

Resistência ao punçoamento de lajes em betão armado sob cargas pneumáticas

João Pedro Infante Gonçalves

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em

Engenharia Civil

Orientador: Professor Doutor Rui Vaz Rodrigues

Júri

Presidente: Professor Doutor José Joaquim Costa Branco de Oliveira Pedro

Orientador: Professor Doutor Rui Vaz Rodrigues

Vogal: Professor Doutor Jorge Manuel Vinagre Alfaiate

Outubro de 2016

Agradecimentos

Gostaria de começar por agradecer a todas as pessoas que me ajudaram na elaboração deste trabalho.

Ao orientador, Professor Doutor Rui Vaz Rodrigues, por todo o apoio que me prestou, que se mostrou sempre disponível para esclarecimentos, que sempre demonstrou um grande interesse pelo trabalho e isso motivou-me bastante. Quero agradecer também a partilha de conhecimentos, que ajudaram a realizar este trabalho e enriqueceram a minha carreira académica.

À minha família, por terem estado comigo em todos os momentos da minha vida escolar e académica e pelos valores que me transmitiram ao longo da minha vida.

Ao meu pai, que sempre me motivou a alcançar mais além, que me ensinou que com trabalho e dedicação qualquer coisa é possível.

À minha mãe, que me ensinou a nunca desistir, a lutar por aquilo que queria e que sempre me apoiou e ajudou, sempre com uma palavra amiga.

À minha irmã, por me motivar em todas as alturas.

Ao meu avô, por todos os momentos partilhados e lições de vida.

À minha namorada, que sempre me apoiou nos momentos mais difíceis, quando parecia não haver solução possível para um problema e me orientou no caminho certo e por ser uma fonte de inspiração.

A todos os meus amigos, por me terem acompanhado neste grande percurso, sempre marcado por histórias e bons momentos.

Queria também agradecer a todos os professores que me lecionaram, pelos conhecimentos transmitidos, pois sem eles não teria sido possível chegar a este momento.

Resumo

O objetivo deste trabalho é avaliar a resistência ao punçoamento de lajes em betão armado sob cargas pneumáticas e comparar os resultados de um ensaio sobre uma laje com uma carga pneumática com os resultados de um ensaio sobre uma laje apoiada numa coluna de betão armado sob cargas concentradas, para avaliar se a rotura por punçoamento é semelhante nos dois casos. Os resultados para os testes PR1 e PG-10 foram obtidos, respetivamente, a partir dos trabalhos dos Professores Rui Vaz Rodrigues e Aurelio Muttoni (2006) e do Professor Stefano Guandalini (2005).

Primeiramente, é feita uma descrição dos resultados dos ensaios experimentais: ensaio PR1 para a laje sob uma carga pneumática e PG-10 para a laje suportada por uma coluna de betão. Esta descrição inclui os materiais utilizados, as cargas aplicadas e os resultados dos testes.

Posteriormente, os resultados de ambos os testes são comparados com a NP EN 1992 1-1 e com a carga de rotura por flexão.

Depois, desenvolveu-se um modelo de elementos finitos linear para ambos os casos de carga, pneumática e coluna, e os resultados foram comparados com os resultados dos ensaios experimentais.

Seguidamente, foi decidido que seria interessante modelar a laje com elementos finitos com um comportamento não linear, para melhor compreender o mecanismo de rotura por punçoamento, de modo que o uso de alguns exemplos, o modelo não linear é validado e a laje é inserido no modelo computacional.

Finalmente, os resultados dos modelos linear e não linear são comparados e são tiradas conclusões.

Palavras-chave: Punçoamento, Carga pneumática, Modelação, Laje, Betão Armado

Abstract

The purpose of this work is to evaluate the punching shear resistance of reinforced concrete slabs under pneumatic loads and compare the results of a test on a slab under a pneumatic load with the results of a test on a slab supported by concrete column under concentrated loads, to evaluate if the punching shear failure is similar in both cases. The results for PR1 test were obtained from the works of Professor Rui Vaz Rodrigues and Professor Aurelio Muttoni (2006) and the results for PG-10 test from the works of Professor Stefano Guandalini (2005).

First, it is done a description of the results of the experimental tests: PR1 test for the slab under a pneumatic load and PG-10 test for the slab supported by a concrete column. This description includes the materials, the applied loads and the results of the tests.

Then, the results of both tests are compared with the NP EN 1992 1-1 and with the flexural breaking load.

Next, it was developed a linear finite elements model for both cases, pneumatic load and column load, and the results were compared to the experimental test results.

Afterwards, it was decided that it would be interesting to model the slab with non-linear elements to better understand the punching shear failure mechanism, so using some examples the non-linear model is validated and the slab is inserted in the computational model.

Finally the results of the linear and non-linear models are compared and conclusions are drawn.

Keywords: Punching shear, Pneumatic loads, Modelling, Slab, Reinforced Concrete

Notação

Letras minúsculas latinas

b - dimensão do apoio quadrado de uma laje quadrada

b_c - largura da seção crítica

b_Q - raio equivalente de uma laje quadrada

b'_Q - distância do centro da coluna quadrada ao ponto de aplicação da carga do ensaio PG-10

b_0 - perímetro da seção crítica para o punçoamento

c - dimensão da coluna perpendicularmente à barra a ser considerada

d - altura efetiva da laje

d_s - distância a partir da face da área carregada até onde uma fração do aço de corte é contabilizada para participar nos tirantes

d' - recobrimento da armadura medida para o lado mais próximo da laje

d'_s - recobrimento da armadura medida para o lado mais afastado da laje

f_c' - resistência à compressão do betão

f_{cd} - valor de cálculo da resistência à compressão do betão

f_{ck} - valor característico da tensão de rotura do betão à compressão

f_{ct} - resistência do betão à tração

f_{ctm} - resistência média do betão à tração

f_t - resistência à tração do aço

f_y - tensão de cedência do aço

f_{yd} - valor de cálculo da tensão de cedência do aço

f_{yk} - valor característico da tensão de cedência do aço

k - coeficiente da expressão que permite calcular a tensão resistente de punçoamento

k_c - coeficiente que considera as condições de apoio e de carregamento

k_1 - coeficiente afeto à tensão normal do betão na seção crítica

m_u - momento resistente da laje do ensaio PG-10

pp_{equip} - peso próprio do equipamento de teste

pp_{laje} - peso próprio da laje

r_{PR1} - raio do apoio do ensaio PR1

r - fator de redução da resistência à compressão do betão

r_a - raio do apoio circular de uma laje circular

r_b - raio do apoio circular de uma laje circular

r_Q - distância do centro da coluna circular ao ponto de aplicação da carga do ensaio PG-10

$r_{Q,eq}$ - raio efetivo da laje

s - espaçamento dos varões

s_{eff} - máximo entre s e $3d$

u_1 - perímetro de controlo da coluna

$u_{1,PG-10}$ - perímetro de controlo da coluna da laje do ensaio PG-10

$u_{1,PR1}$ - perímetro de controlo da coluna da laje do ensaio PR1

$v_{P,EC2}$ - tensão resistente de punçoamento de acordo com NP EN 1992 1-1

v_{PR1} - parâmetro adimensional do ensaio PR1

v_{PG-10} - parâmetro adimensional do ensaio PG-10

Letras maiúsculas latinas

A - área

A_{bar} - área de um varão longitudinal

A_s - área de armadura longitudinal

A_{sv}^{top} - malha superior de aço de corte

B - largura de uma laje quadrada

$C_{Rd,c} = 0,18/\gamma_c$

D_{epm} - matriz constitutiva elástico-plástica nos eixos principais do material

E_c - módulo de Young do betão

E_0 - módulo de Young inicial da relação uniaxial de tensão-deformação do betão

E_h - módulo de Young, após a fendilhação, da relação uniaxial de tensão-deformação do betão

EI - rigidez de flexão

F - força concentrada aplicada na laje

G_m - módulo de corte nos eixos principais do material

I - inércia da seção

K - coeficiente da expressão que permite calcular o ângulo da escora de compressão

L - comprimento da laje

M_{ced} - momento de cedência da seção

M_{cr} - momento de fendilhação da seção

$M_{pl,R}$ - momento resistente das armaduras

$M_{pl,R,apoio}$ - momento resistente da seção do apoio

$M_{pl,R,vão}$ - momento resistente da seção do vão

M_R - momento resistente da seção da laje ensaiada

P - carga de rotura da laje

P_{rotura} - carga de rotura do modelo de escoras e tirantes

P_u - carga plástica última

P_1 - carga de formação da primeira rótula plástica

Q_R - carga aplicada no ensaio PG-10

$R = r + 2d$, raio do perímetro de controlo do ensaio PR1

V - carga aplicada na laje

V_c - resistência nominal ao esforço transverso

V_e - carga de rotura na zona de compressão acima das fendas inclinadas

V_{ensaio} - carga máxima aplicada durante o ensaio

V_{flex} - carga de rotura por flexão

V_i - carga de formação das fendas inclinadas

V_o - resistência ao corte se a flexão pudesse ser eliminada

V_{PG-10} - carga máxima aplicada na laje do ensaio PG-10

V_{PR1} - carga máxima aplicada na laje do ensaio PR1

V_R - carga de rotura da laje do ensaio PG-10

V_{TOT} - esforço transverso total da laje

V_{12} - esforço transverso na face 2 do elemento segundo a direção 1

V_{23} - esforço transverso na face 3 do elemento segundo a direção 2

W_e - trabalho realizado pelas forças externas

W_i - trabalho realizado pelas forças internas

Letras minúsculas gregas

α - ângulo da escora de compressão do betão

α_p - ângulo de inclinação das fendas de punçoamento

α_s - parâmetro da fórmula da resistência nominal ao esforço transversal do ACI 318-08

α_r - ângulo das linhas de rotura da laje

β - ângulo entre a posição indeformada da laje e a deformada na rotura

β_1 - coeficiente de monolitismo

β_2 - relação entre o maior e o menor lado da coluna

γ_c - coeficiente de segurança do betão

γ_s - coeficiente de segurança do aço

$\bar{\delta}_{elast}$ - flecha elástica máxima

ϵ_c' - deformação correspondente à tensão máxima de compressão do betão

ϵ_m - deformação de tração instantânea na direção perpendicular

λ - fator que contabiliza a densidade do betão

μ - momento reduzido da seção

ν - coeficiente de Poisson

v_p - tensão nominal de punçoamento

$V_{Rd,c}$ - valor de cálculo da capacidade resistente da laje ao punçoamento

$$V_{min} = 0.035k^{3/2}f_{ck}^{1/2}$$

V_{ensaio} - tensão de punçoamento atuante na laje ensaiada

ρ - taxa de armadura longitudinal

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{ly} \cdot \rho_{lz}} \leq 0,02$$

ρ_{ly} - quantidade de armadura longitudinal na direção y

ρ_{lz} - quantidade de armadura longitudinal na direção z

$$\sigma_{cp} = (\sigma_{cy} + \sigma_{cz})/2$$

σ_{cy} - tensão normal do betão na seção crítica na direção y

σ_{cz} - tensão normal do betão na seção crítica na direção z

$$\tau = \sqrt{f_c'}$$

τ_{PG-10} - tensão da laje PG-10 em função da raiz quadrada de f_c'

τ_{PR1} - tensão da laje PR1 em função da raiz quadrada de f_c'

x

ω - taxa mecânica de armadura

\emptyset - diâmetro

Letras maiúsculas gregas

Ψ_{N-S} - rotação da laje

Abreviaturas e Siglas

ACI - American Concrete Institute

EC2 - Eurocódigo 2: Eurocódigo 2 - Projeto de estruturas de betão, Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios

