison são as regiões I, III, V e VI, pois nestes casos a força de difracção é desprezável [5]. Já o caso do cilindro com diâmetro $D = 5$ m, é considerado uma estrutura de grande volume, $D > \lambda/6$. Neste caso, não se aplica a teoria de Morison, pois a força de difracção já tem relevância e esta não é contemplada na equação de Morison. Como alternativa pode recorrer-se à solução apresentada por MacCamy & Fuchs para estruturas de grande volume.

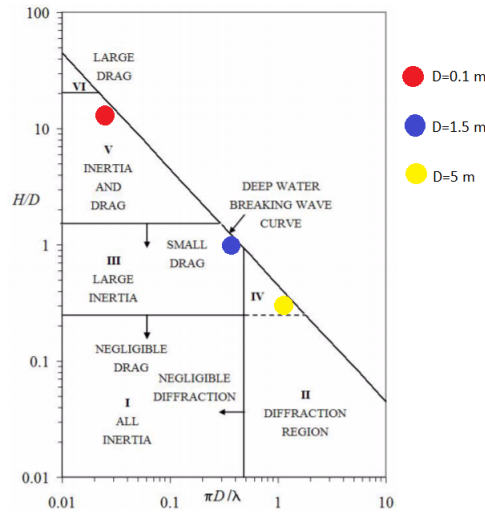


Figura 3.5: Regimes para análise das forças horizontais (variação de D) [6].

3.4.1 Cilindros com diâmetros $D = 0.1$ m e $D = 1.5$ m

Apresentam-se de seguida os resultados da teoria de Morison obtidos analiticamente e no Usfos para a força horizontal que actua num cilindro fixo no fundo do mar com uma espessura $t = 0.04$ m para os diâmetros 0.1 m ($\lambda/D = 120$) e 1.5 m ($\lambda/D = 8$) (Figuras 3.6(b) e 3.7(b)). O cilindro está sujeito apenas a uma força horizontal devida à acção da onda. A altura da onda, H , é o dobro da amplitude da onda, ou seja, $H = 2\zeta$ e é igual a 1.5 m. O comprimento de onda, λ , é igual a 12 m ($T = 2.77$ m) (Figura 3.4).

Em ambos os casos é válida a teoria de Morison para um comprimento de onda $\lambda = 12$ m, sendo ambas as estruturas consideradas esbeltas ($\lambda > 5D$).

As forças de onda horizontais foram calculadas analiticamente integrando as pressões ao longo da superfície molhada para os diâmetros $D = 0.1$ m e $D = 1.5$ m através da equação de Morison utilizando a teoria de Airy extrapolada no cálculo das velocidades e acelerações. Isto significa que se considerou a verdadeira contribuição para as velocidades e acelerações abaixo do nível médio da superfície da água, enquanto que acima do nível médio se considerou esta contribuição constante e igual ao valor em $z = 0$ (Figura 2.3).

Analisando as Figuras 3.6 e 3.7, pode verificar-se que para o cilindro de menor diâmetro, $D = 0.1$ m, sendo a estrutura mais esbelta em estudo, as forças predominantes são as forças de arrasto, sendo estas as que mais contribuem para a força total (Figura 3.6(b)), tendo as forças de inércia uma muito menor relevância. Para diâmetros maiores, mas ainda dentro do limite de aplicabilidade da teoria de Morison, como é o caso do cilindro com $D = 1.5$ m, as forças mais importantes são as forças de inércia (Figura 3.7(b)). Neste último caso, verifica-se que as forças de massa praticamente coincidem com a força total, sendo a força de arrasto quase nula, o que também está de acordo com o ábaco da Figura 3.5.

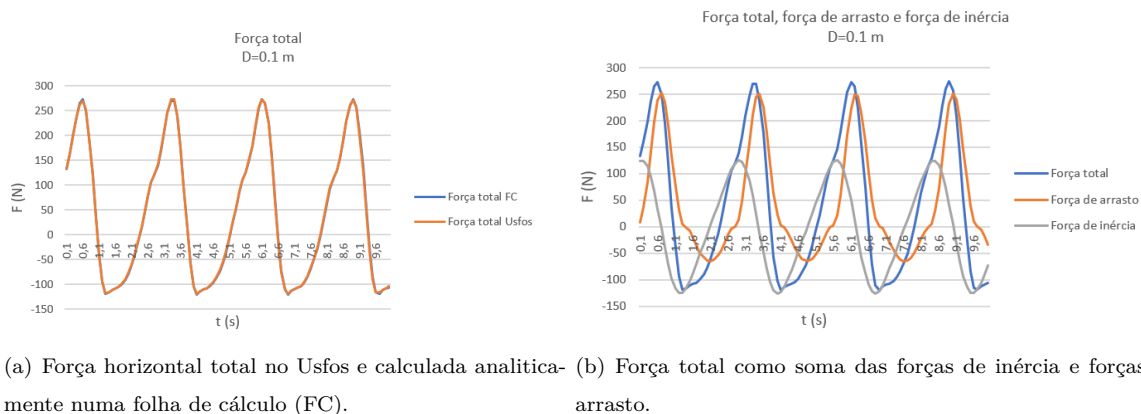


Figura 3.6: Força horizontal no cilindro com diâmetro $D = 0.1$ m.

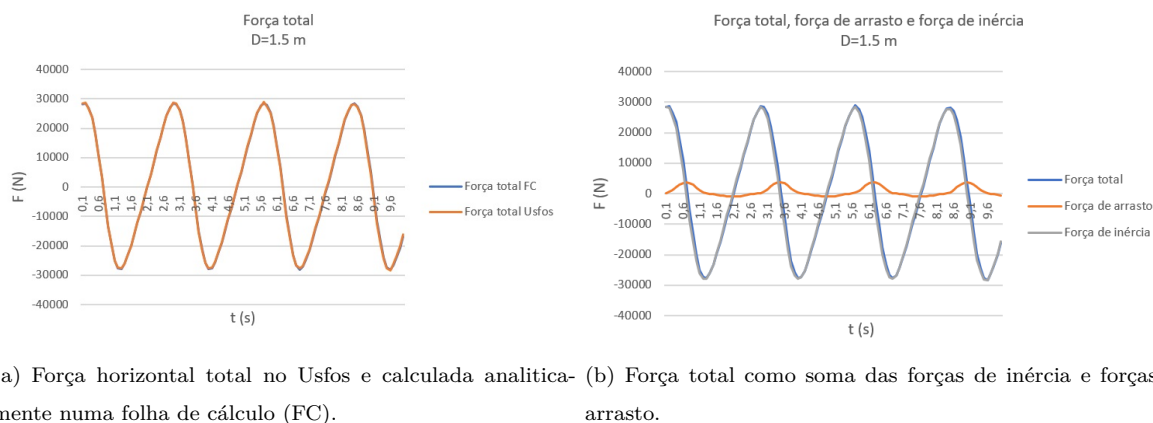


Figura 3.7: Força horizontal no cilindro com diâmetro $D = 1.5$ m.

Também foram comparadas isoladamente as forças de inércia e de arrasto obtidas através do programa Usfos e calculadas analiticamente. Para se obter a força de inércia isoladamente no programa, já que este só devolve a força total, reduziu-se o coeficiente de arrasto, C_d , de 1 para 0, mantendo-se o coeficiente de massa, $C_m = 2$. Desta forma, ao utilizar a equação de Morison, o programa só calcula a força de inércia. Da mesma forma, para se isolar a força de arrasto, reduziu-se o coeficiente de massa, C_m , de 2 para 0, mantendo-se o coeficiente de arrasto, $C_d = 1$.

Observando as Figuras 3.8 e 3.9, pode verificar-se que a força de arrasto é predominante no caso do cilindro de menor diâmetro, $D = 0.1$ m, tal como já tinha sido visto anteriormente. Já no caso do cilindro de diâmetro $D = 1.5$ m, a força predominante é a força de inércia, sendo esta última quase oito vezes superior à força de arrasto. Em ambos os casos verifica-se uma quase coincidência das forças calculadas analiticamente através da integração das pressões ao longo da superfície molhada do cilindro e das forças obtidas no programa Usfos.

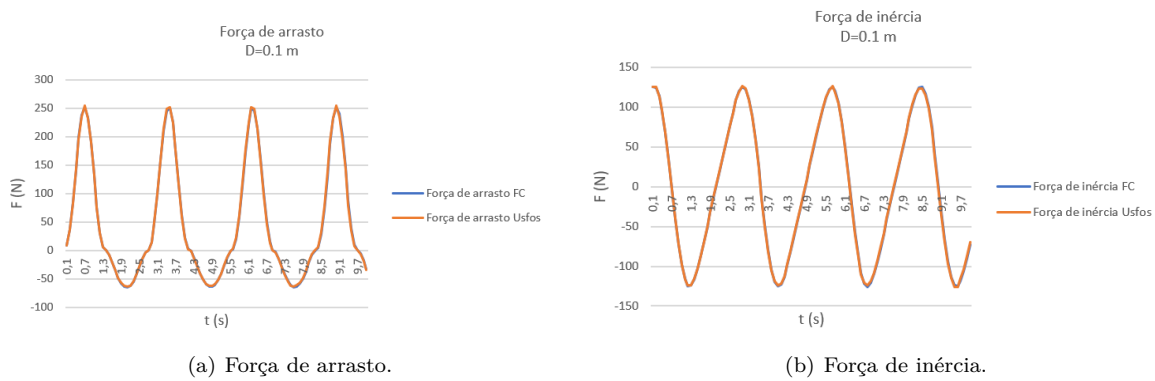


Figura 3.8: Força de arrasto e força de inércia no Usfos e calculadas analiticamente numa folha de cálculo (FC) para um cilindro com diâmetro $D = 0.1$ m.

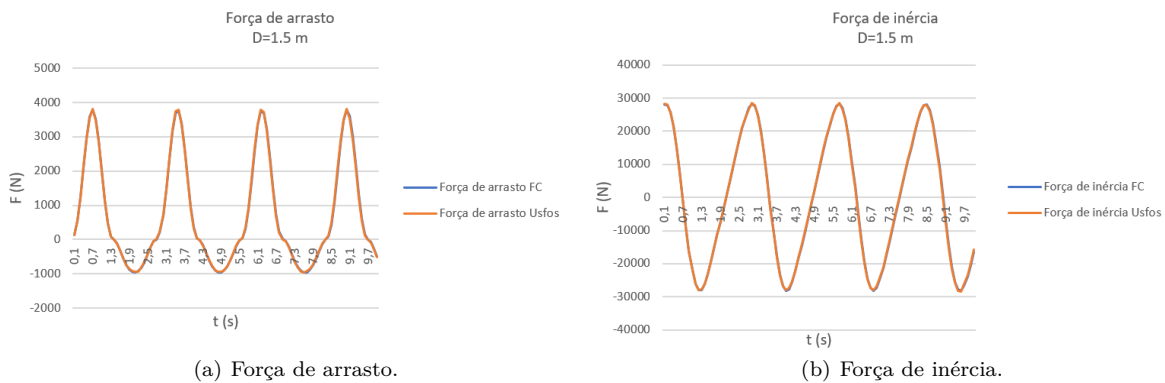
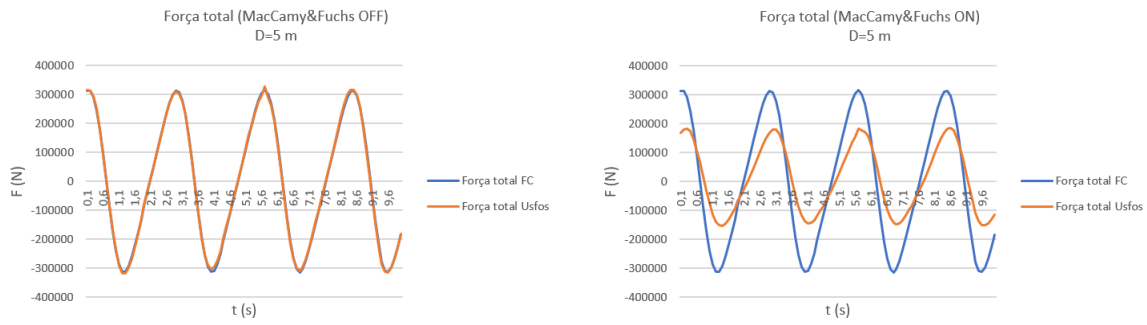


Figura 3.9: Força de arrasto e força de inércia no Usfos e calculadas analiticamente numa folha de cálculo (FC) para um cilindro com diâmetro $D = 1,5$ m.

3.4.2 Cilindro com diâmetro $D = 5$ m

Para o caso do cilindro com diâmetro $D = 5$ m, a teoria de Morison deixa de ser válida, sendo esta uma estrutura de grande volume. Analisando o ábaco da Figura 3.5, verifica-se que esta estrutura se encontra na região IV onde já não é válida a teoria de Morison, pois o fenómeno de difracção das ondas não é de desprezar. O programa Usfos permite considerar as forças horizontais sobre estruturas de grande volume através de um modelo de Morison corrigido pela teoria de MacCamy & Fuchs. Os resultados obtidos são apresentados na Figura 3.10. Na Figura 3.10(a) estão os resultados da teoria de Morison, que se sabe não ser válida. Na Figura 3.10(b), já com a função MacCamy & Fuchs activada no Usfos, estão os resultados obtidos no programa em comparação com a força calculada através da integração das pressões aplicando a Teoria de Morison. Observando o segundo gráfico verifica-se que a força horizontal da onda numa estrutura de grande volume é cerca de uma vez e meia inferior à calculada pela teoria de Morison. Ao utilizar a teoria de Morison neste último caso está-se a sobrevalorizar o valor da força horizontal, o que pode ser bastante conservador.

3.4. VERIFICAÇÃO DAS FORÇAS HIDRODINÂMICAS NUMA ESTRUTURA TRANSPARENTE31



(a) Força total calculada através da teoria de Morison. (b) Comparação da força total calculada através da teoria de Morison com a solução de MacCamy & Fuchs.

Figura 3.10: Força total num cilindro com $D = 5$ m.

3.4.3 Cilindro com diâmetro $D = 1.5$ m e comprimento de onda λ variável

Mantendo agora o diâmetro $D = 1.5$ m fixo, fez-se variar o comprimento de onda λ e calculou-se a força total para os comprimentos de onda $\lambda = 12$ m ($T = 2.77$ s e $\lambda/D = 8$) e para $\lambda = 120$ m ($T = 8.77$ s e $\lambda/D = 80$).

Analisando o ábaco da Figura 3.11 pode verificar-se que ambos os casos se encontram na zona de aplicabilidade da teoria de Morison. É também esperado que a força de inércia se sobreponha à força de arrasto (Região III). Não existe força devido à difração das ondas.

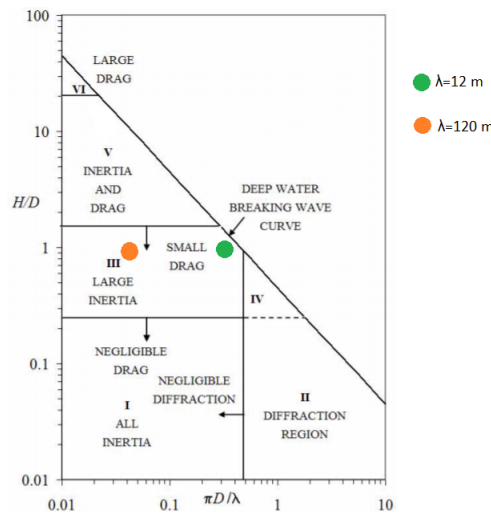
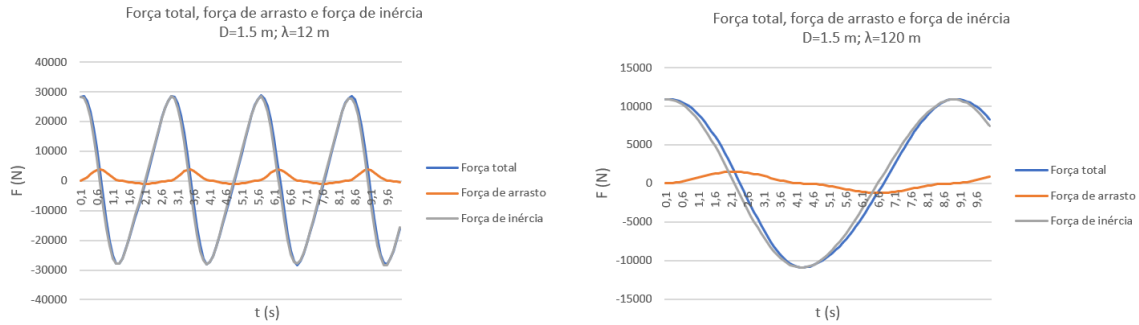


Figura 3.11: Regimes para análise das forças horizontais (variação de λ) [6].

Apresentam-se na Figura 3.12 os resultados obtidos das forças totais que actuam sobre o cilindro e também das forças de inércia e forças de arrasto para o comprimento de onda $\lambda = 12$ m (Figura 3.12(a)) e para o comprimento de onda $\lambda = 120$ m (Figura 3.12(b)).

Em ambos os casos verifica-se que a força de inércia é a predominante, tal como já havia sido previsto pela análise do ábaco 3.11. Pode observar-se também que, tal como esperado, há menos ciclos para o caso

em que o comprimento de onda é maior. Em relação à magnitude das forças, esta é cerca de três vezes superior no caso em que o comprimento de onda é menor. Isto deve-se ao facto de a força de inércia, que predomina nos dois casos, ser directamente proporcional à aceleração horizontal de uma partícula de água \dot{u}^1 , sendo esta força actuante menor para comprimentos de onda λ maiores.



(a) Força total, força de arrasto e força de inércia quando $\lambda = 12$ m. (b) Força total, força de arrasto e força de inércia quando $\lambda = 120$ m.

Figura 3.12: Comparação entre a força total como soma das forças de inércia e forças de arrasto para $\lambda = 12$ m e $\lambda = 120$ m num cilindro com diâmetro $D = 1.5$ m.

¹ $\dot{u} = \omega^2 \zeta e^{kz} \cos(\omega t - kz)$ (Tabela 2.2) e $\omega^2 = \frac{2\pi g}{\lambda}$.

Capítulo 4

Estruturas flutuantes

As estruturas flutuantes são a solução mais utilizada quando as águas são profundas e se pretende trabalhar na superfície da água do mar. São também economicamente mais apelativas quando se trata de uma presença temporária, já que os custos associados são bastante inferiores aos de uma plataforma fixa [13]. São exemplos típicos de estruturas flutuantes as plataformas semi-submersíveis.

Nesta dissertação pretende-se estudar a acção que a água do mar exerce sobre um corpo rígido flutuante e identificar as forças e os movimentos de corpo rígido resultantes dessa acção. Para tal, estabelecem-se as equações de equilíbrio dinâmico de forma a definir o movimento da estrutura nos diferentes graus de liberdade. Para caracterizar o movimento no domínio da frequência deduzem-se funções de transferência. Estas funções servem para determinar a resposta de uma estrutura a um dado sinal (Figura 4.1). Neste caso, as ondas são o sinal para um sistema que possui características lineares e a resposta do sistema é o movimento da estrutura flutuante.

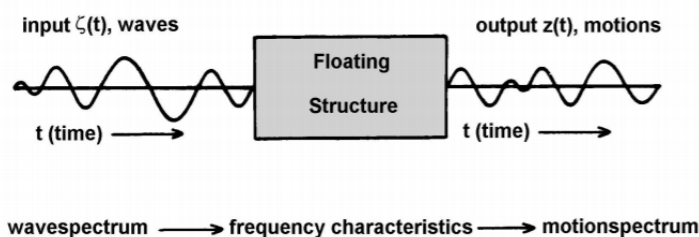


Figura 4.1: Relação entre movimento e acção da onda [13].

