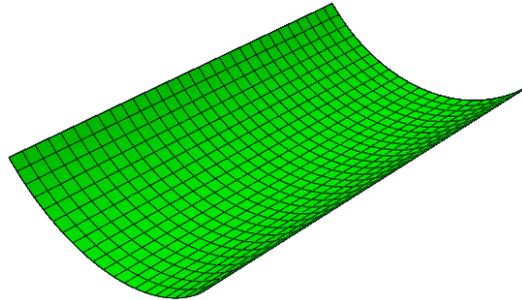




TÉCNICO
LISBOA



Otimização multi-objetivo de placas compósitas curvas

Fábio Miguel Cascalheira Aguincha

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em

Engenharia Mecânica

Orientadores: Prof. Nuno Miguel Rosa Pereira Silvestre

Prof. José Firmino Aguilhar Madeira

Júri

Presidente: Prof. João Orlando Marques Gameiro Folgado

Orientador: Prof. José Firmino Aguilhar Madeira

Vogal: Prof. Rui Miguel Barreiros Ruben

Dezembro 2019

Agradecimentos

Gostaria de agradecer a todas as pessoas que contribuíram para o meu desenvolvimento como estudante e como pessoa ao longo desta fase, em que se destacam:

A minha família, em especial os meus pais, pelo apoio, paciência e dedicação incondicional desde sempre.

Aos meus amigos, Guilherme, Faisca, Cerqueira e Malaquias, pela companhia, divertimento e amizade que partilhamos.

O meu orientador, Professor Nuno Silvestre, pela oportunidade de realizar este trabalho e pela disponibilidade e acompanhamento ao longo das etapas.

O meu coorientador, Professor José Aguilár Madeira, pelo tempo e a ajuda imprescindível na implementação da otimização.

O António Bento, pela ajuda imprescindível no fabrico das placas e provetes.

Os Professores Luís Sousa e Virgínia Infante, pela ajuda na realização dos ensaios experimentais.

Resumo

O uso crescente de materiais compósitos com fibras de carbono deve-se, entre outras razões, ao seu baixo peso, elevada rigidez e resistência, e bom comportamento à fadiga. Através da hibridização de compósitos de fibra de carbono, com a adição de fibras de vidro, é possível criar novos materiais compósitos leves, que são simultaneamente mais dúcteis, mais resistentes a impactos e têm um menor custo associado, podendo ter diversas aplicações em componentes estruturais. Muitos trabalhos têm sido realizados com placas planas fabricadas de materiais compósitos. Este trabalho foca-se nas placas curvas.

Foram realizados ensaios experimentais com o objetivo de determinar os deslocamentos de placas curvas, em material compósito híbrido laminado, quando submetidos a esforços de flexão-torção. As placas foram produzidas com diferentes configurações de laminação utilizando *hand lay-up*, com reforços de fibra de carbono e de fibra de vidro numa matriz de resina epoxídica. As propriedades elásticas das lâminas foram obtidas através de ensaios de tração aplicados a provetes fabricados com as fibras referidas. As simulações computacionais dos ensaios experimentais foram realizadas com base na utilização do programa de elementos finitos Abaqus. Os resultados dessas simulações foram analisados e comparados com os resultados experimentais.

A otimização das placas foi realizada utilizando o DMS (Direct Multi Search), um método de otimização multiobjectivo de procura direta. As funções objetivo foram a minimização do valor máximo de deslocamento, massa e custo da placa que foram obtidas por meio de uma interação em ciclo entre o DMS e Abaqus. Por fim, são obtidas três soluções mais adequadas aos objetivos do problema.

Palavras-chave: Compósitos híbridos, fibras de carbono e vidro, otimização multiobjectivo, método dos elementos finitos.

Abstract

The increasing use of carbon fiber composite materials is due, among other reasons, to their low weight, high stiffness and good fatigue behaviour. By hybridizing carbon fiber composites with the addition of glass fibers, it is possible to create new lightweight composite materials that are simultaneously more ductile, more impact resistant and have a lower associated cost and may have many applications in structural components. Many studies have been done with flat plates made of composite materials. This work focuses on curved plates.

Experimental tests were performed to determine the displacements of curved plates in laminated hybrid composite material when submitted to flexion-torsion loads. The plates were produced with different lamination configurations using hand lay-up, with carbon fiber and glass fiber reinforcements in an epoxy resin matrix. The elastic properties of the blades were obtained through tensile tests applied to specimens manufactured with the referred fibers. The computational simulations of the experimental tests were performed based on the use of the finite element program Abaqus. The results of these simulations were analysed and compared with the experimental results.

Plate optimization was performed using DMS (Direct Multi Search), a multi-objective, direct search optimization method. The objective functions were the minimization of the maximum value of plate displacement, mass and cost that were obtained through a cycle interaction between DMS and Abaqus. Finally, three solutions best suited to the problem objectives were obtained.

Keyword: Hybrid composites, carbon and glass fibers, multi-objective optimization, finite element method.

Índice

Agradecimentos	ii
Resumo	iii
Abstract	iv
Índice	v
Lista de Figuras	vii
Lista de Tabelas	viii
Nomenclatura	ix
1 Introdução	1
1.1 Enquadramento.....	1
1.2 Objetivos	3
1.3 Estrutura da tese	3
2 Revisão bibliográfica	4
2.1 Definição e vantagens dos compósitos híbridos.....	4
2.2 Classificação dos compósitos híbridos.....	5
2.3 Constituintes.....	6
2.3.1 Resina epoxídica	6
2.3.2 Fibra de vidro.....	6
2.3.3 Fibra de carbono.....	7
2.4 Processos de fabrico	7
2.4.1 Laminação manual (<i>Hand Lay-Up</i>).....	7
2.4.2 Fabrico em Vácuo (<i>Vacuum Bagging</i>)	8
2.4.3 Pré-impregnados (<i>Prepreg Lay-Up</i>)	8
2.4.4 Resin Transfer Molding.....	9
2.5 Propriedades mecânicas	9
2.6 Critério de falha de Hashin.....	12
2.7 Otimização	13
3 Caracterização experimental	16
3.1 Materiais e processo de fabrico	16
3.1.1 Materiais.....	16
3.1.2 Características dos provetes e peças a ensaiar.....	16

3.1.3	Processo de fabrico	17
3.1.4	Propriedades dos materiais.....	19
3.1.5	Procedimento experimental para aquisição de propriedades	19
3.2	Ensaio experimentais.....	22
3.2.1	Procedimento experimental.....	22
3.2.2	Registo dos deslocamentos	23
4	Modelação e simulação numérica.....	25
4.1	Introdução	25
4.2	Geometria e propriedades dos materiais.....	26
4.3	Definição do laminado	26
4.4	Condições de fronteira e carregamento	27
4.5	Seleção do tipo de elemento.....	28
4.6	Definição da malha e estudo de convergência	29
4.7	Pós-processamento.....	31
4.8	Comparação e análise de resultados	32
5	Otimização.....	34
5.1	Método <i>Direct MultiSearch</i> (DMS).....	34
5.2	Definição dos objetivos e variáveis de projeto	35
5.3	Aplicação do método ao problema	36
5.4	Resultados e discussão	37
5.4.1	Massa-Custo	38
5.4.2	Deslocamento-Massa	39
5.4.3	Deslocamento-Custo	40
5.4.4	Implementação do critério de Hashin	41
6	Conclusões e trabalhos futuros.....	44
6.1	Conclusões gerais	44
6.2	Propostas de trabalhos futuros	45
	Referências	46
A.	Gráficos Tensão-Extensão	49
B.	Gráficos de critérios de iniciação de dano.....	50

Lista de Figuras

Figura 1.1 – Localização do laminado GLARE na fuselagem do Airbus A380 [7].	2
Figura 1.2 – Laminados compósitos híbridos CFRP/GFRP numa corveta de classe Visby [8].	2
Figura 1.3 – Componentes de automóvel fabricados com compósitos híbridos carbono/vidro em vez de metal [9].	2
Figura 2.1 – Simplificação das curvas tensão-extensão de diferentes fibras e resina [16].	5
Figura 2.2 – As 3 principais configurações para compósitos híbridos: a) interlâmina; b) intralâmina; c) intra-fio [5].	6
Figura 2.3 – Esquema da Laminação Manual [21].	8
Figura 2.4 – Esquema de <i>Vacuum Bagging</i> [21].	8
Figura 2.5 – Esquema de <i>Resin Transfer Molding</i> [21].	9
Figura 2.6 – Lâmina de material ortotrópico e respetivos sistemas de coordenadas: global (x, y, z) e material (x_1, x_2, x_3).	11
Figura 2.7 – Curva tensão-extensão para materiais frágeis, comparada a materiais dúcteis.	11
Figura 2.8 - Exemplo de convergência utilizando otimização de procura direta (<i>Direct Search Optimization</i>) numa função de Broyden [29].	14
Figura 3.1 - Placas no fim do empilhamento das lâminas	17
Figura 3.2 - Laminados em vácuo: a) provetes de fibra de vidro; b) placas curvas.	18
Figura 3.3 – Provetes utilizados nos ensaios de tração: a) vidro 0°; b) carbono 0°.	20
Figura 3.4 – Proвете amarrado, com extensómetro.	20
Figura 3.5 – a) Dimensões da placa; b) Esquema do ensaio.	22
Figura 3.6 – a) Processo de formação do bloco de resina; b) Blocos de resina curada.	23
Figura 3.7 – a) Comparador utilizado; b) fixação do bloco de resina; c) montagem completa do ensaio.	23
Figura 3.8 – Montagem do ensaio, com a força aplicada.	24
Figura 4.1 – Etapas a decorrer no <i>Abaqus</i> .	25
Figura 4.2 - Geometria de cada lâmina e lista de materiais.	26
Figura 4.3 – Placa A modelada: a) definição do laminado; b) Representação gráfica do laminado.	27
Figura 4.4 – a) Encastramento; b) Força aplicada.	28
Figura 4.5 – Geometria e locais dos nós e pontos de integração do elemento S8R.	29
Figura 4.6 – Malha definida para o modelo numérico, com 600 elementos do tipo S8R.	30
Figura 4.7 – Resultados obtidos na placa A: a) Deslocamento vertical; b) Deslocamento vertical vs posição inicial (a transparente).	31
Figura 5.1 – Processo de otimização.	37
Figura 5.2 - Duas perspetivas diferentes da frente de Pareto obtida, em 3 dimensões.	37
Figura 5.3 – Projecção no plano massa-custo.	38
Figura 5.4 – Projecção no plano deslocamento-massa.	39

Figura 5.5 - Projecção no plano deslocamento-custo.....	40
Figura 5.6 – Gráficos força-deslocamento para as várias soluções utilizadas.	42
Figura A.1 – Gráficos tensão-extensão longitudinal para provetes: a), b), c) Vidro 0°; d), e), f) Vidro 90°; g), h), i) Carbono 0°.....	50
Figura B.1 – Evolução dos diferentes índices de iniciação de dano: a) solução 2; b) solução 10; c) solução 56; d) solução 67; e) solução 68; f) solução 70.....	52

Lista de Tabelas

Tabela 3.1 - Distribuição de material e orientação das lâminas em cada placa.	17
Tabela 3.2 – Propriedades dos materiais utilizados [33] [34].	19
Tabela 3.3 – Provetes fabricados	20
Tabela 3.4 – Propriedades dos materiais utilizados, obtidas experimentalmente.	21
Tabela 3.5 – Deslocamentos obtidos durante os ensaios experimentais para as duas placas.	24
Tabela 4.1 – Estudo de convergência na simulação da placa A.....	30
Tabela 4.2 - Estudo de convergência na simulação da placa B.	30
Tabela 4.3 – Resultados obtidos no modelo de elementos finitos.	31
Tabela 4.4 – Diferença entre deslocamentos verticais obtidos experimentalmente e numericamente.	32
Tabela 5.1 – Configuração e valores dos objectivos para os pontos não-dominados indicados no plano massa-custo.	38
Tabela 5.2 - Configuração e valores dos objectivos para os pontos não-dominados indicados no plano deslocamento-massa.	39
Tabela 5.3 - Configuração e valores dos objectivos para os pontos não-dominados indicados no plano deslocamento-custo.....	40
Tabela 5.4 – Tensões limite e energias de fratura [33] [36].....	41
Tabela 5.5 – Forças, deslocamentos, modos de falha e rigidez das soluções analisadas.	43

Nomenclatura

Glossário

AE	Alta Extensão
ARAL	Aramid Reinforced Aluminum Laminate
BE	Baixa Extensão
CARAL	Carbon Reinforced Aluminum Laminate
CFRP	Carbon Fiber Reinforced Polymer
DFO	Derivative Free Optimization
DMS	Direct Multi Search
DSO	Direct Search Optimization
FEM	Finite Element Method
FML	Fiber Metal Laminates
FRP	Fiber Reinforced Polymer
GFRP	Glass Fiber Reinforced Polymer
GLARE	Glass Reinforced Aluminum Laminate
HLU	Hand Lay Up
S8R	8-node doubly curved thick shell, reduced integration

Simbologia

γ	Extensão de corte
ε	Extensão
ν	Coefficiente de Poisson
σ	Tensão normal
τ	Tensão de corte
C_{ij}	Componentes da matriz de rigidez
E	Módulo de elasticidade
f	Fator de estabilização de dano
G	Módulo de elasticidade transversal
G_f	Energia de fratura
m	Massa
S_c	Tensão limite à compressão
S_s	Tensão limite ao corte
S_t	Tensão limite à tração
T	Matriz transformação de coordenadas
U	Deslocamento
V	Volume
v	Fração volúmica

1 Introdução

Neste capítulo apresenta-se uma introdução ao tema da dissertação e são expostos os principais objetivos do trabalho.

1.1 Enquadramento

Os materiais compósitos laminados de matriz polimérica têm tido uma utilização crescente em diversas aplicações estruturais, devido à sua elevada rigidez e resistência específica. Em particular, na indústria aeroespacial uma grande percentagem dos materiais compósitos usados em componentes estruturais são polímeros reforçados com fibra de carbono. No entanto, devido à sua elevada resistência e elevado módulo de elasticidade, as fibras de carbono são bastantes frágeis quando comparadas com outros reforços de compósitos, exibindo baixos valores de tenacidade [1].

O aumento da tenacidade de materiais compósitos reforçados com fibras contínuas tem sido uma área de bastante pesquisa e desenvolvimento na comunidade científica. Várias estratégias têm sido desenvolvidas para tornar estes materiais mais dúcteis e mais resistentes a impactos. Os valores de extensão de rutura destes materiais podem ser altamente incrementados substituindo algumas das fibras frágeis por fibras com um comportamento mais dúctil [2].

Devido à necessidade de criar novos materiais compósitos leves sem comprometer a sua tenacidade, tem surgido interesse na hibridização de compósitos de fibra de carbono, com a adição de fibras de vidro [3]. Ao construir-se um novo material compósito através desta hibridização, o objetivo é reter as vantagens das fibras de carbono e das fibras de vidro e simultaneamente eliminar as suas maiores desvantagens [4]. Além disso, num material compósito laminado, a substituição de lâminas de fibra de carbono no laminado por lâminas de fibra de vidro, reduz o custo deste material, torna-o mais resistente a impactos e praticamente não altera as suas propriedades em flexão [5].

A hibridação de fibras totalmente sintéticas de alta resistência incluindo compósitos de carbono/vidro e carbono/Kevlar é geralmente usada para estruturas de alto desempenho, como aviões comerciais, navios da marinha e automóveis, entre muitas outras aplicações.

Os laminados de fibra-metal (FML - *Fiber-Metal Laminates*) são uma classe de estruturas compósitas híbridas usadas para avançadas aplicações estruturais na indústria aeroespacial. Os FMLs incluem lâminas finas de liga de metal ligadas entre si com lâminas de material reforçado com fibras (FRP - *Fiber Reinforced Polymer*). Estes têm sido cada vez mais usados em estruturas que necessitam de alto desempenho e um peso leve na indústria aeronáutica. Os compósitos de fibra metálica híbrida oferecem as vantagens de ambos os materiais metálicos e os reforçados com fibras. Os metais têm características isotrópicas e resistência ao impacto e são fáceis de reparar e fabricar, enquanto os compósitos híbridos têm alta resistência e rigidez específicas e excelente resistência à fadiga. Os FMLs mais comuns são os laminados de alumínio reforçados com aramida (ARAL), laminados de alumínio

reforçados com carbono (CARAL) e laminados de alumínio reforçados com vidro (GLARE) [6]. Na Figura 1.1 encontra-se uma aplicação do GLARE.

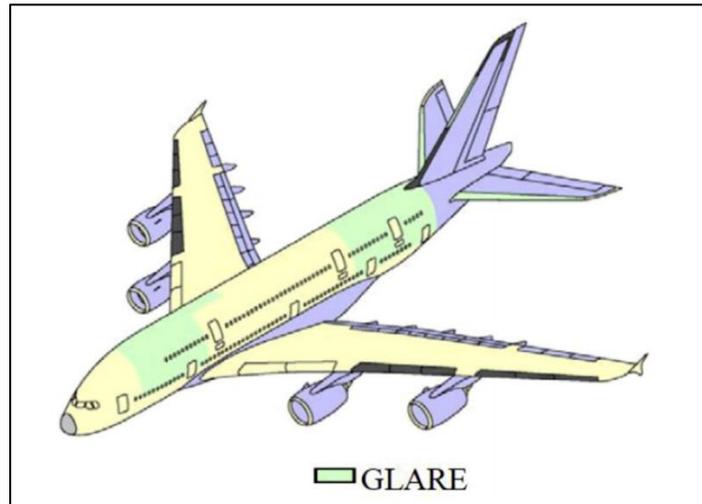


Figura 1.1 – Localização do laminado GLARE na fuselagem do Airbus A380 [7].

Os compósitos FRP têm sido utilizados para uma ampla variedade de estruturas na indústria naval (convés, sistemas de mastros, hélices, etc.), bem como na indústria automóvel (portas, capôs, etc.). Na Figura 1.2 e Figura 1.3 encontram-se ilustrados alguns exemplos destas aplicações.



Figura 1.2 – Laminados compósitos híbridos CFRP/GFRP numa corveta de classe Visby [8].



Figura 1.3 – Componentes de automóvel fabricados com compósitos híbridos carbono/vidro em vez de metal [9].

1.2 Objetivos

No que diz respeito aos materiais compósitos híbridos e à otimização destes, existe muita informação de trabalhos sobre placas planas de laminados, enquanto as placas curvas necessitam de mais investigação, já que os trabalhos envolvendo placas curvas são mais escassos. São objetivos específicos deste trabalho:

- Desenvolver modelos numéricos para previsão do comportamento mecânico das placas curvas de material compósito e analisar e comparar com resultados experimentais para validação dos modelos desenvolvidos.
- Implementar um método de otimização multiobjectivo em placas curvas de material compósito.

1.3 Estrutura da tese

Este trabalho é apresentado em seis capítulos, entre os quais se inclui o presente capítulo de introdução, no qual se faz o enquadramento e se expõem os objetivos a atingir.

No segundo capítulo é feita uma revisão bibliográfica relativa a materiais compósitos híbridos e às suas propriedades. É também abordado o método de otimização utilizado.

No terceiro capítulo é descrito todo o procedimento experimental usado na produção dos provetes e placas usados nos ensaios experimentais realizados. São apresentadas as técnicas de fabrico dos laminados e os equipamentos utilizados ao longo de todo o trabalho experimental.

No quarto capítulo são apresentados os modelos numéricos desenvolvidos para previsão do comportamento mecânico de materiais compósitos laminados. É também feita uma comparação e análise entre os resultados obtidos no trabalho experimental e os resultados adquiridos nos modelos computacionais desenvolvidos.

No quinto capítulo é feita a otimização multiobjectivo de uma placa de material compósito híbrido em condições de fronteira e forças aplicadas iguais às dos modelos desenvolvidos no capítulo anterior. Fazem-se também análises de resistência às melhores soluções encontradas. Por fim, faz-se uma análise dos resultados para determinar a solução ótima.

No sexto capítulo apresentam-se as conclusões finais e as propostas de investigação complementares.