REBAP - Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-esforçado

SIA - Société suisse des ingénieurs et des architectes

Índice

1. Introdução	1
1.1. Objetivos	1
1.2. Organização do trabalho	1
2. Estado de arte	3
2.1. Esforço transversal em lajes.....	3
2.2. Teoria das tensões de corte	3
2.2.1. Tensão de corte num perímetro crítico	3
2.2.2. Teoria da fendilhação crítica por corte	6
2.2.3. Influência da resistência do betão	6
2.2.4. Influência da armadura de flexão.....	6
2.2.5. Influência do apoio e das condições de carregamento.....	6
2.2.6. Efeito de escala.....	7
2.2.7. Influência da forma da área carregada	7
2.3. Teoria de placas e elementos finitos.....	7
2.4. Analogia com viga.....	8
2.4.1. Dimensionamento com base na largura equivalente de uma viga.....	8
2.5. Modelo de escoras e tirantes	9
2.5.1. Modelo de escoras e tirantes	9
2.5.2. Modelo de aderência betão – aço.....	12
2.6. Regulamentos.....	13
2.6.1. ACI 318-08	14
2.6.2. NP EN 1992 1-1.....	14
2.6.3. Comparação dos regulamentos	15
2.7. Considerações finais.....	15
3. Descrição de resultados	17
3.1 Estado limite último de punçoamento.....	17
3.2. Ensaio PR1	20
3.2.1. Dimensões e pormenorização	21
3.2.2. Materiais e ações.....	22
3.3. Ensaio PG-10.....	24
3.3.1. Dimensões e pormenorização	24
3.3.2. Materiais e ações.....	25
4. Comparação com o EC2 e carga de rotura por flexão.....	27

4.1. Ensaio PR1	27
4.1.1. Avaliação da resistência ao punçoamento	27
4.1.2. Determinação da carga de rotura por flexão	29
4.2 Ensaio PG-10.....	34
4.2.1. Avaliação da resistência ao punçoamento	34
4.2.2. Determinação da carga de rotura por flexão	35
4.3. Comparação entre o ensaio PR1 e o ensaio PG-10	37
5. Modelação do comportamento linear da laje com recurso a elementos finitos.....	39
5.1. Modelo de cálculo da laje.....	39
5.2. Cargas a considerar na análise da laje.....	40
5.2.1. Carga em coluna	41
5.2.2. Carga pneumática.....	42
5.3. Descrição dos resultados obtidos.....	43
6. Fundamentos do modelo não linear	47
6.1. Comportamento uniaxial do betão	47
6.2. Eixos iniciais e principais do material	49
6.3. Relação tensão-deformação elástica	49
6.4. Comportamento pós-cedência/fendilhação	49
6.5. Redução da resistência sob deformações de tração perpendiculares.....	50
6.6. Considerações numéricas importantes	51
7. Validação do modelo não linear.....	53
7.1. Propriedades dos materiais.....	53
7.2. Exemplos considerados.....	54
7.3. Laje em consola	55
7.3.1. Análise elástica linear	55
7.3.2. Análise com recurso ao modelo não linear	56
7.4. Laje bi-encastrada	56
7.4.1. Análise limite	56
7.4.2. Análise com recurso ao modelo não linear	57
8. Modelação não linear do comportamento da laje com recurso a elementos finitos.....	59
8.1. Efeitos não lineares da laje de betão armado.....	59
8.1.1. Fendilhação do betão	59
8.1.2. Plastificação das armaduras	60
8.2. Modelo de cálculo da laje.....	60

8.3. Carga pneumática.....	62
8.3.1. Definição da malha.....	62
8.3.2. Cargas a considerar na análise da laje.....	62
8.3.3. Resultados obtidos	62
8.3.4. Deformada da laje ao longo do ensaio.....	63
8.3.5. Tensões nas armaduras superiores	65
8.4. Carga em coluna	69
8.4.1. Definição da malha.....	69
8.4.2. Cargas a considerar na análise da laje.....	69
8.4.3. Resultados obtidos	70
8.5. Descrição dos resultados obtidos.....	70
9. Análise de resultados	73
9.1. Tipo de modelação	73
9.2. Modelos de cálculo.....	75
9.2.1. Carga pneumática.....	75
9.2.2. Carga em coluna	76
10. Conclusões e Desenvolvimentos Futuros.....	79
Referências Bibliográficas	81
Anexos	83

Índice de Figuras

Figura 1 - Cone de punçoamento para diferentes inclinações: a) 30º, b) 45º e c) 60º [10]	4
Figura 2 - Interação entre a resistência ao corte e à flexão [9].....	5
Figura 3 - Eliminação da possibilidade da rotura da laje por esforço transversal [9]	5
Figura 4 - Procedimento para verificar a resistência ao punçoamento de uma laje [11].....	6
Figura 5 - Efeito da retangularidade da coluna na resistência ao punçoamento [13]	7
Figura 6 - Limitação da combinação das resistências para analogia com viga [7]	8
Figura 7 - Treliças no plano [8]	9
Figura 8 - Comparação dos modelos: a) consola curta e b) treliza fora do plano da laje [8].....	10
Figura 9 - Calibração de α [8]	11
Figura 10 - Efeito da taxa de armadura na resistência ao punçoamento [8].....	12
Figura 11 - Escora de compressão curva [adaptado de 18]	12
Figura 12 - Disposição das faixas radiais [18].....	13
Figura 13 - Comparação das previsões do modelo com o ACI [18].....	13
Figura 14 - Rotura de uma laje por punçoamento [16].....	17
Figura 15 - Fendas na face superior da ligação laje-pilar [adaptado de 17]	18
Figura 16 - Rotura de uma laje por punçoamento [18].....	18
Figura 17 - Mecanismos de resistência ao punçoamento [18]	19
Figura 18 - Armadura específica de punçoamento [18].....	19
Figura 19 - Macaco plano utilizado no ensaio PR1 [2]	20
Figura 20 - Configuração do ensaio PR1 [2]	20
Figura 21 - Punçoamento com um macaco plano a simular uma roda de um veículo [2].....	21
Figura 22 - Configuração da laje	21
Figura 23 - Dimensões da laje e disposição das armaduras (dimensões em mm e m) [2]	21
Figura 24 - Força V - Rotação Ψ_N s [2]	22
Figura 25 - Histórico de aplicação da carga [2]	23
Figura 26 - Inclínómetros, extensómetros e transdutores de deslocamento linear para o ensaio PR1 [2]	23
Figura 27 - Rotura por punçoamento da laje do ensaio PR1 [2]	24
Figura 28 - Vista de topo do cone de punçoamento da laje do ensaio PR1 [2]	24
Figura 29 - Geometria das lajes ensaiadas [3].....	25
Figura 30 - Força V - Rotação Ψ_N s [3]	26
Figura 31 - Corte da laje do ensaio PG-10 [3].....	26

Figura 32 - Tensões de contato na laje para o caso da carga pneumática e no caso da carga com coluna [2].....	26
Figura 33 - Comparação entre tensão de punçamento atuante e valor de cálculo da resistência ao punçamento obtido pelo EC2 [4]	29
Figura 34 - Geometria de uma laje circular e de uma laje quadrada [3].....	31
Figura 35 - Distância entre apoios e dimensões da laje [2].....	31
Figura 36 - Linhas de rotura numa laje circular e numa laje quadrada de betão armado [3].....	32
Figura 37 - Comparação entre a carga máxima aplicada na laje e a carga de rotura por flexão	33
Figura 38 - Força V - Rotação Ψ_N s [3]	37
Figura 39 - Modelo da laje: a) carga pneumática e b) carga em coluna	39
Figura 40 - Representação do perímetro de controlo da coluna para avaliação da distribuição de esforços	40
Figura 41 - Deformada devido à carga em coluna: a) vista geral e b) pormenor da malha na região da coluna	41
Figura 42 - Força V - Rotação Ψ_N s [adaptado de 3].....	41
Figura 43 - Deformada devido à carga pneumática: a) vista geral e b) pormenor da malha na região da coluna	42
Figura 44 - Relação V- Ψ_N -S do modelo linear e comparação com ensaio PR1	43
Figura 45 - Comparação entre valores de esforço transversal V_{TOT} : a) esforço ao longo de todo o perímetro crítico e b) pormenor de apenas 1/4 do perímetro crítico	44
Figura 46 - Comparação entre o valor do esforço transversal entre a carga em coluna e a carga pneumática.....	45
Figura 47 - Perímetro de controlo da coluna, a vermelho a região representada na Figura 46.....	45
Figura 48 - Relação uniaxial de tensão-deformação [adaptado de 20]	47
Figura 49 - Ciclo carga-descarga do material [adaptado de 20].....	48
Figura 50 - Aproximação trilinear da curva tensão-deformação do betão [adaptado de 20]	48
Figura 51 - Eixos iniciais e principais do material [adaptado de 20]	49
Figura 52 - Redução da resistência à compressão devido à deformação de tração na direção perpendicular [adaptado de 20]	50
Figura 53 - Alteração da relação tensão-deformação para ter em conta a redução de resistência [adaptado de 20].....	51
Figura 54 - Diagrama tensão-deformação do betão [1].....	53
Figura 55 - Diagrama tensão-deformação do aço [1].....	53
Figura 56 - Laje em consola	54
Figura 57 - Laje bi-encastada	54

Figura 58 - Relação P- δ da laje em consola	56
Figura 59 - Viga bi-encastrada: a) com uma carga a meio vão [22] e b) respetiva distribuição de momentos elásticos	57
Figura 60 - Relação P- δ da laje bi-encastrada	58
Figura 61 - Comparação do caso não linear para um refinamento da malha.....	58
Figura 62 - Diagramas momento-curvatura e carga-deslocamento do betão [23].....	59
Figura 63 - Diagrama tensão-deformação da secção e momento-curvatura do elemento [23]	60
Figura 64 - Parâmetros a introduzir no software [1] de forma a modelar o comportamento não linear da laje: a) definição das camadas e b) definição da armadura e do comportamento não linear.....	61
Figura 65 - Malha simplificada do modelo da laje	62
Figura 66 - Relação V- Ψ N-S do modelo não linear e comparação com ensaio PR1.....	63
Figura 67 - Deformada do modelo não linear	63
Figura 68 - Deformada, em m, para V = 200 kN	64
Figura 69 - Deformada, em m, para V = 550 kN	64
Figura 70 - Deformada, em m, para V = 600 kN	64
Figura 71 - Comparação da fendilhação e deformação da laje: a) fendilhação após a rotura da laje PR1 e b) deformada da laje para V = 600 kN.....	65
Figura 72 - Tensões nas armaduras superiores da laje ao longo do perímetro de controlo para diferentes valores de carga	65
Figura 73 - Tensão nas armaduras superiores para V = 300 kN	66
Figura 74 - Tensão nas armaduras superiores para V = 325 kN	66
Figura 75 - Tensão nas armaduras superiores para V = 350 kN	67
Figura 76 - Tensão nas armaduras superiores para V = 375 kN	67
Figura 77 - Tensão nas armaduras superiores para V = 400 kN	67
Figura 78 - Tensão nas armaduras superiores para V = 500 kN	68
Figura 79 - Tensão nas armaduras superiores para V = 600 kN	68
Figura 80 - Diagrama de tensões para V = 500 kN	69
Figura 81 - Malha simplificada do modelo da laje	69
Figura 82 - Relação V - Ψ N-S do modelo não linear.....	70
Figura 83 - Comparação entre valores de esforço transversal V_{TOT} : a) esforço ao longo de todo o perímetro crítico e b) pormenor de apenas 1/4 do perímetro crítico	71
Figura 84 - Distribuição de esforço transversal V_{TOT} : a) vista geral e b) pormenor da zona da coluna para a carga pneumática (kN/m)	72
Figura 85 - Distribuição de esforço transversal V_{TOT} : a) vista geral e b) pormenor da zona da coluna para a carga em coluna (kN/m).....	72