Para se estudar os movimentos de um corpo rígido na água é importante defini-los primeiro, considerando que esta definição é feita de acordo com a velocidade de propagação de um navio. Se a direcção do movimento for segundo a direcção x , os movimentos de translação segundo os eixos x , y e z são definidos como *surge*, *sway* e *heave*, respectivamente. Os movimentos de rotação, ou angulares, em torno dos eixos x , y e z definem-se como *roll*, *pitch* e *yaw*, sendo *pitch* a rotação em torno do eixo horizontal y (Tabela 4.1 e Figura 4.2).

As estruturas flutuantes podem mover-se nos seis graus de liberdade e estão seguras ao fundo do mar

por cabos. São estruturas mais flexíveis do que as estruturas fixas e, conseqüentemente, têm uma frequência natural também inferior à das estruturas fixas. Se se reduzirem os três graus de liberdade associados ao movimento vertical (*heave*, *pitch* e *roll*) com cabos pré-tensionados, obtém-se uma TLP - *Tension Leg Platform* -, que se diferencia de uma estrutura flutuante típica precisamente pela restrição elástica dos movimentos verticais. Nas estruturas flutuantes, os movimentos de corpo rígido, principalmente na direcção vertical, podem ser críticos [5].

Nesta dissertação, os movimentos estudados são o movimento de translação vertical *heave* e o movimento de rotação em torno do eixo *y* *pitch*, pois são precisamente os que representam os movimentos na direcção vertical. O movimento *roll*, também vertical, é desprezável, pois considera-se que o escoamento é bidimensional no plano *xz*.

Eixo	Movimento			
	Translação		Rotação	
<i>x</i>	η_1	<i>surge</i>	η_4	<i>roll</i>
<i>y</i>	η_2	<i>sway</i>	η_5	<i>pitch</i>
<i>z</i>	η_3	<i>heave</i>	η_6	<i>yaw</i>

Tabela 4.1: Definição dos modos de movimento de corpo rígido.

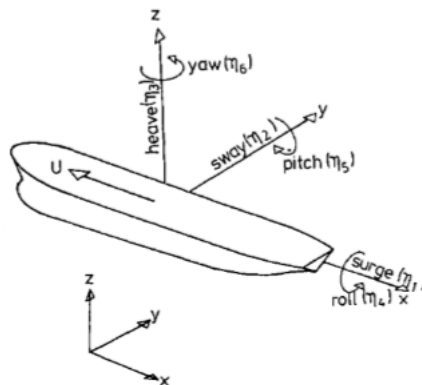


Figura 4.2: Modos de movimento de corpo rígido na água [12].

4.1 Forças em estruturas flutuantes

A acção do mar sobre uma estrutura flutuante pode definir-se pela sobreposição de dois tipos de forças:

- i) as forças e os momentos no corpo quando a estrutura está impedida de oscilar devido a ondas harmónicas que incidem sobre a estrutura. Estes carregamentos hidrodinâmicos são as forças de excitação das ondas e decompõem-se nas forças de Froude-Krylov e nas forças de difracção (são as forças que actuam na estrutura como se esta estivesse fixa);
- ii) as forças e os momentos no corpo quando a estrutura é forçada a oscilar com a frequência de excitação da onda em qualquer modo de movimento de corpo rígido. Neste caso não há ondas incidentes,

mas sim ondas geradas pelo movimento do corpo. Os carregamentos hidrodinâmicos correspondem às forças de radiação que são forças de inércia associadas à massa adicionada (*added mass*) e ao amortecimento potencial (*damping*), e pelo termo da rigidez hidrostática que constitui a força de restituição elástica ou força hidrostática [12] [10].

A força hidrostática (força de restituição) depende da posição do corpo em relação à cota da superfície livre média, de modo que, por definição, não é afectada pelas ondas, que são perturbações da superfície livre média [10]. É também de referir o Princípio de Arquimedes, que estabelece que um corpo total ou parcialmente imerso num fluido está sujeito a uma força vertical de baixo para cima igual ao peso do volume de líquido deslocado, estando deste modo em equilíbrio.

Devido à linearidade, as forças obtidas em i) e em ii) podem ser somadas de modo a obter as forças totais hidrodinâmicas (Figura 4.3).

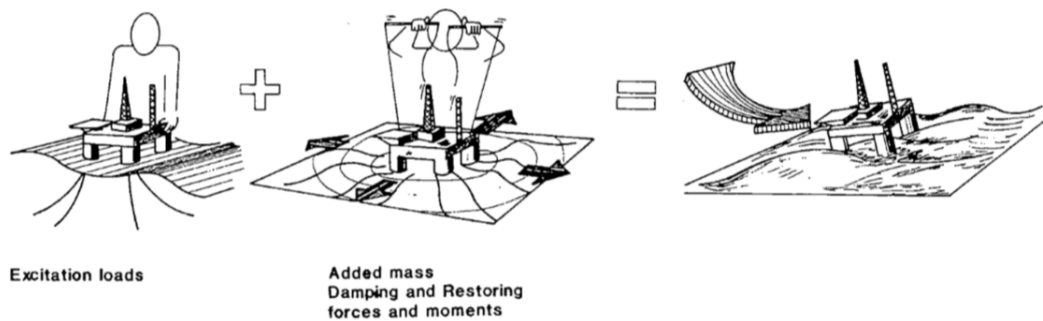


Figura 4.3: Sobreposição da excitação da onda, *added mass*, amortecimento e forças de restituição [12].

4.1.1 Força de excitação - força de Froude-Krylov e força de difracção

A força de excitação devido à acção de uma onda sobre uma estrutura é definida através de duas componentes: força de Froude-Krylov e forças de difracção, as quais se determinam admitindo que o corpo está impedido de se deslocar.

A força de excitação F_i é dada pela soma destas duas forças,

$$F_i = - \int \int_S (pn_i dS + A_{i1}a_1 + A_{i2}a_2 + A_{i3}a_3), \quad (4.1)$$

onde p é a pressão da onda não perturbada (Capítulo 2) e $\vec{n} = (n_1, n_2, n_3)$ é o versor da normal à superfície do corpo definido como positivo para dentro do fluido, sendo a integração feita ao longo da superfície média molhada do corpo; a_1 , a_2 e a_3 são as componentes da aceleração ao longo dos eixos x , y e z da onda não perturbada e A_{ij} são os termos correspondentes da massa adicionada nas três direcções e nos seis modos.

O primeiro termo da equação (4.1) é a força de Froude-Krylov. Os outros termos, fisicamente, representam o facto de a pressão não perturbada sofrer alterações devido à presença do corpo (força de difracção) [12].

Se o corpo estiver totalmente submerso, e este for pequeno em relação ao comprimento de onda e *toda* a superfície do corpo estiver submersa, pode demonstrar-se que

$$-\int \int_S p \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix} dS = \rho V \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

onde V é o volume de líquido deslocado. De facto, tal como na teoria linear apresentada no Capítulo 2, o termo convectivo da aceleração é desprezado. Além disso, para estruturas de pequeno volume, a aceleração local praticamente não sofre alterações na região da estrutura e pode ser substituída pela aceleração da partícula de água segundo a direcção x . Neste caso, a força de Froude-Krylov pode ser calculada a partir do produto entre a massa de líquido deslocado e a aceleração local da partícula de água, tal como já havia sido feito no capítulo anterior (Capítulo 3) na equação (3.3), ou seja,

$$\vec{F} = \rho V \frac{\partial \vec{u}}{\partial t}.$$

Fisicamente, significa que a força de pressão num pequeno elemento de fluido com uma forma arbitrária de massa ρV sujeito à acção de uma onda, conduz a um movimento deste elemento de fluido com a aceleração da partícula de água $\partial \vec{u} / \partial t$ [5].

4.1.2 Força de radiação

As forças de radiação resultam de ondas geradas pelo movimento do corpo tendo associadas um determinado campo de pressões e representam a resistência que o corpo encontra por parte da água ao mover-se. Materializam-se através dos termos de massa adicionada (*added mass*) e de amortecimento. Não há ondas incidentes, no entanto, o movimento forçado da estrutura gera ondas. Este movimento forçado resulta em pressões na superfície da estrutura que, ao serem integradas ao longo da mesma, originam forças e momentos resultantes no corpo. São as forças de radiação.

Definindo as componentes da força nas direcções x , y e z por F_1 , F_2 e F_3 e as componentes do momento nas mesmas direcções por F_4 , F_5 e F_6 , tem-se que a força generalizada de radiação F_k devido ao movimento harmónico η_j segundo o modo j é dada por:

$$F_k = -A_{kj} \frac{d^2 \eta_j}{dt^2} - B_{kj} \frac{d\eta_j}{dt} \quad (j, k = 1, \dots, 6) \quad (4.3)$$

em que A_{kj} e B_{kj} são os coeficientes de massa adicionada (*added mass*) e de amortecimento, respectivamente.

Há 36 coeficientes de massa adicionada (*added mass*) e 36 coeficientes de amortecimento. No entanto, há várias simplificações possíveis de modo a tornar o problema mais simples. Por exemplo, metade dos coeficientes são nulos numa estrutura com velocidade nula e com um plano de simetria vertical. Os coeficientes A_{kj} e B_{kj} são função da forma, da frequência de oscilação e da velocidade da estrutura. Outros factores como a profundidade da água também têm influência nestes coeficientes. Se a estrutura tiver velocidade de progressão nula e não houver corrente, pode demonstrar-se que $A_{kj} = A_{jk}$ e $B_{kj} = B_{jk}$ [12].

Para ilustrar o conceito de massa adicionada, ver exemplo de massa adicionada para o movimento de translação vertical de um cilindro horizontal com eixo na superfície livre média que se encontra no Anexo 1.

4.2 Movimentos de estruturas flutuantes

De forma a estudar os movimentos de uma estrutura flutuante nos seus graus de liberdade, apresenta-se o caso particular do movimento vertical de uma bóia (*buoy*) num campo de ondas harmónicas. O objectivo é a dedução da equação do movimento para o deslocamento vertical, η_3 , para este exemplo simples. Para os restantes graus de liberdade, a dedução é análoga.

4.2.1 Movimento vertical de uma bóia (*buoy*)

Considere-se o exemplo do movimento vertical (*heave*) de uma bóia sujeita à acção de uma força resultante vertical num campo de ondas harmónicas. A força de Froude-Krylov, tal como já foi visto, é dada pela integração da pressão não perturbada,

$$F_{FK} = - \int \int_S (pn_i) dS = \rho \int \int_S \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} n_i \right) dS. \quad (4.4)$$

Devido ao efeito desta força, verificam-se movimentos verticais na bóia dados por

$$\eta_3 = \eta_0 e^{-i(\omega t - \varphi)}, \quad (4.5)$$

em que ω é a frequência da acção da onda e φ é a fase do movimento relativamente à acção da onda. Ou, do mesmo modo, pode escrever-se

$$\eta_3 = X \sin(\omega t) + Y \cos(\omega t).^1 \quad (4.6)$$

É necessário considerar o termo em coseno pois, em geral, a resposta num sistema com amortecimento não está em fase com o carregamento [15]. As velocidades verticais da bóia são dadas por

$$\dot{\eta}_3 = X\omega \cos(\omega t) - Y\omega \sin(\omega t) \quad (4.7)$$

com acelerações verticais

$$\ddot{\eta}_3 = -X\omega^2 \sin(\omega t) - Y\omega^2 \cos(\omega t). \quad (4.8)$$

Como consequência destes movimentos, obtêm-se as seguintes forças de reacção:

- força de restituição hidrostática

$$F_R = -C_{33}\eta_3 = -\rho g A_0 \eta_3,$$

em que A_0 é a área do plano horizontal da água que intersecta a estrutura (*waterplane area*),

¹ $\eta_3 = \eta_0 [\cos(\omega t)(\cos \varphi + i \sin \varphi) + \sin(\omega t)(\sin \varphi - i \cos \varphi)]$.

- força de inércia

$$F_I = -\rho V \ddot{\eta}_3,$$

assim como as forças de pressão hidrodinâmicas que dependem da velocidade e aceleração relativas, ou seja,

- força de inércia hidrodinâmica

$$F_{3m} = -A_{33}(\ddot{\eta}_3 - \dot{u}),$$

- força de arrasto linearizada

$$F_{3dl} = -B_{33}(\dot{\eta}_3 - u),$$

onde u e \dot{u} são a velocidade e aceleração de uma partícula de água respectivamente. O coeficiente de restituição C_{33} é igual ao peso específico ρg multiplicado pela área do plano da água que intersecta a estrutura - *waterplane area* - A_0 ; A_{33} é a massa adicionada e B_{33} é o coeficiente de amortecimento para o movimento vertical; ρV é a massa de volume de líquido deslocado, que é igual à massa da estrutura submersa, pelo Princípio de Arquimedes. Conhecidas as forças, pretende-se agora escrever a equação do movimento de translação vertical, sabendo que se trata de um sistema de um grau de liberdade.

A equação de equilíbrio dinâmico resulta do equilíbrio das forças acima referidas, com a força de Froude-Krylov igual a (4.4). Tem-se que

$$F_{FK} - F_R - F_I - F_{3m} - F_{3dl} = 0,$$

ou seja,

$$\rho \int \int_S \frac{\partial \phi}{\partial t} n_3 dS - C_{33} \eta_3 - \rho V \ddot{\eta}_3 - A_{33}(\ddot{\eta}_3 - \dot{u}) - B_{33}(\dot{\eta}_3 - u) = 0.$$

Separando as variáveis, obtém-se a equação linear do movimento vertical de translação:

$$(\rho V + A_{33})\ddot{\eta}_3 + B_{33}\dot{\eta}_3 + C_{33}\eta_3 = \rho \int \int_S \frac{\partial \phi}{\partial t} n_3 dS + A_{33}\dot{u} + B_{33}u = F_{3a} \sin(\omega t). \quad (4.9)$$

O primeiro membro da equação caracteriza um sistema oscilatório linear, enquanto que o segundo membro é a excitação harmónica da onda, que corresponde à equação de Morison linearizada. Relembre-se a equação de Morison (3.5) referida no Capítulo 3, aplicável a estruturas fixas esbeltas,

$$\vec{F} = (\vec{f}_m + \vec{f}_d)dz = \rho\pi \frac{D^2}{4} C_m \ddot{u}dz + \frac{\rho}{2} C_d D |\vec{u}| \vec{u} dz.$$

Segundo Morison, a força de excitação é a soma de uma força de inércia f_m , proporcional à aceleração de uma partícula de água, \dot{u} , com uma força de arrasto f_d , proporcional à velocidade da mesma partícula de água, u . À força de inércia f_m corresponde a soma das duas primeiras parcelas do segundo membro na equação (4.9): a força de Froude-Krylov ($\rho \int \int_S \frac{\partial \phi}{\partial t} n_3 dS$) e a força de difracção ($A_{33}\dot{u}$). A terceira parcela ($B_{33}u$) é o termo correspondente à força de arrasto, f_d . A soma destas forças é a força de excitação.

Normalizando a equação do movimento (4.9) em relação à massa total ($\rho V + A_{33}$) e considerando que

$$\omega_n = \sqrt{\frac{C_{33}}{\rho V + A_{33}}} \quad \text{e} \quad \xi = \frac{B_{33}}{2(\rho V + A_{33})\omega_n}$$

onde w_n é a frequência natural da estrutura para o movimento de translação vertical, ω é a frequência aplicada e ξ é o coeficiente de amortecimento, obtém-se

$$\ddot{\eta}_3 + 2\xi\omega_n\dot{\eta}_3 + \omega_n^2\eta_3 = \frac{F_{3a}}{\rho V + A_{33}} \sin(\omega t). \quad (4.10)$$

Substituindo η_3 e as suas derivadas pelas expressões (4.6), (4.7) e (4.8) na equação (4.10) e isolando os termos em seno e coseno, e considerando que β é a razão entre a frequência aplicada e a frequência natural da estrutura, ou seja,

$$\beta = \frac{\omega}{\omega_n},$$

obtém-se um sistema de equações

$$\begin{cases} -X\bar{\omega}^2 - Y\bar{\omega}^2(2\xi\omega) + X\omega^2 = \frac{F_{3a}}{\rho V + A_{33}} \\ -Y\bar{\omega}^2 + X\bar{\omega}(2\xi\omega) + Y\omega^2 = 0 \end{cases},$$

onde a primeira equação corresponde aos termos em seno e a segunda equação aos termos em coseno. Estas duas relações têm que ser satisfeitas individualmente porque os termos em coseno e em seno ocorrem em diferentes instantes [15]. Dividindo ambos os termos por ω_n^2 e reagrupando os termos, obtém-se

$$\begin{cases} X = \frac{F_{3a}}{C_{33}} \frac{1 - \beta^2}{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2} \\ Y = \frac{F_{3a}}{C_{33}} \frac{-2\xi\beta}{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2} \end{cases}.$$

Sabendo que uma função $f = A \sin x + B \cos x = \sqrt{A^2 + B^2} \sin(x - \varphi)$ e $\varphi = \arg(A + iB) = \tan^{-1}(B/A)$, em que φ é o ângulo de fase, substituindo as expressões de X e Y na expressão (4.6), tem-se

$$\rho = \sqrt{X^2 + Y^2} = \frac{F_{3a}}{C_{33}} \left((1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2 \right)^{-\frac{1}{2}} \quad e$$

$$\eta_3 = \frac{F_{3a}}{C_{33}} \frac{1}{\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}} \sin(\omega t - \varphi).$$

O ângulo de fase φ é dado por

$$\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{2\xi\beta}{1 - \beta^2} \right).$$

A função de transferência em *heave* é então dada por

$$H_3(\omega) = \frac{\eta_3(\omega)}{\zeta(\omega)} = \frac{F_{3a}}{C_{33}\zeta_a} \left[(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} = \frac{F_{3a}}{C_{33}\zeta_a} D(\beta, \xi), \quad (4.11)$$

sendo o factor de amplificação dinâmica igual a

$$D(\beta, \xi) = \frac{1}{\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}}. \quad (4.12)$$

Como se pode observar na Figura 4.4, para frequências mais elevadas o factor de amplificação D tende para zero. Isto significa que quando as ondas são de menor comprimento, apenas se verificam pequenos

movimentos verticais na bóia [5]². No caso de haver ressonância, ou seja, quando $\beta = 1$, ou $\omega = \omega_n$, o factor de amplificação depende exclusivamente do coeficiente de amortecimento ξ . Para frequências mais baixas, ou seja, para maiores comprimentos de onda relativamente à bóia, esta oscila em fase com a elevação da onda e o factor de amplificação dinâmica atinge a unidade, ou seja, a amplitude do movimento vertical, η_a , é igual à amplitude da onda, ζ_a e a bóia acompanha o movimento da onda.

Para valores de $\beta < 0.3$, os efeitos dinâmicos são negligenciáveis e o comportamento do movimento é dominado pela força de restituição hidrostática, ou seja, a estrutura acompanha o movimento da onda. No domínio da frequência de ressonância, $0.3 < \beta < 2$, o comportamento dinâmico é principalmente dominado pelo amortecimento, enquanto que para valores de $\beta \geq 2$, o parâmetro dominante é a força de inércia.

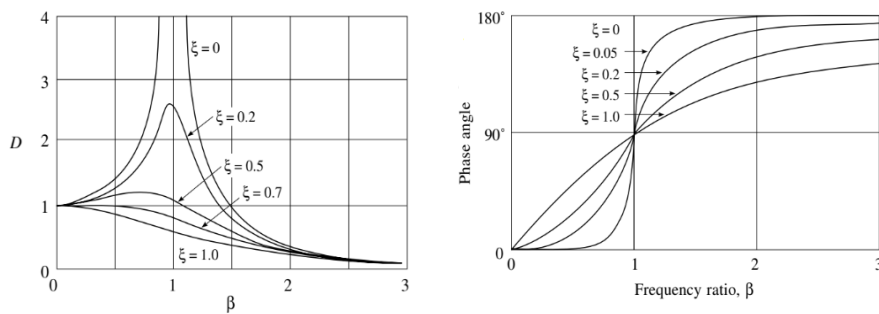


Figura 4.4: Variação do factor de amplificação dinâmica e da fase com o amortecimento e com a frequência (adaptado de [15]).