2 Revisão bibliográfica

O presente capítulo reúne uma revisão bibliográfica sobre materiais compósitos laminados híbridos, abordando a sua definição, classificação e características destes materiais e dos seus constituintes, bem como as aplicações deste tipo de materiais na indústria aeronáutica. Será também apresentada uma revisão bibliográfica das constantes elásticas de materiais ortotrópicos e do critério de falha utilizado. Por fim, será feita uma abordagem ao problema de otimização utilizado neste trabalho.

2.1 Definição e vantagens dos compósitos híbridos

Os materiais compósitos são definidos a uma escala macroscópica, como a combinação de duas ou mais fases de materiais constituintes. As fases constituintes são diferentes e quando processadas juntamente para formar o compósito, o seu desempenho mecânico e as suas propriedades, são superiores aos dos constituintes quando analisados separadamente [10]. Os materiais compósitos são formados por uma matriz, que é a fase contínua e por um reforço, que é a fase descontínua [11].

A matriz é frequentemente constituída por um material com tenacidade e ductilidade maiores e resistência mecânica e rigidez menores. O reforço é formado por um material mais rígido e resistente, mas por outro lado, com menores valores de tenacidade e ductilidade [12].

Um material compósito híbrido é definido dentro da classe de materiais compósitos, como a combinação de dois ou mais reforços numa matriz [13]. O objetivo de unir dois tipos de fibras num único compósito é manter as vantagens de ambas as fibras e aliviar algumas das suas desvantagens [5]. Por exemplo, a substituição de fibras de carbono no meio de um laminado por fibras de vidro mais baratas pode reduzir significativamente o custo, enquanto as propriedades de flexão permanecem quase inalteradas. Se um compósito híbrido for carregado na direção da fibra em tensão, as fibras mais frágeis falharão antes das fibras mais dúcteis. Este comportamento de fratura pode ser usado para fins de monitorização estrutural [14] ou como um sinal de alerta antes da falha final [15].

Geralmente os compósitos híbridos são constituídos por dois tipos de fibras: um reforço com valores de módulo de elasticidade mais altos, e o outro reforço com valores de módulo de elasticidade mais baixos. As duas fibras neste tipo de compósito híbrido são frequentemente denominadas por fibra de baixa extensão, fibras BE (*low elongation fibers*) e por fibras de alta extensão, fibras AE (*high elongation fibers*) [5]. As fibras BE têm valores de módulo de elasticidade mais altos e apresentam um comportamento mais frágil, com valores de tensão de rutura mais altos mas com valores de tenacidade relativamente baixos. Por sua vez, as fibras AE, têm valores de módulo de elasticidade mais baixos e exibem um comportamento mais dúctil, assumindo valores de tensão de rutura mais baixos mas manifestando valores de tenacidade mais altos. Na Figura 2.1 são apresentadas curvas tensão-extensão típicas destes tipos de fibras.

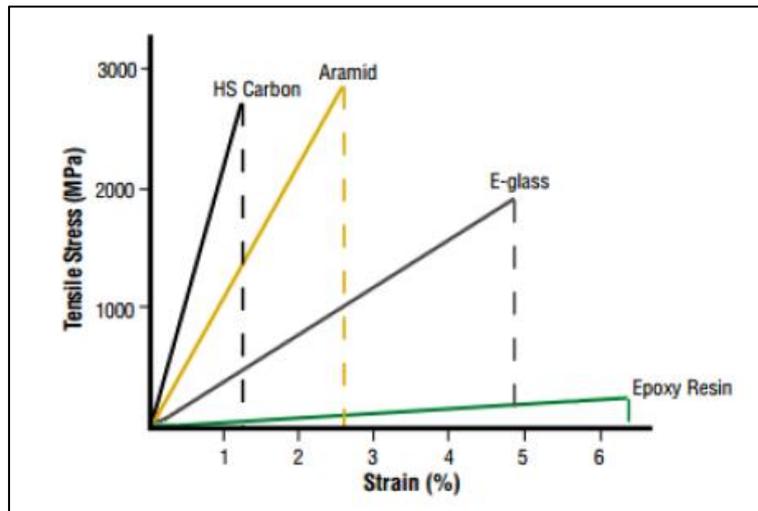


Figura 2.1 – Simplificação das curvas tensão-extensão de diferentes fibras e resina [16].

As fibras de carbono de alta resistência (*HS Carbon*) e as fibras de vidro (*E-glass*) são, respectivamente exemplos de fibras BE e fibras AE.

2.2 Classificação dos compósitos híbridos

As características do reforço, tais como o tipo, geometria e orientação são informações importantes na classificação dos compósitos. Considerando estes parâmetros, os compósitos podem ser classificados como particulados, de fibras contínuas ou de fibras curtas. Cada uma destas configurações resulta em propriedades específicas que determinam as possibilidades de aplicação do compósito. Os compósitos particulados são formados por partículas de várias dimensões e formas, dispersas aleatoriamente na matriz. Em virtude da dispersão aleatória das partículas na matriz, os compósitos particulados são considerados materiais quase homogêneos e quase isotrópicos. Os compósitos de fibras curtas são formados por pequenas fibras dispersas de modo orientado ou aleatório na matriz. Ainda que consideradas curtas, estas fibras possuem elevada relação comprimento/diâmetro e quando dispersas de modo orientado, o material pode ser ortotrópico, transversalmente ortotrópico ou até mesmo anisotrópico.

Os compósitos de fibras contínuas também são conhecidos como compósitos de fibras longas. As fibras longas apresentam maior relação comprimento/diâmetro, quando comparadas com as fibras curtas, sendo mais eficientes em termos de rigidez e resistência mecânica. Nos compósitos de fibras longas, as fibras podem estar alinhadas em paralelo, em direções perpendiculares ou orientadas ao longo de várias direções formando estruturas do tipo unidirecional, bidirecional ou multidirecional, respectivamente. Cada uma destas configurações resulta em propriedades específicas que determinam as possibilidades de aplicação do compósito [12]. Nesta dissertação serão estudados os materiais compósitos híbridos de fibras longas.

As fibras BE e AE podem ser combinadas em várias configurações diferentes. As três configurações mais importantes são visualizadas na Figura 2.2. Na configuração interlâmina (Figura 2.2a), as camadas de dois tipos de fibra são empilhadas uma sobre a outra. Este é o método mais

simples e barato para produzir um compósito híbrido. No híbrido intralâmina, cada lâmina do empilhamento é composta por conjuntos de fibras entrelaçados com uma determinada orientação (Figura 2.2b). Os dois tipos de fibra também podem ser misturados ou revestidos no nível da fibra, resultando num híbrido intra-fio (Figura 2.2c). Configurações mais complexas podem ser obtidas combinando duas destas três configurações. Por exemplo, um híbrido intra-fio pode ser tecido juntamente com um fio homogêneo.

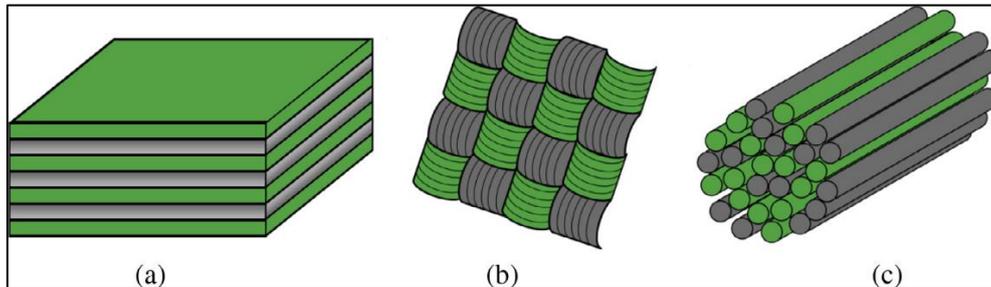


Figura 2.2 – As 3 principais configurações para compósitos híbridos: a) interlâmina; b) intralâmina; c) intra-fio [5].

2.3 Constituintes

Os compósitos são caracteristicamente anisotrópicos, ou seja, as suas propriedades físicas variam em função da direção. Em componentes fabricados a partir de compósitos reforçados por fibras contínuas, a presença da anisotropia pode trazer benefícios, pois pode-se planejar de modo que a maior resistência do componente aconteça na direção em que se verifica a sollicitação máxima em serviço. De facto, a vantagem principal destes compósitos está na habilidade de controlar a anisotropia do componente através do projeto e do fabrico. As propriedades mecânicas do compósito híbrido estão altamente dependentes dos seus constituintes e de como estes interagem entre si.

2.3.1 Resina epoxídica

As resinas mais usadas nas diferentes indústrias são de 3 tipos principais: poliéster, viniléster e epóxi. As resinas epóxi são as mais frequentemente usadas em materiais compósitos avançados devido às suas excelentes propriedades mecânicas, térmicas e elétricas (estabilidade dimensional) [17] e devido ao seu baixo custo, boas propriedades de adesão e alta resistência química [18].

A resina epóxi é um polímero termoendurecível. Tipicamente, quando usadas, este tipo de resinas são misturadas com um agente endurecedor, que tem catalisadores que aceleram a sua cura. Durante o processo de cura de um compósito com este tipo de resina, é gerado calor através de reações exotérmicas, e posteriormente forma-se um material rígido, insolúvel e impossível de ser reprocessado para separar as suas diferentes fases.

2.3.2 Fibra de vidro

O vidro é um material amorfo, praticamente sem estrutura cristalina, composta principalmente por óxidos de silício e outros óxidos metálicos que, de acordo com a proporção em que estão presentes,

conferem ao vidro algumas características específicas. As fibras de vidro constituem o tipo de reforço mais utilizado no fabrico de materiais compósitos. As razões para a sua utilização são atribuídas à conjugação de várias características destas fibras, tais como: boa adesão fibra-matriz, elevada resistência mecânica específica, incombustibilidade, estabilidade dimensional e boa resistência aos agentes químicos. Além disso, apresentam preços competitivos, disponibilidade, boa manipulação, facilidade de processamento, elevada relação propriedade/custo e boa resistência mecânica. Este tipo de fibras é muito usado para estruturas secundárias em aeronaves, como radomes e pontas de asas; também é usado para pás de rotor de helicóptero [19].

2.3.3 Fibra de carbono

As fibras de carbono são compostos sintéticos de finos filamentos entre 5 a 10 μm de diâmetro, constituídos essencialmente por carbono. Cada filamento é a união de diversos milhares de fibras de carbono. Estas fibras são utilizadas em casos onde as peças necessitem de ser leves (baixa densidade), de alta resistência mecânica (tensão de cedência), de alta rigidez, com grande resistência à corrosão, tolerantes a altas temperaturas e com pouca expansão térmica. As suas principais fraquezas são a sua elevada sensibilidade a dano de impacto e o seu elevado custo. Este tipo de fibra é muito usado para aplicações estruturais de aeronaves, como estabilizadores e fuselagens [19].

2.4 Processos de fabrico

As propriedades finais de um compósito não são apenas função das propriedades individuais dos materiais, mas também função do modo como os materiais são produzidos e da forma como são inseridos nesse compósito. De seguida, ilustram-se alguns dos processos de fabrico mais comuns [20].

2.4.1 Laminação manual (*Hand Lay-Up*)

Neste processo a resina é colocada e impregnada à mão nas fibras com a ajuda de um rolo ou pincel. Aqui, o laminado é deixado a curar nas condições atmosféricas normais. Este é dos processos mais utilizados no fabrico de compósitos devido à sua simplicidade e versatilidade e também devido ao reduzido custo de ferramentas e equipamentos utilizados. Porém, tem a desvantagem de ter uma taxa de produção baixa, a qualidade do laminado é dependente da habilidade da pessoa encarregue da laminação, tem uma alta emissão de produtos voláteis durante a cura e os tempos de cura à temperatura ambiente são demorados. É apresentado o esquema do processo na Figura 2.3.

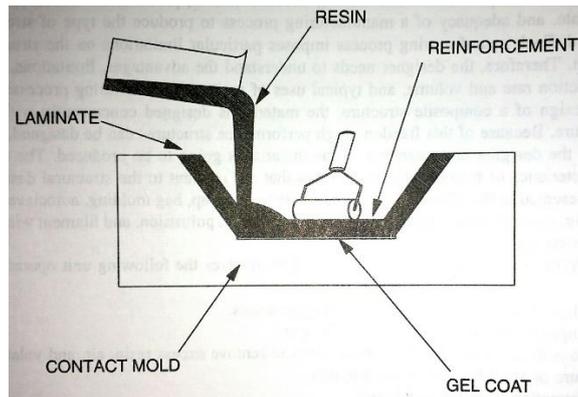


Figura 2.3 – Esquema da Laminação Manual [21].

2.4.2 Fabrico em Vácuo (*Vacuum Bagging*)

Basicamente este processo é uma extensão do processo manual onde é aplicada pressão no laminado para melhorar a consolidação. O ar dentro do saco é extraído através de uma bomba de vácuo. No seu interior cria-se uma atmosfera de pressão que provoca a consolidação da estrutura. O saco de vácuo reduz a quantidade de produtos voláteis durante a cura. É apresentado o esquema do processo na Figura 2.4.

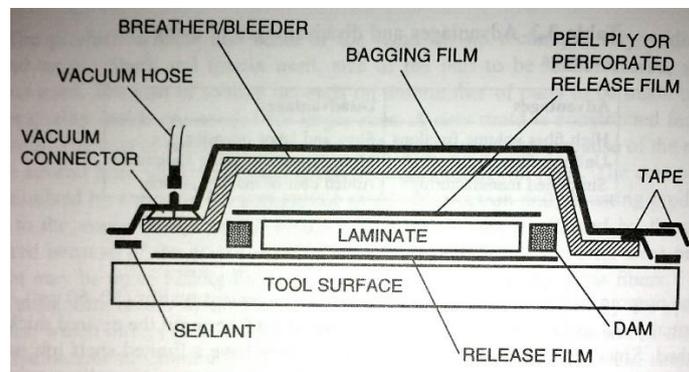


Figura 2.4 – Esquema de *Vacuum Bagging* [21].

2.4.3 Pré-impregnados (*Prepreg Lay-Up*)

Neste caso as fibras são pré-impregnadas, sob calor e pressão com uma resina pré-catalisada. Devido à presença do catalisador os *prepregs* têm um tempo de vida limitado. Para prolongar a vida destes materiais, estes são congelados. Quando for altura de fabricar os componentes desejados, os *prepregs* são colocados numa superfície molde com um saco de vácuo e aquecidos. Isto permite que a resina, inicialmente se escoe e eventualmente se cure. Uma pressão adicional pode ser aplicada, fornecida pelo autoclave (forno pressurizado).

2.4.4 Resin Transfer Molding

Este processo usa um molde, com entradas para introduzir a resina e saídas que permitem que a saída do ar. O reforço de fibra é colocado seco no molde e o molde é fechado. A resina líquida é bombeada para o molde através da entrada, impregnando as fibras e enchendo a cavidade do molde. Quando o molde está cheio, a resina deixa de ser bombeada, as entradas e saídas do molde são fechadas e é aplicado calor para curar a resina. Após a cura completa da resina, o molde é aberto e a peça resultante é removida. É apresentado o esquema do processo na Figura 2.5.

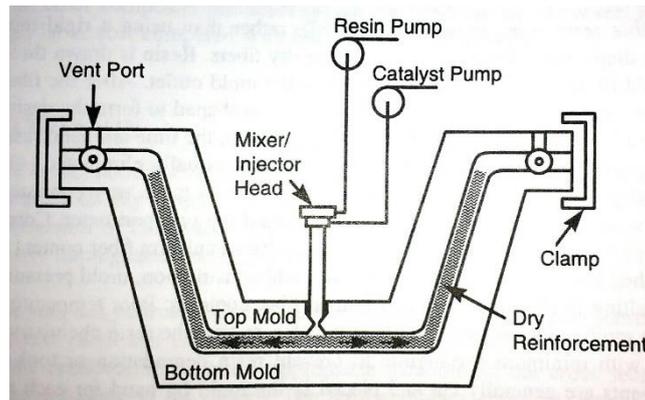


Figura 2.5 – Esquema de *Resin Transfer Molding* [21].

Existem muitos outros métodos de fabricação de compósitos não referidos aqui. Neste trabalho é utilizado o método de Laminação Manual, com a cura da resina feita em vácuo à temperatura ambiente. Mais à frente será explicado todo este processo em detalhe.

2.5 Propriedades mecânicas

Quando os materiais possuem um ou mais planos de simetria, o número de coeficientes elásticos independentes reduz-se. Frequentemente, as lâminas reforçadas por fibras apresentam três planos ortogonais de simetria, pelo que se dizem materiais ortotrópicos. As propriedades são definidas no plano da lâmina em duas direções ortogonais – a direção das fibras x_1 e a direção perpendicular às fibras x_2 (Figura 2.6). Estas direções são designadas por direções principais de ortotropia.

Para um material ortotrópico existem 9 constantes elásticas e a relação tensão-deformação escreve-se da seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{21} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.1)$$

A relação inversa é dada por:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{21} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.2)$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}$$

Onde $[S] = [C]^{-1}$, E_1 , E_2 e E_3 são os módulos de elasticidade nas direções principais x_1 , x_2 e x_3 , respetivamente, ν_{ij} são os coeficientes de Poisson, definidos como a razão entre a extensão na direção j e a extensão na direção i , quando o material é submetido a uma tensão normal na direção i e G_{23} , G_{13} e G_{12} são os módulos de corte nos planos 2-3, 1-3 e 1-2, respetivamente. Dado que as matrizes $[C]$ e $[S]$ são simétricas, verificam-se as seguintes igualdades:

$$\frac{\nu_{21}}{E_2} = \frac{\nu_{12}}{E_1}; \frac{\nu_{31}}{E_3} = \frac{\nu_{13}}{E_1}; \frac{\nu_{32}}{E_3} = \frac{\nu_{23}}{E_2} \quad (2.3)$$

As nove constantes elásticas para um material ortotrópico são assim: E_1 , E_2 , E_3 , G_{23} , G_{13} , G_{12} , ν_{12} , ν_{13} , ν_{23} .

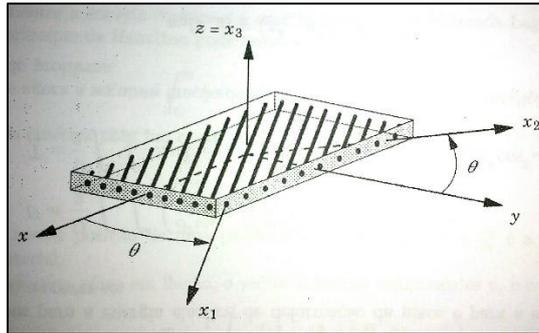


Figura 2.6 – Lâmina de material ortotrópico e respetivos sistemas de coordenadas: global (x, y, z) e material (x₁, x₂, x₃).

O sistema de coordenadas usado para resolver o problema (x, y, z) não coincide em geral com o sistema de coordenadas principal do material (x₁, x₂, x₃). É necessário então transformar a lei constitutiva do sistema de coordenadas principal do material para o sistema de coordenadas do problema. Com uma de matriz transformação de coordenadas [T] obtém-se a matriz de rigidez [C] no referencial global. Considera-se o caso da Figura 2.6 onde o sistema de coordenadas do problema (x, y, z) se encontra rodado relativamente ao sistema de coordenadas principal (x₁, x₂, x₃) em torno do eixo (x₃ = z). Assim sendo, a matriz de rigidez no referencial global (x, y, z), terá a designação de matriz $[\bar{C}]$ e é obtida através das seguintes equações:

$$[\bar{C}] = [T][C][T]^T \quad (2.4)$$

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 0 & 0 & 0 & -\sin 2\theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & 0 & 0 & 0 & \sin 2\theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ \sin \theta \cos \theta & -\sin \theta \cos \theta & 0 & 0 & 0 & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Os materiais frágeis não sofrem deformação plástica, logo a tensão de cedência é igual à tensão de falha para o mesmo material e a falha ocorre enquanto este ainda está em deformação elástica. Uma curva típica de tensão-extensão de um material frágil encontra-se na Figura 2.7.