Figura 86 - Modelo linear (esq) e não linear (dir) da laje	74
Figura 87 - Distribuição de esforço transverso V_{TOT} para a carga pneumática	76
Figura 88 - Distribuição de esforço transverso V_{TOT} para a carga em coluna	76

Índice de Tabelas

Tabela 1 - Materiais utilizados no ensaio PR1.....	22
Tabela 2 - Materiais utilizados no ensaio PG-10	25
Tabela 3 - Valores necessários para a definição do perímetro de controlo.....	27
Tabela 4 - Coeficientes necessários para determinar a resistência ao punçoamento da laje (ensaio PR1)	28
Tabela 5 - Dados necessários para o cálculo do momento resistente último.....	30
Tabela 6 - Dados necessários para o cálculo da carga de rotura por flexão	33
Tabela 7 - Comparação entre V_{ensaio} , V_p , EC2, V_{flex} em kN.....	34
Tabela 8 - Valores necessários para a definição do perímetro de controlo.....	34
Tabela 9 - Dados necessários para o cálculo do momento resistente último.....	35
Tabela 10 - Dados necessários para o cálculo da carga de rotura por flexão	36
Tabela 11 - Comparação entre V_{ensaio} , V_p , EC2, V_{flex} em kN.....	36
Tabela 12 - Valores das tensões de cedência para cada material em MPa	40
Tabela 13 - Momentos resistentes da laje	55
Tabela 14 - Flecha elástica máxima da laje em consola	55
Tabela 15 - Valores das tensões de rotura, em kN/m^2 , para cada modelo de cálculo, para a carga prevista pela NP EN 1992 1-1 [4].....	73
Tabela 16 - Valores da carga de rotura, em kN, para cada modelo de cálculo, para o caso não linear e carga de rotura por flexão.....	74

1. Introdução

1.1. Objetivos

O presente trabalho tem o objetivo de estudar os modelos de cálculo para a avaliação da resistência ao punçoamento de lajes em betão armado sob cargas pneumáticas nas quais a distribuição de pressões é constante. Tendo por base ensaios realizados anteriormente no âmbito de outros trabalhos, pretende-se averiguar se a rotura devido ao punçoamento que ocorre numa laje de betão armado quando é aplicada uma carga concentrada sob a forma de uma roda é semelhante à rotura por punçoamento de uma laje apoiada numa coluna de betão armado.

Procedeu-se à modelação das lajes dos ensaios com recurso à ferramenta de cálculo *software SAP2000 V.18.0.1 Ultimate* [1] para analisar os resultados e poder compará-los com os resultados experimentais.

Os resultados experimentais foram essencialmente analisados a partir dos trabalhos de Vaz Rodrigues e Muttoni (2006) [2] e Guandalini (2005) [3], sendo que o primeiro diz respeito ao ensaio PR1, laje sob a ação de uma carga pneumática, e o segundo à análise do ensaio PG-10, laje apoiada numa coluna de betão sujeita a cargas verticais.

Este tema surge no seguimento dos trabalhos de Vaz Rodrigues e Muttoni (2006) [2], onde foi analisada uma laje de uma ponte e estudado qual o efeito que as rodas dos veículos produzem na laje. Nessa mesma tese refere-se que seria interessante comparar a rotura por punçoamento de uma laje sob a ação de cargas pneumáticas com a rotura por punçoamento de uma laje apoiada numa coluna de betão armado. Utilizaram-se em particular os resultados experimentais disponíveis [2] e [3] que permitem um estudo experimental deste fenómeno nesta tese de mestrado.

1.2. Organização do trabalho

No Capítulo 2 são descritos vários modelos de avaliação da resistência ao punçoamento com base em trabalhos anteriores.

No Capítulo 3 é feita a descrição dos ensaios avaliados, nomeadamente em que consistem os ensaios, quais os materiais que foram utilizados, quais as cargas que foram aplicadas, assim como os resultados obtidos.

No Capítulo 4 comparam-se os resultados obtidos nos ensaios experimentais, ensaio PR1 e ensaio PG-10, com os resultados que seriam esperados através de uma análise pelos modelos de cálculo para avaliação da rotura ao punçoamento presentes no *Eurocódigo 2 - Projeto de estruturas de betão, Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios* [4]. É efetuada uma comparação dos resultados dos ensaios experimentais entre si e apresentada ainda a carga teórica do mecanismo de rotura à flexão (por linhas de rotura) que se poderá também formar.

O Capítulo 5 consiste na modelação do comportamento da laje com recurso a elementos finitos com comportamento linear, onde se explica quais as opções que se considerou para a análise, assim como os casos de carga analisados. Também se discute e compara os resultados obtidos.

No Capítulo 6 apresentam-se os fundamentos do modelo não linear e as respetivas propriedades dos materiais utilizados.

No decorrer da dissertação, foi também estudada a influência da fendilhação do betão e da cedência das armaduras mediante uma análise fisicamente não linear, com recurso a elementos finitos, e que se apresenta no Capítulo 7. Para o efeito, efetuam-se uma série de exemplos de cálculo simples, tendo como objetivo a validação do formato utilizado.

No Capítulo 8 são apresentados os resultados obtidos através da modelação com recurso a um modelo não linear e é feita a comparação entre ambos os modelos de cálculo considerados, carga pneumática e carga em coluna.

Ao longo do Capítulo 9 é feita a análise dos resultados obtidos ao longo desta dissertação, bem como uma comparação entre os diferentes modelos de análise considerados, com recurso à modelação linear e não linear da laje em questão.

Finalmente, no Capítulo 10, apresentam-se as conclusões do trabalho desenvolvido e também alguns desenvolvimentos futuros que se consideram necessários.

2. Estado de arte

Tendo em conta trabalhos anteriores [5], procede-se à explicação de diferentes métodos de análise da rotura por punçoamento em lajes de betão armado e as disposições dos regulamentos NP EN 1992 1-1 [4] e ACI 318 [6] relativamente ao punçoamento.

Atualmente, o problema da rotura por punçoamento tem ganho maior relevância, maioritariamente, devido ao fato de as cargas rodoviárias aumentarem e de as pontes mais antigas não terem suficiente capacidade resistente ao punçoamento. Desta forma, é necessário aplicar os métodos desenvolvidos de forma a avaliar a resistência ao punçoamento de lajes ou então, se necessário, desenvolver novos métodos de análise.

2.1. Esforço transversal em lajes

Apesar de o mecanismo de rotura por punçoamento não ser totalmente compreendido, vários métodos têm sido desenvolvidos ao longo dos anos, de forma a melhorar o entendimento deste modo de rotura.

Os métodos desenvolvidos podem ser divididos em 4 categorias [7]: métodos que calculam uma tensão nominal de corte numa seção crítica; analogias com vigas onde faixas da laje são calculadas como vigas sob uma combinação de momento, torção e corte; métodos baseados numa combinação da teoria de placas e métodos de elementos finitos não lineares e modelos de treliça.

2.2. Teoria das tensões de corte

2.2.1. Tensão de corte num perímetro crítico

A teoria das tensões de corte compara a tensão de corte numa seção crítica com a tensão de corte máxima. Esta teoria é considerada uma das aproximações mais simples e favorecida pela maior parte dos regulamentos [8].

Tendo por base um dos primeiros ensaios realizados neste âmbito [9], foram definidas 3 tipos de forças de corte: V_i a carga para a qual se formam as fendas inclinadas, V_e a carga para a qual a rotura na zona de compressão acima das fendas inclinadas ocorre e V_{flex} a carga para a qual ocorre a rotura por flexão.

Com estas três forças, foram classificados 4 tipos de rotura [9]:

- $V_i < V_e < V_{flex}$: rotura corte-compressão. Este tipo de rotura ocorre quando a zona de compressão da seção crítica rompe para uma combinação de tensões de compressão e corte.

- $V_e < V_i < V_{flex}$: a laje atinge a rotura no momento da formação das fendas inclinadas, sendo esta a rotura das trações inclinadas.

- $V_i < V_{flex} < V_e$: a laje atinge a rotura depois da formação das fendas inclinadas.

$-V_{flex} < V_i$: a laje atinge a rotura antes da formação das fendas inclinadas.

Menétry [10] afirmou que a diferença entre a rotura por flexão e por punçoamento é controlada pelo ângulo de inclinação das fendas de punçoamento α_p . Para uma inclinação de 30° , o modo de rotura é punçoamento puro e para uma inclinação de 90° , o modo de rotura é flexão pura. A maior parte dos casos encontra-se entre estes limites, como é possível comprovar na figura seguinte.

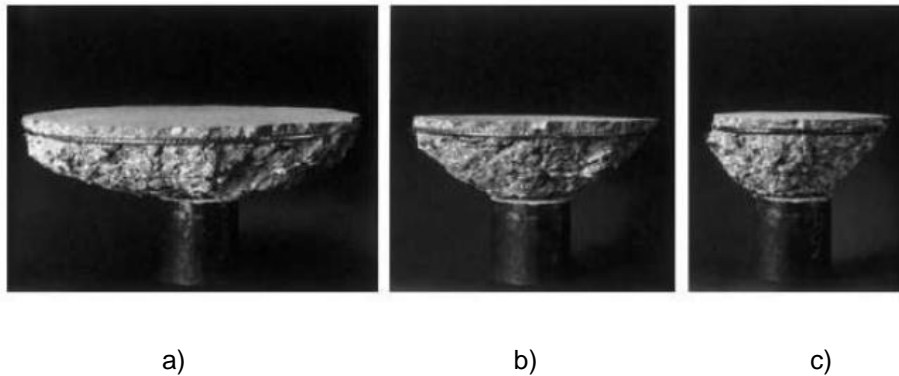


Figura 1 - Cone de punçoamento para diferentes inclinações: a) 30° , b) 45° e c) 60° [10]

A periferia da área carregada é a zona mais crítica para a rotura por corte-compressão [9]. Uma análise estatística mostra que os melhores resultados das análises efetuadas ocorrem quando se considera o perímetro crítico à distância $d/2$ da periferia da área carregada.

Tendo em conta as dificuldades encontradas durante os ensaios, Moe [9] desenvolveu uma fórmula semi-empírica (1) para a resistência última ao punçoamento. A tensão nominal é dada por:

$$v_p = \frac{V}{bd} \quad (1)$$

em que:

- V é o esforço transverso;
- b é a largura da seção crítica;
- d é a altura efetiva da laje.

Na Figura 2 é ilustrada a interação entre a resistência ao corte e à flexão. A carga de rotura por flexão V_{flex} é introduzida como um parâmetro para controlar a resistência ao corte das lajes, mas não tem nenhuma relação física direta com o mecanismo de rotura. V_o é definido como a resistência ao corte se a flexão pudesse ser eliminada.