No caso em que a bóia tem a forma de um cilindro com um eixo vertical e estando submerso a uma profundidade h_c , a força de Froude-Krylov em águas profundas é dada por (4.4), sendo o valor absoluto da pressão dinâmica das ondas incidentes na base da bóia de área A_0 dada pela Tabela 2.2, tendo-se que

$$F_{3a} = p_{z=-h_c} \times A_0 = A_0 \rho g \zeta_a e^{-kh_c}.$$

Desprezando as forças da massa hidrodinâmica e de arrasto, que são pequenas ($\lambda > 5D$, por hipótese), considerando que a rigidez hidrostática $C_{33} = \rho g A_0$ e $k = \omega^2/g$ e substituindo na equação (4.11), obtém-se

$$|H_3(\omega)| = \frac{\eta_a}{\zeta_a} = e^{-kh_c} \cdot D(\beta, \xi) = \left| \frac{e^{-\frac{\omega^2}{g} h_c}}{1 - \frac{\rho V}{C_{33}} \omega^2} \right|, \quad (4.13)$$

ou seja, a magnitude da função de transferência para o movimento vertical depende do calado da bóia, h_c , ou do decaimento dos efeitos da onda com a profundidade $kh_c = \frac{\omega^2}{g} h_c$. Para ondas longas, ou seja, para frequência baixas, ambos os factores na expressão (4.13): o parâmetro da profundidade exponencial e o factor de amplificação dinâmica aproximam-se da unidade, o que significa que a bóia acompanha o movimento da onda, correspondendo ao equilíbrio hidrostático.

Pretende-se agora fazer uma análise tridimensional do movimento considerando todos os graus de liberdade a que uma estrutura está sujeita. É possível fazer esta análise dos seis graus de liberdade

² $\lambda = \frac{g}{2\pi} T^2 = \frac{g \times 2\pi}{\omega^2}$.

isoladamente numa estrutura simétrica, tendo cuidado na escolha do referencial de forma a que os seis graus de liberdade não estejam acoplados na equação de equilíbrio dinâmico. Para tal, escolhe-se um referencial centrado no centro de gravidade da estrutura.

Generalizando a equação de equilíbrio dinâmico para os seis graus de liberdade e para uma estrutura simétrica, esta é dada por

$$\sum_{k=1}^6 [(M_{jk} + A_{jk}(\omega))\ddot{\eta}_k + B_{jk}(\omega)\dot{\eta}_k + C_{jk}\eta_k] = F_j e^{-i\omega t} \quad (j = 1, \dots, 6), \quad (4.14)$$

onde M_{jk} é a matriz de massa generalizada da estrutura [12] e F_j são as amplitudes complexas das forças de excitação e dos momentos, sendo as forças e os momentos dados pela parte real de $F_j e^{-i\omega t}$ [12]. Os coeficientes $A_{jk}(\omega)$ e $B_{jk}(\omega)$ dependem da frequência ω . Partindo desta equação de equilíbrio dinâmico e conhecidas as forças actuantes em cada grau de liberdade, F_j , ($j = 1, \dots, 6$), o movimento para cada um dos outros cinco graus de liberdade (solução da equação (4.14)), $\eta_1, \eta_2, \eta_4, \eta_5$ e η_6 pode ser obtido de modo equivalente ao que foi feito para o movimento de translação vertical *heave*, assim como as respectivas funções de transferência. Ao escolher o referencial de forma apropriada, os movimentos estão desacoplados e podem ser estudados de forma independente.

4.3 Forças e movimentos em estruturas flutuantes

Nesta secção apresentam-se três exemplos de estruturas flutuantes - uma estrutura com a forma de um paralelepípedo, um semi-submersível e uma TLP - sujeitas à acção de uma onda na direcção x , onde é estudado o movimento de translação vertical (*heave*), o movimento de rotação em torno do eixo y (*pitch*) (Figura 4.5) e as respectivas funções de transferência. A origem do referencial encontra-se no centro de gravidade das estruturas. São também estudadas as forças de excitação vertical F_3 e os momentos de excitação em torno do eixo y , F_5 . São estes os movimentos relevantes, pois são os movimentos na direcção vertical os movimentos críticos nas estruturas flutuantes. O movimento de rotação *roll* em torno do eixo x é desprezado pois, por hipótese, o escoamento é bidimensional no plano xz . Na Tabela 4.2 apresentam-se os períodos naturais de movimento de corpo rígido típicos de TLP's e semi-submersíveis em águas profundas.

Modo	TLP	Semi-submersível
<i>surge</i>	>100	>100
<i>sway</i>	>100	>100
<i>heave</i>	<5	20-50
<i>roll</i>	<5	30-60
<i>pitch</i>	<5	30-60
<i>yaw</i>	>100	>50-60

Tabela 4.2: Valores típicos do período natural (em segundos) de estruturas flutuantes em águas profundas (adaptado de [6]).

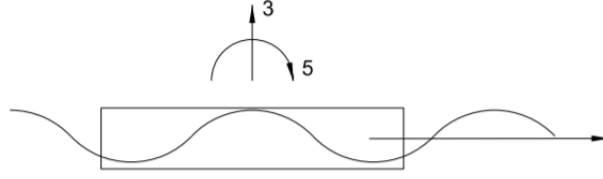


Figura 4.5: Movimento vertical e movimento de rotação em torno do eixo y .

Tal como seria de prever, a TLP, sendo muito mais rígida na direcção vertical do que o semi-submersível, apresenta um período natural bastante inferior nas direcções *heave*, *roll* e *pitch*.

4.3.1 Análise de um flutuador paralelepípedo (*barge*) sem amortecimento

Considere-se um paralelepípedo de densidade constante e de comprimento L , largura B e calado h_c , conforme reproduzido na Figura 4.6. Assumem-se ondas regulares sinusoidais que se propagam ao longo do eixo negativo dos x , com um comprimento de onda λ e uma altura de onda ζ_a . Recorde-se que $\lambda = \frac{g}{2\pi} T^2 = g \frac{2\pi}{\omega^2}$.

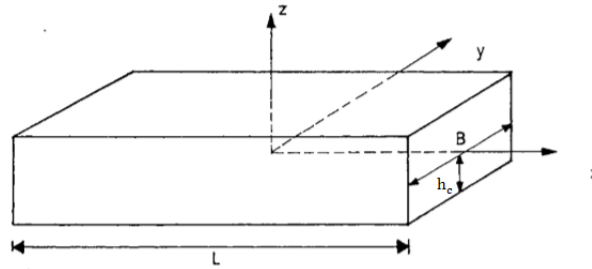


Figura 4.6: Definição dos parâmetros e sistema de coordenadas utilizados na análise da *barge* (adaptado de [12]).

A força de excitação em *heave* é dada por

$$F_3 = - \int \int_S (pn_3) dS - \int_L \left(A_{33}^{(2D)} a_3 \right) dx.$$

A primeira parcela é a força de Froude-Krylov definida de acordo com $-\int \int_S (pn_3) dS$ e a segunda parcela a força de difracção definida por $-\int_L \left(A_{33}^{(2D)} a_3 \right) dx$.

A massa adicionada $A_{33}^{(2D)}$ na parcela da força de difracção é a massa adicionada que corresponde a uma faixa da secção submersa ($B \times h_c$) que depois é integrada ao longo do comprimento da estrutura. Para a parcela correspondente à força de Froude-Krylov, substituindo a pressão dinâmica dada pela expressão que se encontra na Tabela 2.2, tem-se que

$$\int_{-B/2}^{B/2} \int_{-L/2}^{L/2} [\rho g \zeta_a e^{kz} \sin(\omega t + kx)] dS.$$

Integrando entre $-L/2$ e $L/2$,

$$-\frac{\rho g}{k} B \zeta_a e^{kz} \cos(\omega t + kx) \Big|_{-L/2}^{L/2},$$

obtém-se

$$2 \frac{\rho g}{k} \zeta_a B e^{-kh_c} \sin(\omega t) \sin\left(\frac{kL}{2}\right).$$

A parcela correspondente à força de difracção é $\int \left(A_{33}^{(2D)} a_3 \right)$, onde a_3 corresponde à aceleração da onda medida na origem do referencial, é dada pela expressão que se encontra na tabela 2.2. Sendo assim,

$$\int_L \left(A_{33}^{(2D)} a_3 \right) dx = \int_{-L/2}^{L/2} \left[A_{33}^{(2D)} (-\omega^2) \zeta_a e^{kz_m} \sin(\omega t + kx) \right] dx$$

que por sua vez é igual a

$$A_{33}^{(2D)} \omega^2 \zeta_a e^{-kh_c/2} \cos(\omega t + kx) \Big|_{-L/2}^{L/2} = -g A_{33}^{(2D)} k \zeta_a e^{-kh_c/2} \frac{2}{k} \sin(\omega t) \sin\left(\frac{kL}{2}\right).$$

Por fim, a força de excitação F_3 é a soma das duas forças anteriores, ou seja,

$$F_3(t) = \frac{2}{k} \sin\left(\frac{kL}{2}\right) \sin(\omega t) \left[\rho g \zeta_a B e^{-kh_c} - g A_{33}^{(2D)} k \zeta_a e^{-kh_c/2} \right]. \quad (4.15)$$

Para frequências muito baixas, ou seja, quando o número de onda k tende para zero e o comprimento de onda λ é maior face ao flutuador, a parcela $\left(\frac{2}{k} \sin\left(\frac{kL}{2}\right)\right)$ toma o valor L e a segunda parcela correspondente à força de difracção aproxima-se de zero, ou seja, há uma menor perturbação introduzida no escoamento pela presença da estrutura. Isto significa que, neste caso, $F_3 = p_{z=h_c} \times B \times L = p_{z=h_c} \times A_0$, sendo A_0 a área da intersecção da estrutura com o plano da água (*waterplane area*).

Pretende-se agora deduzir a função de transferência do movimento vertical para esta estrutura. A equação de equilíbrio dinâmico para o movimento de translação vertical, considerando o movimento não amortecido ($B_{33} = 0$) e que a origem do referencial se encontra no centro de gravidade da estrutura, é dada por

$$(M + A_{33}) \ddot{\eta}_3 + C_{33} \eta_3 = F_3(t) \quad (4.16)$$

em que C_{33} é o coeficiente de restituição hidrostático para o movimento vertical e é igual a $\rho g A_0$, $M = \rho V$ é a massa da estrutura, η_3 é da forma $\eta_3 = \eta_{3a} \sin(\omega t)$ e $F_3(t)$ é a força de excitação definida em (4.15). Substituindo $\eta_3 = \eta_{3a} \sin(\omega t)$ e $\ddot{\eta}_3$ na equação (4.16), tem-se que

$$[-\omega^2(M + A_{33}) + \rho g A_0] \eta_3 = F_3(t).$$

Substituindo a força $F_3(t)$ nesta equação e simplificando, obtém-se

$$\frac{\eta_{3a}}{\zeta_a} = \frac{\frac{2}{k} \sin\left(\frac{kL}{2}\right) \left(\rho g B e^{-kh_c} - g A_{33}^{(2D)} k e^{-\frac{kh_c}{2}} \right)}{\rho g A_0 \left(1 - \frac{\omega^2(M + A_{33})}{\rho g A_0} \right)}. \quad (4.17)$$

Considerando que $w_n^2 = \frac{\rho g A_0}{M + A_{33}}$, obtém-se a função de transferência para o movimento vertical *heave* que pode ser escrita da seguinte forma

$$H_3(\omega) = \frac{\eta_{3a}}{\zeta_a} = \frac{2}{k} \sin\left(\frac{kL}{2}\right) \frac{\left(\frac{\rho B e^{-kh_c} - A_{33}^{(2D)} k e^{-\frac{kh_c}{2}}}{\rho A_0} \right)}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2},$$

sendo η_{3a} e ζ_a as amplitudes do movimento vertical e da onda, respectivamente.

Considere-se a título ilustrativo uma bóia com a forma de um paralelepípedo de comprimento $L = 200$ m, largura $B = 30$ m e calado $h_c = 15$ m. As ondas são regulares (harmónicas) com comprimento $\lambda = 300$ m e altura $H = 2\zeta = 20$ m. Admite-se que $A_{33}^{(2D)} = 0.8\rho B h_c$ [12]. Este resultado é uma simplificação, pois o coeficiente $A_{33}^{(2D)}$ depende da frequência ω e não é simples de calcular. Pretende-se escrever a equação do movimento vertical devido à acção da onda, conhecidos os parâmetros anteriores. Sabendo que $\lambda = \frac{g}{2\pi} T^2$, tem-se que

$$\begin{aligned} T &= \sqrt{\lambda \frac{2\pi}{g}} = 13.86 \text{ s,} & (\text{período}) \\ k &= \frac{2\pi}{\lambda} = 0.0209 \text{ m}^{-1} & (\text{número de onda}) \quad \text{e} \\ \omega &= \frac{2\pi}{T} = 0.453 \text{ rad s}^{-1} & (\text{frequência angular}). \end{aligned}$$

Substituindo estes valores na equação (4.15), obtém-se

$$F_3 = 1.29 \times 10^9 \sin(\omega t).$$

Da equação de equilíbrio dinâmico (4.16), e considerando a massa $\rho V = \rho B h_c L$, $A_{33} = A_{33}^{(2D)} \times L$ e $\rho = 1025 \text{ kg/m}^3$, obtém-se

$$\eta_3 = 4.9 \sin(\omega t).$$

O coeficiente de amplificação dinâmica $D(\beta, \xi)$ para o movimento vertical *heave* deste exemplo encontra-se representado na Figura 4.7, sendo $\beta = \frac{\omega}{\omega_n}$, $\xi = 0$, pois não há amortecimento, $\omega_n = \sqrt{\frac{\rho g A_0}{M + A_{33}}}$ e $A_0 = B \times L$. Note-se que, não havendo amortecimento, o movimento vertical na frequência de ressonância deveria ser infinito, ou seja, em vez do pico deveria haver uma assíntota vertical do gráfico. Neste caso, tal não acontece devido à discretização adoptada dos pontos do gráfico no programa utilizado.

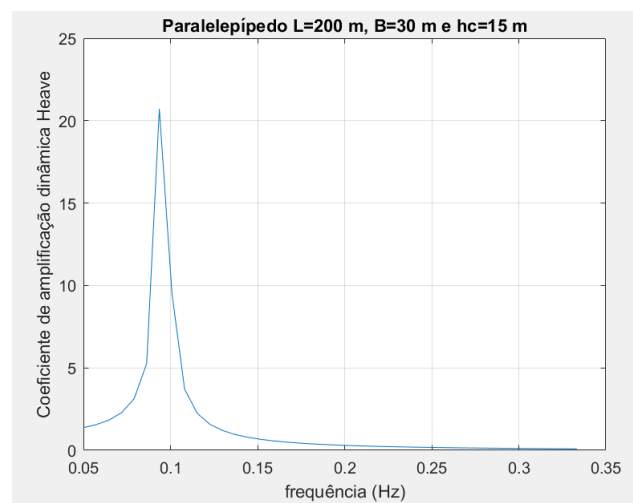


Figura 4.7: Função de transferência para o movimento vertical do flutuador.

Pretende-se também, através deste exemplo, deduzir a função de transferência para o movimento de rotação em torno do eixo y , *pitch*, para o flutuador. Para tal, é necessário obter o momento de excitação

F_5 e a equação do movimento η_5 . A força de excitação em *pitch* é dada pela seguinte expressão [12]:

$$F_5 = - \int_S p(-xn_3) dS - \int_L [(-x)A_{33}^{(2D)} a_3] dx, \quad (4.18)$$

onde a primeira parcela é a força de Froude-Krylov e a segunda parcela é a força de difracção; p é a pressão dinâmica não perturbada e a_3 é a aceleração (Tabela 2.2). A equação de equilíbrio para o movimento de rotação em torno do eixo y (*pitch*) é dada por

$$(I_5 + A_{55})\ddot{\eta}_5 + C_{55}\dot{\eta}_5 = F_5(t), \quad (4.19)$$

onde I_5 é o momento de inércia em *pitch*, A_{55} é a massa adicionada e C_{55} é o coeficiente de restituição. O coeficiente de massa adicionada A_{55} foi calculado da seguinte forma [12]

$$A_{55} = \int_{-L/2}^{L/2} A_{33}^{(2D)} x^2 dx = A_{33}^{(2D)} \frac{L^3}{12},$$

onde se admitiu $A_{33}^{(2D)} = 0, 8\rho B h_c$ para um paralelepípedo [12]. Assumiu-se o valor de I_5 numericamente igual ao valor de A_{55} [12]. Para o cálculo da rigidez em *pitch*, considerou-se o momento em torno do eixo y no centro do flutuador. Este momento F_5 é dado por (ver Figura 4.8)

$$F_5 = \rho g \frac{B}{2} \frac{B}{2} \theta \frac{1}{2} L \frac{2}{3} \frac{B}{2} \times 2,$$

a que corresponde uma rigidez

$$C_{55} = \rho g \frac{B^3}{12} L.$$

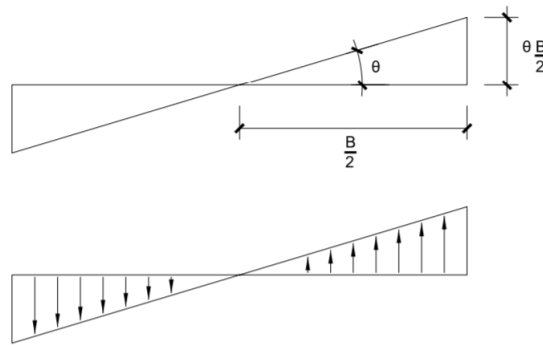


Figura 4.8: Cálculo da rigidez em *pitch*.

O movimento em torno de y , η_5 , é da forma $\eta_5 = \eta_{5a} \cos(\omega t)$ pois não há amortecimento. Sendo assim, $\ddot{\eta}_5 = -\omega^2 \eta_{5a} \cos(\omega t) = -\omega^2 \eta_5$. Por outro lado, substituindo as expressões da aceleração e da pressão dinâmica na equação (4.18), tem-se que

$$\begin{aligned} F_5 &= - \int_{-L/2}^{L/2} [\rho g B \zeta_a e^{kh_c} \sin(\omega t + kx)x] dx + \\ &+ \int_{-L/2}^{L/2} [A_{33}^{(2D)} (-\omega^2 \zeta_a e^{kz_m} \sin(\omega t + kx))x] dx, \end{aligned}$$

onde h_c é o calado do flutuador e z_m é a altura média do flutuador ($z_m = h_c/2$). Relembrando que $\omega^2 = kg$, substituindo estes parâmetros na equação anterior e primitivando por partes $\int [\sin(\omega t + kx)] dx$, obtém-se

$$F_5 = \frac{\rho g}{k} \zeta_a 2B \cos(\omega t) \left(\frac{L}{2} \cos\left(\frac{kL}{2}\right) - \frac{1}{k} \sin\left(\frac{kL}{2}\right) \right) \times \left(e^{-kh_c} - 0, 8kh_c e^{-\frac{kh_c}{2}} \right)$$

ou seja,

$$F_5 = F_{5a} \cos(\omega t),$$

onde

$$F_{5a} = \frac{\rho g}{k} \zeta_a 2B \left(\frac{L}{2} \cos\left(\frac{kL}{2}\right) - \frac{1}{k} \sin\left(\frac{kL}{2}\right) \right) \times \left(e^{-kh_c} - 0, 8kh_c e^{-\frac{kh_c}{2}} \right). \quad (4.20)$$

A equação de equilíbrio dinâmico para o movimento de rotação em torno do eixo y (*pitch*), depois de feita a substituição de η_5 por $\eta_5 = \eta_{5a} \cos(\omega t)$, toma a forma

$$[-(I_5 + A_{55})\omega^2 + C_{55}] \eta_{5a} \cos(\omega t) = F_{5a} \cos(\omega t).$$

Substituindo $I_5 + A_{55}$ e C_{55} nesta equação, obtém-se

$$\left[-2 \times A_{33}^{(2D)} \frac{L^3}{12} \omega^2 + \rho g \frac{B^3}{12} L \right] \eta_{5a} = F_{5a}.$$

Tomando F_{5a} pela expressão dada em (4.20), tem-se que a função de transferência para o movimento de rotação em torno de y (*pitch*) de um flutuador é dada por

$$H_5(\omega) = \frac{\eta_{5a}}{\zeta_a} = \frac{24}{k} \rho g B \frac{\left(\frac{L}{2} \cos\left(\frac{kL}{2}\right) - \frac{1}{k} \sin\left(\frac{kL}{2}\right) \right) \left(e^{-kh_c} - 0, 8kh_c e^{-\frac{kh_c}{2}} \right)}{\rho g B^3 L - 2A_{33}^{(2D)} L^3 \omega^2}. \quad (4.21)$$

Tal como para o movimento vertical *heave*, também se ilustra este exemplo para o momento *pitch* com os valores já utilizados anteriormente ($L = 200$ m, $B = 30$ m, $h_c = 15$ m, $\lambda = 300$ m e $\zeta = 10$ m). Substituindo estes parâmetros na equação (4.18), obtém-se

$$F_5 = -13.6 \times 10^9 \cos(\omega t).$$

Sabendo que

$$\begin{aligned} C_{55} &= 4.52 \times 10^9 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2} \quad \text{e} \\ I_5 + A_{55} &= 2 \times A_{55} = 4.92 \times 10^{11} \text{ kg m}^2, \end{aligned}$$

substituindo estes valores na equação de equilíbrio dinâmico (4.19), obtém-se

$$\eta_5 = -0,15 \cos(\omega t).$$

Conhecida a expressão do movimento η_5 podem agora obter-se as forças de inércia e as forças de radiação que actuam na estrutura.