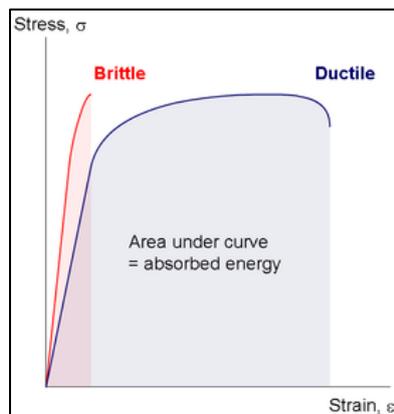


Figura 2.7 – Curva tensão-extensão para materiais frágeis, comparada a materiais dúcteis.

2.6 Critério de falha de Hashin

O critério de falha de Hashin é baseado nos trabalhos de Hashin e Rotem [22] e Hashin [23]. Ao contrário dos critérios polinomiais, como os critérios de Tsai-Hill e Tsai-Wu [24] [25], que propõem uma única equação para prever o início de dano, o critério de Hashin [23] usado no presente trabalho leva em consideração quatro modos de falha possíveis com quatro índices correspondentes: quebra da fibra em tensão (F_f^t), *buckling* de fibras na compressão (F_f^c), quebra da matriz em tensão (F_m^t) e esmagamento da matriz em compressão (F_m^c).

Para os quatro modos diferentes de falha, quatro índices de iniciação de dano diferentes estão associados:

- Tensão na fibra (TF) ($\sigma_{11} > 0$)

$$F_f^t = \left(\frac{\sigma_{11}}{S_{t1}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S_{s12}}\right)^2 \quad (2.6)$$

- Compressão na fibra (CF) ($\sigma_{11} < 0$)

$$F_f^c = \left(\frac{\sigma_{11}}{S_{c1}}\right)^2 \quad (2.7)$$

- Tensão na matriz (TM) ($\sigma_{22} > 0$)

$$F_m^t = \left(\frac{\sigma_{22}}{S_{t2}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S_{s12}}\right)^2 \quad (2.8)$$

- Compressão na matriz (CM) ($\sigma_{22} < 0$)

$$F_m^c = \left(\frac{\sigma_{22}}{2S_{s23}}\right)^2 + \left[\left(\frac{S_{c2}}{2S_{s23}}\right)^2 - 1\right] \frac{\sigma_{22}}{S_{c2}} + \left(\frac{\sigma_{12}}{S_{s12}}\right)^2 \quad (2.9)$$

Onde σ_{ij} são as tensões aplicadas, S_{ti} são as tensões limite de tração, S_{ci} são as tensões limite de compressão e S_{sij} são as tensões limite de corte.

Se algum destes índices exceder o valor de 1 significa que iniciou-se o dano no material num dos modos referidos. Quando o critério de iniciação de dano é atingido num dado elemento, este não é capaz de suportar os esforços nas mesmas condições [26], logo cria-se um novo tensor $\hat{\sigma}$ que atua sobre a área danificada.

$$\hat{\sigma} = \sigma M \text{ onde } M = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1-d_f)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{(1-d_m)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{(1-d_s)} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Na equação (2.10), M é o operador de dano e d_f , d_m e d_s são variáveis internas que caracterizam o dano da fibra, dano da matriz e o dano de corte, que estão associados aos quatro modos de falha referidos previamente.

$$d_f = \begin{cases} d_f^t & \text{se } \sigma_{11} \geq 0 \\ d_f^c & \text{se } \sigma_{11} < 0 \end{cases} \quad (2.11)$$

$$d_m = \begin{cases} d_m^t & \text{se } \sigma_{22} \geq 0 \\ d_m^c & \text{se } \sigma_{22} < 0 \end{cases} \quad (2.12)$$

$$d_s = 1 - (1 - d_f^t)(1 - d_f^c)(1 - d_m^t)(1 - d_m^c) \quad (2.13)$$

Antes de se iniciar o dano, o material encontra-se em regime elástico e, neste caso, a matriz M é a matriz identidade. Quando o dano é iniciado em qualquer um dos modos, há uma redução nos valores da matriz de rigidez e a lei constitutiva é alterada para [26]:

$$\sigma = C_d \varepsilon \quad (2.14)$$

$$D = 1 - (1 - d_f)(1 - d_m)v_{12}v_{21} \quad (2.15)$$

$$C_d = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} (1 - d_f)E_1 & (1 - d_f)(1 - d_m)v_{12}E_1 & 0 \\ (1 - d_f)(1 - d_m)v_{12}E_2 & (1 - d_m)E_2 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - d_s)GD \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Onde ε é a extensão e C_d é a matriz de elasticidade danificada.

2.7 Otimização

A fase de projeto constitui uma etapa fundamental para a conceção de um componente estrutural em material compósito. Anteriormente, o projeto destes componentes caracterizava-se por um processo de tentativa e erro, onde a melhoria e viabilidade do produto eram obtidas a um alto custo. Hoje em dia, existem diversos *softwares* que oferecem uma grande capacidade de cálculo tornando possível realizar simulações computacionais de laminados complexos, o que permite uma redução do custo de desenvolvimento e fabrico destes materiais.

Nos problemas de otimização procura-se maximizar ou minimizar uma ou mais soluções que designamos por funções objetivo. Os algoritmos utilizados para resolver este tipo de problemas são designados por métodos de otimização e podem ser classificados em duas grandes classes: métodos determinísticos e métodos estocásticos.

Um método de otimização é denominado por determinístico se, para o mesmo ponto inicial, obtemos as mesmas soluções após um determinado número de avaliações da função objetivo. Nesta classe de métodos encontramos os métodos com derivadas e os métodos que não necessitam do cálculo de derivadas. Por outro lado, na outra classe encontram-se os métodos estocásticos, onde o carácter aleatório de vários processos é simulado. Nestes métodos, a procura das soluções é realizada com base na escolha de vários números aleatórios [27]. A cada iteração, a solução analisada é diferente

e nunca é executada a mesma sequência em duas iterações sucessivas pelo que neste tipo de métodos, para um mesmo ponto inicial, o algoritmo seguirá o seu próprio caminho e possivelmente retornará uma solução final diferente.

No problema de otimização deste trabalho foi utilizado um método determinístico baseado em otimização sem derivadas (*Derivative Free Optimization - DFO*), também conhecida por otimização de procura direta (*Direct Search Optimization – DSO*). Uma ilustração do algoritmo deste tipo de otimização encontra-se na Figura 2.8.

A otimização sem derivadas evoluiu muito nos últimos tempos e continua a ser um assunto atual na comunidade científica, apresentando vários métodos recentes (o método utilizado neste trabalho é o DMS – *Direct MultiSearch* [28]) e mostrando-se bastante eficaz na resolução de aplicações práticas na engenharia em geral. É um tipo de otimização bastante desafiante porque ao abdicar das derivadas de uma função que se pretende otimizar, perde-se bastante informação útil relativamente a mesma função. A importância desta classe de algoritmos advém da crescente necessidade de resolver problemas de otimização, definidos por funções para as quais não existem derivadas ou estas derivadas estão disponíveis a um custo bastante elevado. A complexidade crescente nos sistemas de computação é uma das razões pelas quais a otimização sem derivadas é atualmente uma área de grande procura.

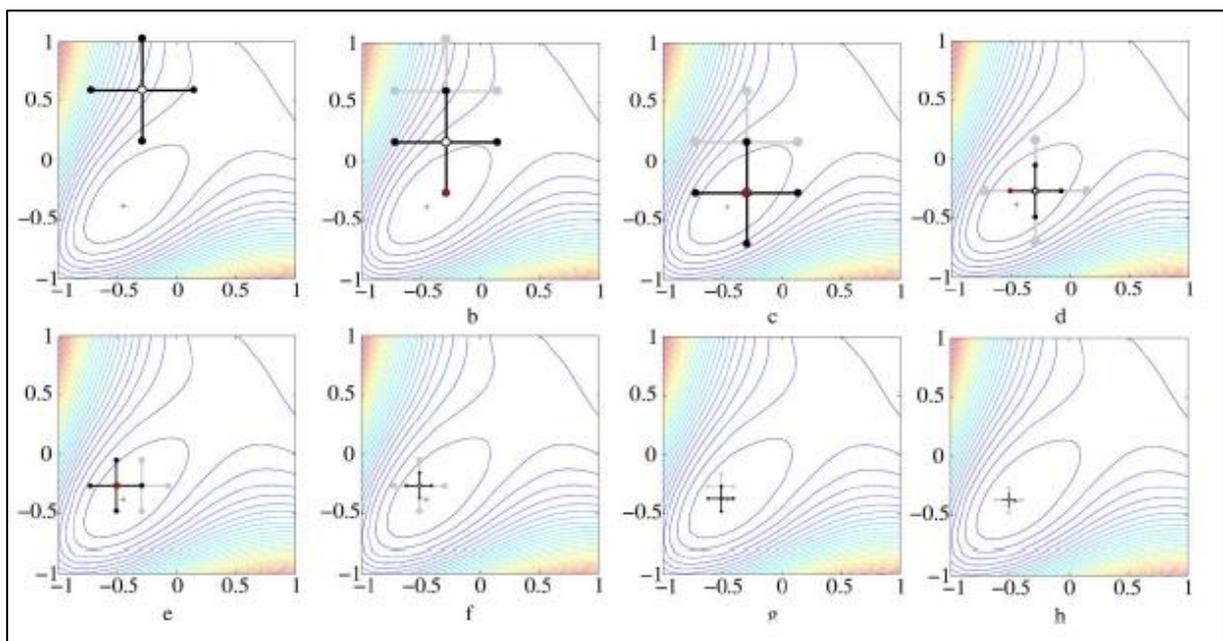


Figura 2.8 - Exemplo de convergência utilizando otimização de procura direta (*Direct Search Optimization*) numa função de Broyden [29].

Definido o método de otimização para resolver o problema, é necessário estabelecer explicitamente:

- **Variáveis de projeto**, que definem os parâmetros que devem ser modificados na análise do problema de otimização e podem ser discretas ou contínuas.

- **Função objetivo**, que é a função escalar do problema de otimização que se pretende minimizar ou maximizar. Quando temos mais do que um objetivo o problema é denominado por otimização multiobjetivo. Cada função objetivo depende das variáveis de projeto.
- **Restrições**, que normalmente são limites impostos às variáveis de projeto ou às funções objetivo, com a intenção de reproduzir as limitações verificadas numa situação real de projeto.

3 Caracterização experimental

Neste capítulo são abordados e descritos os materiais, processos de fabrico dos provetes e peças a ensaiar como também os equipamentos usados. São ainda descritos os ensaios de tração dos provetes e os ensaios realizados de modo a observar os deslocamentos nas peças sujeitas a esforços de flexão-torção.

3.1 Materiais e processo de fabrico

Este trabalho experimental tem como objetivo investigar os efeitos de diferentes distribuições de material e orientações das lâminas sobre o comportamento mecânico de compósitos híbridos com reforços de fibra de carbono e fibra de vidro. Para além dos diferentes métodos de fabrico dos materiais compósitos híbridos, existe um conjunto de parâmetros relacionados com os seus constituintes que influenciam a sua qualidade final e assim o seu desempenho mecânico. Nas secções que se seguem, são caracterizados os constituintes dos compósitos bem como todos os procedimentos de fabrico usados.

3.1.1 Materiais

Os materiais utilizados na parte experimental deste trabalho foram os seguintes:

- Fibra de carbono unidirecional, 24K, 300 [g/m²] [30];
- Fibra de vidro unidirecional, 520 [g/m²] [31];
- Resina epoxídica: Resoltech 1050 + Endurecedor 1056S (100 [g] Epoxi + 35 [g] Endurecedor) [32];

3.1.2 Características dos provetes e peças a ensaiar

Todos os provetes e peças foram produzidos no Laboratório de Materiais Compósitos do Instituto Superior Técnico. Foram produzidos 2 tipos de espécimes: provetes planos retangulares e placas curvas em forma de telha. Foram produzidos separadamente provetes de fibra de carbono e de fibra de vidro para posteriormente serem ensaiados à tração para se poder determinar as respetivas propriedades. As placas curvas foram produzidas para serem submetidas a esforços de flexão-torção.

Foram feitas duas configurações diferentes em cada placa, uma com 6 camadas de fibra (designada por placa A) e outra com 8 (designada por placa B). O objetivo destas duas configurações é obter resultados diferentes nos ensaios de flexão-torção e verificar mais à frente se a modelação numérica consegue ou não prever os resultados. As configurações das placas encontram-se descritas na Tabela 3.1, onde a fibra de carbono aparece como o material de abreviatura C e a fibra de vidro como o material de abreviatura V.

Tabela 3.1 - Distribuição de material e orientação das lâminas em cada placa.

Placa	Nº de camadas	Distribuição de Material	Orientação das lâminas
A	6	V / C / V / V / C / V	[90 ₂ /0/90/0 ₂]
B	8	V / C / C / V / V / C / C / V	[0 ₂ /90 ₂] _s

3.1.3 Processo de fabrico

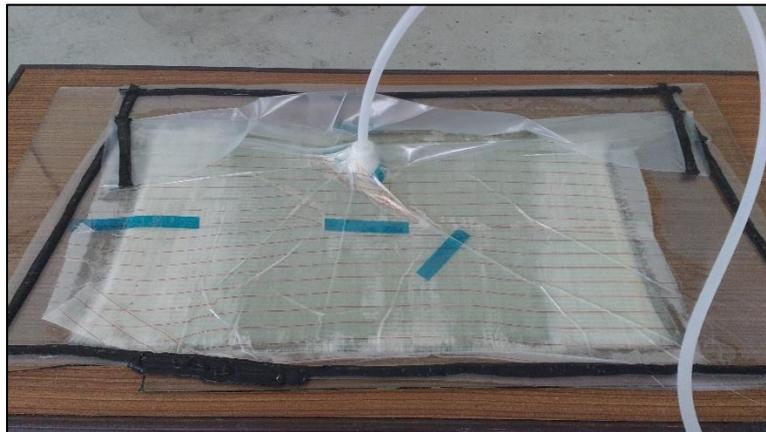
Todos os provetes e placas foram produzidos utilizando a técnica de Laminação Manual (*Hand Lay-Up* – HLU), um dos processos de fabrico de compósitos mais utilizados, devido à sua simplicidade e versatilidade. Para os provetes retangulares, o empilhamento foi feito numa placa de vidro de grandes dimensões. Como as placas são curvas, o empilhamento das fibras foi feito em moldes semicilíndricos de PVC.

1. Antes de iniciar o processo de HLU, foi feita a preparação da matriz, utilizando uma relação de mistura mássica de 100:35, entre a resina epoxídica 1050 e o endurecedor 1056S, respetivamente, tal como indicado na ficha técnica pelo fabricante [32]. A mistura foi mexida até ficar com uma aparência homogénea.
2. De seguida, a placa de vidro e os moldes foram limpos e aplicou-se o desmoldante nas suas superfícies.
3. Cada lâmina de reforço, de fibra de carbono e de fibra de vidro, foi colocada manualmente sobre a superfície de empilhamento respetiva (placa de vidro para os provetes retangulares e moldes semicilíndricos para as placas curvas) e a resina, já misturada com o endurecedor foi vertida sobre cada lâmina. Entre cada lâmina empilhada foi utilizado um pincel para uniformizar a quantidade de resina em cada lâmina, impregnar as fibras e pressionar as fibras contra a superfície, para tentar remover quaisquer bolhas de ar que se possam ter formado. Este processo foi repetido de modo a cada tipo de provete (carbono e vidro) ter 5 camadas cada e cada placa ter a configuração desejada (indicadas na Tabela 3.1). A quantidade de resina utilizada em cada camada foi controlada com o auxílio de uma balança digital. Na Figura 3.1 encontram-se as placas depois de ter sido completo o empilhamento.



Figura 3.1 - Placas no fim do empilhamento das lâminas

- Após o empilhamento de todo o laminado, procede-se a colocação do saco de vácuo. Primeiramente, foi colocada uma camada de *peel ply* porosa por cima do laminado, que tem um agente desmoldante e permite que a peça final seja facilmente separada de todo o material usado no processo de fabrico. De seguida foi colocada fita selante em redor da área de trabalho onde foram fabricados os laminados e foi posta uma camada de filme de vácuo por cima da camada de *peel ply*. Para fechar o saco, a camada de filme de vácuo foi colada à fita selante. Para finalizar o processo, foi realizado um pequeno corte no saco, para colocar a válvula da bomba de vácuo, que por sua vez tapou o corte feito. Utilizando uma bomba de vácuo, extrai-se o excesso de resina e ar dentro do saco e do próprio laminado. Os laminados em vácuo estão ilustrados na Figura 3.2.



a)



b)

Figura 3.2 - Laminados em vácuo: a) provetes de fibra de vidro; b) placas curvas.

- Depois de ser aplicado o vácuo, dá-se o processo de cura, que decorre à temperatura ambiente durante 24h. Após a cura procede-se ao desmolde dos provetes e das placas. Estes foram de seguida cortados com auxílio de um disco de corte. As dimensões dos provetes estão indicadas na Tabela 3.3 e as dimensões das placas encontram-se referidas na secção 3.2.1.

3.1.4 Propriedades dos materiais

As propriedades mecânicas dos materiais utilizados estão apresentadas na Tabela 3.2:

Tabela 3.2 – Propriedades dos materiais utilizados [33] [34].

	Fibra de Carbono	Fibra de Vidro
Módulo de Young (E_1) [MPa]	135000	40000
Módulo de Young (E_2) [MPa]	10000	8000
Coefficiente de Poisson (ν_{12})	0.3	0.25
Módulo de torção (G_{12}) = (G_{13}) [MPa]	5000	4000
Módulo de torção (G_{23}) [MPa]	3470	3211

Todas as propriedades necessárias que não puderam ser obtidas através de métodos experimentais foram obtidas a partir de uma base de dados [33] ou, em último recurso, através de métodos teóricos [34]. Deve notar-se que para os casos onde valores experimentais foram obtidos, estes foram comparados a ambas as fontes anteriormente referidas para verificar que não ocorreu nenhum erro significativo nos ensaios realizados.

3.1.5 Procedimento experimental para aquisição de propriedades

Devido à importância da precisão das propriedades dos materiais fabricados, foram realizados ensaios mecânicos tendo em conta as normas estabelecidas pela *American Society for Testing Materials* (ASTM) [35].

Para determinar uma propriedade específica de um material, como por exemplo o módulo de Young longitudinal (E_1) é exigido pelos regulamentos da ASTM o uso de pelo menos 5 provetes por teste [35], mas devido a restrições de tempo apenas foram utilizados 3 provetes por teste.

Para obter propriedades consistentes, os provetes foram todos obtidos a partir da mesma placa, utilizando materiais do mesmo lote. Estes provetes foram fabricados seguindo os passos descritos na secção 3.1.3. Os ensaios realizados nestes provetes foram ensaios de tração. Os provetes utilizados nos ensaios encontram-se ilustrados na Figura 3.3.

Tabela 3.3 – Provetes fabricados

Tipo de provete	Material	Direção da fibra	Número de camadas	Comprimento [mm]	Largura [mm]	Espessura [mm]
1	Carbono	0°	5	251±0.5	27±0.5	1.5
2	Carbono	90°	5	251±0.5	27±0.5	1.5
3	Vidro	0°	5	251±0.5	27±0.5	2.65
4	Vidro	90°	5	251±0.5	27±0.5	2.65

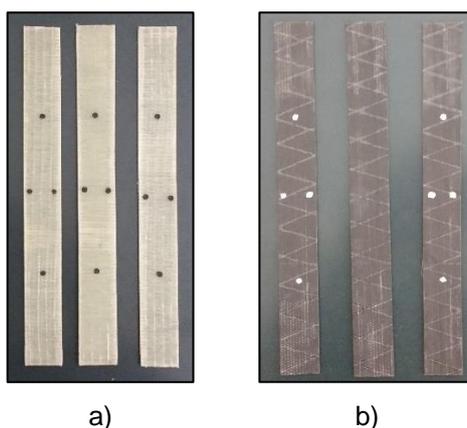


Figura 3.3 – Provetes utilizados nos ensaios de tração: a) vidro 0°; b) carbono 0°.