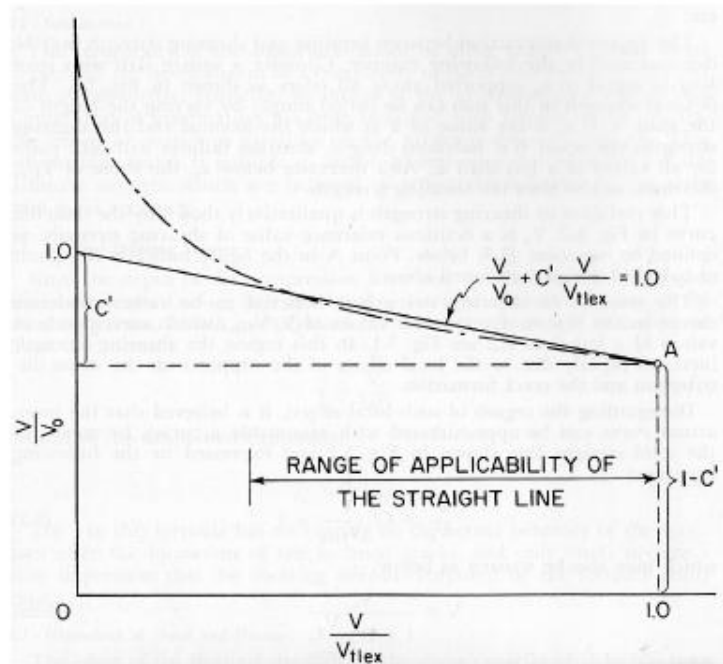


Figura 2 - Interação entre a resistência ao corte e à flexão [9]

Como a rotura por punçamento não é desejável numa laje, Moe [9] limitou as tensões de tal maneira a que a laje atingisse a rotura por flexão, tal como é possível verificar na figura seguinte.

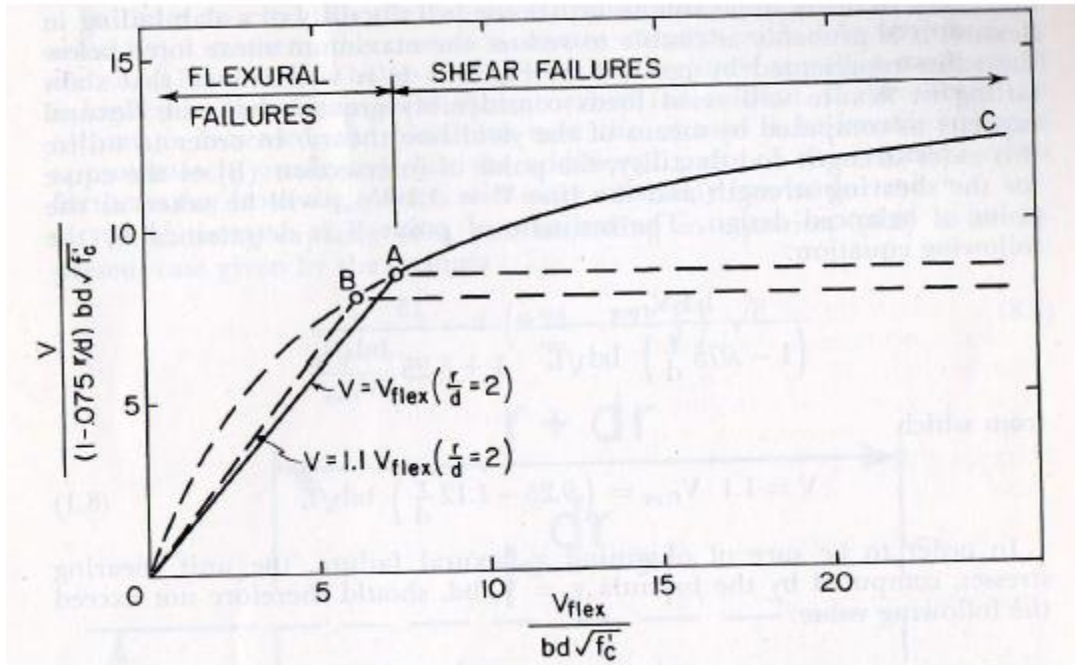


Figura 3 - Eliminação da possibilidade da rotura da laje por esforço transverso [9]

2.2.2. Teoria da fendilhação por corte

Esta teoria descreve a relação entre a resistência ao punçoamento de uma laje e a sua rotação na rotura, sendo originalmente denominada "*Critical Shear Crack Theory*". Após atingir um nível máximo, a tensão de compressão radial diminui e, brevemente antes do punçoamento, podem ser observadas tensões de tração.

A relação carga-rotação pode ser obtida através de uma simulação numérica não linear do comportamento à flexão da laje [11] e a vantagem deste método é determinar o valor máximo da rotação da laje e, assim, a sua ductilidade. Na figura seguinte pode ver-se o critério desenvolvido por Muttoni para verificar a resistência ao punçoamento de lajes.

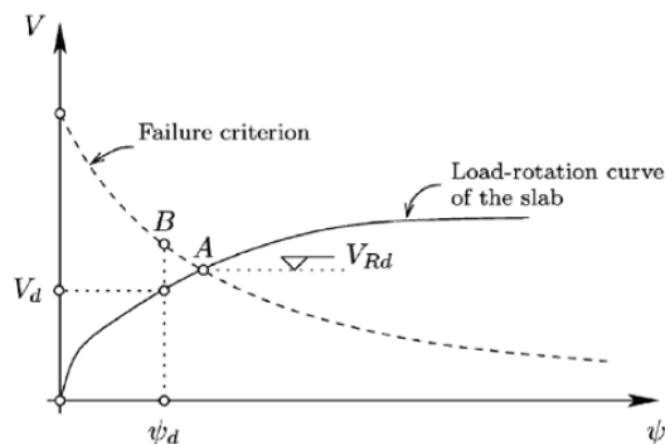


Figura 4 - Procedimento para verificar a resistência ao punçoamento de uma laje [11]

2.2.3. Influência da resistência do betão

A resistência ao esforço transversal está relacionada com a resistência à compressão do betão, mas não é claro se esta relação depende da raiz quadrada ou cúbica. Moe [9] utilizou a raiz quadrada no seu trabalho, mas Mitchell, Cook e Dilger [12] concluíram que não era claro se a resistência ao punçoamento era proporcional à raiz quadrada ou cúbica da resistência do betão .

2.2.4. Influência da armadura de flexão

Ao colocar uma maior quantidade de armadura de flexão, a resistência ao punçoamento aumenta [5]. Isto deve-se ao fato de a armadura longitudinal ter influência na força do efeito de ferrolho, cuja componente vertical contraria a força de punçoamento a que a laje está sujeita. O aumento da quantidade de armadura longitudinal ajuda também a controlar a abertura de fendas na face superior da laje.

2.2.5. Influência do apoio e das condições de carregamento

Para carregamentos longos não existe um efeito negativo na resistência ao punçoamento, mas para carregamentos rápidos foi verificado um aumento na resistência [13]. Foi também comprovado, por uma série de ensaios experimentais [14], que uma laje apoiada em dois bordos, quando comparada

com uma laje apoiada em quatro bordos, apresenta uma menor carga de rotura por flexão e menor carga máxima estimada.

2.2.6. Efeito de escala

Alguns regulamentos indicam que o efeito de escala não afeta a resistência ao punçamento [14], mais especificamente a dimensão macroscópica da laje. O fato de uma laje ter dimensões superiores não afeta a sua resistência ao punçamento. Na escala microscópica, a dimensão dos agregados afeta um dos mecanismos internos de resistência ao punçamento, aumentando a força resultante do atrito entre inertes.

2.2.7. Influência da forma da área carregada

As lajes suportadas por colunas circulares apresentam uma maior resistência ao punçamento do que as mesmas lajes suportadas por colunas quadradas [13]. Os dados dos ensaios realizados sugerem uma diminuição na resistência ao punçamento quando há um aumento na retangularidade do apoio.

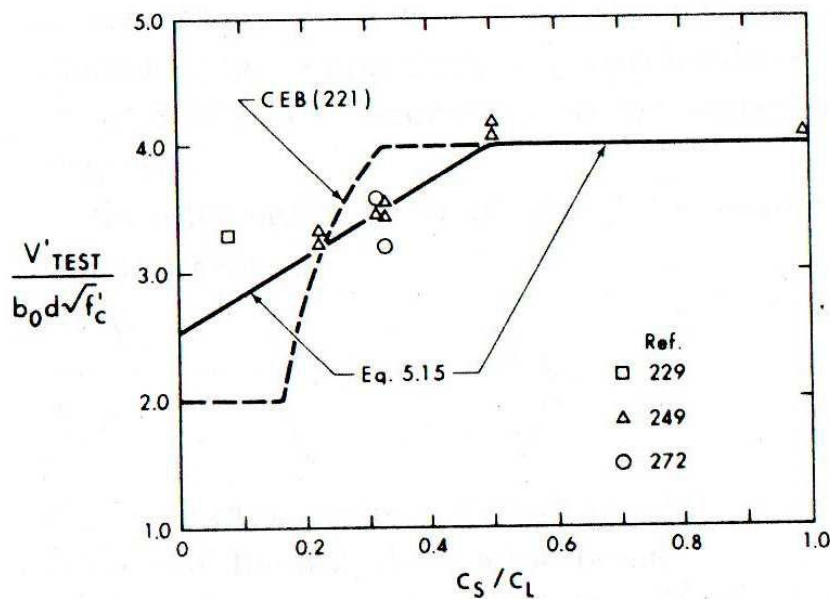


Figura 5 - Efeito da retangularidade da coluna na resistência ao punçamento [13]

2.3. Teoria de placas e elementos finitos

Os métodos da teoria de placas e de elementos finitos abrangem desde modelos de placa elástica simples a sofisticados modelos não lineares que contabilizam a fendilhação e o comportamento plástico [8].

De forma a poder estudar com mais detalhe a rotura por punçamento de uma laje, é necessário contabilizar todos os efeitos que intervêm no fenómeno, o que é mais fácil de conseguir utilizando um modelo mais complexo. Ainda assim, estes modelos demoram mais tempo a processar os resultados e a convergir para a solução.

Os modelos de elementos finitos requerem uma muito boa compreensão do comportamento do material, especialmente no caso não linear. Apesar de a maior parte dos modelos ser uma boa aproximação para a carga última, nenhum consegue reproduzir realisticamente o comportamento desde o primeiro carregamento até à carga de rotura por punçoamento [5].

2.4. Analogia com viga

Também se pode analisar uma laje fazendo uma analogia com o comportamento de uma viga [7]. Considera-se que os segmentos da laje adjacentes à zona carregada funcionam como vigas a atuar em duas direções, como mostra a Figura 6. As faixas da laje que compõem as vigas estão sujeitas a momento fletor, momento torsor e esforço transverso e é possível a redistribuição de esforços entre as vigas. Cada viga pode atingir os esforços máximos e a interação destes esforços é tida em conta, sendo que a força total é a soma da contribuição da força de cada viga. A rotura ocorre quando pelo menos três vigas atingirem a sua rotura.

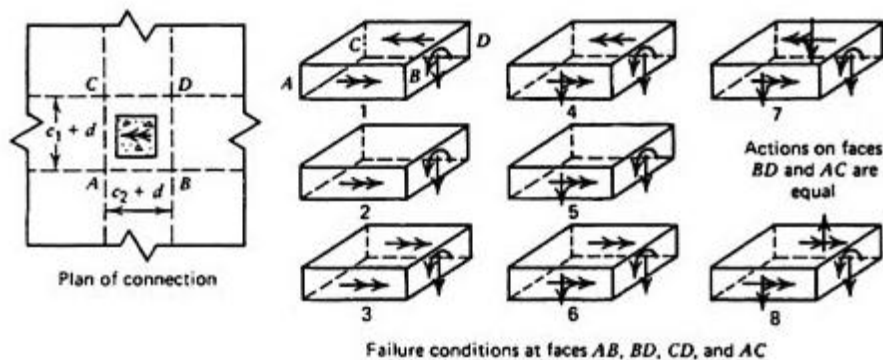


Figura 6 - Limitação da combinação das resistências para analogia com viga [7]

Devido ao número elevado de limitações possíveis para a combinação das resistências, este modelo é difícil de aplicar.

Num modelo simplificado de analogia com viga, a resistência última é obtida através da soma das resistências à flexão, à torção e ao esforço transverso de todas as vigas.