É também interessante calcular o momento no plano vertical dinâmico no centro do paralelepípedo. Para este momento contribuem as forças de excitação das ondas, as forças de restituição hidrodinâmicas,

as forças hidrodinâmicas de inércia e as forças de inércia.

M_1 é o momento gerado pelas forças de excitação devido à acção da onda e é igual a

$$\begin{aligned} M_1 &= - \int \int_S (px) dx - \int_L \left[(A_{33}^{(2D)} a_3) x \right] dx = \\ M_1 &= - \int_{-B/2}^{B/2} \int_0^{L/2} (px) dx - \int_0^{L/2} \left[A_{33}^{(2D)} (-\omega^2) \zeta_a e^{kz_m} \sin(\omega t + kx) x \right] dx. \end{aligned}$$

Pode verificar-se que a primeira parcela corresponde à força de Froude-Krylov e a segunda parcela corresponde à força de difracção. Efectuando as devidas substituições e calculando os integrais, obtém-se

$$\begin{aligned} M_1 &= \frac{\rho g \zeta_a B}{k} \left\{ e^{-kh_c} - 0, 8kh_c e^{-kh_c/2} \right\} \\ &\times \left\{ \sin \omega t \left[\frac{1}{k} - \frac{1}{k} \cos \left(\frac{kL}{2} \right) - \frac{L}{2} \sin \left(\frac{kL}{2} \right) \right] + \cos \omega t \left[\frac{L}{2} \cos \left(\frac{kL}{2} \right) - \frac{1}{k} \sin \left(\frac{kL}{2} \right) \right] \right\}. \end{aligned}$$

M_2 é a contribuição das forças de restituição. Sabendo que $p_3 = \rho g B \eta_3$ e $p_5 = \rho g B \frac{L}{2} \eta_5$, tem-se que, no centro da barçaça,

$$M_2 = \frac{1}{2} \times p_3 \times \frac{1}{2} \times \frac{L}{2} - p_5 \times \frac{L}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{L}{2}.$$

Simplificando,

$$M_2 = \frac{1}{2} \rho g B \left(\frac{L}{2} \right)^2 \eta_3 - \frac{1}{3} \left(\frac{L}{2} \right)^3 B \rho g \eta_5.$$

M_3 é a contribuição das forças hidrodinâmicas associadas à radiação, ou seja,

$$M_3 = A_{33}^{(2D)} \times \frac{L}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{L}{2} \ddot{\eta}_3 - A_{33}^{(2D)} \times \frac{L}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{L}{2} \times \ddot{\eta}_5 \times \frac{L}{2}$$

ou seja,

$$M_3 = \frac{1}{2} \left(\frac{L}{2} \right)^2 A_{33}^{(2D)} \ddot{\eta}_3 - \frac{1}{3} \left(\frac{L}{2} \right)^3 A_{33}^{(2D)} \ddot{\eta}_5.$$

M_4 é a contribuição das forças de inércia.

$$M_4 = \rho B h_c \times \frac{L}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{L}{2} \times \ddot{\eta}_3 - \frac{1}{2} \rho B h_c \times \frac{L}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{L}{2} \times \frac{L}{2} \times \ddot{\eta}_5$$

e, simplificando,

$$M_4 = \frac{1}{2} \left(\frac{L}{2} \right)^2 \rho B h_c \ddot{\eta}_3 - \frac{1}{3} \left(\frac{L}{2} \right)^3 \rho B h_c \ddot{\eta}_5.$$

O momento flector a meio da barçaça devido às ondas é então dado por

$$MF = M_1 + M_2 + M_3 + M_4 \quad (\text{Nm}).$$

4.3.2 Análise de um semi-submersível sem amortecimento

Um semi-submersível é uma estrutura constituída por uma plataforma rectangular elevada que é suportada por colunas verticais com uma área de intersecção com o plano da água (*waterplane area*), A_0 , mínima [5] (Figura 4.9). As colunas estão ligadas a pontões longitudinais no sentido do movimento, que

podem ser cilíndricos ou rectangulares [5], normalmente estão contraventadas e servem para garantir a rigidez hidrostática da estrutura e também conferem rigidez ao movimento de rotação em torno do eixo y (*pitch*). Os pontões ou flutuadores garantem a flutuabilidade da plataforma e também minimizam os movimentos da plataforma devido à acção das ondas, já que se localizam abaixo da superfície da água, baixando assim o seu centro de flutuação. Estas estruturas estão ancoradas ao fundo do mar, de forma a manter a plataforma posicionada.

Pretende-se determinar a função de transferência para o movimento vertical (*heave*) de um semi-submersível constituído por dois pontões e quatro colunas sujeito à acção de uma onda harmónica segundo a direcção x (Figura 4.9). A plataforma é simétrica em relação aos planos xz e yz e está localizada numa zona de águas profundas.

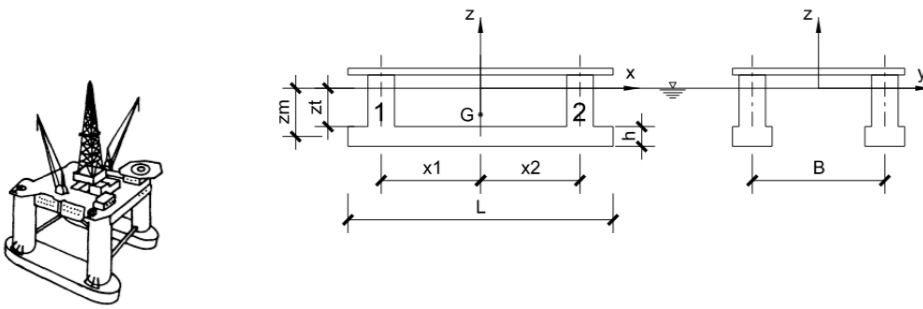


Figura 4.9: Esquema de um semi-submersível com dois pontões e quatro colunas (adaptado de [12]).

A equação do movimento sem amortecimento para o movimento vertical η_3 é dada, de forma semelhante ao flutuador, pela equação (4.16). O referencial adoptado para estabelecer as equações de movimento passa pelo centro de gravidade da estrutura e, desta forma, os movimentos estão desacoplados e o comportamento da estrutura pode ser analisado em cada grau de liberdade individualmente como se de um oscilador de um grau de liberdade independente se tratasse.

Para o cálculo da força de excitação vertical contribuem os pontões e as colunas. Considerando apenas a contribuição dos pontões (segundo a direcção x), tem-se que

$$F_3^p(t) = -\rho g \zeta_a \sin(\omega t) e^{kz_m} \cos\left(\frac{kB}{2}\right) k \left(V_p + \frac{A_{33}}{\rho}\right),$$

sendo B a distância entre os eixos dos pontões e V_p o volume dos pontões (Figura 4.9). Esta força é a soma da força de Froude-Krylov e da força de difracção. Em relação às colunas, a contribuição para a força de excitação vertical é dada pelo produto da pressão dinâmica no centro da secção de cada coluna pela área de cada coluna ($A_0/4$). A expressão da pressão para água profundas encontra-se na Tabela 2.2, sendo as pressões para as colunas que se encontram à esquerda do centro de gravidade G dadas por p_1 e as pressões que se encontram à direita de G dadas por p_2 (Figura 4.9), ou seja,

$$p_1 = \rho g \zeta_a e^{kz_t} \sin(\omega t + kx_1) \quad (4.22)$$

$$p_2 = \rho g \zeta_a e^{kz_t} \sin(\omega t + kx_2) \quad (4.23)$$

onde x_1 é a distância do eixo vertical do referencial à coluna da esquerda, x_2 é a distância do mesmo eixo ao eixo da coluna da direita e z_t é a distância da superfície livre ao topo dos pontões. A parte da força

de excitação vertical que vem da contribuição das quatro colunas é dada por

$$F_3^c(t) = \rho g \zeta_a \sin(\omega t) e^{kz_m} \cos\left(\frac{kB}{2}\right) A_0 e^{k(z_t - z_m)},$$

onde A_0 é a área de intersecção das colunas do semi-submersível com o plano da água (*waterplane area*), z_t e z_m são as coordenadas verticais do topo e do centro geométrico dos pontões, respectivamente (Figura 4.9). A força de excitação total é dada pela soma das duas contribuições anteriores, ou seja,

$$F_3(t) = F_3^p(t) + F_3^c(t) = \rho g \zeta_a \sin(\omega t) e^{kz_m} \cos\left(\frac{kB}{2}\right) \left(A_0 e^{k(z_t - z_m)} - k \left(V_p + \frac{A_{33}}{\rho} \right) \right). \quad (4.24)$$

Na equação (4.24) assume-se que a cota da superfície livre no centro da plataforma é $\zeta = \zeta_a \sin(\omega t)$. Supondo que $k(z_t - z_m)$ é pequeno (λ é grande em relação às dimensões da estrutura), pode aproximar-se a equação (4.24) por

$$F_3(t) = \zeta_a \sin(\omega t) e^{kz_m} \cos\left(\frac{kB}{2}\right) (\rho g A_0 - \omega^2 (\rho V + A_{33}) - \rho \omega^2 A_0 z_m). \quad (4.25)$$

Por analogia com o oscilador de um grau de liberdade, tem-se que, para o movimento vertical

$$\begin{aligned} (-(\rho V + A_{33}) \omega^2 + \rho g A_0) \eta_3 &= F_3(t) \quad \text{e} \\ \eta_3 &= \eta_{3a} \sin(\omega t), \end{aligned}$$

ou seja,

$$\frac{\eta_{3a}}{\zeta_a} = e^{kz_m} \cos\left(\frac{kB}{2}\right) \left(1 - \frac{\frac{\omega^2 z_m}{g}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \right),$$

em que o período natural da estrutura para o movimento vertical é dado por

$$\omega_n = \sqrt{\frac{\rho g A_0}{M + A_{33}}}, \quad (4.26)$$

sendo M a massa total do semi-submersível que se encontra submerso, composto pelos dois pontões e pela massa das quatro colunas submersas. Relembrando que $\omega^2 = kg$, tem-se que a função de transferência para o movimento vertical de um semi-submersível é dada por

$$H_3(\omega) = \frac{\eta_{3a}}{\zeta_a} = e^{kz_m} \cos\left(\frac{kB}{2}\right) \left(1 - \frac{kz_m}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \right). \quad (4.27)$$

A equação (4.27) tem um gráfico semelhante ao da Figura 4.10, onde se apresentam várias funções de transferência para o movimento vertical para diferentes períodos. Analisando a figura, pode verificar-se que quando o período da onda se aproxima do período natural da estrutura, o movimento vertical tende para infinito, tendo o gráfico uma assíntota vertical neste ponto no caso de não haver amortecimento. No caso do período da onda ser muito elevado, a amplitude do movimento vertical η_3 é igual à amplitude da onda ζ_a e o submersível oscila em fase com a elevação da onda, ou seja, tende para o equilíbrio hidrostático, semelhante ao caso do flutuador paralelepípedo 4.3.1. Para períodos mais pequenos, o valor de $H_3(\omega)$ tende para zero. Neste caso, as ondas têm comprimento reduzido e só existem pequenos movimentos verticais do semi-submersível, comportando-se a estrutura quase como se estivesse fixa.

De forma a minimizar os movimentos verticais, a equação (4.27) é um bom ponto de partida para a concepção e pré-dimensionamento de semi-submersíveis. Na prática, os semi-submersíveis são dimensionados para terem períodos naturais acima dos 20 s no modo de translação vertical (ver Tabela 4.2), de forma a que a energia das ondas não seja suficiente para excitar as oscilações verticais de ressonância [12]. Com efeito, embora dependa da localização geográfica, as ondas têm maior energia entre os 2 s e os 12 s.

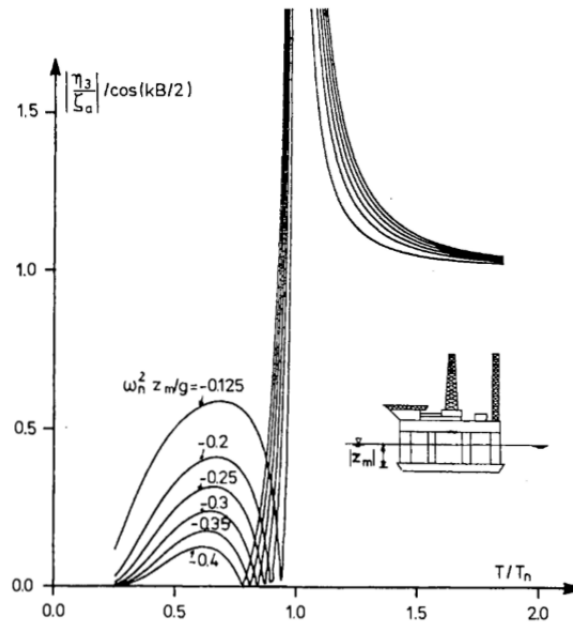


Figura 4.10: Função de transferência em *heave* para o semi-submersível [12].

Existe também um fenómeno característico das plataformas semi-submersíveis com amortecimento, o período de cancelamento, que ocorre quando as forças verticais nos dois lados das colunas do semi-submersível são contrárias, anulando os movimentos verticais da plataforma (Figura 4.11).

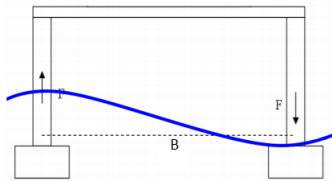


Figura 4.11: Período de cancelamento no semi-submersível.

Ilustra-se com um exemplo concreto de um semi-submersível representado na Figura 4.12, constituído por dois pontões rectangulares e por quatro colunas verticais circulares. Aplica-se a teoria linear e as ondas são harmónicas de amplitude $\zeta_a = 1$ m e de período $T = 10$ s e propagam-se ao longo do eixo negativo dos x . As dimensões são $L = 100$ m, $B = 50$ m, os pontões têm uma secção de 15×7 m², o diâmetro da secção das colunas é de 10 m, o calado da estrutura é de 22 m, e a distância da origem do referencial aos dois pontões é de 37,5 m ($x_1 = -37,5$ m e $x_2 = 37,5$ m); $z_t = -15$ m e $z_m = -18,5$ m, sendo z_t e z_m as coordenadas verticais do topo e do centro geométrico dos pontões, respectivamente. A

plataforma está ancorada em águas profundas e assume-se que o sistema de ancoragem não tem influência nos movimentos. O efeito do amortecimento é desprezado.

Pretende-se obter as equações dos movimentos de translação vertical (*heave*) e do movimento de rotação em torno do eixo y (*pitch*) no centro de gravidade G da plataforma. Para tal é necessário calcular a força de excitação F_3 e o momento de excitação F_5 .

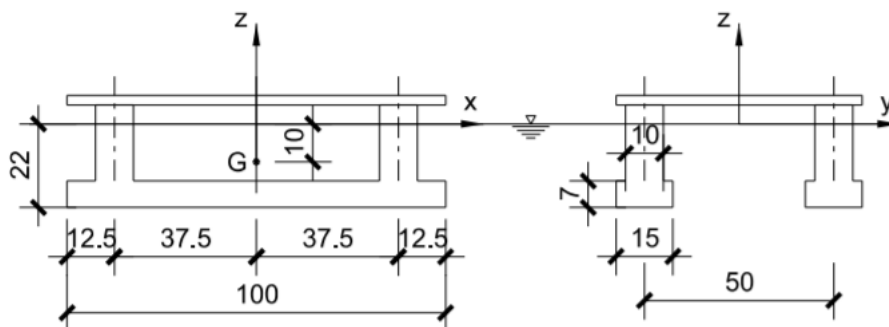


Figura 4.12: Semi-submersível. As dimensões estão em metros e G é o centro de gravidade [12].

Devido à simetria da parte submersa da plataforma, é possível demonstrar que os termos A_{35} , A_{53} , C_{35} e C_{53} são iguais a zero [12].

Trata-se de um problema idêntico ao caso do flutuador com a forma de um paralelepípedo analisado na secção anterior (4.3.1) e a equação de equilíbrio dinâmico genérica é dada pela mesma equação (4.16). É de notar que o centro do referencial se encontra no eixo de simetria do semi-submersível, estando deste modo os movimentos nos vários graus de liberdade desacoplados.

Assume-se $A_{33} = 2LA_{33}^{(2D)}$ [12], onde L é o comprimento de um pontão e $A_{33}^{(2D)}$ é a massa adicionada bidimensional para o movimento vertical de um pontão, tal como no caso do paralelepípedo (Secção 4.3.1). Considera-se como aproximação para a massa adicionada no modo de translação vertical $A_{33}^{(2D)} = 2.3\rho A_p$ [12], em que A_p é a área da secção de um pontão. Tem-se que

$$\rho V + A_{33} = \rho(2LA_p + |z_t|A_0) + 2 \times 2.3\rho A_p L,$$

em que ρLA_p é a massa de um pontão, $\rho|z_t|A_0$ é a massa das quatro colunas e $|z_t|$ é a altura de uma coluna submersa desde o topo do pontão até à superfície livre da água. Substituindo pelos valores $\rho = 1025 \text{ kg/m}^3$, $L = 100 \text{ m}$, $A_p = 15 \times 7 \text{ m}^2$, $A_0 = \pi \times 5^2 \times 4 \text{ m}^2$ e $|z_t| = 15 \text{ m}$, obtém-se

$$\rho V + A_{33} = 7.59 \times 10^7 \text{ kg}.$$

O coeficiente de restituição hidrostático para o movimento vertical é

$$C_{33} = \rho g A_0 = 3.16 \times 10^6 \text{ kg s}^2. \quad (4.28)$$

Para a força de excitação vertical contribuem os dois pontões e as quatro colunas. No caso dos pontões, pode fazer-se uma analogia com o paralelepípedo estudado na Secção 4.3.1. Como se encontram totalmente submersos, a força de Froude-Krylov pode ser calculada através da expressão (4.2) e tem-se

que

$$F_3^p = 2 \int_{-L/2}^{L/2} [(\rho A + 2.3\rho A) a_3] dx, \quad (4.29)$$

sendo a_3 a aceleração de uma partícula de água em águas profundas que se encontra na Tabela 2.2 e é dada por

$$a_3 = -\omega^2 \zeta_a e^{kz_m} \sin(\omega t + kx), \quad (4.30)$$

em que $z_m = -22 + 3.5 = -18.5$ m. Em relação às colunas, a contribuição para a força de excitação vertical é dada pelas equações (4.22) e (4.23), ou seja,

$$\begin{aligned} p_1 &= \rho g \zeta_a e^{kz_t} \sin(\omega t + kx_1) & \text{e} \\ p_2 &= \rho g \zeta_a e^{kz_t} \sin(\omega t + kx_2) \end{aligned}$$

onde x_1 é a distância do eixo vertical do referencial à coluna da esquerda, $x_1 = -37.5$ m, x_2 é a distância do mesmo eixo ao eixo da coluna da direita e $x_2 = 37.5$ m; z_t é a distância da superfície livre ao topo dos pontões ($z_t = -22 + 7 = -15$ m).