Todos os tipos de provetes foram ensaiados da seguinte maneira: com a máquina relaxada (força no 0) coloca-se o provete na vertical e aperta-se as amarras. De seguida é colocado o extensómetro no centro do provete. Aplica-se a força na máquina e os valores de força e extensão são registados pelo *software* usado no controlo do ensaio. A máquina tem uma carga máxima de 10 kN e a força é aplicada a uma velocidade constante de 2 mm/min. Após a aplicação da força, retira-se o extensómetro (Figura 3.4) e o provete e repete-se o procedimento para os restantes provetes.



Figura 3.4 – Provete amarrado, com extensómetro.

Após todos os ensaios terem sido realizados foram obtidos gráficos de tensão [MPa] vs extensão longitudinal com os dados obtidos pelo *software* associado à máquina e extensómetro (o *software* fornece valores de força, que são depois transformados em valores de tensão). É importante notar que a força aplicada pela máquina não foi suficiente para quebrar os provetes. Os gráficos obtidos estão referidos no anexo A.

Com os gráficos obtidos é possível determinar as propriedades E_1 e E_2 dos provetes de fibra carbono e de fibra de vidro. Porém, devido a uma falha nos provetes do tipo 2, a propriedade E_2 da fibra de carbono foi consultada em [33] ($E_2 = 10000$ MPa).

Durante os ensaios, foi registada apenas uma extensão, na direção de aplicação da força. Por isso não foi possível calcular o coeficiente de Poisson ν_{12} . Foi por isso usado o valor indicado na fonte [33].

Quanto às propriedades obtidas por métodos teóricos, estas foram obtidas por consulta direta da fonte [34], logo nenhum cálculo foi efetuado. Decidiu-se usar diretamente os valores tabelados devido ao facto de não se saber praticamente nada acerca das propriedades das fibras (apenas se sabe a densidade planar) e o facto dos resultados obtidos experimentalmente serem semelhantes aos valores tabelados.

Foram também calculadas as frações volúmicas de fibra nos provetes para verificar que não se tinha nenhum dos componentes (fibra ou resina) em excesso, utilizando as equações (3.1)-(3.4). Para isso foi medida a massa total das fibras (m_f) para cada tipo de provete. De seguida, mediu-se a massa total dos provetes (m_{total}). Com estes valores deduziu-se os valores de massa de matriz por provete (m_m). Com as dimensões do provete calcula-se o volume total (V_{total}) e tendo em conta a densidade da matriz [32] calcula-se o volume da matriz (V_m) e o volume da fibra. Sobra apenas calcular as frações volúmicas, as quais estão indicadas na Tabela 3.4 juntamente com as espessuras e módulos de Young.

$$m_m = m_{total} - m_f \quad (3.1)$$

$$V_m = \frac{m_m}{\rho_m} \quad (3.2)$$

$$V_f = V_{total} - V_m \quad (3.3)$$

$$v = \frac{V_f}{V_{total}} \quad (3.4)$$

Tabela 3.4 – Propriedades dos materiais utilizados, obtidas experimentalmente.

	Fibra de Carbono	Fibra de Vidro
Fracção volúmica de fibra [%]	0.402	0.539
Espessura média por camada [mm]	0.3	0.53
Módulo de Young (E_1) [MPa]	91070	27128
Módulo de Young (E_2) [MPa]	10000	2542

3.2 Ensaios experimentais

3.2.1 Procedimento experimental

O objetivo dos ensaios experimentais foi medir os deslocamentos das placas em determinadas condições de carregamento, para posterior comparação dos valores experimentais com os valores obtidos na simulação numérica. Na Figura 3.5 estão indicadas as dimensões das placas e está ilustrado o esquema dos ensaios realizados.

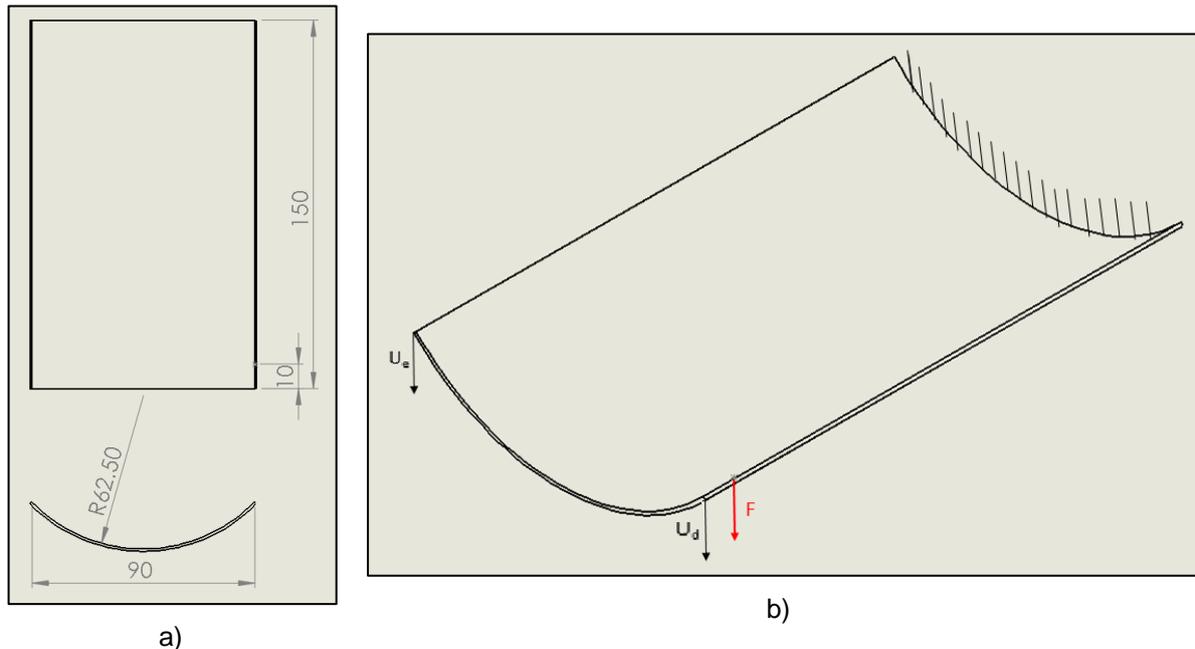


Figura 3.5 – a) Dimensões da placa; b) Esquema do ensaio.

As placas produzidas têm 170 mm de comprimento e 90 mm de largura, em que o arco curvo mede 100 mm com um raio interior de curvatura de 62,5 mm. Porém, devido ao facto de haver um encastramento numa das extremidades da placa, esta considera-se como se tivesse apenas 150 mm de comprimento. Os 20 mm que sobram são utilizados para efetuar o encastramento.

Para encastrar a placa, é necessário fixar umas das suas extremidades. Como a placa é curva, fixar uma das extremidades torna-se difícil com os métodos mais usuais, como por exemplo o uso de amarras. Para resolver esta dificuldade optou-se por mergulhar uma parte da extremidade da placa em resina (os 20 mm referidos anteriormente), e fez-se com que a resina, após a cura, ficasse com a forma de um bloco paralelepípedo. Após a cura, a resina é rígida o suficiente para fixar a extremidade da placa e tem-se então o encastramento feito. Em vez de se fixar a extremidade da placa a uma amarra, fixa-se o bloco de resina, o que é muito mais fácil e prático de se fazer, visto que não é uma superfície curva. Na Figura 3.6 encontram-se ilustrados os blocos de resina.

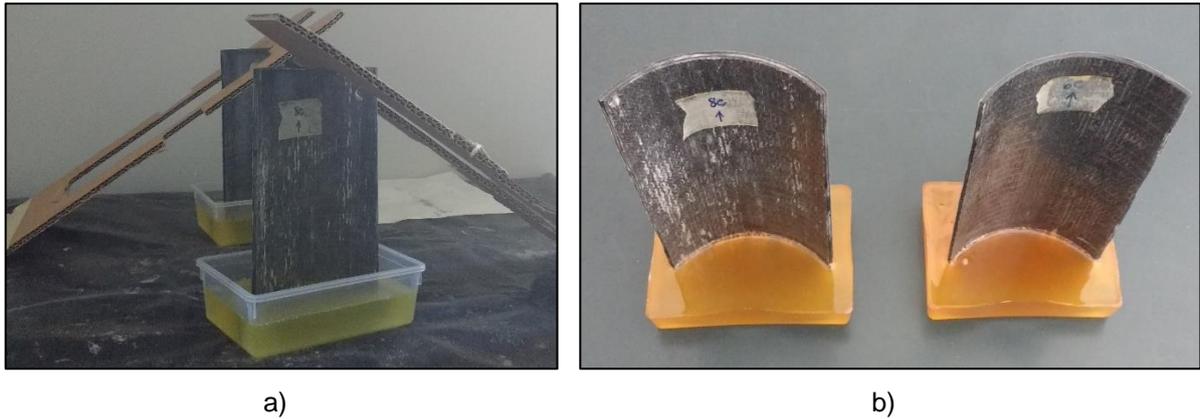


Figura 3.6 – a) Processo de formação do bloco de resina; b) Blocos de resina curada.

3.2.2 Registo dos deslocamentos

Os ensaios experimentais de flexão-torção foram realizados no Laboratório de Técnicas Oficiais do Instituto Superior Técnico. Começou-se por fixar o bloco de resina a uma bancada rígida, de modo à placa ficar o mais horizontal possível (Figura 3.7b). De seguida montou-se o equipamento para medir os deslocamentos. Os deslocamentos foram medidos utilizando 2 comparadores digitais com amplitude de 12.5 mm e resolução de 0.01 mm , um para cada ponta da placa (Figura 3.7c).

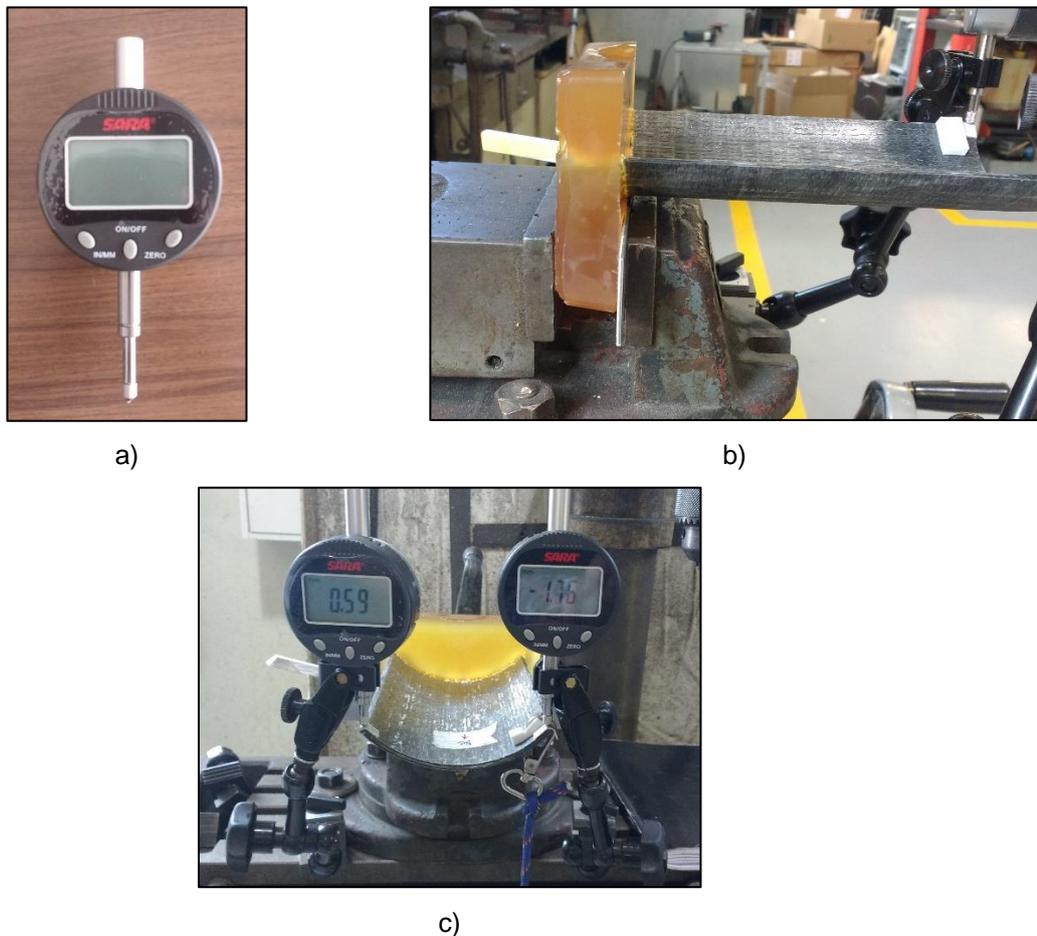


Figura 3.7 – a) Comparador utilizado; b) fixação do bloco de resina; c) montagem completa do ensaio.

Depois da montagem ter sido efetuada, suspendeu-se um peso calibrado de 4.5 kg (44 N) no ponto de aplicação de força ilustrado na Figura 3.5 e procedeu-se então à leitura dos deslocamentos nos 2 comparadores (Figura 3.8). Após a estabilização, a placa é descarregada até os comparadores voltarem a zero. Este processo foi repetido até se ter uma boa quantidade de valores registados. É de notar que este processo foi feito separadamente para as placas A e B (consultar configurações na Tabela 3.1).

Tabela 3.5 – Deslocamentos obtidos durante os ensaios experimentais para as duas placas.

	Placa A		Placa B	
	U_d [mm]	U_e [mm]	U_d [mm]	U_e [mm]
Ensaio 1	2.92	-0.82	1.74	-0.55
Ensaio 2	2.89	-0.79	1.64	-0.55
Ensaio 3	3.09	-0.88	1.65	-0.53
Ensaio 4	2.81	-0.78	1.78	-0.57
Ensaio 5	3.1	-0.8	1.72	-0.56
Média	2.962	-0.814	1.706	-0.552
Desvio padrão	0.114	0.036	0.053	0.013



Figura 3.8 – Montagem do ensaio, com a força aplicada.

Como seria de esperar, os deslocamentos apresentam sinais simétricos, o que indica que houve de facto torção na placa. U_d é significativamente maior que U_e devido ao ponto de aplicação da força. Por último, é de notar que os valores dos desvios-padrão são baixos para ambos os deslocamentos em ambas as placas, o que indica que houve pouca variação nos ensaios (resultados constantes).

4 Modelação e simulação numérica

Neste capítulo é descrito em detalhe todo o processo de modelação e simulação numérica dos ensaios mecânicos realizados no capítulo 3. É também feita, no fim, uma comparação dos resultados obtidos na simulação com aqueles obtidos nos ensaios, para verificação do modelo elaborado neste capítulo.

4.1 Introdução

A maior parte das simulações computacionais prendem-se com a resolução de equações diferenciais parciais relativas a problemas de condições de fronteira. Um método numérico amplamente conhecido para resolver este tipo de problemas é o MEF - Método dos Elementos Finitos (*FEM – Finite Element Method*). No MEF, um domínio geométrico complexo é discretizado num conjunto de subdomínios (elementos) que estão conectados por nós. O conjunto de nós e elementos é designado por malha. A esta malha e todas as propriedades de domínio a ela associadas, constituem o modelo de elementos finitos.

Foi realizado um modelo numérico para simular os ensaios experimentais realizados usando o programa *Abaqus/Standard* 6.14. O *Abaqus* é um programa que proporciona uma interface gráfica na qual vários tipos de simulações podem ser realizadas dentro do mesmo projeto. O projeto está organizado segundo vários módulos que permitem definir as propriedades dos materiais usados, alterar a geometria da estrutura, caracterizar o laminado, definir os parâmetros da malha e inserir as condições de fronteira e carregamento do modelo. O esquema de ordem dos módulos encontra-se na Figura 4.1.

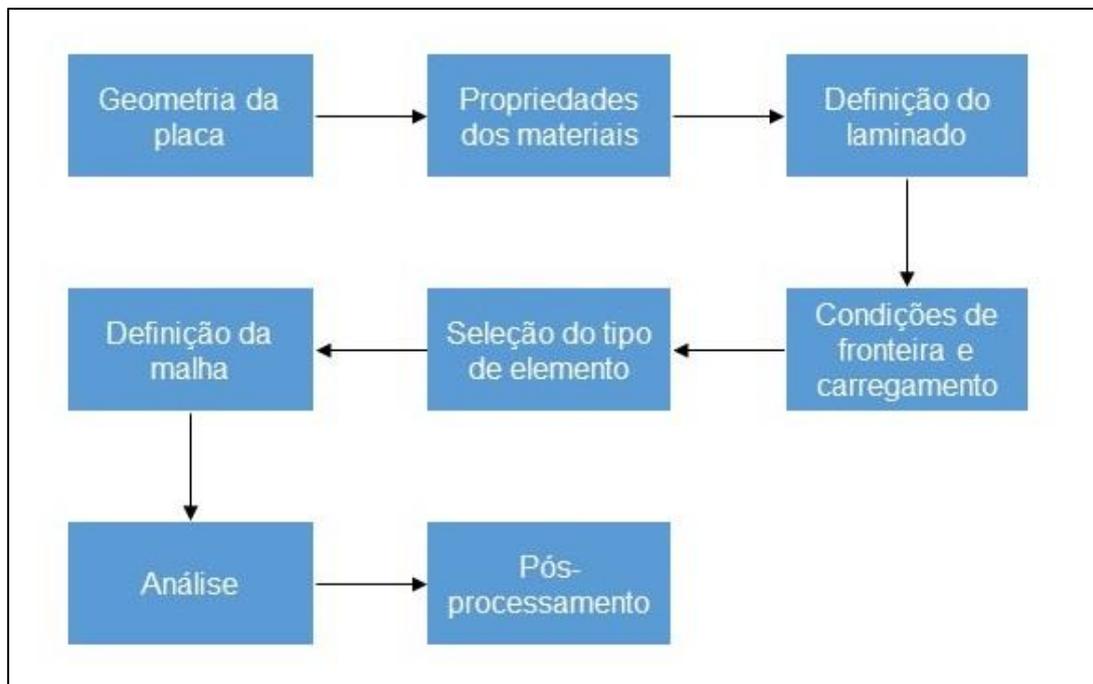


Figura 4.1 – Etapas a decorrer no *Abaqus*.

4.2 Geometria e propriedades dos materiais

No primeiro módulo, *Part*, é contruída a geometria das lâminas da placa. As dimensões da placa são as que estão indicadas na secção 3.2.1, com a diferença do comprimento ser apenas 150 *mm*, visto que na simulação não são necessários os 20 *mm* extra para estabelecer o encastramento. No módulo seguinte, *Property*, são definidas as propriedades mecânicas dos materiais. Neste modelo, a fibra de carbono tem a designação de CFRP (*Carbon Fiber Reinforced Polymer*) e a fibra de vidro tem a designação de GFRP (*Glass Fiber Reinforced Polymer*). Os valores definidos para as propriedades podem ser consultados na Tabela 3.2 e na Tabela 3.4 e os materiais estão indicados na Figura 4.2 juntamente com a geometria das lâminas.