2.4.1. Dimensionamento com base na largura equivalente de uma viga

A tensão de punçoamento

$$v = \frac{V}{bd} \quad (2)$$

pode também ser calculada com b , a largura equivalente de uma faixa de viga fictícia da laje ao longo da qual uma carga concentrada deve ser considerada como distribuída de forma a produzir tensões de punçoamento iguais à tensão máxima que ocorre na laje [14].

Tendo por base ensaios realizados [14], foi concluído que o comportamento das faixas de viga não reflete o comportamento e o modo de rotura da laje correspondente e que estas faixas de viga não

são recomendadas para avaliar a resistência ao punçamento de lajes, apesar de serem usadas para modelar o comportamento à flexão de lajes com sucesso.

Como este modelo de analogia com viga não é baseado na mecânica do problema do punçamento, não são apropriadas para a análise de estruturas existentes [5].

2.5. Modelos de escoras e tirantes

2.5.1. Modelo de escoras e tirantes

A resistência ao corte provém do campo de compressões inclinadas no betão, que combinado com os tirantes de aço, dá lugar a um método que é referido como modelo de treliça. Este modelo fornece um caminho de carga para as forças de corte na presença de fendilhação diagonal e explica o papel das armaduras de flexão na determinação da resistência ao corte. As variáveis usadas no modelo de escoras e tirantes são: a geometria da ligação, a resistência do betão, a resistência das armaduras de flexão e a localização das armaduras de flexão.

O modelo de escoras e tirantes consiste em dois tipos de treliças de compressão: treliças no plano, paralelas à laje, e treliças fora do plano, fazendo um ângulo α com o plano da laje [8]. Na Figura 7 estão representadas as treliças num plano paralelo ao plano da laje. Este mecanismo explica a influência da armadura de flexão na resistência ao corte.

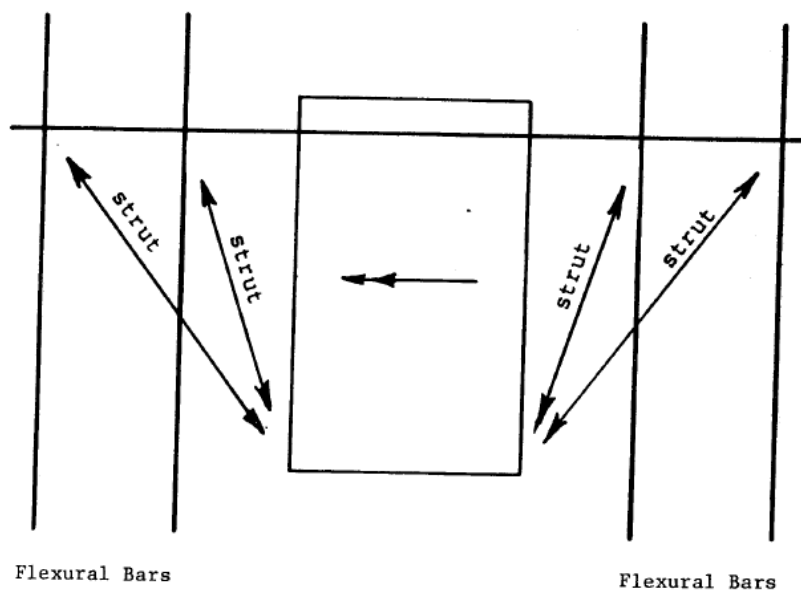


Figura 7 - Treliças no plano [8]

Uma treliça fora do plano pode ser comparada com o diagrama de forças usado no modelo da consola curta (Figura 8), sendo que existem diferenças entre as treliças nos dois casos. O ponto de aplicação da carga não coincide com a interseção das forças de tração e compressão e, assim, o ângulo da inclinação da treliça de corte não está pré-definido. Outra diferença é que a componente vertical da treliça de compressão já não é equilibrada na interseção pela carga aplicada. Existe uma

componente da força fora do plano da laje que deve ser equilibrada por um campo de trações dentro do betão, resultando numa treliça tridimensional.

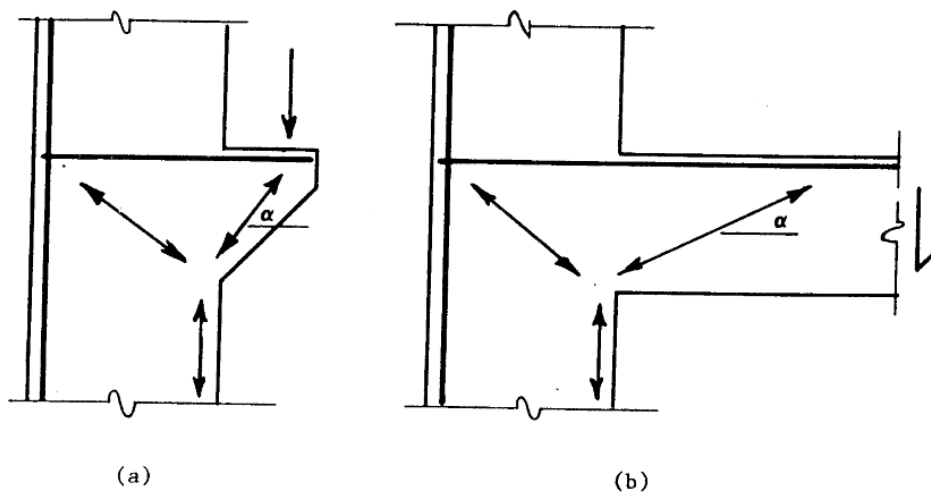


Figura 8 - Comparação dos modelos: a) consola curta e b) treliça fora do plano da laje [8]

Numa laje, a quantidade de aço que participa nos tirantes, chamado "aço de corte", não está definida, pelo que Alexander e Simmonds [8] assumiram que todo o aço localizado na área carregada participava nos tirantes, e que uma parte do aço a uma distância d_s da face da área carregada também participava. Esta fração diminui linearmente desde 1 na face da área carregada até 0 à distância d_s .

Existem três condições que podem levar à rotura do modelo de escoras e tirantes: rotura do tirante, rotura da treliça de compressão e rotura quando a componente da treliça de compressão fora do plano excede a resistência de confinamento do betão [8].

A primeira suposição do modelo de escoras e tirantes de Alexander e Simmonds [8] é que o aço de corte atinge sempre a cedência e, assim, a rotura por compressão nunca acontece. Esta afirmação é falsa para lajes com uma elevada taxa de armadura. Esta suposição é justificada pelo fato de os resultados dos testes ter mostrado que o aço de corte atinge a cedência antes da rotura e que prever uma rotura por compressão requer muitas suposições, não sendo uma rotura dúctil. Assim, a rotura por compressão é excluída do modelo.

A resistência última de uma treliça no plano está limitada pela cedência das armaduras. Para definir a resistência última, os esforços do varão na cedência e o ângulo da escora de compressão (α) têm de atingir um valor crítico [8]. Com base em dados empíricos e na geometria do modelo, deduziu-se uma expressão que permite definir o ângulo da escora de compressão:

$$\tan \alpha = \frac{P_{rotura}}{A_{SV} f_y} K \quad (3)$$

$$K = \frac{s_{eff} \cdot d' \cdot \sqrt{f'_c}}{A_{bar} \cdot f_y \cdot (c/d_s)^{0,25}} \quad (4)$$

em que

P_{rotura} é a carga de rotura;

A_{SV}^{top} é a malha superior de aço de corte;

f_y é a tensão de cedência do aço;

s_{eff} é o máximo entre s e $3d'$;

d' é o recobrimento da armadura medida para o lado mais próximo da laje;

d_s é o recobrimento da armadura medida para o lado mais afastado da laje;

c é a dimensão da coluna perpendicularmente à barra a ser considerada;

f'_c é a resistência à compressão do betão;

A_{bar} é área de um varão longitudinal.

Com base em considerações teóricas, foi determinada uma equação para dimensionar o ângulo α a partir dos resultados dos testes. Os dados da Figura 9 permitiram desenvolver a seguinte equação (5):

$$\tan \alpha = 1.0 - e^{-2.25K} \quad (5)$$

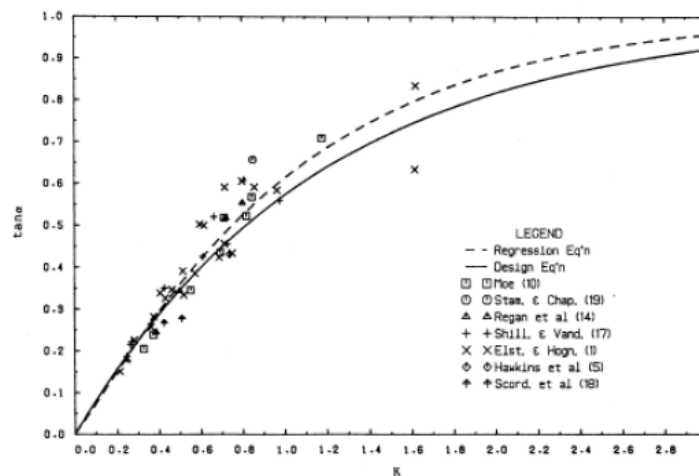


Figura 9 - Calibração de α [8]

Este modelo foi comparado com resultados experimentais referidos anteriormente e a precisão dos resultados previstos depende da taxa de armadura. Como é possível verificar na Figura 10, para valores de taxa de armadura de aço de corte superior entre 1 e 2,5% foram obtidos excelentes resultados. Em lajes com uma taxa de armadura reduzida, a resistência última foi subestimada e para

lajes com uma elevada taxa de armadura, nem sempre as armaduras atingiam a cedência e algumas lajes tinham uma rotura por compressão. Neste modelo de escoras e tirantes, $\sqrt{f_c}$ foi usada para determinar α .

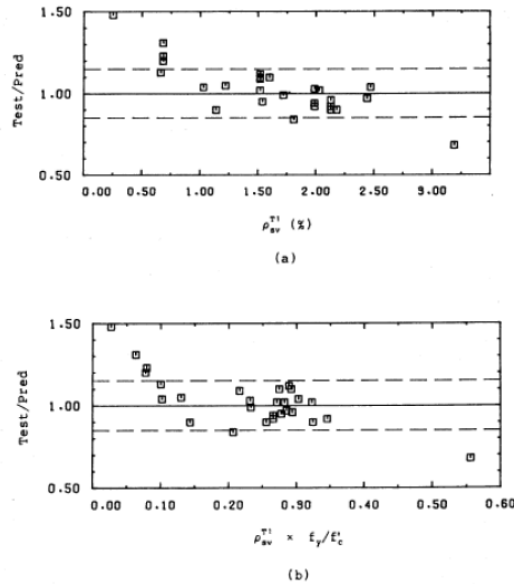


Figura 10 - Efeito da taxa de armadura na resistência ao punçoamento [8]

Alexander e Simmonds [8] também constataram que o modelo de treliça pode ser aplicado a uma variedade de condições de fronteira e esforços no plano podem ser considerados.

2.5.2. Modelo de aderência betão - aço

Alexander e Simmonds [15] desenvolveram um modelo de aderência betão - aço em que a ação radial em arco e o conceito de tensões de corte numa seção crítica são combinados. O modelo de aderência betão - aço é o resultado de ensaios levados a cabo por Alexander e Simmonds após terem desenvolvido o modelo de treliça, discutido anteriormente. Os ensaios mostram que as treliças de compressão radial são na realidade curvas e paralelas às armaduras no plano, o que alterou a mecânica do modelo de treliça.

Na figura seguinte, é possível ver as escoras inclinadas, que formam um arco radial. Este modelo combina estas escoras com a existência de tensões de corte numa seção crítica.