Substituindo na equação (4.29) os valores de $L = 100$ m, $\rho V + A_{33} = \rho A_p + 2.3\rho A_p$, a_3 pela expressão (4.30) e calculando o integral, verifica-se que a contribuição dos pontões para a força vertical é

$$F_3^p = -6.6\rho A\omega^2 \zeta_a e^{kz_m} \frac{2}{k} \sin(\omega t) \sin \frac{kL}{2}.$$

A contribuição das colunas para a força de excitação, tendo em consideração que $x_1 = -x_2$, é dada por

$$F_3^c = \frac{A_0}{2}(p_A + p_B) = \frac{A_0}{2} (\rho g \zeta_a e^{kz_t} 2 \sin(\omega t) \cos(kx_1)).$$

Somando as duas parcelas e substituindo pelos valores acima indicados, obtém-se

$$F_3 = F_3^p + F_3^c = -5.9 \times 10^6 \sin(\omega t) \quad (\text{N}).$$

Considerando a equação do movimento de translação vertical sem amortecimento (*heave*) (4.16) e conhecidos os valores de $(\rho V + A_{33})$ e de C_{33} (4.28) e substituindo estes valores na equação (4.16), obtém-se

$$\eta_3 = 0.2 \sin(\omega t).$$

Conhecida a força de translação vertical e o movimento vertical, pode usar-se a equação (4.27) para determinar a respectiva função de transferência. Esta encontra-se representada na Figura 4.13. A frequência natural da estrutura para o modo de translação vertical é dada pela expressão (4.26)

$$w_n = \sqrt{\frac{\rho g A_0}{M + A_{33}}}.$$

A rigidez vertical é conferida pelas colunas, sendo A_0 a área total das quatro colunas e a massa do semi-submersível (M) dada pela massa dos dois pontões e pela massa das quatro colunas submersas. Obteve-se uma frequência natural $\omega_n = 0.2$ rad/s. Analisando a Figura 4.13, pode verificar-se que o gráfico da função de transferência para o movimento vertical tem precisamente uma assíntota vertical quando $w_n = 0.2$ rad/s, ou seja, e lembrando que se trata de um exemplo em que não há amortecimento, o movimento para esta frequência é demasiado elevado, tal como seria de esperar. Neste caso, também

não se verifica o período de cancelamento, uma vez que não se está a considerar o amortecimento da estrutura.

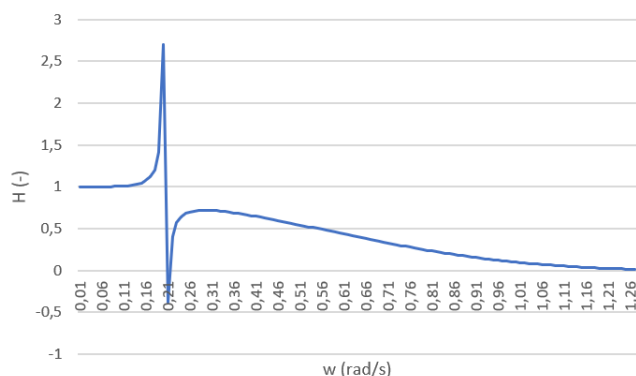


Figura 4.13: Função de transferência para o movimento vertical (*heave*) do semi-submersível.

Pretende-se estudar o movimento de rotação em torno do eixo y (*pitch*) da mesma estrutura. A equação de equilíbrio dinâmico para este movimento para uma estrutura sem amortecimento é dada por (4.19). Tal como no caso do paralelepípedo (Secção 4.3.1), também se adoptou $I_5 = A_{55}$ [12]. Para se obter esta equação (4.19) é necessário primeiro determinar os coeficientes A_{55} e C_{55} e I_5 , que já se referiu ser numericamente igual a A_{55} . No entanto, no caso do semi-submersível, A_{55} tem também agora uma parcela associada às colunas.

Para o cálculo do coeficiente A_{55} , considere-se uma faixa de comprimento dx dos pontões que está sujeita a uma aceleração vertical, $x\ddot{\eta}_5$, devido à oscilação forçada em torno do eixo y (*pitch*). Isto cria uma força vertical, $A_{33}^{(2D)} x\ddot{\eta}_5 dx$ na faixa, o que volta a provocar um momento *pitch* num eixo paralelo ao eixo dos y ao longo do centro de gravidade. A contribuição total dos pontões para o momento *pitch* é então dada por

$$- 2 \int_{-L/2}^{L/2} \left(x^2 A_{33}^{(2D)} \right) dx \ddot{\eta}_5. \quad (4.31)$$

Considerando a contribuição das colunas, considere-se uma faixa de comprimento dz numa das colunas sujeita a uma oscilação horizontal $(z + 10)\ddot{\eta}_5$ devido ao movimento de rotação *pitch* forçado. Isto cria uma força horizontal

$$- A_{11}^{(2D)} (z + 10) \ddot{\eta}_5, \quad (4.32)$$

onde $z = -10$ é a distância vertical do centro de gravidade G à superfície livre. Esta força provoca um momento de rotação em torno do eixo y (*pitch*), que corresponde à contribuição das colunas. Pode escrever-se A_{55} como a soma da contribuição dos pontões com a contribuição das colunas, ou seja,

$$A_{55} = 2 \int_{-L/2}^{L/2} A_{33}^{(2D)} x^2 dx + 4 \int_{z_t}^0 A_{11}^{(2D)} (z + 10)^2 dz \quad (4.33)$$

em que $A_{11}^{(2D)} = \rho \pi r^2$, tal como foi demonstrado no Capítulo 3 para o cálculo da massa adicionada para o movimento de translação segundo o eixo x .

Está-se em condições de substituir todos os valores já anteriormente definidos na equação (5.4(a)), obtendo-se

$$A_{55} = 4.1 \times 10^{10} \text{ kg m}^2.$$

Para o cálculo do coeficiente de restituição hidrostático C_{55} , considera-se o momento no centro do pontão,

$$M_p = \rho g \times \frac{1}{2} \times \frac{B}{2} \times \frac{B}{2} \times \theta \times L \times \frac{2}{3} \times \frac{B}{2} \times 2.$$

Substituindo pelos valores já conhecidos, obtém-se a rigidez em *pitch*, C_{55} , que é igual a $2.8 \times 10^9 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2}$.

Pode agora escrever-se o momento de rotação em torno do eixo y devido à acção da onda

$$\begin{aligned} F_5 &= \int_{-L/2}^{L/2} 6.6\rho A\omega^2\zeta_a e^{kz_m} \sin(\omega t + kx) x dx \\ &\quad - x_1 \frac{A_0}{2} \rho g \zeta_a e^{kz_t} \sin(\omega t + kx_1) \\ &\quad - x_2 \frac{A_0}{2} \rho g \zeta_a e^{kz_t} \sin(\omega t + kx_2) \\ &\quad - 2 \int_{z_t}^0 (z + 10)(0.25\rho A_0 + A_{11}^{(2D)}) \omega^2 \zeta_a e^{kz} \cos(\omega t + kx_1) dz \\ &\quad - 2 \int_{z_t}^0 (z + 10)(0.25\rho A_0 + A_{11}^{(2D)}) \omega^2 \zeta_a e^{kz} \cos(\omega t + kx_2) dz. \end{aligned}$$

Os dois últimos termos são a contribuição para o momento de excitação das ondas das forças horizontais nas colunas. Desprezando os dois últimos termos e substituindo os valores respectivos nas três primeiras parcelas, obtém-se

$$F_5 = 2.3 \times 10^8 \cos(\omega t) \quad (\text{Nm}).$$

Da equação de equilíbrio dinâmico $(I_5 + A_{55})\ddot{\eta}_5 + C_{55}\dot{\eta}_5 = F_5(t)$, pode deduzir-se o movimento de rotação *pitch*

$$\eta_5 = -0.008 \cos(\omega t) \quad (\text{rad}).$$

Tendo as equações do movimento η_5 e da força F_5 , é agora relativamente simples determinar a função de transferência para o momento *pitch*. Basta fazer o quociente entre a amplitude do movimento, η_{5a} , e a amplitude da onda, ζ_a ,

$$H_5(\omega) = \frac{\eta_{5a}}{\zeta_a} = \frac{6,6\rho A\omega^2 e^{kz_m} \left(-\frac{L}{K} \cos \frac{kL}{2} + \frac{2}{k^2} \sin \frac{kL}{2} \right) - x_2 A_0 \rho g e^{kz_t} \sin(kx_2)}{-\omega^2(I_5 + A_{55}) + C_{55}}. \quad (4.34)$$

Encontra-se representada na Figura 4.14 a função de transferência $H_5(\omega)$ (4.34), depois de feitas as devidas substituições já indicadas anteriormente.

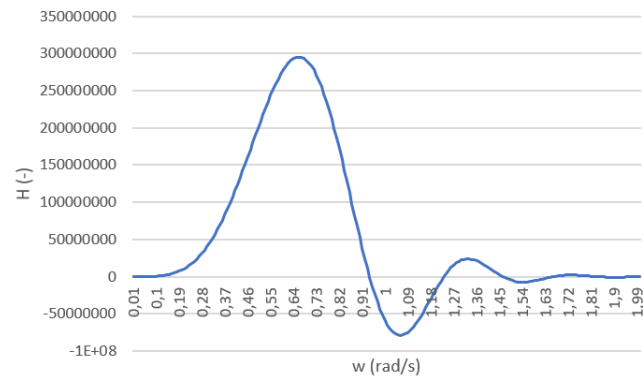


Figura 4.14: Função de transferência para o movimento de rotação em torno do eixo y (*pitch*) do semi-submersível.

4.3.3 Análise de uma TLP sem amortecimento

Uma TLP (*Tension Leg Platform*) é uma estrutura flutuante ancorada verticalmente ao fundo do mar com cabos pré-tensionados por efeito da impulsão hidrostática (Figura 4.15). Numa TLP, os movimentos horizontais de translação *surge* e *sway*, assim como o movimento de rotação horizontal *yaw*, são permitidos (apesar de haver alguma rigidez no modo de translação horizontal *surge* devido à componente horizontal da tensão nos cabos), mas o movimento vertical de translação *heave*, assim como os de rotação *pitch* e *roll*, estão restringidos elasticamente. A principal diferença em relação ao semi-submersível está precisamente relacionada com a restrição destes movimentos.

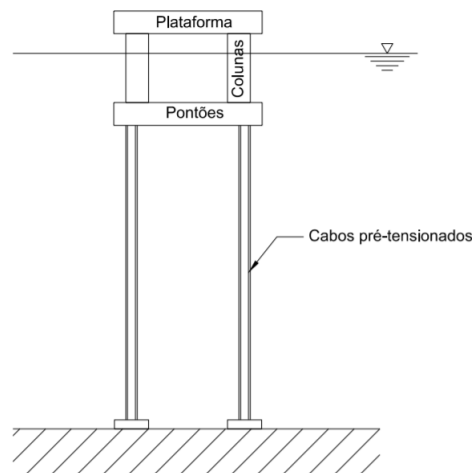


Figura 4.15: Esquema de uma TLP.

Para analisar o comportamento da TLP, considera-se isoladamente a contribuição dos pontões e das colunas. Os pontões que se encontram segundo a direção x com a forma de paralelepípedos são equivalentes quer ao flutuador analisado na Secção 4.3.1 - mas encontrando-se totalmente submersos no caso da TLP -, quer aos pontões do semi-submersível (Secção 4.3.2). As colunas circulares foram também alvo de análise no semi-submersível (Secção 4.3.2). Os pontões contribuem principalmente para

a flutuabilidade da estrutura e as colunas conferem rigidez à mesma.

A estrutura é simétrica e o referencial encontra-se alinhado com o eixo de simetria da TLP.

Considere-se a força de excitação vertical $F_3(t)$ numa TLP sujeita à acção de uma onda e que o comprimento de onda é muito maior do que as dimensões da estrutura ($\lambda \gg D$) (Figura 4.16). As ondas são harmónicas e admite-se que neste caso se propagam no sentido positivo do eixo x . Trata-se de uma análise semelhante à que foi feita para o caso do semi-submersível (Secção 4.3.2). A principal contribuição para $F_3(t)$ deve-se à força de pressão hidrodinâmica nos pontões. A força de excitação vertical num elemento de um pontão de comprimento ds que se encontra suficientemente afastado das colunas é dada por

$$F_3 = \left(\rho A_p + A_{33}^{(2D)} \right) ds a_3, \quad (4.35)$$

onde A_p é a área da secção dos pontões, $A_{33}^{(2D)}$ é a massa adicionada bidimensional em *heave* num fluido infinito e a_3 é a aceleração vertical não perturbada do fluido no centro geométrico da secção. O primeiro termo representa a força de Froude-Krylov ($\rho A_p ds a_3$) e o segundo termo a força de difracção ($A_{33}^{(2D)} ds a_3$). Ao utilizar (4.35), assume-se que o comprimento de onda é grande em relação às dimensões da secção e que esta se encontra totalmente submersa de forma a que toda a secção se encontre molhada e, neste caso, a força de Froude-Krylov é dada por (4.2). Se esta condição não for satisfeita, a contribuição da força de Froude-Krylov obtém-se através da integração da pressão não perturbada p (equação (4.4)) [5].

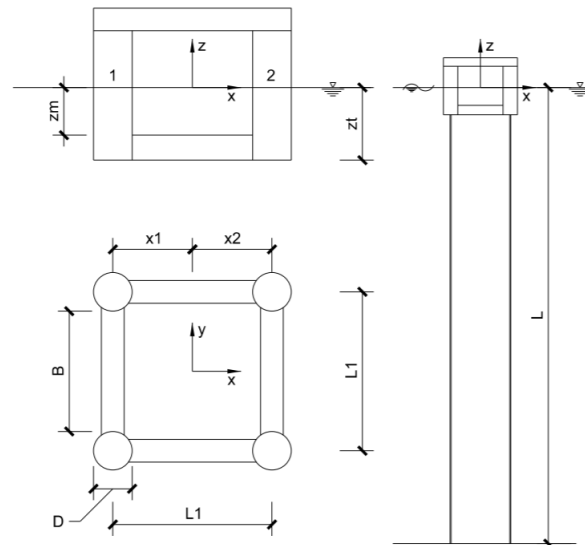


Figura 4.16: *Tension leg platform* - TLP.

As expressões de a_3 e p para águas profundas encontram-se definidas no Capítulo 2 na Tabela 2.2 e são dadas por

$$\begin{aligned} a_3 &= -\omega^2 \zeta_a e^{kz} \sin(\omega t - kx) \quad e \\ p &= \rho g \zeta_a e^{kz} \sin(\omega t - kx). \end{aligned}$$

Tem-se que, nos pontões orientados segundo a direcção x , a contribuição vertical para a força é dada pela

soma da força de Froude-Krylov com a força de difracção, sendo o resultado dado por

$$F_3^p = -\omega^2 \zeta_a e^{kz_m} 2(\rho A_p + A_{33}^{(2D)}) \int_{-B/2}^{B/2} \sin(\omega t - kx) dx,$$

onde

$$\int_{-B/2}^{B/2} \sin(\omega t - kx) dx = \frac{2}{k} \sin(\omega t) \sin\left(\frac{kB}{2}\right)$$

e z_m é a coordenada vertical do centro geométrico da área da secção do pontão, B é o comprimento de um pontão e L_1 é a distância entre os centros de duas colunas (Figura 4.16).

Nos pontões orientados segundo a direcção y , a contribuição para a força vertical também é dada pela soma da força de Froude-Krylov com a força de difracção, sendo o seu resultado igual a

$$\begin{aligned} F_3^y &= -\omega^2 \zeta_a e^{kz_m} (\rho A_p + A_{33}^{(2D)}) B \left(\sin\left(\omega t - \frac{kL_1}{2}\right) + \sin\left(\omega t + \frac{kL_1}{2}\right) \right) \\ &= -\omega^2 \zeta_a e^{kz_m} (\rho A_p + A_{33}^{(2D)}) 2B \sin(\omega t) \cos\left(\frac{kL_1}{2}\right), \end{aligned}$$

sendo L_1 a distância entre os centros das duas colunas (Figura 4.16). Reforça-se que, no cálculo da força de Froude-Krylov nos pontões, foi tido em consideração que estes se encontram totalmente submersos e pôde assim ser utilizada a simplificação dada por (4.2).

Considerando apenas a força de Froude-Krylov nas colunas [12] esta é dada por

$$F_3^c = \rho g \zeta_a e^{kz_B} \sin(\omega t) A_0 \cos\left(\frac{kL_1}{2}\right),$$

onde z_B é a coordenada vertical da base dos pontões e A_0 é a área total da intersecção das colunas com o plano da água - *waterplane area*. Neste caso, para o cálculo da força de Froude-Krylov, teve que se integrar a pressão não perturbada ao longo da superfície molhada das colunas, já que estas não se encontram totalmente submersas. A força de excitação total F_3 é dada pela soma das contribuições dos pontões segundo a direcção x , dos pontões que estão segundo a direcção y e da contribuição das quatro colunas, ou seja,

$$\begin{aligned} F_3(t) &= F_3^x + F_3^y + F_3^c \\ F_3(t) &= \rho g \zeta_a e^{kz_m} \sin(\omega t) \left[- \left(4 \sin\left(\frac{kB}{2}\right) + 2kB \cos\left(\frac{kL_1}{2}\right) \right) \right. \\ &\quad \left. \times \left(A_p + \frac{A_{33}^{(2D)}}{\rho} \right) + A_0 e^{k(z_B - z_m)} \cos\left(\frac{kL_1}{2}\right) \right]. \end{aligned}$$

A explicação do cálculo de $A_{33}^{(2D)}$ é equivalente à do exemplo do semi-submersível, analisado na Secção anterior (4.3.2). Em rigor, deveria ser introduzida uma correcção à massa adicionada devido à presença das colunas, mas por não ser possível fazê-lo de uma maneira simples, desprezou-se este efeito [12]. Para determinar A_{33} calcula-se a massa adicionada para uma faixa de pontão, que depois é integrada ao longo do comprimento do mesmo.

A força de excitação pode ser nula para determinadas frequências. Para grandes comprimentos de onda, isto acontece quando a força de excitação das colunas (F_3^c) cancela a contribuição para a força de excitação vinda dos pontões ($F_3^x + F_3^y$) e, neste caso, tem-se que $F_3(t) = 0$.