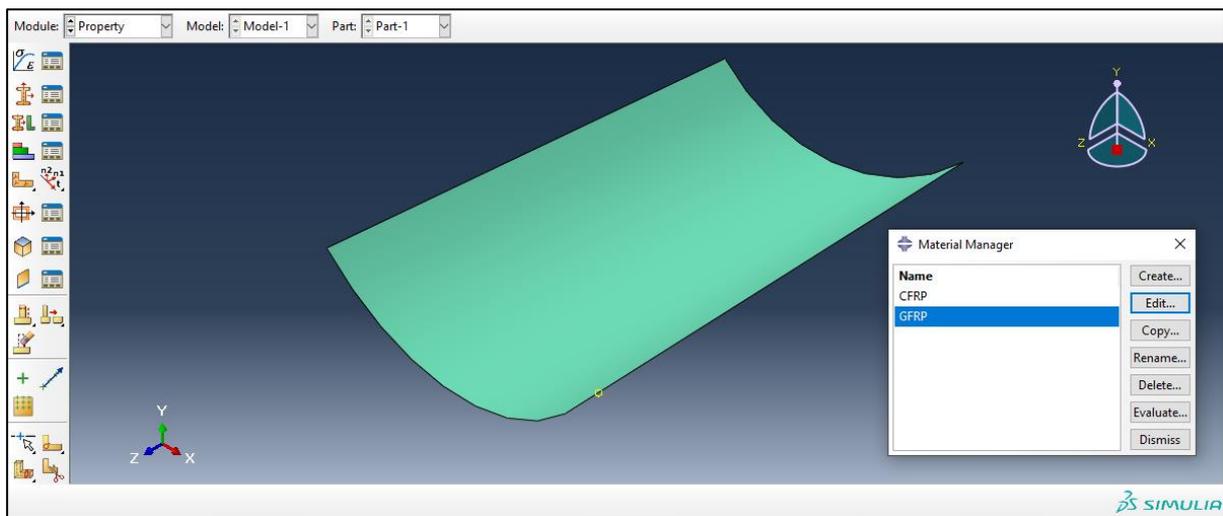
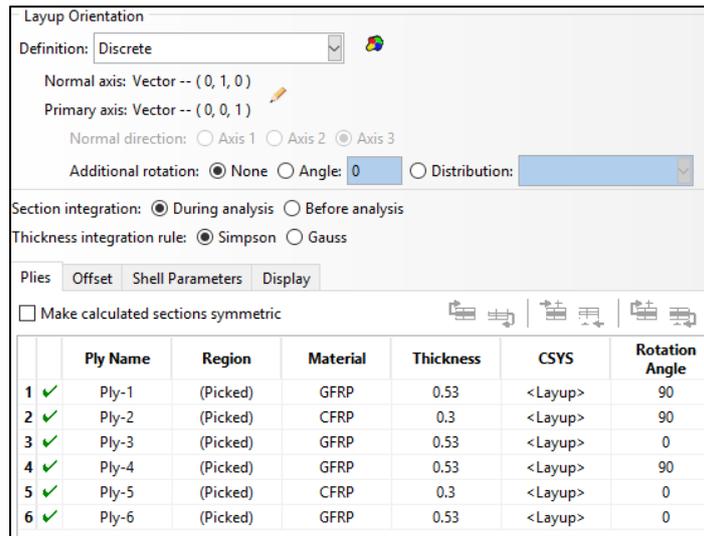


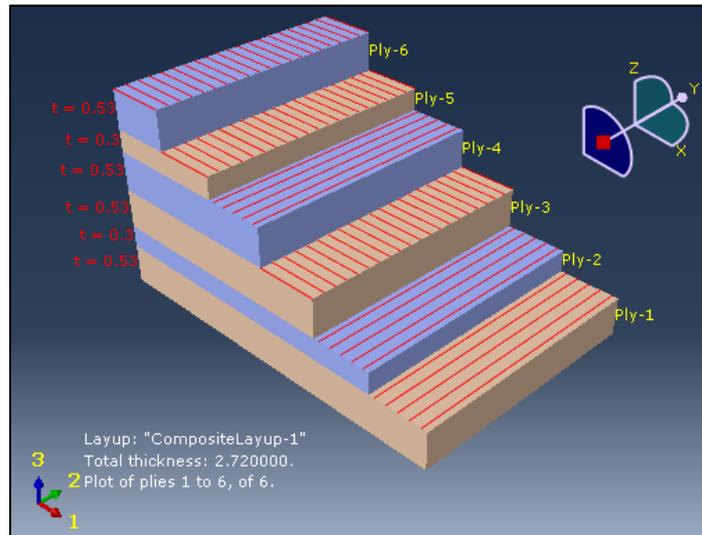
Figura 4.2 - Geometria de cada lâmina e lista de materiais.

4.3 Definição do laminado

A definição do laminado é feita no módulo *Property*, na secção *Edit Composite Layup*. Nesta secção define-se o número de lâminas da placa e para cada lâmina define-se também o seu material, espessura e orientação das fibras. É importante notar que se definiu um referencial extra para se poder definir a direção de cada fibra. A direção principal deste referencial é a do comprimento da placa, que serve como o 0° para as orientações das fibras, enquanto que a direção normal é a da espessura da placa. A espessura de cada tipo de lâmina (em termos de material) pode ser consultada na Tabela 3.4 e as orientações e materiais de cada configuração encontram-se descritas na Tabela 3.1. Na Figura 4.3 encontra-se a definição do laminado e a sua representação gráfica para uma das placas.



a)

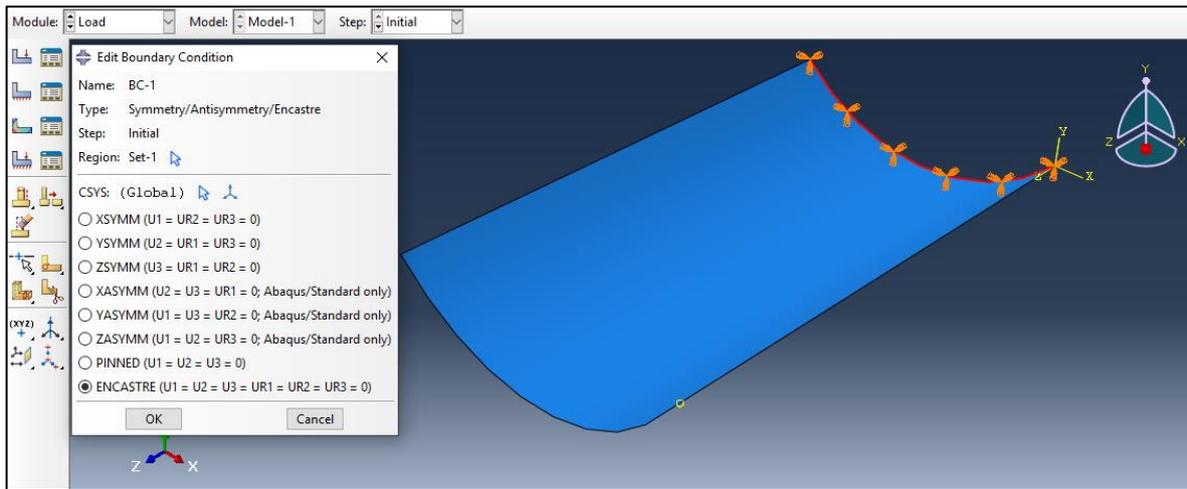


b)

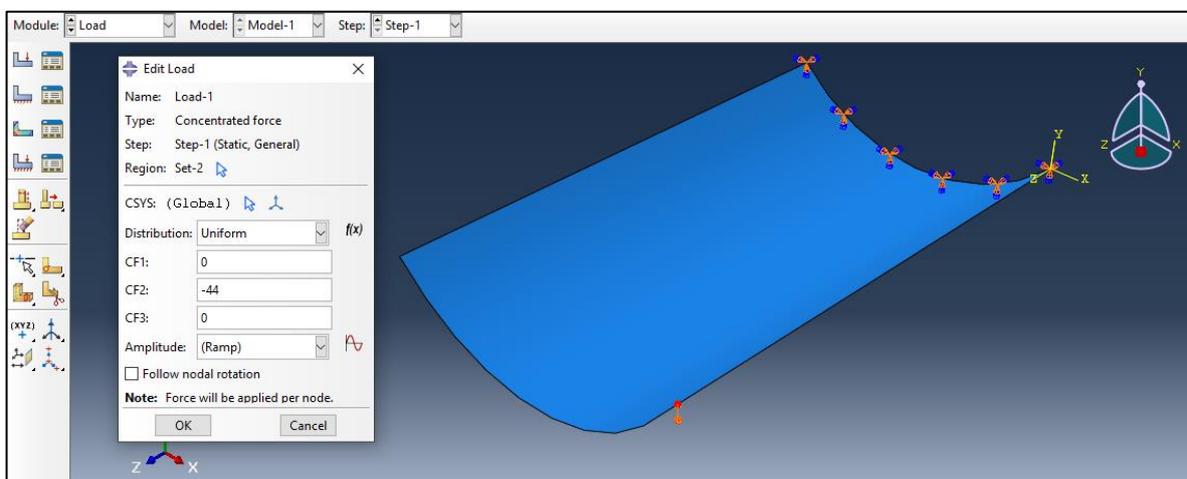
Figura 4.3 – Placa A modelada: a) definição do laminado; b) Representação gráfica do laminado.

4.4 Condições de fronteira e carregamento

No módulo *Load*, foram definidas as condições de fronteira e o carregamento (Figura 4.4). Como já referido anteriormente, a placa tem uma das extremidades encastradas e tem uma força aplicada de 44 N (ver localização na Figura 3.5).



a)



b)

Figura 4.4 – a) Encastramento; b) Força aplicada.

4.5 Seleção do tipo de elemento

Dado que os objetos do presente estudo são placas com espessura reduzida quando comparada com o seu comprimento e largura, foram utilizados neste modelo numérico elementos do tipo casca. As placas em material compósito laminado são consideradas finas ou moderadamente espessas sempre que a razão entre o comprimento do laminado e a sua espessura é superior a 20. Os elementos casca quando usados neste tipo de estrutura permitem uma maior simplificação dos cálculos computacionais quando comparados com os elementos sólidos sem comprometerem a qualidade dos resultados obtidos. Dos vários tipos de elementos casca que poderiam ser usados optou-se por usar os elementos S8R (Figura 4.5). Estes são elementos casca com 8 nós e integração reduzida [26].

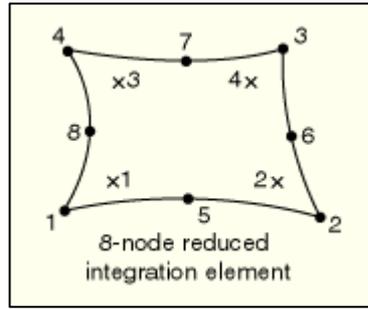


Figura 4.5 – Geometria e locais dos nós e pontos de integração do elemento S8R.

Este elemento possui 8 nós, logo é de esperar que para malhas com o mesmo número de elementos, os resultados sejam mais precisos do que resultados obtidos com os elementos alternativos S4R (que apenas possuem 4 nós cada). O facto de haver integração reduzida permite, por sua vez, impedir que aconteça o fenómeno designado por *shear locking*.

4.6 Definição da malha e estudo de convergência

O tamanho dos elementos é uma característica muito importante na precisão e convergência dos resultados. A definição da malha foi realizada no módulo *Mesh*. Os estudos de convergência têm como propósito avaliar a influência do número de elementos da malha no valor de um determinado resultado, escolhido como o parâmetro de estudo. No presente estudo de convergência foi seleccionado como parâmetro de análise o deslocamento máximo que ocorre na placa, ou seja, U_d como indicado na Figura 3.5.

Em qualquer estudo de convergência, o aumento do número de elementos exige um maior esforço computacional, pelo que é necessário encontrar um equilíbrio entre a convergência do parâmetro em estudo e o número de cálculos na simulação numérica. Decidiu-se definir como critério de convergência a diferença percentual entre resultados consecutivos. Esta diferença é calculada com a equação (4.1). É atingida a convergência quando o valor desta diferença for inferior a 1%.

$$\Delta = \text{abs} \left(\frac{\text{deslocamento}_N - \text{deslocamento}_{N-1}}{\text{deslocamento}_N} \right) * 100 \quad (4.1)$$

Os estudos de convergência foram realizados para as 2 placas com um valor de força diferente do utilizado nos ensaios experimentais. O valor utilizado foi de 50 N. Os valores dos estudos de convergência podem ser observados na Tabela 4.1 e Tabela 4.2.

Tabela 4.1 – Estudo de convergência na simulação da placa A.

Número de elementos	Deslocamento U_d	Δ %
70	3.262	-
150	3.125	4.38
600	3.041	2.76
1350	3.029	0.39
2400	3.026	0.1

Tabela 4.2 - Estudo de convergência na simulação da placa B.

Número de elementos	Deslocamento U_d	Δ %
70	1.631	-
150	1.579	3.29
600	1.547	2.07
1350	1.543	0.26
2400	1.542	0.06

Como se pode constatar, o valor da diferença percentual é inferior a 1% quando se passa de 600 elementos para 1350 para ambas as placas, logo optou-se por usar uma malha com 600 elementos para todas as análises deste trabalho. De seguida, apresenta-se uma ilustração da malha utilizada na Figura 4.6.

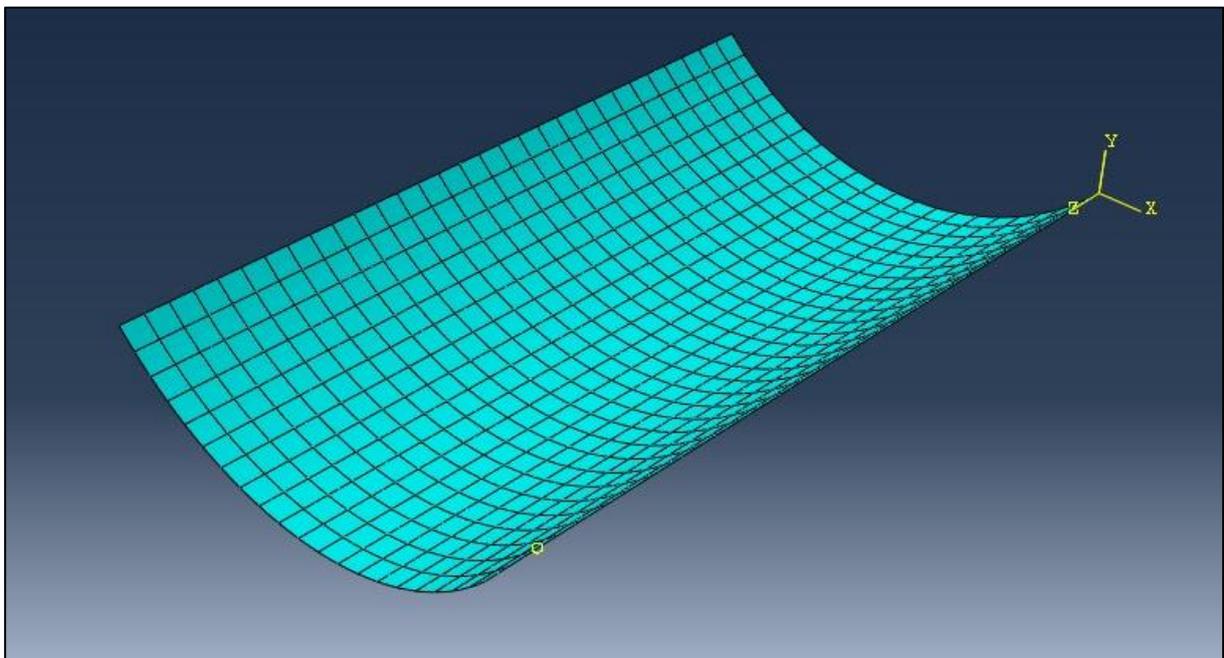


Figura 4.6 – Malha definida para o modelo numérico, com 600 elementos do tipo S8R.

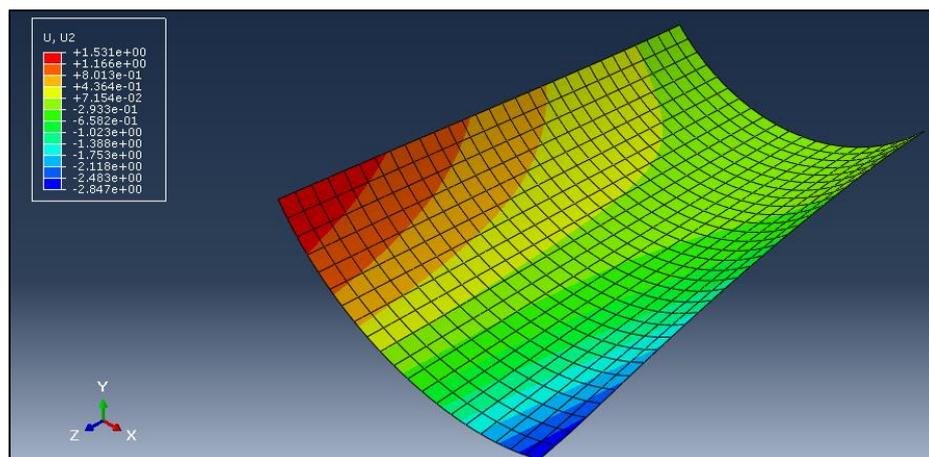
4.7 Pós-processamento

Os resultados das análises estáticas estruturais de cada uma das placas, utilizando a malha resultante dos estudos de convergência podem ser consultados na Tabela 4.3.

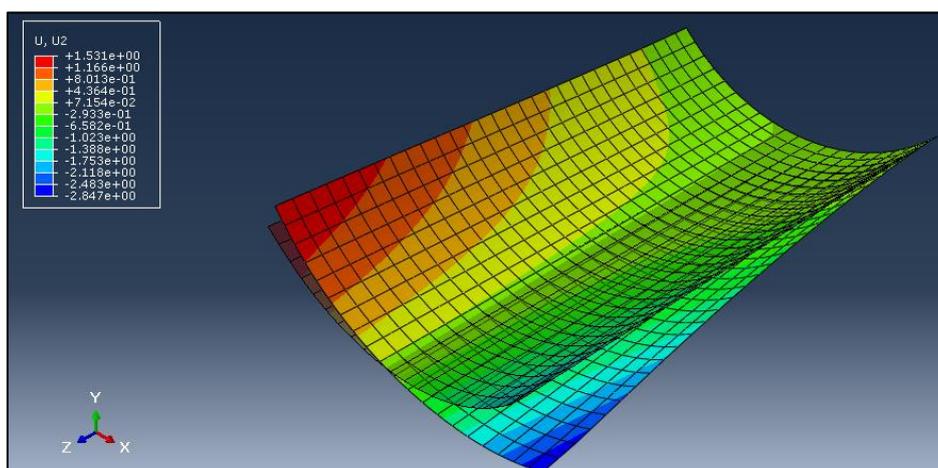
Tabela 4.3 – Resultados obtidos no modelo de elementos finitos.

		Deslocamento vertical [mm]
Placa A	U_d	2.847
	U_e	-1.531
Placa B	U_d	1.571
	U_e	-0.786

Os resultados obtidos serão discutidos na seção 4.8. Na Figura 4.7 encontra-se a ilustração da solução obtida para o deslocamento vertical das lâminas da placa A.



a)



b)

Figura 4.7 – Resultados obtidos na placa A: a) Deslocamento vertical; b) Deslocamento vertical vs posição inicial (a transparente).

4.8 Comparação e análise de resultados

Comparam-se agora os resultados obtidos experimentalmente com os resultados obtidos no modelo desenvolvido em *Abaqus*. Os resultados são comparados em termos percentuais na Tabela 4.4. A diferença percentual (Δ) foi calculada através da equação (4.2).

$$\Delta = \text{abs} \left(\frac{\text{deslocamento}_{\text{experimental}} - \text{deslocamento}_{\text{Abaqus}}}{\text{deslocamento}_{\text{experimental}}} \right) * 100 \quad (4.2)$$

Tabela 4.4 – Diferença entre deslocamentos verticais obtidos experimentalmente e numericamente.

		Deslocamento experimental [mm]	Deslocamento <i>Abaqus</i> [mm]	Δ %
Placa A	U _d	2.962	2.847	3.88
	U _e	-0.814	-1.531	88.08
Placa B	U _d	1.706	1.571	7.91
	U _e	-0.552	-0.786	42.39

Em primeiro lugar, verifica-se como seria de esperar que U_d e U_e apresentem sinais simétricos, U_d positivo e U_e negativo, já que os esforços aplicados às placas são de flexão e torção (para além de esforço de corte). Em relação às diferenças entre os valores experimentais e numéricos, é de realçar que os valores de deslocamento U_d apresentam valores de erro relativamente baixos, com o valor mais baixo (3.88%) a ser registado na placa A. Quanto ao deslocamento U_e, os valores de erro apresentados são maiores que o esperado, chegando o valor numérico quase ao dobro do experimental (88.08%), no pior dos casos. Esta discrepância dá-se devido ao facto das placas terem sofrido empeno após terem sido cortadas na forma desejada. Ora, devido a este empeno apenas se conseguiu garantir a horizontalidade da aresta correspondente ao deslocamento U_d durante os ensaios experimentais realizados, por isso seria de esperar que os valores de U_e registados experimentalmente fossem de facto diferentes dos obtidos numericamente.