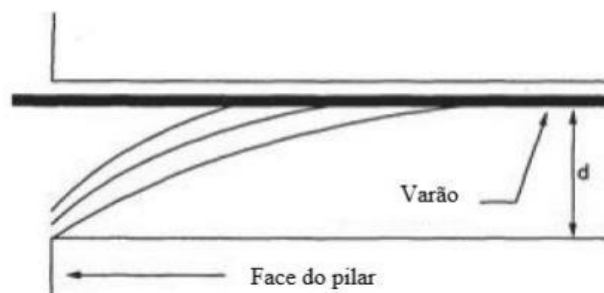


Figura 11 - Escora de compressão curva [adaptado de 18]

A geometria do arco é definida pela interação entre o arco e os quadrantes da laje (Figura 12). As faixas estendem-se desde a área carregada até a uma posição onde o esforço transversal é nulo. O esforço transversal transmitido no arco de compressão radial varia entre o máximo perto da área carrega até ao mínimo na interseção do arco com o varão.

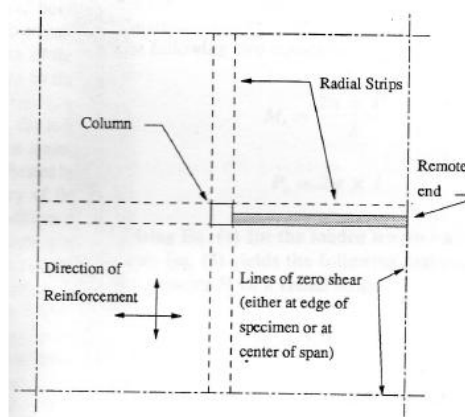


Figura 12 - Disposição das faixas radiais [18]

Na Figura 13 mostra-se a comparação entre a previsão do modelo desenvolvido por Alexander e Simmonds [18] e os resultados experimentais do ACI, onde se vê que as bases do modelo de aderência betão - aço são relativamente realistas, visto que a média dos resultados é 1.29, bastante próximo da unidade.

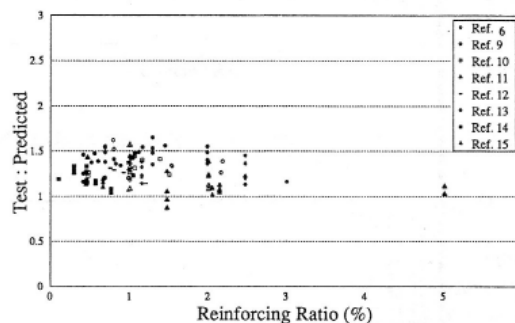


Figura 13 - Comparação das previsões do modelo com o ACI [18]

O modelo de escoras e tirantes desenvolvido por Alexander e Simmonds [7] não tem os pontos fracos que foram apontados à teoria das tensões de corte e modelo de analogia com viga e são usados para calcular os esforços em vários tipos de estruturas em betão armado.

O modelo de aderência betão - aço combina elementos da teoria de tensões de corte e do modelo de treliça, dando resultados que correspondem aos dados experimentais [5].

2.6. Regulamentos

Apresentam-se agora as disposições relativas ao punçoamento dos regulamentos ACI 318-08 [6] e da NP EN 1992 1-1 [4] e faz-se uma comparação entre os modelos considerados.

2.6.1. ACI 318-08

A resistência nominal ao esforço transversal V_c deve ser a menor entre

$$V_c = \left(2 + \frac{4}{\beta_2}\right) \lambda \sqrt{f'_c} b_0 d \quad (6)$$

$$V_c = \left(\frac{\alpha_s d}{b_0} + 2\right) \lambda \sqrt{f'_c} b_0 \quad (7)$$

$$V_c = 4\lambda \sqrt{f'_c} b_0 d \quad (8)$$

em que:

f'_c é a resistência do provete cilíndrico de betão;

β_2 é a relação entre o maior e o menor lado da coluna

λ é o fator que contabiliza a densidade do betão (1.0 para betão de densidade normal);

b_0 é o perímetro da seção crítica para o punçoamento;

α_s é 40 para colunas interiores, 30 para colunas localizadas no bordo da laje e 20 para colunas no canto da laje;

d é a distância entre a máxima fibra comprimida ao centróide das armaduras.

A seção crítica situa-se a uma distância $d/2$ da periferia da área carregada.

2.6.2. NP EN 1992 1-1

De acordo com a NP EN 1992 1-1 [4] a seção crítica localiza-se a $2d$ da área carregada.

O valor de cálculo da capacidade resistente da laje ao punçoamento é dada por:

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp} \geq v_{min} + k_1 \sigma_{cp} \quad (9)$$

onde,

f_{ck} é o valor característico da tensão de rotura do betão à compressão;

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2$$

d é a altura útil da seção, em mm;

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{ly} \cdot \rho_{lz}} \leq 0,02$$

ρ_{ly}, ρ_{lz} são as quantidades de armadura longitudinal em cada direção;

$$\sigma_{cp} = (\sigma_{cy} + \sigma_{cz})/2$$

σ_{cy}, σ_{cz} são as tensões normais do betão na seção crítica nas direções y e z.

$$C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c};$$

$$v_{min} = 0.035k^{3/2}f_{ck}^{1/2}$$

$k_1 = 0.1$, coeficiente afeto à tensão normal do betão na seção crítica.

2.6.3. Comparação dos regulamentos

A comparação entre os regulamentos com resultados experimentais não é imediata, porque as expressões de cada regulamento foram desenvolvidas para ser conservativas.

O ACI 318 [6] não considera fator de escala e sobrestima a resistência ao punçoamento de lajes espessas. A NP EN 1992 1-1 [4] tem um fator de escala, mas também sobrestima a resistência para lajes com valores de espessura elevados [12].

Quanto à resistência do betão, o ACI 318 [6] usa a raiz quadrada da resistência à compressão do betão e a NP EN 1992 1-1 [4] utiliza a raiz cúbica. Foi concluído que a previsão da NP EN 1992 1-1 [4] é mais conservativa do que a previsão do ACI 318 [6], mas só é válido para betões de alta resistência [12].

2.7. Considerações finais

Embora ainda não se compreenda totalmente a rotura por punçoamento, são precisas ferramentas para projetar e analisar lajes. Apesar de o comportamento das lajes ensaiadas não ser totalmente comparável ao comportamento de lajes em edifícios ou pontes, devido ao custo elevado dos testes à larga escala, os ensaios de lajes apoiadas em colunas são utilizados para estudar os efeitos de várias variáveis na resistência ao punçoamento de lajes.

No que diz respeito aos regulamentos, as disposições do ACI 318 [6] para punçoamento em lajes parecem ser mais fáceis de usar para os engenheiros do que as disposições da NP EN 1992 1-1 [4]. Apesar das diferenças aparentes entre estes regulamentos, eles são baseados na mesma teoria, tensão de esforço transversal num perímetro crítico.

De forma a decidir se a resistência ao punçoamento deve ser calculada usando a raiz quadrada ou cúbica da resistência à compressão do betão devem ser efetuados mais testes.

Ainda assim, as disposições dos regulamentos permitem projetar estruturas de forma conservativa.

Apesar do número de métodos existentes para descrever a rotura por punçoamento, nenhum destes métodos consegue explicar as bases do problema, havendo assim uma necessidade de compreender

melhor este fenômeno para determinar a verdadeira resistência ao esforço transversal das estruturas existentes [5].

É de referir que, enquanto a maior parte dos ensaios realizados no âmbito do estudo do punçamento consistem em lajes apoiadas em colunas de betão armado de geometria quadrada, não existem estudos específicos sobre o tema desta tese, resistência ao punçamento de lajes de betão armado sob cargas pneumáticas.

3. Descrição de resultados

Neste capítulo procede-se à explicação dos ensaios considerados durante a elaboração desta tese, assim como dos modelos e hipóteses que cada ensaio considera.

3.1 Estado limite último de punçoamento

A rotura de uma laje por punçoamento traduz-se numa rotura frágil e praticamente sem aviso, condicionada principalmente pela resistência do betão, e é uma rotura típica de lajes sujeitas a forças aplicadas em pequenas áreas. Ocorre principalmente em lajes fungiformes que apoiam apenas em pilares, mas pode também acontecer na ligação laje-pilar e na ligação pilar-sapata, ainda que nesta última o fenómeno seja invertido. Na Figura 14 é possível ver a configuração de uma laje após ocorrer a rotura por punçoamento.

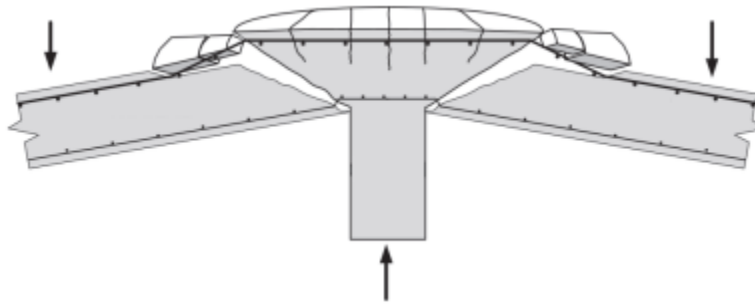


Figura 14 - Rotura de uma laje por punçoamento [16]

O mecanismo de rotura ao punçoamento em lajes fungiformes é composto por 4 fases. Na primeira fase considera-se que o betão e o aço apresentam um comportamento elástico linear, pois não são visíveis fendas no betão e o aço ainda não entrou em cedência. A segunda fase caracteriza-se pelo aparecimento de fendas no betão, após atingir a carga de fendilhação. Estas fendas surgem na face superior da laje e contornam as faces do pilar.

Devido ao aumento da carga, começam a surgir fendas junto ao perímetro de controlo do pilar (Figura 15). Na terceira fase, o número de fendas de flexão estabiliza, havendo um aumento da abertura das fendas existentes e, em geral, o aparecimento de fendas de corte. Após isto, ocorre a rotura por punçoamento (Figura 16) e o cone de punçoamento separa-se da restante parte da laje, continuando, no entanto, ligada pela armadura inferior que atravessa o pilar [17].

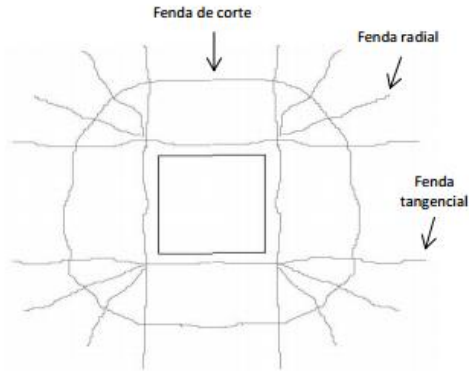


Figura 15 - Fendas na face superior da ligação laje-pilar [adaptado de 17]

Quando um dos pilares da laje sofre a rotura, dá origem a uma sobrecarga dos pilares vizinhos que, pelo fato de não estarem dimensionados para receber essa carga extra, podem colapsar e colocar em risco a integridade da estrutura.

De forma a evitar este colapso progressivo da estrutura, pode adotar-se uma armadura específica sobre o pilar, que consiste em vários varões longitudinais em ambas as direções, de forma a controlar os esforços e as deformações associadas ao fenómeno da rotura por punçoamento.