A função de transferência para o movimento de translação vertical (*heave*) da TLP pode deduzir-se considerando a equação de equilíbrio dinâmico para o mesmo movimento dada por (4.16) e com coeficiente de rigidez $C_{33} = \frac{EA}{L}$, sendo A a área dos cabos pré-tensionados e L o comprimento dos mesmos. A rigidez vertical da estrutura é conferida pelos cabos pré-tensionados, sendo a rigidez hidrostática desprezável. A função de transferência para o movimento de translação vertical é dada por

$$\begin{aligned} H_3(\omega) &= \frac{\eta_{3a}}{\zeta_a} = \\ &= \rho g e^{kz_m} \frac{\left[- \left(4 \sin \left(\frac{kB}{2} \right) + 2kB \cos \left(\frac{kL_1}{2} \right) \right) \times \left(A_p + \frac{A_{33}^{(2D)}}{\rho} \right) \right]}{-\omega^2(M + A_{33}) + \frac{EA}{L}} + \\ &\quad + \frac{A_0 e^{k(z_B - z_m)} \cos \left(\frac{kL_1}{2} \right)}{-\omega^2(M + A_{33}) + \frac{EA}{L}}, \end{aligned}$$

sendo M a massa submersa da estrutura. Pretende-se estudar o movimento de rotação em torno do eixo y (*pitch*). Para tal, começa-se por avaliar o momento em torno de y , F_5 . Desprezando o amortecimento, este momento é a soma das contribuições dos pontões que se encontram segundo a direcção x , dos pontões segundo a direcção y e também da contribuição das quatro colunas. Este momento, para cada elemento, é a soma das forças generalizadas de Froude-Krylov e das forças generalizadas de difracção e, em termos gerais, é dado pela equação (4.18). Mais uma vez, no cálculo da contribuição das forças generalizadas de Froude-Krylov nos pontões, pôde utilizar-se a equação 4.2, pois estes encontram-se totalmente submersos.

A contribuição para o momento F_5 dos pontões que estão segundo a direcção x é dada por

$$F_5^x = \int_{-B/2}^{B/2} \left[\left(\frac{\rho V}{\rho} + A_{33}^{(2D)} \right) \omega^2 \zeta_a e^{kz_m} \sin(\omega t - kx) x \right] dx$$

e a contribuição dos pontões que estão segundo a direcção y para o momento *pitch* F_5 é dada por

$$F_5^y = \int_{-L_1/2}^{L_1/2} g \zeta_a e^{kz_m} \left(\rho A_p + A_{33}^{(2D)} \right) \int \cos(\omega t - kx) dx.$$

A contribuição das colunas, tal como no semi-submersível (Secção 4.3.2), é dada por

$$\begin{aligned} -p_1 \frac{A_0}{2} x_1 &\quad (\text{colunas à esquerda de G}) \text{ e} \\ -p_2 \frac{A_0}{2} x_2 &\quad (\text{colunas à direita de G}) \end{aligned}$$

onde $p = \rho g \zeta_a e^{kz_i} \sin(\omega t - kx)$, sendo $x = x_1$ a distância ao centro de gravidade G das duas colunas à sua esquerda e $x = x_2$ a distância de G às duas colunas que se encontram do lado direito (Figura 4.16).

Sendo assim, e mais uma vez desprezando as forças horizontais nas colunas [12], o momento *pitch* de excitação da onda é dado pela soma de todas as contribuições anteriores - pontões e colunas -, ou seja,

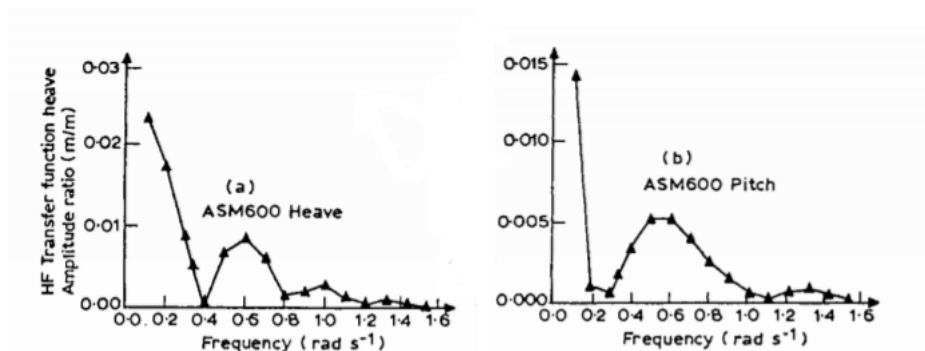
$$\begin{aligned}
F_5 &= F_5^x + F_5^y + F_5^c \\
F_5 &= \int_{-B/2}^{B/2} \left(\frac{\rho V}{\rho} + A_{33}^{(2D)} \right) \omega^2 \zeta_a e^{kz_m} \sin(\omega t - kx) x dx \\
&+ \int_{-L_1/2}^{L_1/2} g \zeta_a e^{kz_m} \left(\rho A_p + A_{33}^{(2D)} \right) \int \cos(\omega t - kx) dx \\
&- x_1 \frac{A_0}{2} \rho g \zeta_a e^{kz_t} \sin(\omega t - kx_1) \\
&- x_2 \frac{A_0}{2} \rho g \zeta_a e^{kz_t} \sin(\omega t - kx_2).
\end{aligned}$$

Considere-se a equação genérica de equilíbrio dinâmico para o movimento de rotação em torno do eixo y (*pitch*) sem amortecimento, dada por (4.19). Conhecido o momento F_5 pode determinar-se a função de transferência para o movimento de rotação em torno do eixo y , que pode ser escrita da seguinte forma

$$H_5(\omega) = \frac{\eta_{5a}}{\zeta_a} = \frac{F_5}{\zeta_a \sin(\omega t) (-\omega^2(I_5 + A_{55}) + C'_{55})}.$$

Os coeficientes A_{55} e I_5 calculam-se de forma semelhante ao que foi feito na secção anterior no semi-submersível (Secção 4.3.2).

Apresentam-se na Figura 4.17 funções de transferência genéricas de uma TLP para o movimento de translação vertical (*heave*) e para o movimento de rotação em torno de y (*pitch*). Neste caso verifica-se que o movimento vertical da plataforma é nulo para as frequências $\omega = 0.4$ rad/s e $\omega = 0.6$ (rad/s) e que o movimento de rotação em torno do eixo y também é nulo para uma frequência de 0.3 rad/s (Figura 4.17(a)). Este fenómeno acontece quando a força de excitação vertical é nula, ou seja, quando a contribuição para a força de excitação proveniente das colunas cancela a contribuição para a força de excitação vinda dos pontões.



(a) Função de transferência para o movimento vertical de uma TLP. (b) Função de transferência para o movimento de rotação em torno do eixo y .

Figura 4.17: Movimentos verticais e de rotação de uma TLP (adaptado de [12]).

Ilustra-se com um exemplo numérico simples o comportamento de uma TLP composta por quatro pontões submersos, quatro colunas e quatro cabos pré-tensionados. A estrutura é simétrica, estando a origem do referencial no eixo de simetria da estrutura e coincidindo com a superfície livre. Esta estrutura foi modelada no programa Usfos e, por simplicidade nos cálculos, considerou-se a massa total da estrutura

concentrada nos oito nós de intersecção entre os pontões e as colunas (Figura 4.18). Os pontões submersos têm dimensões $10 \times 8 \times 80 \text{ m}^3$ e as colunas têm um diâmetro $D = 20 \text{ m}$, tendo a parte submersa uma altura de 30 m . Os cabos pré-tensionados têm um comprimento $L = 170 \text{ m}$. Tal como referido, admite-se que a massa total está concentrada nos nós de intersecção das colunas com os pontões, sendo este valor igual a $3.2 \times 10^6 \text{ kg}$ em cada um dos quatro nós superiores e 8×10^6 em cada um dos quatro nós inferiores.

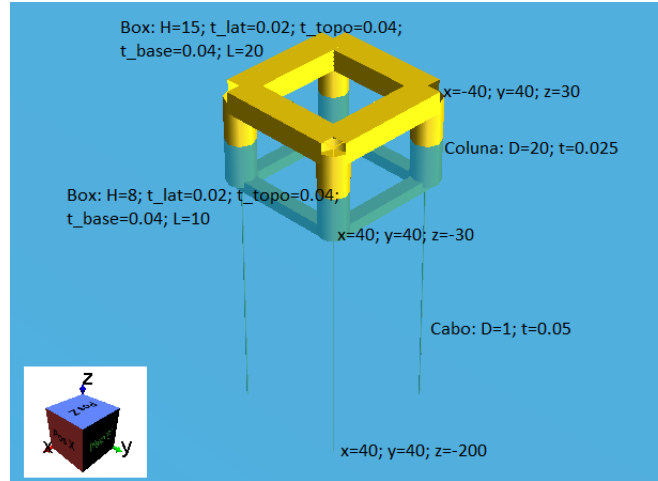


Figura 4.18: TLP modelada no Usfos. As medidas estão em metros.

Supondo que a estrutura não está ancorada ao fundo do mar, pretende-se saber qual seria a altura H a que esta se encontraria a flutuar, sendo H a altura da base do cilindro submersa até à superfície da água. A estrutura encontra-se a flutuar quando o peso de líquido deslocado é igual ao peso da estrutura. O peso da estrutura é dado pelas massas concentradas nos nós, ou seja,

$$P = 4 \times 3.2 \times 10^6 + 4 \times 8 \times 10^6 \times 9.8 = 43.9 \times 10^7 \text{ (N)}.$$

O peso de líquido deslocado é dado pelo peso dos pontões submersos e pelo peso da parte submersa dos quatro cilindros:

$$I = \left[10 \times 8 \times 80 \times 4 + \frac{\pi \times 20^2}{4} \times 4 \times H \right] \times 1025 \times 9.8 \text{ (N)},$$

sendo H a altura submersa dos cilindros. Igualando as duas expressões ($P = I$) e resolvendo em ordem a H tem-se que, em equilíbrio, a estrutura teria um calado de $H = 14.4 \text{ m}$.

Supondo agora que os cabos da TLP estão tensionados, obtendo-se deste modo um calado $H = 30 \text{ m}$. Para esta altura, a força nos cabos pré-tensionados é dada pela diferença entre o peso da estrutura e a força de impulsão. Para o cálculo da força de impulsão é necessário calcular o volume submerso da estrutura igual à soma do volume dos pontões e do volume das colunas que se encontram submersas. Tem-se que

$$V_s = [4 \times (8 \times 10 \times 80) + 4 \times (\pi \times 10^2 \times 30)] \text{ m}^3 = 63299.1 \text{ m}^3.$$

A primeira parcela diz respeito ao volume dos pontões e a segunda parcela ao volume das quatro colunas. A força em cada cabo, T_0 , é dada por

$$4 \times T_0 = I - G,$$

sendo I a força de impulsão e G o peso da estrutura. Tem-se então que a força em cada cabo é dada por

$$\begin{aligned} T_0 &= \frac{1}{4} (\rho g V_s - G) = \frac{1}{4} [1025 \times 9.81 \times 63299.1 - (4 \times (3200000 + 8000000)) \times 9.81] = \\ &= 49 \times 10^6 \text{ N.} \end{aligned}$$

Foram calculados os períodos naturais da estrutura para o movimento vertical (*heave*) e para o movimento de translação horizontal (*surge*). Note-se que a TLP possui alguma rigidez associada ao modo de translação horizontal (*surge*) devido à componente horizontal da tensão nos cabos (Anexo 1). Para o movimento de translação horizontal *surge* tem-se que a massa da estrutura é $M = 44.8 \times 10^6$ kg e que a rigidez nesta direcção é dada por $K = 4 \frac{T_0}{L} = 4 \times \frac{49.2 \times 10^6}{170} = 1,15 \times 10^6$ N/m, sendo esta rigidez dada pela componente horizontal da tensão nos cabos. Para o cálculo da massa adicionada, A_{11} , desprezaram-se os elementos com eixo paralelo à direcção do movimento, eixo x : $A_{11} = 1.0 \times \rho V = 1025 \times (4 \times (\pi \times 10^2 \times 30) + 2 \times (8 \times 10 \times 80)) = 51.7 \times 10^6$ kg. O período natural para o movimento horizontal *surge* é igual a $T_n = 2\pi \sqrt{\frac{(M+A_{11})}{K}} = 57.5$ s. Comparando com os valores da Tabela 4.2 pode verificar-se que neste caso o período natural para o movimento horizontal desta estrutura se encontra um pouco abaixo dos valores típicos para uma TLP (que costuma ser acima de 100 s).

Para o movimento vertical *heave* o procedimento é o mesmo, sendo a rigidez vertical agora dada por $K = 4 \frac{EA}{L} = 4 \frac{2.1 \times 10^{11} \times \pi (0.5^2 - 0.45^2)}{170} = 737.3 \times 10^6$ N/m. A massa adicionada, A_{33} , é calculada desprezando os elementos com eixo paralelo ao eixo do movimento, eixo z : $A_{33} = 1.0 \times \rho \times V = 1025 \times 4 \times (8 \times 10 \times 80) = 26.6 \times 10^6$ kg. O período natural para o movimento vertical *heave* é dado por $T_n = 2\pi \sqrt{\frac{(M+A_{33})}{K}} = 1.9$ s, o que se encontra conforme os valores de períodos típicos de TLP's que se encontram na Tabela 4.2, que no caso do movimento vertical é inferior a 5 s.

Pode concluir-se que a estrutura se comporta como uma estrutura estática para o movimento vertical, pois apresenta um período natural muito pequeno. Para o movimento horizontal *surge*, a estrutura comporta-se como um sistema dinâmico, já que o período natural nesta direcção é bastante elevado.

Uma alternativa para determinar o período natural da estrutura para os modos de movimento de translação vertical *heave* e horizontal *surge* é fazer um teste de decaimento. Este teste pode ser feito experimentalmente em laboratório ou numericamente e é feito através da aplicação de uma determinada força nas direcções x e z que depois é libertada de repente. O histórico das vibrações livres é então analisado para determinar o período natural.

Capítulo 5

Modelo numérico de um flutuador de forma paralelepipedica

Neste capítulo apresentam-se os resultados da modelação numérica de um corpo flutuante sujeito à acção de uma onda harmónica. Considerou-se um corpo de forma paralelepipedica com a seguinte geometria: $L = 2$ m (direcção x), $B = 4$ m (direcção y) e $D = 2$ m (direcção z), sendo D o calado da estrutura (Figura 5.1(a)). Modelou-se a estrutura no programa Nemoh (Figura 5.1(b)), que calcula os coeficientes hidrodinâmicos $A_{ij}(\omega)$ e $B_{ij}(\omega)$ que são dependentes da frequência ω da onda. Foram também efectuados os cálculos analíticos das forças e dos deslocamentos para poderem ser comparados com os resultados obtidos através do programa.

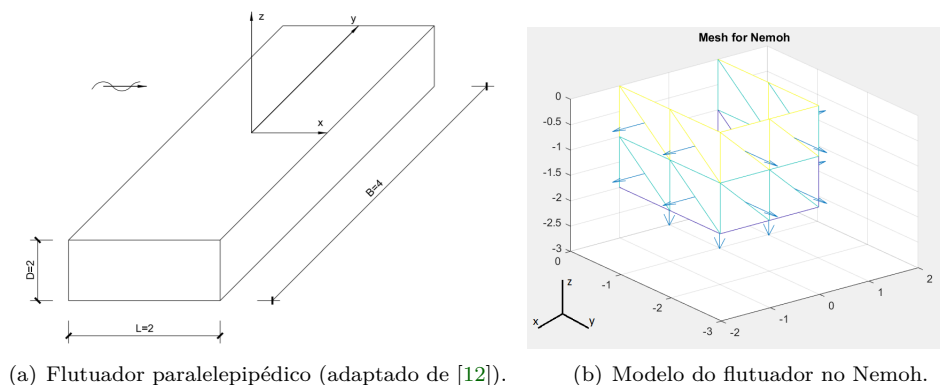


Figura 5.1: Modelo de um flutuador de forma paralelepipedica.

A necessidade de fazer os cálculos numericamente através do programa prende-se com a dificuldade de calcular os coeficientes hidrodinâmicos de massa adicionada, A_{ij} , e de amortecimento, B_{ij} . O programa Nemoh calcula numericamente estes coeficientes de primeira ordem no domínio da frequência. Trata-se de uma excelente ferramenta, já que a determinação destes coeficientes pode ser um problema bastante complexo, sendo estes dependentes da frequência da onda. Este programa baseia-se na teoria do escoamento potencial da superfície livre linear e foi desenvolvido na *Ecole Centrale de Nantes* há 35 anos, sendo um programa de código aberto (*open source*) desde 2014 [17]. Tipicamente é utilizado para

estimar a resposta dinâmica de estruturas flutuantes [16]. O Nemoh tem a particularidade de resolver um problema de condições de fronteira na estrutura em vez recorrer à discretização da mesma por elementos finitos, sendo um problema de condições de fronteira do escoamento da superfície livre em torno do corpo com condições iniciais arbitrárias para a velocidade normal na superfície do corpo. O Nemoh, através da teoria potencial, resolve o escoamento potencial através da equação

$$\vec{\nabla}^2 \Phi = 0,$$

tendo em consideração a condição fronteira de equilíbrio estático (impermeabilidade do corpo) (Capítulo 2, Secção 2.3)

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0.$$

Para a resolução do problema, o Nemoh considera a função potencial Φ como soma de três funções potenciais: Froude-Krylov, difracção e radiação, e tira partido da simetria.

5.1 Movimento vertical e de rotação em torno de y do paralelepípedo

Nesta secção pretende-se determinar o movimento vertical e a rotação em torno do eixo y do paralelepípedo quando sujeito à acção de uma onda. Para tal, têm que se obter as forças de excitação generalizadas que dão origem aos movimentos que se pretende estudar, F_3 e F_5 . Estas forças foram também calculadas por via analítica por forma a poder comparar os resultados com os que foram obtidos no programa Nemoh.

O paralelepípedo foi modelado no Nemoh tirando partido da simetria em torno do plano xz (Figura 5.1(b)) (o Nemoh faz uso da simetria em termos da função potencial Φ e só considera a superfície molhada da estrutura). O comprimento $L = 2$ foi dividido em dois, a largura $B = 4$ dividida em 4 e o calado $D = 2$ dividido em 2, tendo-se obtido um total de 32 painéis quadrangulares de lado 1×1 .

Apenas foram considerados estes dois casos, translação vertical e rotação em torno de y - *heave* e *pitch* -, já que se consideram ser os movimentos verticais os movimentos que podem ser críticos nas estruturas flutuantes quando sujeitas à acção de uma onda na direcção x .

Depois de feita a modelação, compararam-se os resultados das forças de excitação generalizadas actuantes na estrutura (F_3 e F_5) obtidos no programa Nemoh com os resultados calculados por via analítica utilizando os mesmos coeficientes hidrodinâmicos. No cálculo da força F_3 e do momento F_5 foram utilizadas as expressões deduzidas na Secção onde se estudou o flutuador de forma paralelepipedica (Secção 4.3.1).

A frequência natural da estrutura para o movimento vertical é dada por $w_n = \sqrt{\frac{K}{M}}$, sendo M a massa hidrodinâmica da estrutura (igual à soma da massa de líquido deslocado com a massa adicionada A_{33}) e K a rigidez hidrostática dada por $\rho g A_0$, sendo A_0 o plano de intersecção da estrutura com a água. Para este cálculo considerou-se o valor de A_{33} como um valor médio dos valores fornecidos pelo Nemoh (Figura 5.2(a)). Para o movimento vertical tem-se que esta frequência natural é igual a $\omega_n = 1.8$ rad/s. Já para o modo de rotação em torno do eixo y (*pitch*), a frequência natural é igual a $\omega_n = 0.81$ rad/s, tendo a

rigidez sido fornecida pelo Nemoh, assim como a massa adicionada A_{55} (Figura 5.4(a)), tendo-se tomado a inércia I_5 como sendo numericamente equivalente à massa adicionada A_{55} nos cálculos analíticos [12].

Considere-se o movimento de translação vertical *heave* da estrutura. Para este movimento obtiveram-se os coeficientes hidrodinâmicos, $A_{33}(\omega)$ e $B_{33}(\omega)$ representados nas Figuras 5.2(a) e 5.2(b).