É também importante realçar que existem outras variáveis que podem influenciar os resultados e levar a que existam alguns desvios no modelo de elementos finitos utilizado. O processo de fabrico de cada placa pode introduzir algumas imperfeições no projeto, devido à produção manual utilizando a técnica de Laminação Manual (*Hand Lay-Up*), ao processo de cura dos provetes à temperatura ambiente durante 24 horas e ao próprio corte como já referido anteriormente. A quantificação dos erros durante o fabrico destes laminados e a sua influência nos resultados finais é um processo extremamente complexo.

A espessura de cada lâmina de fibra de carbono e de cada lâmina de fibra de vidro resultou da média de medições feitas à espessura dos provetes de fibra de carbono e de fibra de vidro, respetivamente. Apesar de terem sido medidos cada um dos laminados e verificar-se que a estimativa das espessuras das lâminas tinha uma boa aproximação e não apresentava desvios significantes, o

facto de os modelos de elementos finitos desenvolvidos se terem baseado nestas estimativas pode também ter contribuído para alguns desvios nos resultados. O mesmo se aplica ao cálculo das propriedades elásticas das lâminas de fibra de carbono e de fibra de vidro já que este também teve em conta medições feitas aos provetes.

Apesar de tudo, constata-se que o modelo computacional desenvolvido foi bastante preciso na previsão do comportamento mecânico a nível dos deslocamentos nas placas.

5 Otimização

Neste capítulo, apresenta-se a otimização dos laminados anteriormente discutidos. A otimização foi alcançada recorrendo a um método denominado por *Direct MultiSearch* (DMS) [28]. O método será descrito brevemente, apresentar-se-á a sua aplicação ao problema e no fim demonstra-se os resultados obtidos.

5.1 Método *Direct MultiSearch* (DMS)

Um problema de otimização multiobjectivo pode ser matematicamente formulado como

$$\begin{aligned} \min F(x) &\equiv (f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x))^T \\ \text{s. t. } &x \in \Omega \end{aligned} \quad (5.1)$$

envolvendo m funções objetivo.

Na presença de $m (\geq 2)$ funções objetivo, o minimizador de uma função não é necessariamente o minimizador de outra. Neste caso, não existe um único ponto que seja o ponto ótimo para todos os objetivos. Em vez de um ponto, existe um conjunto de pontos, chamado frente de Pareto ou conjunto não-dominado. Dados dois pontos x_1 e x_2 em Ω , diz-se que x_1 domina x_2 se e só se a solução x_1 for estritamente melhor que x_2 em pelo menos um dos objetivos e se não for pior que x_2 em qualquer um dos objetivos.

Direct MultiSearch é um método usado para problemas de otimização multiobjectivo que não recorre ao uso de derivadas. Essencialmente generaliza os métodos de procura direta direcionais de um único objetivo para otimização multiobjectivo.

O DMS mantém uma lista de possíveis pontos não-dominados, a partir dos quais começa a iterar. A cada iteração, os novos pontos são avaliados e verifica-se se são pontos dominados ou não. Se a iteração for bem sucedida, significa que um novo ponto não-dominado foi encontrado e a lista de pontos não-dominados é alterada. Caso contrário, declara-se que a iteração foi mal sucedida.

A maior parte dos detalhes foram omitidos nesta breve explicação, mas a descrição completa do algoritmo encontra-se na referência [28]. Durante este trabalho foram utilizados os parâmetros que vêm por defeito com o DMS.

5.2 Definição dos objetivos e variáveis de projeto

Neste trabalho existem três funções objetivo que são minimizar:

- Peso ou massa da estrutura
- Custo da estrutura
- Deslocamento máximo da placa (U_d)

Em otimização multiobjectivo, é importante que as funções objetivo sejam contraditórias, ou seja, ao minimizar um dos objetivos, não se garante a minimização de outros. Neste trabalho em concreto os objetivos contrários são a massa e o custo, porque devido aos materiais usados (fibra de vidro e fibra de carbono) quanto mais leve for a peça mais cara ela será e vice-versa. Isto dá-se pelo facto da fibra de carbono ser um material mais leve que a fibra de vidro mas também mais caro. Por isso se se minimizar a massa da estrutura, estar-se-á a aumentar o seu custo.

As variáveis de projeto nesta otimização são:

- Número de lâminas
- Orientação das lâminas
- Material das lâminas

Foram impostas algumas restrições ao problema. O número de lâminas varia entre 6 e 12, para não se obter uma placa muito fina e para se ter um limite superior de espessura da placa. Se não houver um número máximo de lâminas, a minimização do deslocamento poderia levar a resultados com um número bastante elevado de lâminas. Foi também definido um intervalo de ângulos para a orientação das lâminas entre -75° e 90° , com um *step* de 15° . Com este intervalo de variação de ângulos de orientação, a variável de projeto pode tomar os valores de $\{-75^\circ, -60^\circ, -45^\circ, -30^\circ, -15^\circ, 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ\}$. Não foi incluído o valor de -90° porque uma fibra com este valor de orientação apresenta o mesmo comportamento mecânico que uma fibra a 90° . Quanto ao material, as lâminas podem apenas ser de fibra de carbono ou fibra de vidro, já que foram os 2 materiais usados ao longo do trabalho. A espessura de cada tipo de lâmina é a mesma referida na Tabela 3.2.

Para se calcular a massa da estrutura tem-se em conta o material e dimensões de cada camada (consultar secção 3.1.1 e Tabela 3.2) e determina-se o valor de massa de cada tipo de camada. Para se calcular o custo da estrutura, faz-se uma abordagem semelhante à da massa, mas desta vez tendo em conta o preço dos materiais utilizados em cada camada aquando da sua compra. Para o deslocamento, este é diretamente obtido através do *Abaqus* e é equivalente ao deslocamento U_d descrito em capítulos anteriores.

Procede-se agora à implementação do algoritmo ao problema.

5.3 Aplicação do método ao problema

Como o DMS utiliza variáveis com valores reais e este problema tem variáveis com valores discretos, considera-se um vetor de variáveis com 25 entradas:

$$x = [x_1, x_2, \dots, x_{25}]^T \quad (5.2)$$

A primeira entrada x_1 corresponde ao número de lâminas da placa e, como já referido anteriormente, varia entre 6 e 12. As próximas 12 entradas $[x_2:x_{13}]$ correspondem às orientações das lâminas e, como já referido anteriormente, variam entre -75 e 90, com um *step* de 15. As últimas 12 variáveis $[x_{14}:x_{25}]$ correspondem aos materiais das lâminas e podem tomar o valor 1 ou 2. O valor 1 corresponde a fibra de carbono e o valor 2 corresponde a fibra de vidro. É importante notar que se o valor de x_1 for, por exemplo 6, isto significa que só os valores de $[x_2:x_7]$ e $[x_{14}:x_{19}]$ serão considerados para a análise e as restantes variáveis são assumidas como se fossem nulas.

O primeiro passo no ciclo de otimização é dado pelo algoritmo DMS. Este primeiro passo é definir o primeiro vetor de variáveis x . Após a definição deste vetor importa-se para um ficheiro em *Matlab*, onde se dá a tradução dos seus valores.

Após a tradução do vetor de variáveis procede-se à edição do ficheiro de *input* do *Abaqus*. Este ficheiro de *input* (extensão *.inp*) é o ficheiro que contém toda a informação da análise a ser corrida no *Abaqus*. Utilizando o ficheiro de *input* com o qual se obtiveram os resultados discutidos no Capítulo 4, edita-se a secção do ficheiro que contém a informação sobre o laminado (secção 4.3). Desta forma, tudo na análise se mantém igual às análises feitas no Capítulo 4, exceto a configuração do laminado. Esta configuração é alterada a cada iteração consoante o vetor disponibilizado pelo DMS.

Depois da edição deste ficheiro, procede-se então à análise. Esta análise é a mesma realizada no Capítulo 4, a única diferença é a definição do laminado. Quando a análise termina, o *Abaqus* exporta os resultados do deslocamento U_d para um documento de texto.

Com o valor do deslocamento U_d conhecido, procede-se ao cálculo dos restantes objetivos num ficheiro em *Matlab* e fornece-se os valores dos 3 objetivos ao DMS. Após a análise dos valores fornecidos, o DMS gera um novo vetor de variáveis e o ciclo aqui descrito repete-se. Na Figura 5.1 encontra-se ilustrado o ciclo de otimização.

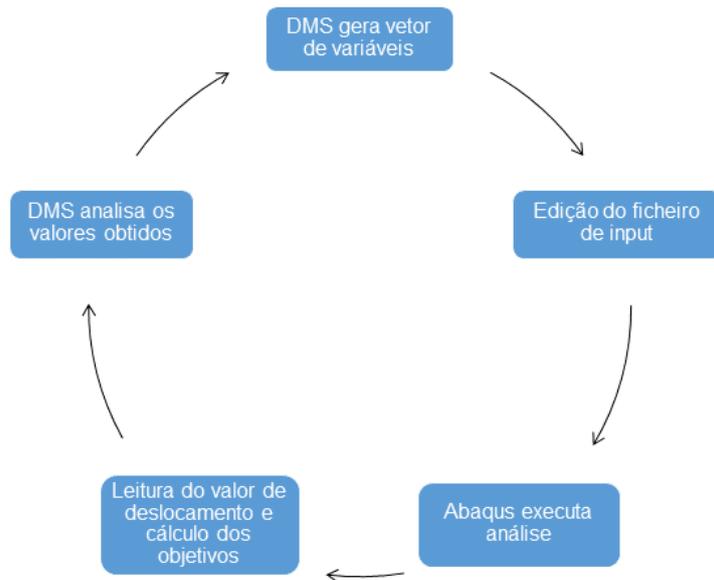


Figura 5.1 – Processo de otimização.

5.4 Resultados e discussão

A solução obtida encontra-se ilustrada na Figura 5.2. Esta frente de Pareto tem um total de 70 pontos não-dominados. Para se poder proceder à discussão dos resultados são apresentadas 3 projeções diferentes dos pontos em planos diferentes: massa-custo, deslocamento-massa e deslocamento-custo, como demonstrado na Figura 5.3, Figura 5.4 e Figura 5.5, respetivamente. Nestas são realçados alguns dos pontos não-dominados e são referidas as respetivas configurações desses pontos para se poderem comparar soluções.

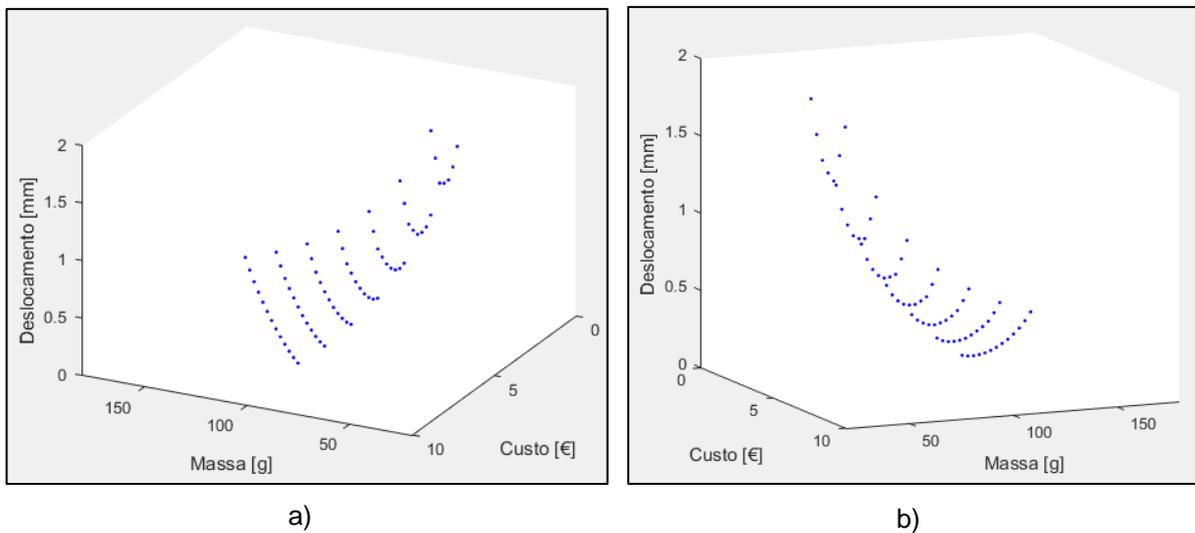


Figura 5.2 - Duas perspetivas diferentes da frente de Pareto obtida, em 3 dimensões.

5.4.1 Massa-Custo

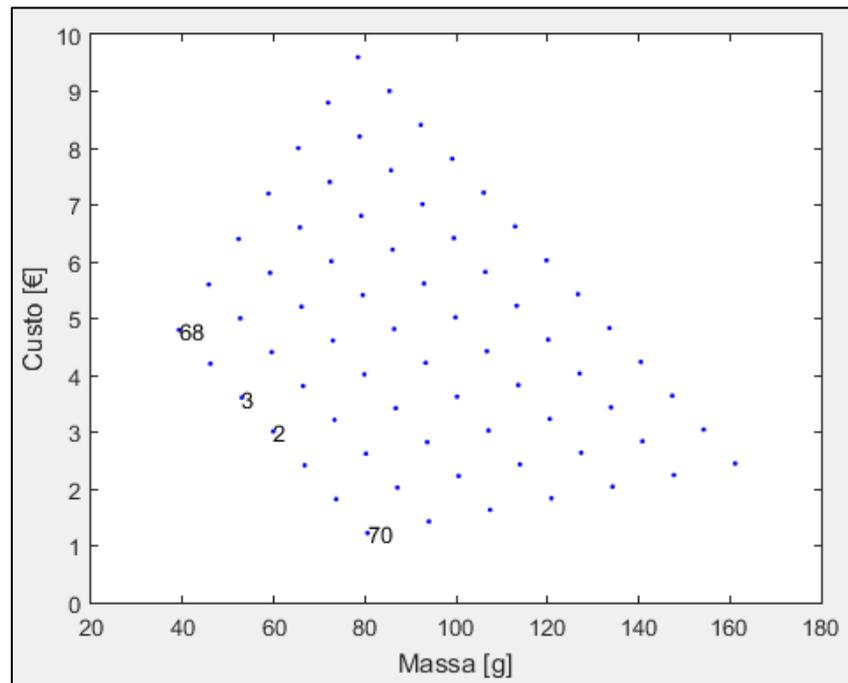


Figura 5.3 – Projecção no plano massa-custo.

Na Figura 5.3 estão indicadas 4 soluções para ilustrar a variação massa-custo. A solução 68 é a melhor em termos de massa (39.24 g), enquanto a solução 70 é a melhor em termos de custo (1.22€). Como seria de esperar, a solução 68 é inteiramente feita de fibra de carbono e a solução 70 é inteiramente feita de fibra de vidro e ambas apresentam o número mínimo de camadas. As soluções 2 e 3 são configurações intermédias. As configurações de cada uma das soluções referidas estão na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Configuração e valores dos objectivos para os pontos não-dominados indicados no plano massa-custo.

Nº do ponto	Nº de camadas	Distribuição de material	Orientação das lâminas	Massa [g]	Custo [€]	Deslocamento [mm]
2	6	[C ₂ V ₃ C]	[-45/15/0 ₂ /30/-45]	59.91	3.01	1.34
3	6	[C ₂ V] _s	[-45/15/0 ₂ /30/-45]	53.02	3.61	1.45
68	6	[C ₆]	[-45/15/0 ₂ /30/-45]	39.24	4.8	1.91
70	6	[V ₆]	[-45/30/0 ₂ /30/-45]	80.58	1.22	1.54

5.4.2 Deslocamento-Massa

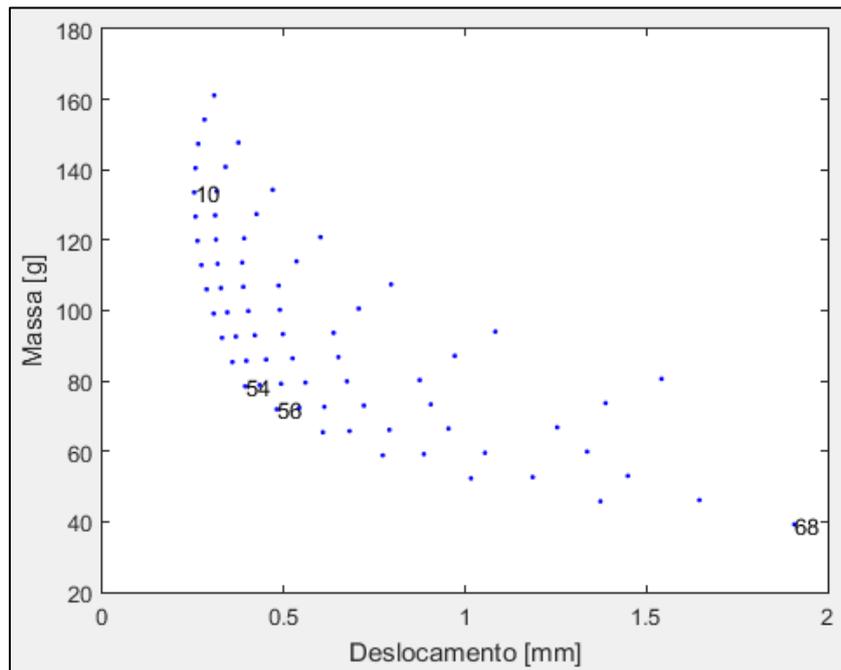


Figura 5.4 – Projecção no plano deslocamento-massa.

Na Figura 5.4 estão indicadas 4 soluções para ilustrar a variação deslocamento-massa. A solução 10 é a melhor em termos de deslocamento (0.25 mm). Como seria de esperar, esta solução apresenta o número máximo de camadas. Isto permite ter valores de deslocamento baixos mas faz com que esta solução seja das piores em termos de massa (a pior tem 161.2 g). A solução 68 continua a ser a melhor em termos de massa, mas como se pode verificar é a pior solução em termos de valores de deslocamento (1.91 mm). As soluções 54 e 56 são configurações intermédias que apresentam valores de deslocamento ligeiramente mais elevados que a solução 10 mas que têm valores de massa bastante menores. As configurações de cada uma das soluções referidas estão na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 - Configuração e valores dos objectivos para os pontos não-dominados indicados no plano deslocamento-massa.

Nº do ponto	Nº de camadas	Distribuição de material	Orientação das lâminas	Massa [g]	Custo [€]	Deslocamento [mm]
10	12	[C ₂ V ₄] _S	[-30/- 45/30/15 ₂ /0 ₂ /15/0/ 45/-30/-45]	133.6	4.83	0.25
54	12	[C ₁₂]	[-45 ₂ /30/15/- 15/0 ₂ /15/0/45/- 45 ₂]	78.48	9.6	0.39
56	11	[C ₁₁]	[-45 ₂ /30/15 ₂ /0 ₃ - 45/45/-45]	71.94	8.8	0.48
68	6	[C ₆]	[-45/15/0 ₂ /30/-45]	39.24	4.8	1.91

5.4.3 Deslocamento-Custo

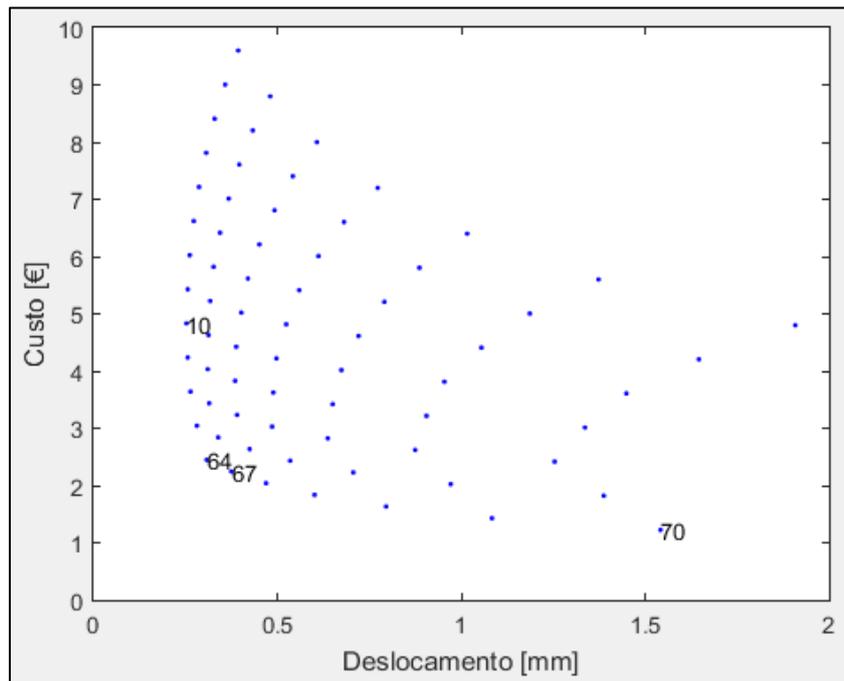


Figura 5.5 - Projecção no plano deslocamento-custo.