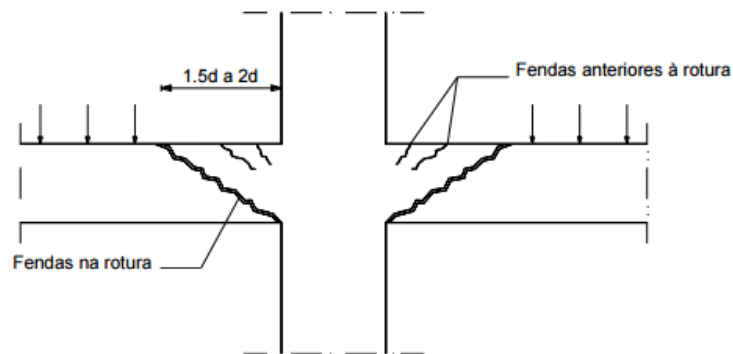


Figura 16 - Rotura de uma laje por punçoamento [18]

Apesar de se tratar de uma rotura frágil, a laje tem mecanismos de resistência ao punçoamento incorporados nos materiais que a constituem. Na Figura 17 representam-se as várias forças que equilibram a força de punçoamento: a componente vertical da compressão radial (1), a componente vertical da força de atrito entre os inertes (2) e a componente vertical da força do efeito de ferrolho (3).

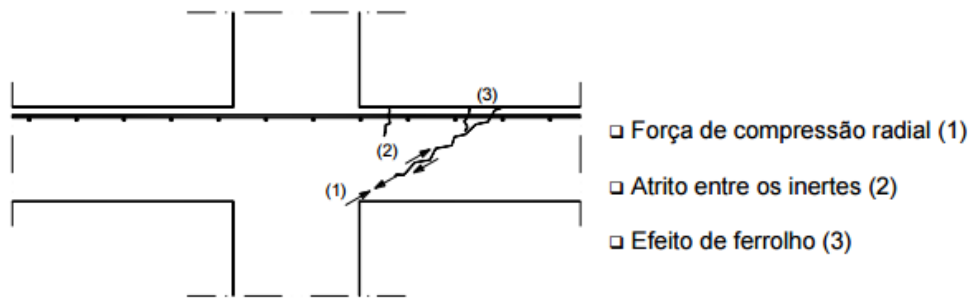


Figura 17 - Mecanismos de resistência ao punçoamento [18]

Os fenômenos que influenciam a resistência da laje ao punçoamento são os seguintes: a quantidade de armadura longitudinal que atravessa a zona onde surgem as fendas, que afeta o efeito de ferrolho; a resistência à tração e à compressão do betão; o efeito de escala, que se traduz na dimensão dos agregados relativamente à altura útil da laje e afeta o atrito entre os inertes; e a resistência das armaduras transversais que atravessam a fenda de corte [18].

Existem várias formas de reforçar uma laje de forma a evitar que ocorra a rotura por punçoamento. A utilização de armadura específica de punçoamento é uma delas. Esta pode ser constituída por varões inclinados ou estribos, sendo que a solução mais utilizada é a armadura por estribos. Na Figura 18 pode ver-se um exemplo da aplicação deste tipo de solução.

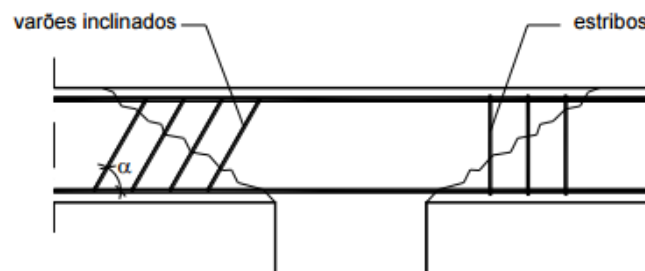


Figura 18 - Armadura específica de punçoamento [18]

Outra forma de evitar a rotura da laje é a adoção de capitéis, isto é, espessamento da laje na zona correspondente a 1,5 a 2 vezes a altura útil da seção da laje. Deste modo, aumenta-se a resistência da laje na zona mais suscetível, o que aumenta por sua vez a sua ductilidade.

Em estruturas correntes, é possível prever onde vão ocorrer as ações que podem levar à rotura por punçoamento e reforçá-las com estribos ou varões inclinados. Contudo, em estruturas como pontes não é possível prever a localização das cargas pontuais devido às rodas dos veículos e colocar reforços em toda a estrutura da laje não constitui uma solução [19].

3.2. Ensaio PR1

O ensaio PR1 consiste num ensaio ao punçoamento onde o suporte central é um macaco plano constituído por folha de cobre e com água no interior, como aquele representado na Figura 19. É de notar que o volume de água foi mantido constante ao longo dos ensaios. O macaco tem uma área de $0,156 \text{ m}^2$ e um diâmetro $\phi = 0,446 \text{ m}$.



Figura 19 - Macaco plano utilizado no ensaio PR1 [2]

As cargas foram aplicadas à laje usando quatro macacos hidráulicos abaixo da laje de reação e as forças foram medidas usando quatro células de carga localizadas entre os macacos hidráulicos e a laje de reação. Na Figura 20 é possível ver a configuração do ensaio PR1.

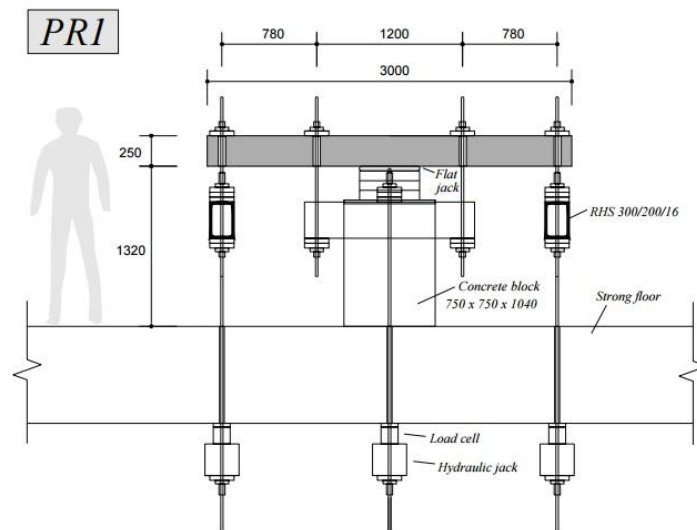


Figura 20 - Configuração do ensaio PR1 [2]

O propósito do macaco é simular um carregamento rodoviário, sendo a carga aplicada denominada de carga pneumática, que causa pressões na superfície de contacto aproximadamente constantes até à rotura da laje, como representado na Figura 21.

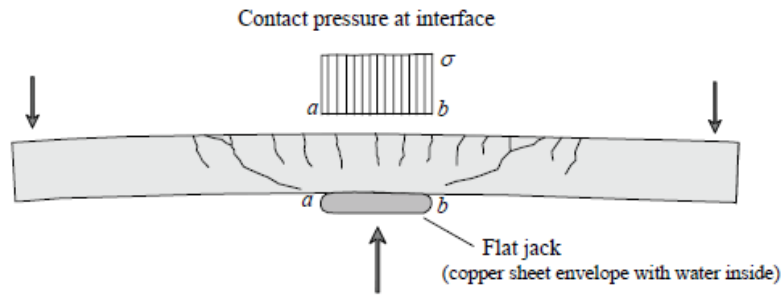


Figura 21 - Punçamento com um macaco plano a simular uma roda de um veículo [2]

3.2.1. Dimensões e pormenorização

Neste ensaio, a laje com 3 m x 3 m e espessura de 0,25 m encontra-se fixa em 8 pontos através de um sistemas de macacos hidráulicos localizados sob a laje de reação como é exemplificado na Figura 22.

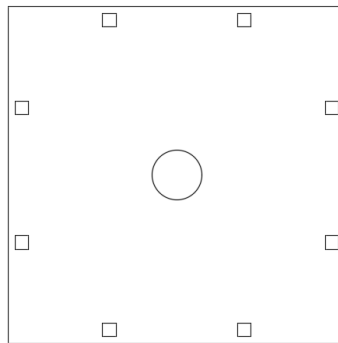


Figura 22 - Configuração da laje

Na Figura 23 encontram-se representadas as dimensões da laje e a disposição de armaduras para o ensaio PR1.

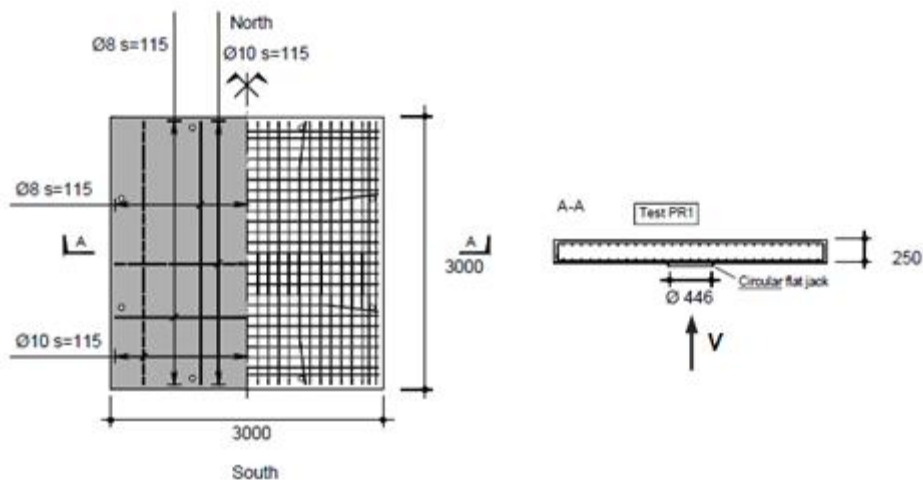


Figura 23 - Dimensões da laje e disposição das armaduras (dimensões em mm e m) [2]

A laje tem uma malha de armadura superior e inferior #Ø10//0,115 m e #Ø8//0,115 m respectivamente, correspondendo a uma quantidade de armadura longitudinal $\rho = 0,33\%$, sendo que a laje não apresenta qualquer armadura de reforço ao punçãoamento. O macaco plano usado para aplicar a pressão na laje tem uma área $A = 0,156 \text{ m}^2$ e um diâmetro $\phi = 0,446 \text{ m}$. A força considerada para a análise corresponde à soma das forças aplicadas pelas prensas que apoiam a laje com o peso próprio da laje $pp_{\text{laje}} = 3 \times 3 \times 0,25 \times 25 = 56,25 \text{ kN}$ e com o peso do equipamento de teste $pp_{\text{equip}} = 16,8 \text{ kN}$ [2].

3.2.2. Materiais e ações

Na

Tabela 1 apresentam-se as características dos materiais utilizados no ensaio, betão e aço.

Tabela 1 - Materiais utilizados no ensaio PR1

Betão	f_{ck}	35,17 MPa
	f_{ctm}	2,23 MPa
	E_c	31,84 GPa
Aço	f_{yk}	566 MPa
	f_t	648 MPa

Na Figura 24 é visível a relação entre a carga e a rotação da laje ao longo do ensaio PR1. Foram considerados 9 patamares de carga, sendo que a carga aumenta a cada fase (Figura 25). Após o patamar #6 (onde se aplicou uma força total $V = 620 \text{ kN}$), descarregou-se a laje, voltando a aplicar carga novamente ao fim de 5 dias. Assim, a rotação segundo ambas as direções diminuiu até um valor residual, como é possível ver na Figura 24. É também visível um grande patamar no mesmo gráfico.