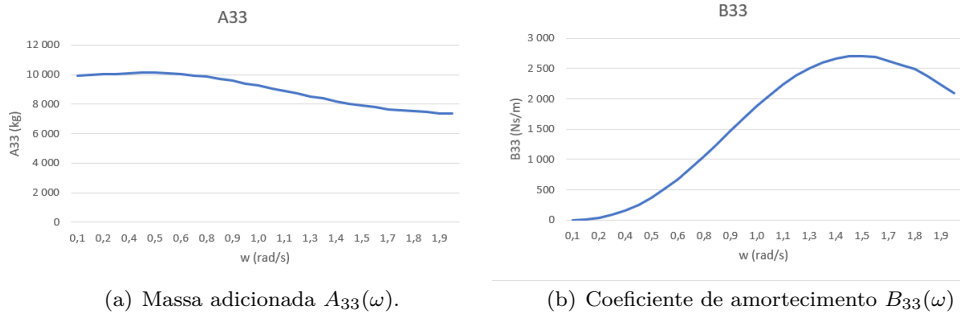


Figura 5.2: Coeficientes hidrodinâmicos para o movimento de translação vertical (*heave*) determinados no Nemoh.

Recorde-se que a equação de equilíbrio dinâmico com amortecimento para o movimento de translação vertical *heave* é dada por

$$(\rho V + A_{33}(\omega)) \ddot{\eta}_3 + B_{33}(\omega) \dot{\eta}_3 + C_{33} \eta_3 = F_3(t) \quad (5.1)$$

e que a força de excitação vertical é dada pela equação (4.15). Substituindo a expressão da força na equação de equilíbrio (5.1), obtém-se a função de transferência para o movimento de translação vertical

$$H_3(\omega) = \frac{F_{3a}}{\zeta_a \left[(C_{33} - \omega^2 (\rho V + A_{33}))^2 + (B_{33} \omega)^2 \right]}.$$

Substituindo os valores $\rho = 1025 \text{ kg/m}^3$, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, $B = 2 \text{ m}$, $L = 4 \text{ m}$ e $D = 2 \text{ m}$ na expressão da força F_3 e aplicando os coeficientes obtidos no Nemoh, $A_{33}(\omega)$ e $B_{33}(\omega)$ no cálculo da função de transferência e recordando que se está no âmbito da Teoria Linear ($\xi_a = 1 \text{ m}$), apresentam-se os resultados para a força de excitação vertical assim como para a função de transferência nas Figuras 5.3(a) e 5.3(b) respectivamente:

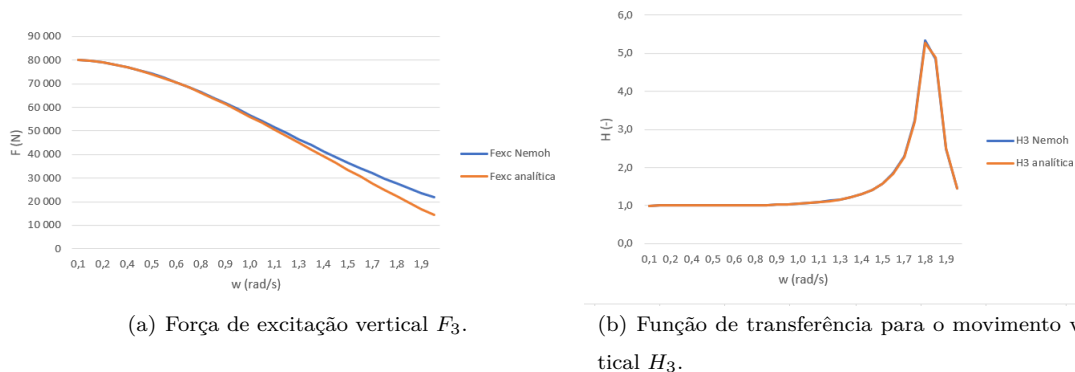


Figura 5.3: Comparação dos resultados obtidos para o movimento vertical com os resultados obtidos no Nemoh.

Os resultados numéricos estão em concordância com os resultados obtidos analiticamente, sendo que, em relação à função de transferência para o movimento vertical, esta é igual nas duas abordagens, já que no cálculo manual da função de transferência foram utilizados os valores da força de excitação obtidos no Nemoh. Pode verificar-se através da análise da Figura 5.3(b) que o pico do deslocamento vertical ocorre precisamente na frequência natural da estrutura ($\omega_n = 1.8 \text{ rad/s}$).

Na análise do movimento de rotação em torno do eixo y *pitch*, os coeficientes hidrodinâmicos associados a este movimento são a massa adicionada $A_{55}(\omega)$ e o amortecimento $B_{55}(\omega)$ que se encontram representados nas Figuras 5.4(a) e 5.4(b).

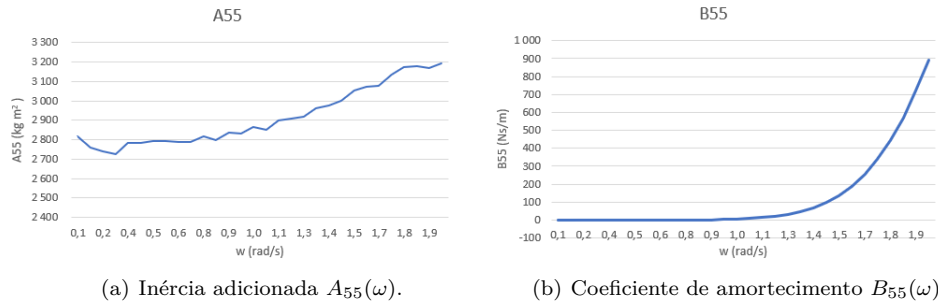


Figura 5.4: Coeficientes hidrodinâmicos para o movimento de rotação em torno do eixo y (*pitch*) determinados no Nemoh.

Neste capítulo, tendo-se recorrido ao programa Nemoh para a obtenção dos coeficientes hidrodinâmicos, foram estes os valores (ω) utilizados para o cálculo do momento em torno de y , F_5 , e para o cálculo da função de transferência para o mesmo movimento, H_5 . A expressão para o momento F_5 deduzida na Secção 4.3.1 é dada por

$$F_5(t, \omega) = \left[\frac{2}{k} \rho g \zeta_a B e^{-kD} - 2g \zeta_a e^{-k \frac{D}{2}} A_{33}^{(2D)} \right] \left(\frac{L}{2} \cos \left(\frac{kL}{2} \right) - \frac{1}{k} \sin \left(\frac{kL}{2} \right) \right).$$

Substituindo pelos valores constantes B , L , D , ρ , k e g e pelos valores variáveis $A_{33}^{(2D)}(\omega) = A_{33}(\omega)/L$ fornecidos pelo Nemoh, podem agora comparar-se as duas funções $F_5(t, \omega)$ obtidas analiticamente e no Nemoh (Figura 5.5(a)).

A função de transferência para a rotação em torno de y *pitch* para uma estrutura com amortecimento é dada por (Secção 4.2)

$$H_5(\omega) = \frac{F_{5a}}{\zeta_a \left[\left(C_{55} - \omega^2 (I_5 + A_{55}(\omega)) \right)^2 + (B_{55}(\omega)\omega)^2 \right]}. \quad (5.2)$$

Substituindo na equação (5.2) os valores de $C_{55} = 2.0111 \times 10^4 \text{ N/m}$ e $I_5 = 16400 \text{ kgm}^2$ (valores fornecidos pelo Nemoh) e substituindo pelos diferentes valores de $A_{55}(\omega)$ e $B_{55}(\omega)$ dependentes de ω obtidos no Nemoh, obtêm-se os gráficos das funções de transferência (Figura 5.5(b)).

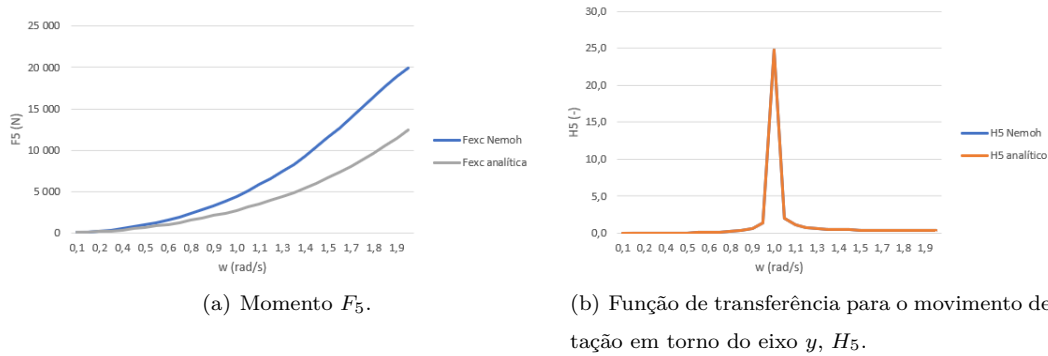


Figura 5.5: Comparação dos resultados obtidos para o movimento de rotação em torno do eixo y com os resultados obtidos no Nemoh.

Pode verificar-se uma sobreposição entre as funções de transferência calculadas analiticamente e através do Nemoh e que o pico da rotação em torno de y ocorre no período de vibração natural da estrutura para este modo ($\omega = 1.0$ s) (Figura 5.5(b)), tal como seria de esperar. No entanto, em relação ao momento de excitação F_5 (Figura 5.5(a)) pode observar-se que os gráficos dos dois momentos obtidos através dos dois métodos têm o mesmo andamento, apesar de não serem coincidentes. No cálculo do momento F_5 por métodos analíticos, apesar de terem sido considerados os valores da massa adicionada fornecidos pelo Nemoh, na dedução da expressão deduzida para o momento F_5 foram feitas várias aproximações, sendo uma delas a equivalência numérica entre a inércia I_5 e a massa adicionada A_{55} .

5.2 Forças de Froude-Krylov, forças de difracção e forças de radiação

O Nemoh permite obter numericamente os valores das resultantes das forças de difracção e das forças de Froude-Krylov no centro do referencial, sendo a força de excitação a soma vectorial e no plano de Argand destas duas forças (porque têm diferentes fases). Para além disso, fornece também os valores das pressões de difracção e das pressões de radiação em cada painel discretizado. Os resultados são apresentados através de uma amplitude e de uma fase (domínio da frequência), sendo a frequência a da acção (onda).

A resultante da força de radiação para cada modo foi obtida através das pressões de radiação em cada painel fornecidas pelo Nemoh. Foram também calculadas as pressões de Froude-Krylov analiticamente através da expressão da pressão dinâmica em águas profundas que se encontra na Tabela 2.2 referida no Capítulo 2. Em simultâneo, foi confirmada a força resultante de difracção na origem do referencial através das pressões em cada painel fornecidas pelo Nemoh.

Para calcular a força de radiação para uma dada frequência na origem do referencial, conhecidos os valores das pressões de radiação e respectivas fases em cada painel, procedeu-se da seguinte forma. A força actuante em cada painel foi obtida através da multiplicação da pressão fornecida pelo Nemoh pela área do mesmo (1 m^2). De seguida, esta força de radiação foi multiplicada pelo respectivo vector normal, obtendo-se um vector força com coordenadas em x , y e z , tendo cada uma delas uma componente real e

outra imaginária. Estas componentes, depois de somadas, dão origem a dois vectores no plano de Argand que mais não são do que as partes real e imaginária da força de radiação em x , y e z . Para calcular a amplitude da força resultante em cada modo basta calcular o módulo de cada componente (x , y e z) do vector isoladamente, correspondendo a direcção x ao movimento de translação horizontal *surge*, a direcção y ao movimento de translação horizontal *sway* e a direcção z ao movimento de translação vertical *heave*. Para o cálculo dos momentos, o procedimento é equivalente.

Tendo em conta os coeficientes de radiação determinados numericamente ($A_{33}(\omega)$ e $B_{33}(\omega)$) é também possível determinar a resultante da força de radiação na origem do referencial através de

$$F_{rad} = -A_{33}\ddot{\eta}_3 - B_{33}\dot{\eta}_3.$$

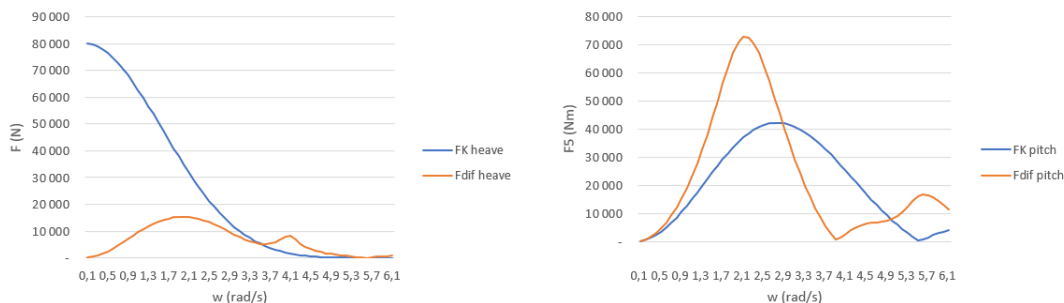
Em simultâneo, e a título de verificação, foi determinada a resultante das pressões de radiação obtidas pelo Nemoh por soma vectorial, tendo-se obtido resultado idêntico.

Reforça-se que relativamente à força de Froude-Krylov, o Nemoh apenas indica o valor da resultante na origem do referencial, pelo que as pressões foram calculadas através da expressão da pressão dinâmica em águas profundas que se encontra na Tabela 2.2, referida no Capítulo 2 e dada por

$$p = \rho g \zeta_a e^{kz} e^{kx}. \quad (5.3)$$

No cálculo destas pressões, foram considerados os valores variáveis de x e de z para cada painel.

De forma a perceber a influência dos vários tipos de forças no paralelepípedo, analisaram-se isoladamente as forças de difracção e de Froude-Krylov para verificar a influência de cada uma na estrutura em cada modo. Apresenta-se na Figura 5.6(a) a força de Froude-Krylov e a força de difracção para o movimento de translação vertical. Para frequências mais baixas, a força de Froude-Krylov tem muito mais relevância do que a força de difracção no modo vertical. Tal resultado é o esperado, pois para comprimentos de onda maiores relativamente às dimensões da estrutura o escoamento não sofre perturbações pela presença da estrutura, não dando origem a forças de difracção. Em relação ao modo de rotação em torno do eixo y representado na Figura 5.6(b), ambas as forças são importantes. No entanto, para grandes comprimentos de onda em relação às dimensões características da estrutura, estas duas forças são nulas.



(a) Força de Froude-Krylov e força de difracção *heave*. (b) Momento de Froude-Krylov e momento de difracção *pitch*

Figura 5.6: Forças de Froude-Krylov e de difracção nos modos de translação vertical e de rotação em torno do eixo y calculadas analiticamente e através do Nemoh.

De seguida foram analisadas as pressões de Froude-Krylov, de difracção e de radiação no fundo do paralelepípedo para três frequências distintas e as respectivas forças resultantes na origem do referencial. Analisando o gráfico da função de transferência para o movimento vertical *heave* (Figura 5.3(b)) verifica-se que o pico se situa em torno de uma frequência de 1.8 rad/s, que é a frequência natural da estrutura para este modo. Tendo em consideração este resultado, optou-se por estudar as pressões actuantes na base da estrutura para três frequências distintas: $\omega = 0.5$ rad/s, $\omega = 1.8$ rad/s e $\omega = 5.5$ rad/s. A escolha destes valores da frequência teve como propósito o estudo das forças actuantes na estrutura para uma frequência baixa, para uma frequência próxima da frequência natural da estrutura e para uma frequência elevada. Para estes três valores da frequência obtiveram-se os resultados para o período T (em segundos), para o comprimento de onda λ (em metros) e para a relação L/λ , relação importante para definir se se trata de uma estrutura de pequeno volume ou não, resultados que se encontram na Tabela 5.1. Sabe-se que se uma dimensão característica da estrutura, neste caso L , for tal que $L/\lambda < 5$, então a estrutura é encarada como estrutura de pequeno volume e não perturba o escoamento. Para as frequências analisadas, pode verificar-se que para as frequências $\omega = 0.5$ rad/s e $\omega = 1.8$ rad/s, a estrutura é considerada como sendo de pequeno volume. Já para a frequência $\omega = 5.5$ rad/s, esta é considerada uma estrutura de grande volume e a sua presença perturba a acção das ondas (Tabela 5.1).

ω [rad/s]	T [s]	λ [m]	L/λ
0.5	12.6	246.6	8×10^{-3}
1.8	3.5	19.0	0.11
5.5	1.1	2.0	1

Tabela 5.1: Período e comprimento de onda para cada frequência.

Através do Nemoh obtiveram-se as pressões de difracção e de radiação verticais nos painéis do fundo do paralelepípedo. As pressões de Froude-Krylov foram obtidas analiticamente. Apresentam-se nas Figuras 5.7, 5.8 e 5.9 os valores das pressões verticais no fundo do paralelepípedo devido à acção da onda segundo o eixo x e as respectivas fases (ϕ) em relação à acção da onda.

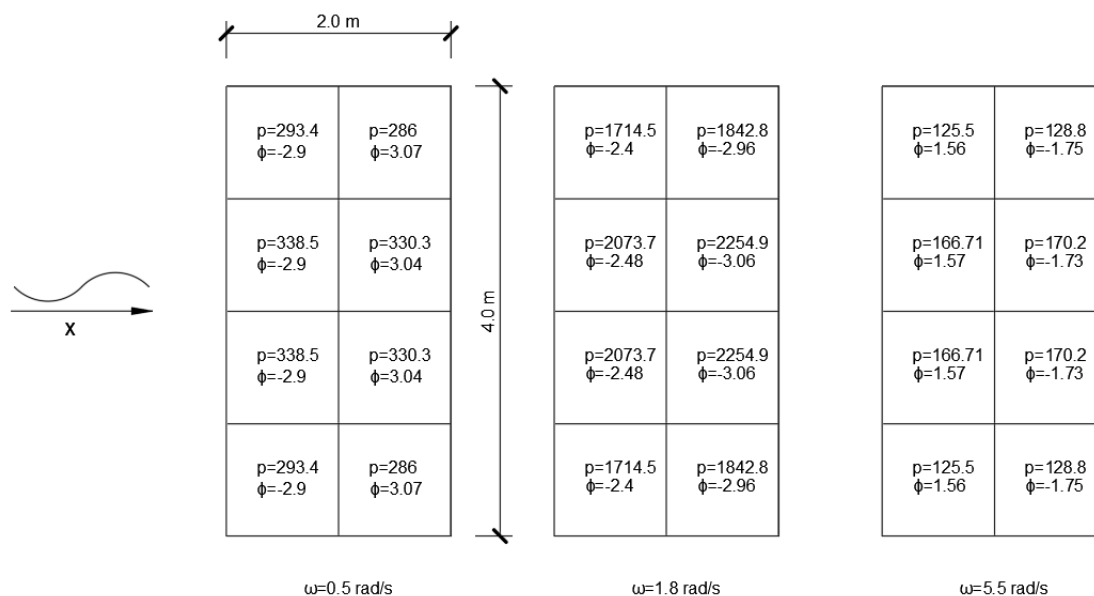


Figura 5.7: Pressões de difracção ($[p]$ = Pa e $[\phi]$ = rad).