Na Figura 5.5 estão indicadas 4 soluções para ilustrar a variação deslocamento-custo. A solução 10 continua a ser a melhor em termos de valores de deslocamento e como se pode verificar apresenta um valor de custo relativamente reduzido em relação à solução mais cara (9.6 €). A solução 70 apresenta um dos valores mais altos de deslocamento entre as soluções encontradas. As soluções 64 e 67 são configurações intermédias que apresentam valores de deslocamento ligeiramente mais elevados que a solução 10 mas que são bastante mais económicas. As configurações de cada uma das soluções referidas estão na Tabela 5.3.

Tabela 5.3 - Configuração e valores dos objectivos para os pontos não-dominados indicados no plano deslocamento-custo.

Nº do ponto	Nº de camadas	Distribuição de material	Orientação das lâminas	Massa [g]	Custo [€]	Deslocamento [mm]
10	12	[C ₂ V ₄] _s	[-30/- 45/30/15 ₂ /0 ₂ /15/0/ 45/-30/-45]	133.6	4.83	0.25
64	12	[V ₁₂]	[-30/- 45/30/15 ₂ /0 ₄ /45/- 30/-45]	161.2	2.45	0.31
67	11	[V ₁₁]	[-30/- 45/30/15/0 ₄ /30/- 30 ₂]	147.7	2.24	0.38
70	6	[V ₆]	[-45/30/0 ₂ /30/-45]	80.58	1.22	1.54

Depois de se observar as melhores soluções para cada um dos objetivos e se isolar umas quantas configurações intermédias para cada plano de objetivos, existem outras abordagens que podem ser usadas para tentar arranjar uma solução que seja mais desejada. Uma possível abordagem é considerar limites máximos dos objetivos em si. Por exemplo, restringir o valor de deslocamento a um máximo de 0.50 mm, ou não permitir que o valor de massa ultrapasse os 100 g. Outra abordagem possível é considerar um pseudo objetivo, ou seja, isolar as melhores soluções para os 3 objetivos originais e utilizar os valores de um quarto objetivo para ajudar à decisão da “solução ótima”. Neste trabalho decidiu-se usar como quarto objetivo a força necessária para levar a placa à falha enquanto está a ser carregada. Para isso usa-se o critério de falha de Hashin. A intenção inicial seria utilizar esta força como quarto objetivo diretamente no ciclo de otimização descrito, mas pelo facto de este objetivo aumentar significativamente o tempo de análise (cerca de 200 vezes mais) optou-se por utilizar apenas 3 objetivos na otimização.

5.4.4 Implementação do critério de Hashin

No *Abaqus*, o critério de Hashin pode ser implementado em conjunto com uma lei de evolução de dano, que é baseada na especificação de quatro energias de fratura G_f , cada uma correspondendo à degradação do material no respetivo modo (ver secção 2.6). A especificação destas quatro energias de fratura é ainda hoje um desafio e os métodos de teste para obter valores de energia de fratura associado com os vários modos de falha estão ainda em desenvolvimento. Os valores das energias de fratura foram consultados em [36], e encontram-se na Tabela 5.4.

É também necessário saber os valores das tensões limite dos materiais utilizados. Estes foram consultados em [33] e encontram-se na Tabela 5.4.

Tabela 5.4 – Tensões limite e energias de fratura [33] [36].

	Fibra de carbono	Fibra de vidro
S_{t1} [MPa]	1500	1000
S_{c1} [MPa]	1200	600
S_{t2} [MPa]	50	30
S_{c2} [MPa]	250	110
$S_{s12} = S_{s23}$ [MPa]	75	40
G_{ft} [N/mm]	5.86	2.38
G_{fc} [N/mm]	5.42	5.28
G_{mt} [N/mm]	0.424	0.424
G_{mc} [N/mm]	0.948	0.948

O último parâmetro necessário para o cálculo da força que leva à falha da placa é o fator de estabilização de dano f . Com base nos resultados de trabalhos realizados em [37], optou-se por usar um valor de $f = 0.001$.

Optou-se por escolher a melhor solução para cada objetivo e 3 configurações intermédias para as simulações com implementação do critério de Hashin. Para isso, escolheu-se a solução que tem o melhor valor do objetivo que não se encontra presente nas projeções indicadas. Por exemplo, para a projeção massa-custo, escolheu-se a solução intermédia com o melhor valor de deslocamento. Tendo isto em conta, as soluções escolhidas para estas simulações foram as soluções 2, 10, 56, 67, 68 e 70.

Estas simulações são semelhantes às aquelas descritas no Capítulo 4, com uma diferença. Em vez de haver a força concentrada, existe uma condição de fronteira em U_d de deslocamento vertical (-50 mm). Os gráficos força-deslocamento das soluções utilizadas encontram-se na Figura 5.6.

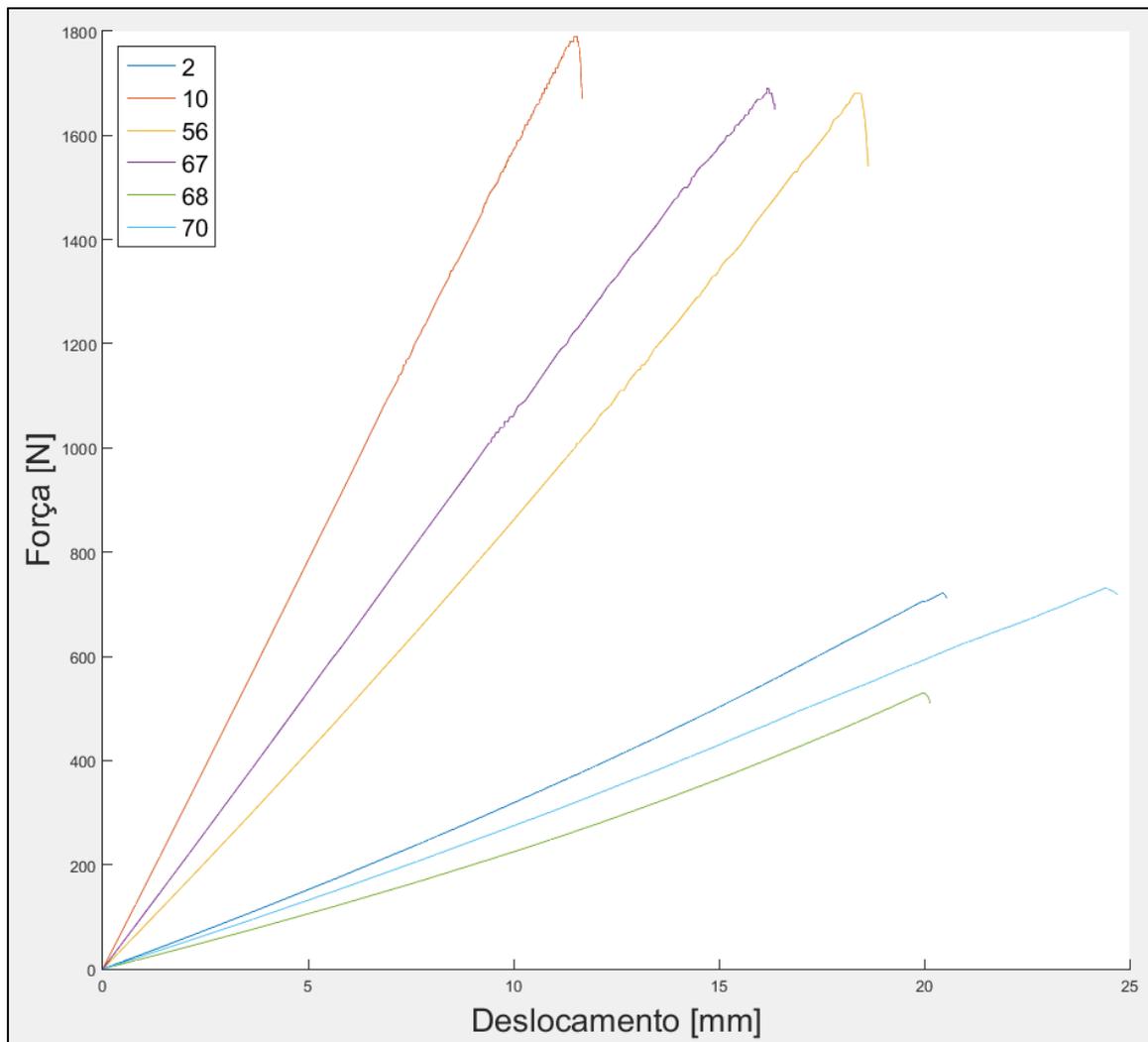


Figura 5.6 – Gráficos força-deslocamento para as várias soluções utilizadas.

O ponto onde existe uma mudança abrupta do declive nestes gráficos é o ponto em que ocorre a falha na placa e a força nesse ponto corresponde ao quarto objetivo definido. Na Tabela 5.5 estão indicados, para cada solução, os valores das forças onde ocorreu a falha, os valores dos deslocamentos onde ocorreu a falha, a rigidez e os modos de falha correspondentes.

Tabela 5.5 – Forças, deslocamentos, modos de falha e rigidez das soluções analisadas.

Solução	Força de falha [N]	Deslocamento de falha [mm]	Rigidez [N/mm]	Modo de falha
2	721	20.44	37.59	CM
10	1787	11.54	155.56	CM
56	1681	18.40	93.31	CM
67	1685	16.21	103.93	CM
68	529	19.99	27.41	TM
70	730	24.44	30.99	CM

Como seria de esperar, todas as placas tiveram o início de dano na matriz. A matriz é o componente mais fraco por isso era espectável que o dano se iniciasse nesta. Todas as soluções tiveram o início de dano no modo de compressão da matriz (CM), exceto a solução 68, que iniciou o dano com tensão na matriz (TM). Os gráficos correspondentes aos índices de iniciação de dano de cada uma das análises encontra-se no anexo B. Nestes gráficos, o primeiro índice a atingir o valor de 1 é o modo de falha indicado na Tabela 5.5.

Em termos de força de falha, a solução que apresenta o valor mais elevado de força (mais desejado) é a solução 10, com o valor de 1787 N, apresentando também a maior rigidez (155.56 N/mm). Porém, as soluções 56 e 67 apresentam valores de força de falha não muito inferiores à da solução 10 com valores de rigidez bastante aceitáveis quando comparados a outras soluções. Junta-se também o facto de ambas as soluções 56 e 67 apresentarem uma maior ductilidade em relação à solução 10. Se se quiser determinar uma solução ótima, pode-se optar pela solução 10, visto que esta é a melhor em termos de aspetos de performance, com o menor deslocamento e maior valor de força de falha e rigidez. No entanto, se houver necessidade de escolher opções mais económicas ou mais leves sem perder muito em termos de performance, pode-se optar por escolher a solução 56 (mais leve que a 10) ou a solução 67 (menor custo que a 10).

A abordagem de otimização multiobjectivo permite uma grande flexibilidade no processo de *design*. A necessidade de conduzir várias otimizações de objetivo único durante o processo de *design* é reduzida devido ao facto de as soluções não-dominadas disponíveis poderem ser analisadas de várias perspetivas, e é possível ter várias soluções como soluções ótimas, dependendo das necessidades do projeto.

6 Conclusões e trabalhos futuros

Neste último capítulo apresenta-se um resumo de toda a dissertação e descrevem-se as conclusões alcançadas ao longo do seu desenvolvimento. Numa segunda parte, são realizadas algumas propostas para trabalhos futuros, como continuação do estudo efetuado.

6.1 Conclusões gerais

Foram fabricadas placas curvas com diferente número de camadas e orientações de lâminas utilizando tecidos de fibra de carbono e fibra de vidro unidirecionais. Estas placas foram sujeitas a esforços de flexão-torção através de ensaios experimentais com as mesmas condições de carregamento em todos os ensaios. Foram registados os deslocamentos verticais de 2 pontos específicos das placas recorrendo ao uso de comparadores digitais.

De modo a determinar as propriedades elásticas das lâminas, já que estas são necessárias para modelar computacionalmente os ensaios, realizaram-se ensaios de tração a provetes de fibra de carbono e provetes de fibra de vidro. Após a obtenção das propriedades, começou-se a modelação numérica dos ensaios. Os ensaios foram simulados computacionalmente através de modelos de elementos finitos desenvolvidos em *Abaqus*. Após as simulações terem sido realizadas, compararam-se os valores de deslocamentos verticais obtidos nos modelos com os valores experimentais, de modo a avaliar a precisão do modelo. Existiram alguns fatores que podem ter originado inconsistências nos resultados do modelo de elementos finitos: limitações no processo de fabrico dos provetes, estimativa das propriedades elásticas das lâminas e pequenas movimentações dos comparadores durante os ensaios experimentais. No final desta etapa, constatou-se que o modelo computacional desenvolvido foi bastante preciso na previsão do comportamento mecânico a nível do deslocamento direito na placa U_d , logo consideram-se válidos os modelos desenvolvidos.

Por último, pretendia-se realizar a otimização das placas em termos de minimização do deslocamento máximo, massa e custo da placa, para as condições de fronteira e de carregamento dos ensaios experimentais realizados anteriormente. Esta otimização foi alcançada recorrendo a um modelo desenvolvido por Custódio et al., denominado por "*Direct MultiSearch – DMS*" [28]. O DMS é um método de otimização multiobjectivo de procura direta. Foram então definidos os parâmetros necessários para executar a otimização. As funções objetivo foram minimizar o deslocamento máximo, massa e custo da placa e as variáveis de projeto adotadas foram o número, material e orientação das lâminas que define o empilhamento na placa. A nível de restrições do problema de otimização definiu-se: um número de lâminas entre 6 e 12, cada lâmina podia ser de fibra de vidro ou fibra de carbono e orientações de fibras em cada lâmina com valores entre -75° e 90° e com um *step* de 15° . Por fim, foi obtida a frente de Pareto do problema e foram analisadas as soluções para determinar a solução ótima do problema. Determinou-se que haviam 3 soluções possíveis, uma delas era a melhor em termos de performance, e as restantes duas eram ligeiramente inferiores em performance mas bastante mais vantajosas noutros objetivos, uma em massa, outra em custo.

6.2 Propostas de trabalhos futuros

Na sequência do trabalho desenvolvido surgiram alguns aspetos relacionados com comportamento mecânico dos compósitos laminados híbridos, passíveis de serem alvo de investigação adicional. Deste modo, são aqui propostos trabalhos futuros que podem vir a ser objeto de futura investigação. Assim, sugere-se:

Fabricar materiais compósitos laminados híbridos de fibra carbono e fibra de vidro com uma matriz epoxídica modificada com a adição de pequenas frações em peso de nanopartículas (como por exemplo, nanotubos de carbono) e analisar o seu comportamento mecânico para os ensaios experimentais realizados no presente trabalho.

Utilizar a mesma estratégia de otimização para outros objetivos ou condições de carregamento, como por exemplo incluir a resistência (força de falha) da placa nos objetivos, impor esforços de tensão/compressão em vez de flexão-torção ou fazer estudos de impacto à estrutura.

Utilizar os mesmos objetivos e condições de carregamento e estudar a influência que o raio de curvatura da placa terá nos resultados.

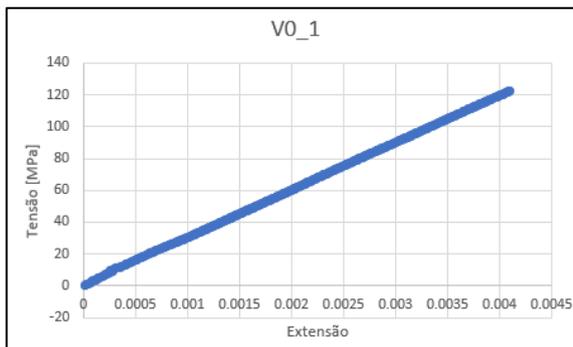
Referências

- [1] P. W. Manders e M. G. Bader, "The strength of hybrid glass/carbon fibre composites," *Journal of Materials Science*, vol. 16, pp. 2246-2256, 1981.
- [2] A. R. Bunsell e B. Harris, "Hybrid carbon and glass fibre composites," *Composites*, vol. 5, pp. 157-164, 1974.
- [3] M. R. Wisnom, G. Czél, Y. Swolfs, M. Jalalvand, L. Gorbatikh e I. Verpoest, "Hybrid effects in thin ply carbon/glass unidirectional laminates: accurate experimental determination and prediction," *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 88, pp. 131-139, 2016.
- [4] G. Kretsis, "A review of the tensile, compressive, flexural and shear properties of hybrid fibre-reinforced plastics," *Composites*, vol. 18, pp. 13-23, 1987.
- [5] Y. Swolfs, L. Gorbatikh e I. Verpoest, "Fibre hybridisation in polymer composites : A review," *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 67, pp. 181-200, 2014.
- [6] H. Nguyen, W. Zatar e H. Mutsuyoshi, "Hybrid polymer composites for structural applications," em *Hybrid Polymer Composite Materials*, Elsevier, 2017, pp. 35-51.
- [7] T. Sinmazçelik, E. Avcu, M. Ö. Bora e O. Çoban, "A review: Fibre metal laminates, background, bonding types and applied test methods," *Materials & Design*, vol. 32, pp. 3671-3685, 2011.
- [8] J. G. Teng, J. F. Chen, S. T. Smith e L. Lam, *FRP: strengthened RC structures*, Wiley, 2002.
- [9] B. Ravishankar, S. K. Nayak e M. Kader, "Hybrid composites for automotive applications – A review," *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, vol. 38, pp. 835-845, 2019.
- [10] Z. Huang e Y. Zhou, *Strength of fibrous composites*, Springer, 2012.
- [11] J. N. Reddy, *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells – Theory and Analysis*, CRC PRESS, 2004.
- [12] H. Silva, "Comportamento Mecânico de Compósitos de Fibra de Vidro/Epoxy Nano-Reforçados," Universidade de Coimbra, Dissertação de Doutoramento, 2014.
- [13] M. F. Ashby e Y. J. Bréchet, "Designing hybrid materials," *Acta Materialia*, vol. 51, pp. 5801-5821, 2003.
- [14] Z. S. Wu, C. Q. Yang, Y. H. Tobe, L. P. Ye e T. Harada, "Electrical and mechanical characterization of hybrid CFRP sheets," *Journal of Composite Materials*, vol. 40, pp. 227-244, 2006.

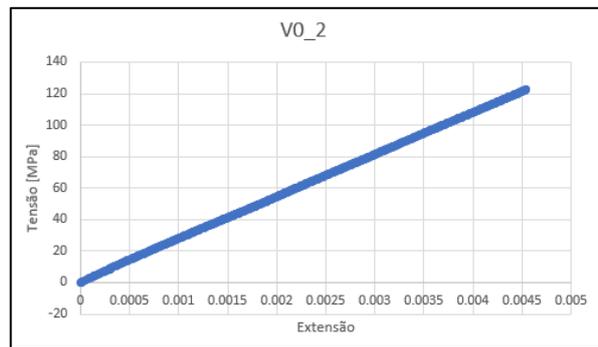
- [15] G. Czél e M. R. Wisnom, "Demonstration of pseudo-ductility in high performance glass/epoxy composites by hybridisation with thin-ply carbon prepreg," *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 52, pp. 23-30, 2013.
- [16] I. Figueiredo, "Previsão do Comportamento Mecânico e Otimização de Placas em Material Compósito Híbrido," Instituto Superior Técnico, Dissertação de Mestrado, 2016.
- [17] J. Ervina, M. Mariatti e S. Hamdan, "Effect of Filler Loading on the Tensile Properties of Multi-walled Carbon Nanotube and Graphene Nanopowder filled Epoxy Composites," *Procedia Chemistry*, vol. 19, pp. 897-905, 2016.
- [18] H. Chen, O. Jacobs, W. Wu, G. Rüdiger e B. Schädel, "Effect of dispersion method on tribological properties of carbon nanotube reinforced epoxy resin composites," *Polymer Testing*, vol. 26, pp. 351-360, 2007.
- [19] A. D. Sáez, "Finite Element Modelling of Damage and Failure in Fiber Reinforced Composites," Instituto Superior Técnico, Dissertação de Mestrado, 2015.
- [20] R. Franco, "Produção de Componentes em Materiais Compósitos por," Instituto Superior Técnico, Dissertação de Mestrado, 2008.
- [21] E. J. Barbero, *Introduction to Composite Materials Design*, Taylor & Francis, 1998.
- [22] Z. Hashin e A. Rotem, "A Fatigue Failure Criterion for Fiber Reinforced Materials," *Journal of Composite Materials*, vol. 7, pp. 448-464, 1973.
- [23] Z. Hashin, "Failure Criteria for Unidirectional Fiber Composites," *Journal of Applied Mechanics*, vol. 47, pp. 329-334, 1980.
- [24] S. W. Tsai, "Strength Characteristics of Composite Materials," Philco Corporation, Newport Beach, CA, USA, 1965.
- [25] S. W. Tsai e E. M. Wu, "A General Theory of Strength for Anisotropic Materials," *Journal of Composite Materials*, vol. 5, pp. 58-80, 1971.
- [26] Simulia, *ABAQUS/Standard User's Manual, Version 6.14*, Providence, RI, USA: Dassault Systèmes, 2014.
- [27] M. Gilli, "An Introduction to Optimization Heuristics," em *Seminar to the Department of Public and Business Administration*, University of Cyprus, 2004.
- [28] A. L. Custódio, J. A. Madeira, A. I. Vaz e L. N. Vicente, "Direct multisearch for multiobjective optimization," *SIAM Journal on Optimization*, vol. 21, pp. 1109-1140, 2011.

- [29] "Pattern search (optimization)," [Online]. Available: [https://en.wikipedia.org/wiki/Pattern_search_\(optimization\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Pattern_search_(optimization)). [Acedido em Setembro 2019].
- [30] [Online]. Available: <https://www.castrocompositesshop.com/pt/fibras-de-refor%C3%A7o/1220-tecido-de-carbono-unidirecional-0%C2%BA-de-24-k-e-300-g-m2.html>. [Acedido em Junho 2019].
- [31] [Online]. Available: <https://www.castrocompositesshop.com/pt/fibras-de-refor%C3%A7o/1205-520-g-m2-tecido-de-fibra-de-vidro-unidirecional-ud.html>. [Acedido em Junho 2019].
- [32] Resoltech, "Resoltech 1050 Hardeners 1053S to 1059S," [Online]. Available: <https://www.resoltech.com/en/markets/1050-detail.html>. [Acedido em Junho 2019].
- [33] Performance Composites Ltd, "Mechanical Properties of Carbon Fibre Composite Materials, Fibre / Epoxy resin (120°C)," [Online]. Available: http://www.performance-composites.com/carbonfibre/mechanicalproperties_2.asp. [Acedido em Junho 2019].
- [34] P. Krishnan, "Vibrations and fatigue interactions of laminate composites, p. Slide 59 e 60.," [Online]. Available: <https://pt.slideshare.net/PadmanabhanKrishnan2/vibrations-and-fatigue-vibration-interactions-of-laminated-composites>. [Acedido em Junho 2019].
- [35] A. International, "ASTM D3039 / D3039M-00, Standard Test Method for Tensile Properties of Polymer Matrix Composite Materials". West Conshohocken, PA 2000.
- [36] F. Nunes, J. R. Correia e N. Silvestre, "Structural behavior of hybrid FRP pultruded beams: Experimental, numerical and analytical studies," *Thin-Walled Structures*, vol. 106, pp. 201-217, 2016.
- [37] A. Duarte, A. D. Sáez e N. Silvestre, "Comparative study between XFEM and Hashin damage criterion applied to failure of composites," *Thin-Walled Structures*, vol. 115, pp. 277-288, 2017.

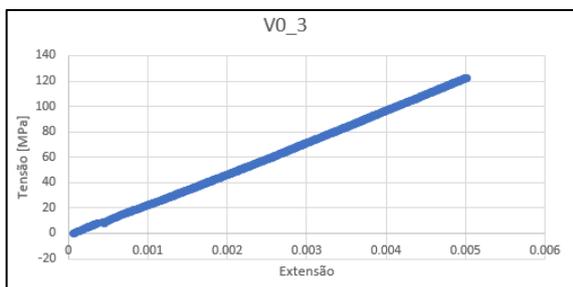
A. Gráficos Tensão-Extensão



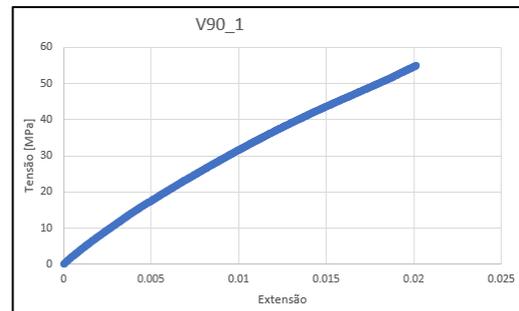
a)



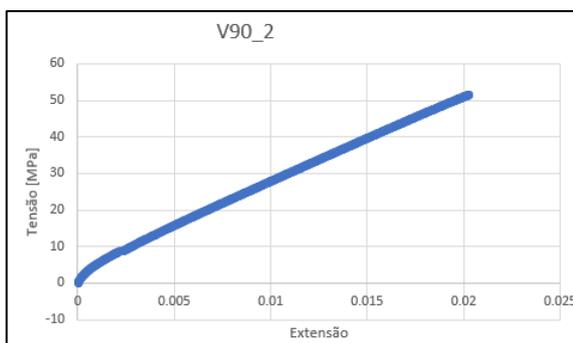
b)



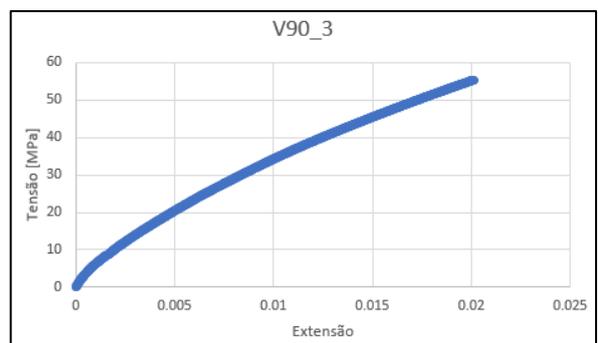
c)



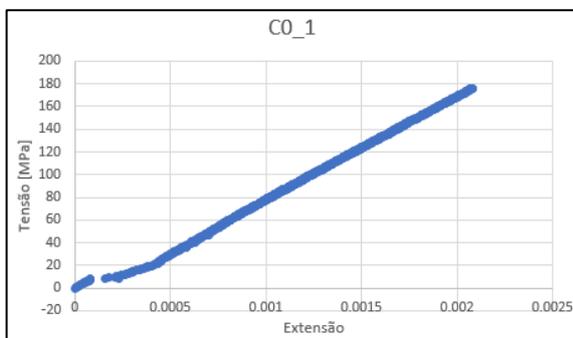
d)



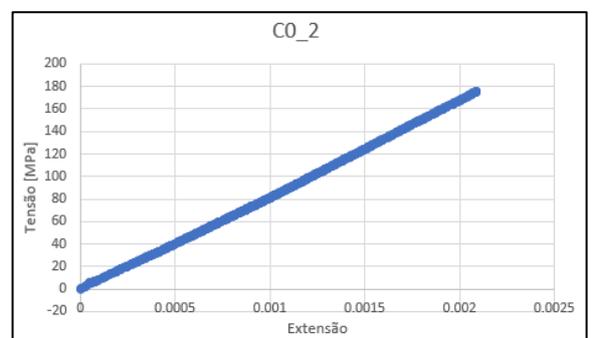
e)



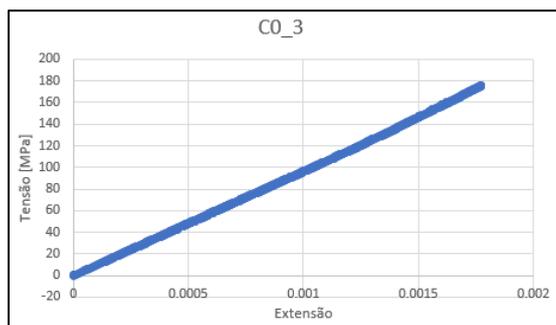
f)



g)



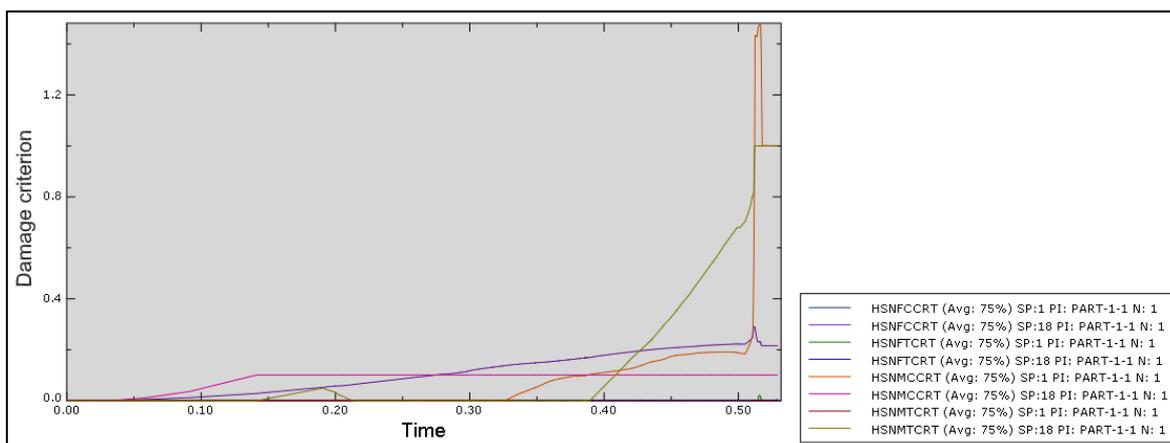
h)



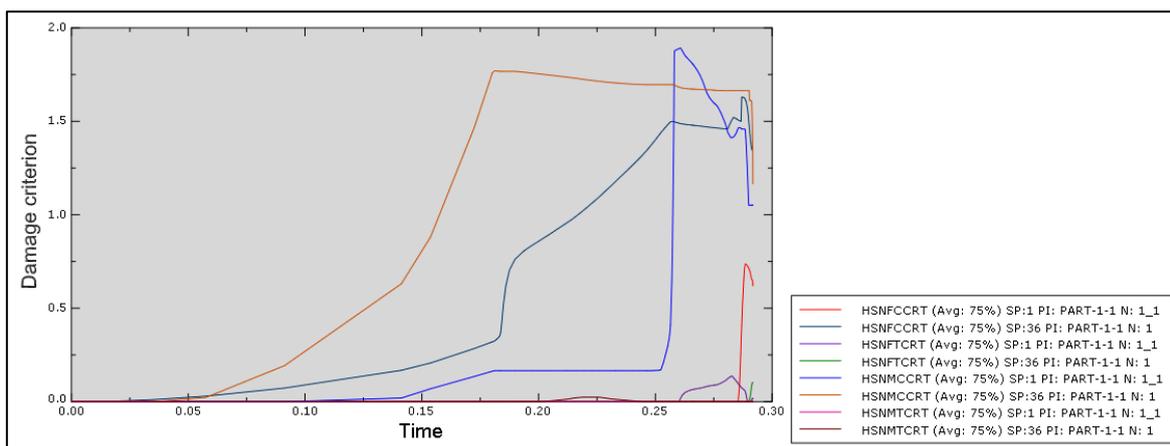
i)

Figura A.1 – Gráficos tensão-extensão longitudinal para provetes: a), b), c) Vidro 0°; d), e), f) Vidro 90°; g), h), i) Carbono 0°.

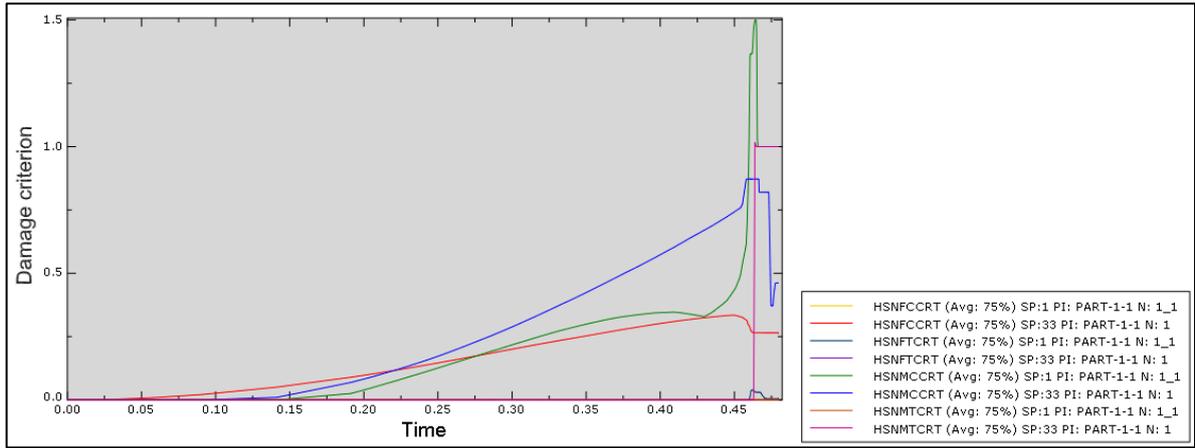
B. Gráficos de critérios de iniciação de dano



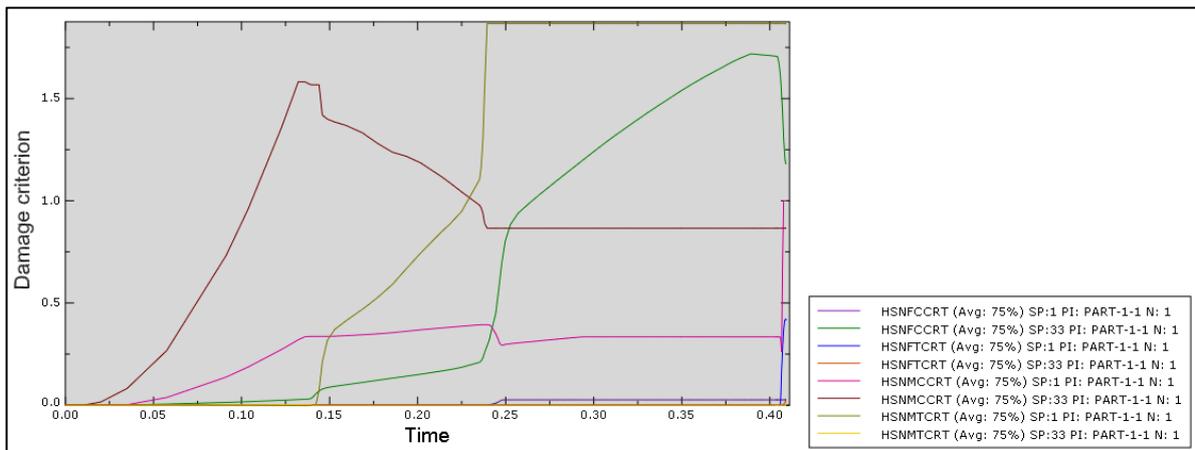
a)



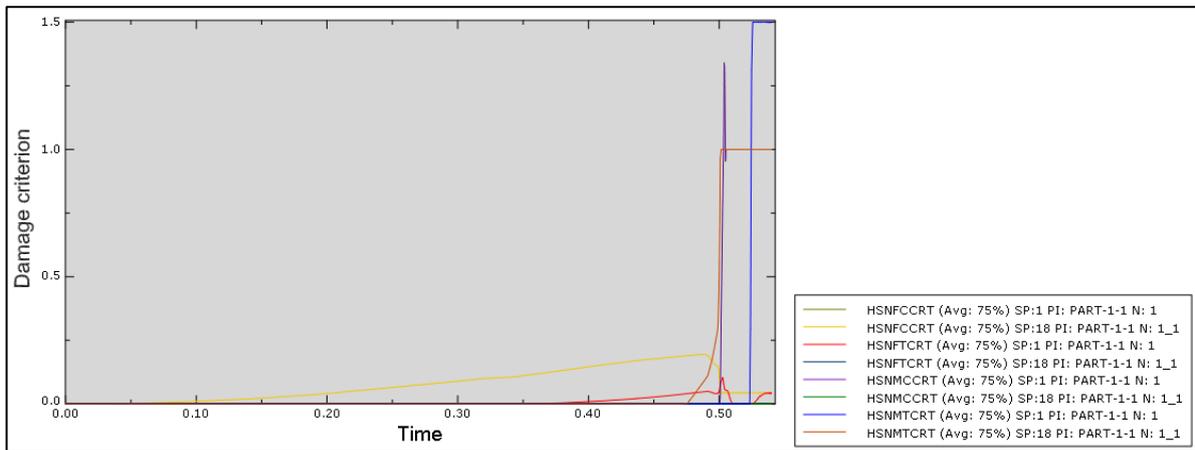
b)



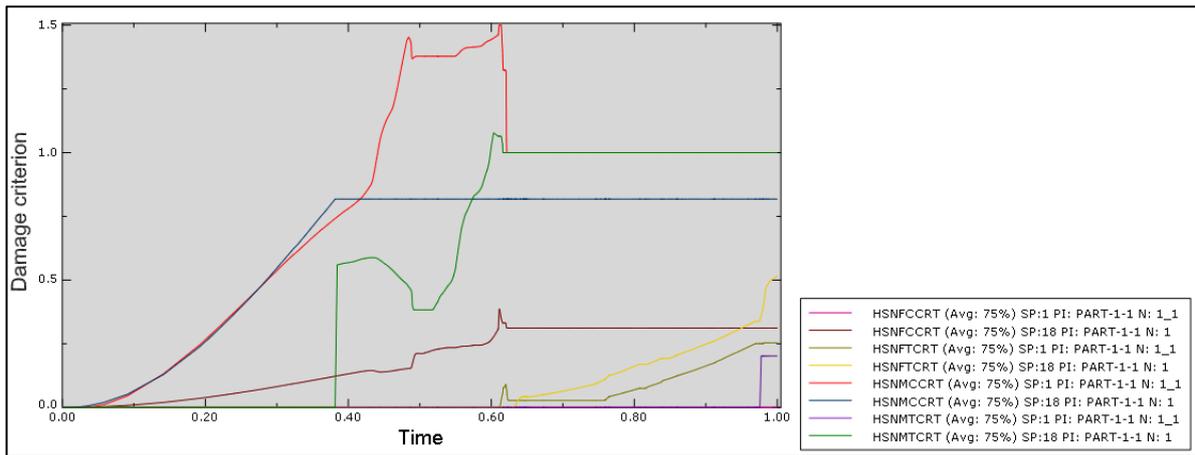
c)



d)



e)



f)

Figura B.1 – Evolução dos diferentes índices de iniciação de dano: a) solução 2; b) solução 10; c) solução 56; d) solução 67; e) solução 68; f) solução 70.