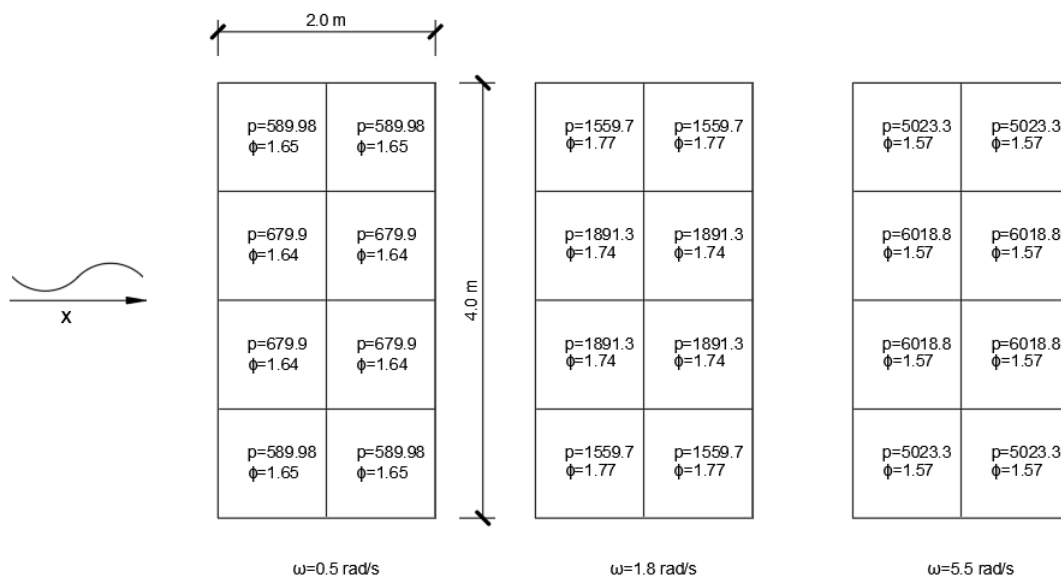


Figura 5.8: Pressões de radiação ($[p]$ = Pa e $[\phi]$ = rad).

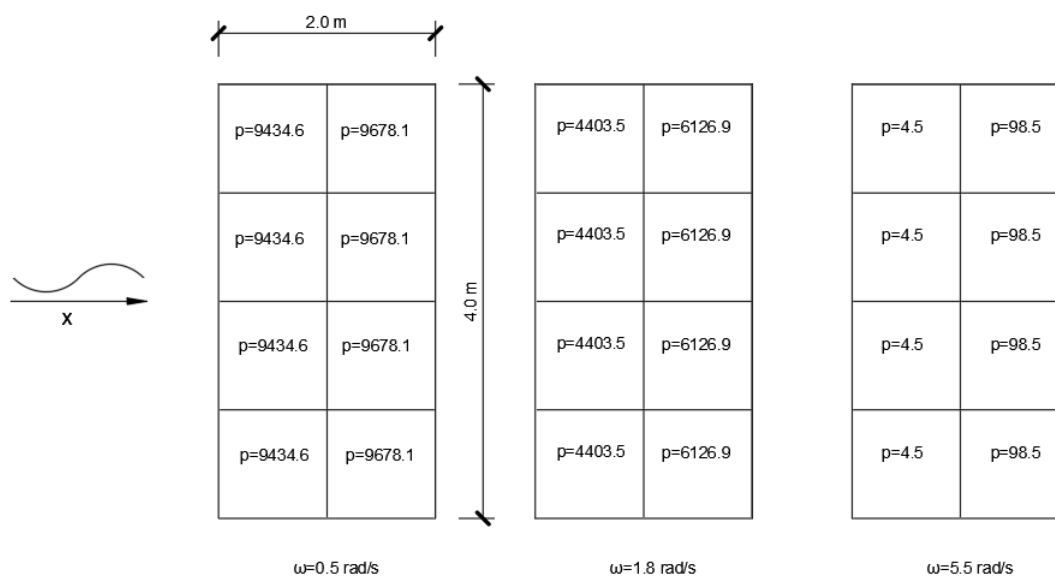


Figura 5.9: Pressões de Froude-Krylov ($[p] = \text{Pa}$).

Analisando as Figuras pode concluir-se que as pressões de Froude-Krylov são as mais relevantes para os comprimentos de onda maiores, quando $\omega = 0.5 \text{ rad/s}$ e $\omega = 1.8 \text{ rad/s}$, sendo bastante superiores no caso em que $\omega = 0.5 \text{ rad/s}$. No caso da frequência mais elevada estudada, $\omega = 5.5 \text{ rad/s}$, pode observar-se que as pressões mais importantes são as pressões devidas à radiação, tal como seria de esperar uma vez que, neste caso, a estrutura se comporta como uma estrutura de grande volume.

Conhecidos os vários valores das pressões actuantes na estrutura, determinou-se a resultante das força de radiação na origem do referencial que foi analisada em conjunto com as força de Froude-Krylov e com a força de difracção, também na origem do referencial.

Nas Tabelas 5.2, 5.3 e 5.4 estão os resultados das diferentes forças - difracção, Froude-Krylov e radiação - para cada uma das frequências estudadas.

$\omega = 0.5 \text{ rad/s}$			
<i>heave</i>		<i>pitch</i>	
$F_{d3} \text{ [N]}$	2 462.1	$F_{d5} \text{ [N]}$	4 762.1
$F_{FK3} \text{ [N]}$	76 438.5	$F_{FK5} \text{ [N]}$	3 484.2
$F_{r3} \text{ [N]}$	5 079.3	$F_{r5} \text{ [N]}$	342.7

Tabela 5.2: Forças para $\omega = 0.5 \text{ rad/s}$.

$\omega = 1.8 \text{ rad/s}$			
<i>heave</i>		<i>pitch</i>	
F_{d3} [N]	15123.7	F_{d5} [N]	62 227.6
F_{FK3} [N]	40 988.4	F_{FK5} [N]	31 486.3
F_{r3} [N]	13 801.3	F_{r5} [N]	339.7

Tabela 5.3: Forças para $\omega = 1.8 \text{ rad/s}$.

$\omega = 5.5 \text{ rad/s}$			
<i>heave</i>		<i>pitch</i>	
F_{d3} [N]	97.1	F_{d5} [N]	15 914.6
F_{FK3} [N]	4.9	F_{FK5} [N]	483.2
F_{r3} [N]	44 168.3	F_{r1} [N]	341.9

Tabela 5.4: Forças para $\omega = 5.5 \text{ rad/s}$.

Fazendo uma análise global das forças que actuam na estrutura, pode concluir-se que no caso da frequência mais baixa, $\omega = 0.5 \text{ rad/s}$, as forças de Froude-Krylov para o movimento vertical *heave* são as mais relevantes, sendo as forças de difracção e as forças de radiação bastante inferiores a esta (Tabela 5.2). Este resultado está de acordo com o esperado, já que neste caso a relação L/λ é muito pequena (Tabela 5.1) e as forças de difracção e de radiação não têm significado. Em relação ao movimento de rotação *pitch*, pode observar-se que as forças de difracção e as forças de Froude-Krylov têm a mesma ordem de grandeza, mas o fenómeno de radiação é negligenciável. No caso da frequência próxima da frequência de ressonância, $\omega = 1.8 \text{ rad/s}$, e lembrando que neste caso também se trata de uma estrutura de pequeno volume (Tabela 5.1), as forças de Froude-Krylov são também as mais significativas para o movimento de translação vertical. Já no movimento de rotação em torno de y o fenómeno de difracção é o mais importante. Para a frequência mais elevada, $\omega = 5.5 \text{ rad/s}$, tratando-se de uma estrutura de grande volume, é natural que as forças mais relevantes para o movimento vertical sejam as de radiação, o que se confirma pela análise da Tabela 5.4. Em relação à rotação em torno de y é o fenómeno de difracção o que tem maior relevo.

Pode concluir-se que as forças de radiação têm um maior significado no movimento de translação vertical *heave* e assumem um valor particularmente elevado no caso da frequência mais elevada, $\omega = 5.5 \text{ rad/s}$, o que está de acordo com o que foi dito no Capítulo 4, ou seja, tratando-se de uma estrutura de grande volume, a sua presença tem influência no escoamento e provoca o fenómeno de difracção das ondas. Em relação às forças de Froude-Krylov, estas são especialmente elevadas no movimento *heave* e para frequências baixas, o que também está de acordo com o Capítulo 4. Por último, pode constatar-se que as forças de difracção são muito mais elevadas na frequência de ressonância e para o movimento de rotação em torno de y , *pitch*.

Capítulo 6

Conclusão

A presente dissertação teve como principal objectivo analisar o comportamento de diferentes estruturas offshore quando sujeitas à acção das ondas.

Num primeiro capítulo introdutório foram descritos os dois principais tipos de estruturas offshore: fixos e flutuantes, que assim são caracterizados de acordo com a sua resposta à acção da onda.

Com o intuito de conhecer esta acção, foi definido no segundo capítulo o escoamento através de uma função potencial Φ e foi caracterizada a acção que as ondas do mar exercem sobre este tipo de estruturas. Para além disso, descreveu-se a teoria linear das ondas, que foi considerada válida ao longo de toda a dissertação. Foi ainda definido o conceito de estrutura de pequeno volume, conceito importante para a análise das forças que actuam sobre a estrutura.

No terceiro capítulo foram descritas as diferentes forças a que estão sujeitas as estruturas fixas ao fundo do mar quando submetidas à acção de uma onda. Por forma a garantir a aplicabilidade da Teoria de Morison para o cálculo da força horizontal resultante sobre as estruturas, admitiu-se que se tratavam de estruturas de pequeno volume (*slender structures*), que não afectam o escoamento. Por oposição, as *large volume structures*, têm dimensões que não são desprezáveis face ao comprimento de onda λ e a sua presença perturba o escoamento e, neste caso, a teoria de Morison deixa de ser válida, passando a poder ser utilizada a solução linear analítica proposta por MacCamy & Fuchs. Como exemplo estudou-se um cilindro vertical fixo ao fundo do mar que foi modelado no programa Usfos.

No quarto capítulo foram analisadas as estruturas flutuantes, tendo sido utilizado o exemplo de uma bóia sujeita à acção de uma onda harmónica para deduzir a equação do movimento vertical e da respectiva função de transferência. A escolha do referencial é importante de forma a garantir que os diferentes modos estejam desacoplados e que estes possam ser estudados de forma independente. Por fim, foram apresentados exemplos de um flutuador paralelepédico, de um semi-submersível e de uma TLP.

Finalmente, no quinto capítulo, foi modelado um paralelepédo no programa Nemoh, que determina no domínio da frequência os coeficientes hidrodinâmicos $A_{ij}(\omega)$ e $B_{ij}(\omega)$. Conhecidos estes coeficientes é possível caracterizar o movimento da estrutura (que permite obter as forças de radiação) e determinar as forças de difracção e as forças de Froude-Krylov, ficando deste modo a acção sobre a estrutura perfeitamente definida.

Desenvolvimentos futuros

Como desenvolvimentos futuros, esta dissertação é uma contribuição para a definição da acção das ondas sobre estruturas offshore, contribuindo assim para a definição de modelos estruturais para a análise de esforços neste tipo de estruturas.

Bibliografia

- [1] Ocean Energy Resources, 2020.
<https://ocean-energyresources.com/2020/05/05/first-8-jackets-for-moray-east-offshore-windfarm-project/>
- [2] Y. Liu, S. Li, Q. Yi e D. Chen, *Developments in semi-submersible floating foundations supporting wind turbines: a comprehensive review*, Renewable and sustainable energy reviews, Elsevier, (2016).
- [3] Blue-Farm - offshore fish farming.
<https://www.blue-farm.no/>
- [4] D. Pachakis, A. Libardo e P. Menegazzo, *The Venice offshore-onshore terminal concept*, Case Studies on Transport Policy, Elsevier, 2017.
- [5] G. Clauss, E. Lehmann e C. Östergaard, *Offshore structures, Volume I, Conceptual design and hydromechanics*, Springer-Verlag, 1992.
- [6] Recommended Practice DNV-RP-C205 (October 2010). *Environmental conditions and environmental loads*.
- [7] <https://www.theengineeringcommunity.org/>
- [8] Y. Wu, K. Ma, Y. Luo e C.T Kwan, *Mooring system engineering for offshore structures*, Elsevier, 2019.
- [9] <https://www.edp.com/pt-pt/inovacao/windfloat>
- [10] J. A. C. Falcão de Campos, *Hidrodinâmica*, IST, 2014.
- [11] Usfos theory user's manual - Hydrodynamics.
https://www.usfos.no/manuals/usfos/theory/documents/Usfos_Hydrodynamics
- [12] O. M. Faltinsen, *Sea loads on ships and offshore structures*, Cambridge University Press, 1990.
- [13] TU Delft classes - Open course ware.
<https://ocw.tudelft.nl/courses/offshore-hydromechanics/?view=readings>
- [14] Y. Chang, *Dynamic analysis of gravity based fish cage*, University of Stavanger, (2017).
- [15] R. W. Clough e J. Penzien, *Dynamics of Structures*, McGraw-Hill, 1975.

- [16] Nemoh - presentation.
<https://lheea.ec-nantes.fr/valorisation/logiciels-et-brevets/nemoh-presentation>
- [17] A. Babarit e G. Delhommeau, *Theoretical and numerical aspects of the open source BEM solver NEMOH*, Ecole Central de Nantes, LHEEA, (2015).
- [18] M. Vieira, E. Henriques, M. Amaral, N. Arantes-Oliveira e L. Reis, *Path discussion for offshore wind in Portugal up to 2030*, Marine Policy, Elsevier, (2019).

Anexos

Anexo 1 - *Added mass* para o movimento de translação vertical (*heave*) de um semi-círculo com uma frequência muito elevada

Para ilustrar o conceito de massa adicionada (*added mass*) para o movimento de translação vertical (*heave*) apresenta-se como exemplo um cilindro circular infinitamente longo com eixo na superfície livre. Em águas calmas, o eixo do cilindro está ao nível da superfície livre. Pretende-se deduzir o termo de massa adicionada (*added mass*) bidimensional para o movimento de translação vertical para frequências muito elevadas ($\omega \rightarrow \infty$), o que permite simplificar o problema. Estes resultados podem ser úteis na análise de fenómenos de elevada frequência, como por exemplo as vibrações num navio [12].

A análise do escoamento é feita no plano da secção, tratando-se deste modo de um problema bidimensional.

Na Figura 6.1 pode observar-se a secção molhada do cilindro. O potencial da velocidade satisfaz a equação de Laplace no domínio do fluido, ou seja,

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0.$$

Por outro lado, a componente normal da velocidade do fluido é aproximadamente igual à componente normal da velocidade vertical na superfície do cilindro, o que quer dizer que,

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = -\cos \theta |\eta_3| \omega \cos \omega t \quad \text{para} \quad r = R \quad \text{e} \quad -\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$$

sendo o movimento vertical do cilindro dado por

$$\eta_3 = |\eta_3| \sin(\omega t) \tag{6.1}$$

e considerando as coordenadas polares (r, θ) .

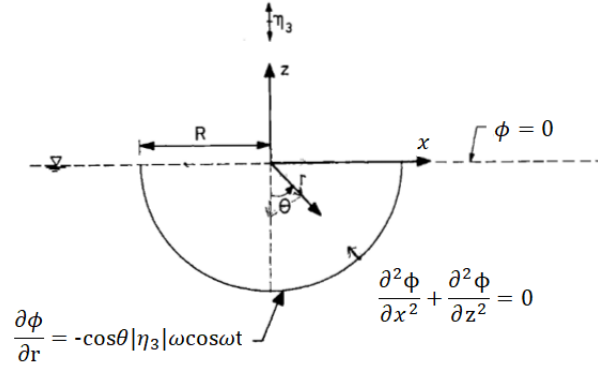


Figura 6.1: Movimento forçado de translação vertical $\eta_3 = |\eta_3| \sin \omega t$ de um cilindro circular para frequências ω muito elevadas (adaptado de [12]).

Em águas profundas a solução para o potencial da velocidade é dada por [12]

$$\phi = |\eta| \omega \cos(\omega t) \frac{R^2}{r} \cos \theta. \quad (6.2)$$

Esta solução verifica a equação de Laplace e as condições fronteira e mostra que todo o fluido oscila harmonicamente e que longe do corpo as oscilações são pequenas.

A pressão dinâmica é dada por

$$p = -\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} = \rho |\eta_3| \omega^2 \sin(\omega t) \frac{R^2}{r} \cos \theta, \quad (6.3)$$

sendo a força vertical no cilindro por unidade de comprimento igual a

$$F_3 = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left(\rho |\eta_3| \omega^2 \sin(\omega t) \frac{R^2}{r} \cos \theta r \cos \theta \right) d\theta, \quad (6.4)$$

ou seja,

$$F_3 = -\rho \frac{\pi}{2} R^2 \frac{d^2 \eta_3}{dt^2}.$$

De acordo com a expressão da força de radiação F_k ($k = 1, \dots, 6$) no modo η_j ($j = 1, \dots, 6$) dada por

$$F_k = -A_{kj} \frac{d^2 \eta_j}{dt^2} - B_{jk} \frac{d\eta_j}{dt}, \quad (6.5)$$

tem-se que os coeficientes bidimensionais de massa adicionada e de amortecimento para o movimento de translação vertical são iguais a

$$\begin{aligned} A_{33} &= \rho \frac{\pi}{2} R^2 \\ B_{33} &= 0. \end{aligned}$$

O coeficiente de massa adicionada é igual à massa do cilindro que se encontra submersa e o coeficiente de amortecimento é nulo. A justificação para o coeficiente de amortecimento ser igual a zero está relacionada com a condição de superfície livre que é dada por

$$-\omega^2 \phi + g \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{em} \quad z = 0. \quad (6.6)$$

Quando a frequência ω é muito elevada, a segunda parcela da equação (6.6) pode ser desprezada pois a aceleração da gravidade é muito pequena em relação à aceleração do fluido. Nesse caso, tem-se que $\phi = 0$ em $z = 0$. Por outro lado, como ϕ é constante em $z = 0$, significa que a velocidade não pode ser horizontal ao longo da superfície livre e tem que ser vertical. Estas condições de superfície livre estabelecem que não pode haver em simultâneo componente vertical e horizontal da velocidade na superfície livre, sendo estas duas componentes necessárias para a existência de ondas, o que mostra que as oscilações do corpo não geram ondas quando $\omega \rightarrow \infty$.

Anexo 2 - Exemplo de TLP sujeita a uma acção horizontal

No exemplo da TLP (4.18) foi também analisado o comportamento da estrutura sujeito à acção de uma força horizontal, por exemplo o vento. Admitindo que esta acção está concentrada em quatro nós, de magnitude 5×10^6 N segundo a direcção x , aplicada 40 m acima do nível dos nós superiores da TLP (Figura 6.2). O objectivo é calcular a força nos cabos neste caso.

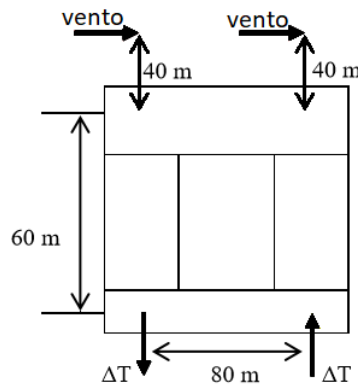


Figura 6.2: Diagrama de forças para a acção do vento.

Tem-se que o momento devido à acção do vento tem que ser igual ao momento resistente dos cabos, ou seja,

$$4 \times 5 \times 10^6 \text{ N} \times (60 + 40) \text{ m} = 4 \times \Delta T \times 40 \text{ m}$$

$$\Delta T = 12.5 \times 10^6 \text{ N.}$$

Para calcular o deslocamento horizontal, u , observe-se a Figura 6.3.

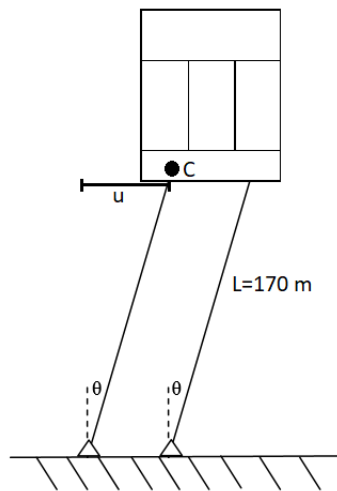


Figura 6.3: Deslocamento horizontal da TLP.

Tem que se verificar o equilíbrio entre o carregamento devido à acção do vento e a força inicial nos

cabos $T_0 = 49.2 \times 10^6$ N, ou seja,

$$4 \times 5 \times 10^6 = 4 \times T_0 \times \sin \theta$$

e $\sin \theta = u/170$. Obtém-se assim um deslocamento horizontal $u = 17.2$ m.