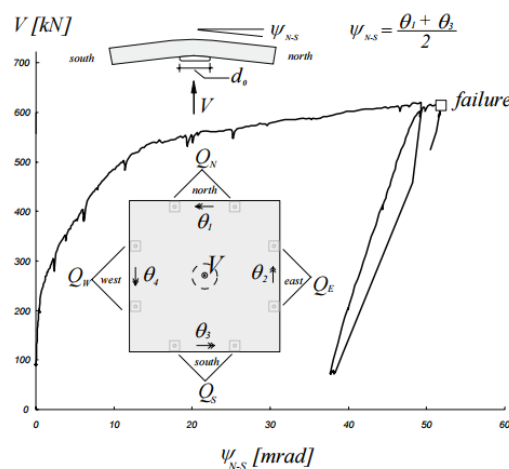


Figura 24 - Força V - Rotação Ψ_{N-S} [2]

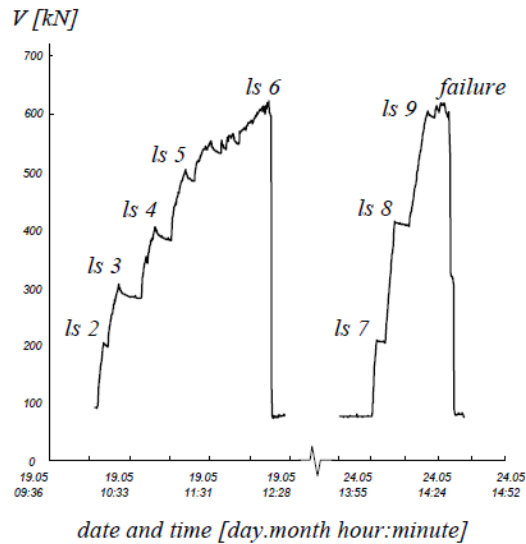


Figura 25 - Histórico de aplicação da carga [2]

As rotações foram obtidas através da medição com recurso a inclinómetros. Também foram utilizados extensómetros e transdutores de deslocamento linear na superfície da laje, tal como indicado na Figura 26. Os transdutores de deslocamento linear têm como função medir a variação da espessura da laje durante o ensaio.

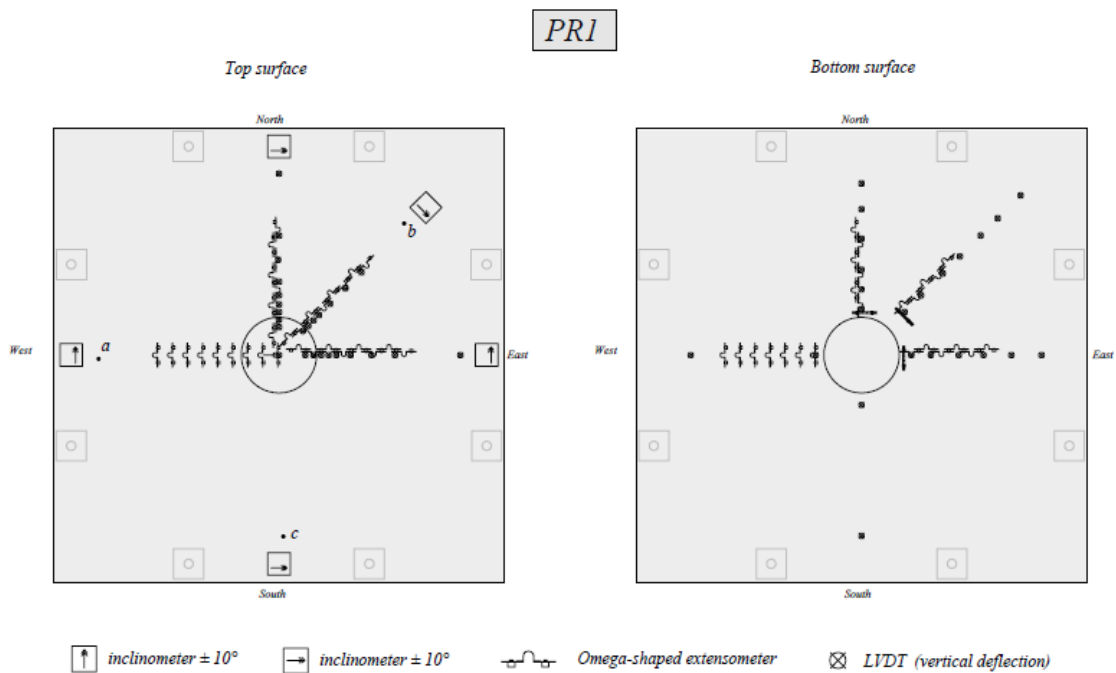


Figura 26 - Inclinómetros, extensómetros e transdutores de deslocamento linear para o ensaio PR1 [2]

Apesar de ser aplicada uma carga pneumática, a rotura assemelha-se a uma rotura por punçoamento. É possível verificar nas Figura 27 e Figura 28 o cone que se forma na laje devido à rotura por punçoamento.

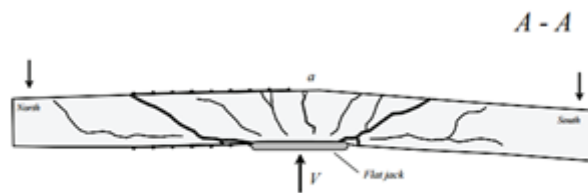


Figura 27 - Rotura por punçoamento da laje do ensaio PR1 [2]

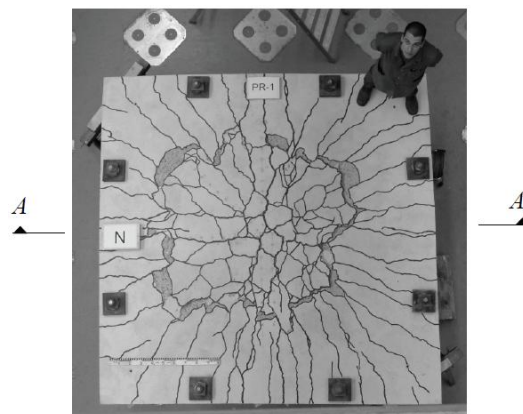


Figura 28 - Vista de topo do cone de punçoamento da laje do ensaio PR1 [2]

Faz-se notar que a rotura foi acompanhada pela abertura de fendas com vários milímetros de abertura na face superior da laje, o que, conjugado com a ocorrência de um patamar nos diagramas de carregamento, indica plastificação das armaduras.

A informação completa sobre os resultados do ensaio PR1, valores de carga e rotações, bem como deslocamentos e dados sobre a fendilhação pode ser consultada nos Anexos 1, 2 e 3.

3.3. Ensaio PG-10

Este ensaio pertence a uma série de 10 ensaios realizados no âmbito dos trabalhos de Guandalini [3], em que o autor procura desenvolver um modelo físico para determinar a resistência ao punçoamento de lajes de betão armado.

3.3.1. Dimensões e pormenorização

Na Figura 29 pode ver-se a geometria das lajes ensaiadas, podendo verificar as medidas da laje PG-10: 3 m de lado e uma espessura de 0,25 m, assinaladas na caixa a preto. Também se verifica as dimensões da coluna de betão armado em que a laje apoia: 0,26 m de lado.

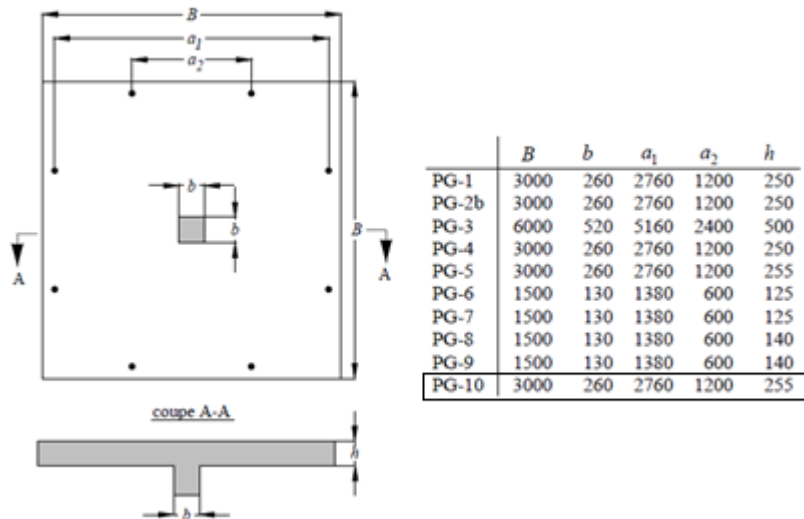


Figura 29 - Geometria das lajes ensaiadas [3]

Tal como a laje do ensaio PR1, a laje do ensaio PG-10 apresenta uma malha de armadura superior e inferior, #Ø10//0,115 m e #Ø8//0,115 m, respetivamente, que equivale a $\rho = 0,33\%$, o que favorece a comparação das situações. A laje não possui armadura de reforço ao punçoamento.

3.3.2. Materiais e ações

Na Tabela 2 apresentam-se as características dos materiais utilizados no ensaio PG-10.

Tabela 2 - Materiais utilizados no ensaio PG-10

Betão	f_{ck}	28,5 MPa
	f_{ctm}	2,20 MPa
	E_c	29,5 GPa
Aço	f_{yk}	577 MPa
	f_t	648 MPa

Neste ensaio, a carga foi aplicada nos mesmos pontos que correspondem às prensas no ensaio PR1. Para a laje em questão, na rotura obteve-se um valor de carga $V = 540$ kN e uma rotação de 22,3 mrad.

A Figura 30 mostra a evolução do ensaio PG-10.

É de notar que, quando comparado com a laje do ensaio PR1, as tensões no contato com a superfície de apoio são diferentes. No caso do ensaio PR1, da carga pneumática, estas tensões são aproximadamente constantes até à rotura, sendo que são desiguais na laje do ensaio PG-10 e tendem a aumentar junto do bordo da coluna à medida que a deformação da laje aumenta.

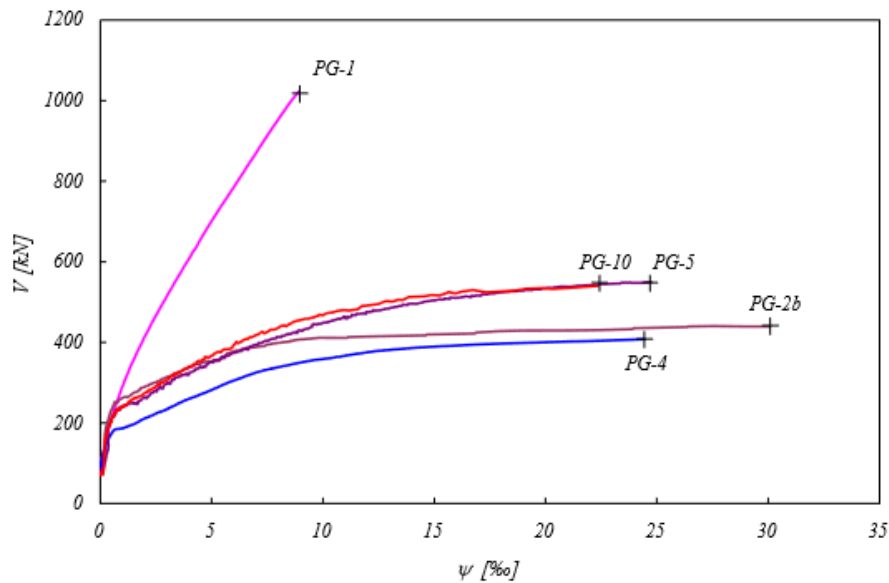


Figura 30 - Força V - Rotação ψ_{Ns} [3]

Na figura seguinte pode ver-se um corte da laje do ensaio PG-10 após a rotura, onde é possível verificar o cone de punçãoamento, bem como as fendas que surgem na laje



Figura 31 - Corte da laje do ensaio PG-10 [3]

Nos Anexos 4 e 5 pode ver-se toda a informação relativamente aos resultados do ensaio PG-10, como rotações e deslocamentos.

Após a descrição de cada um dos ensaios, segue-se a análise dos resultados e a sua comparação com os ensaios experimentais. É de salientar a diferença entre a carga pneumática e a carga em coluna. Enquanto a primeira consiste na aplicação de uma pressão na base da laje para simular um carregamento rodoviário, a segunda consiste na aplicação de cargas verticais numa laje apoiada sobre uma coluna de betão armado com ligação monolítica (Figura 32)

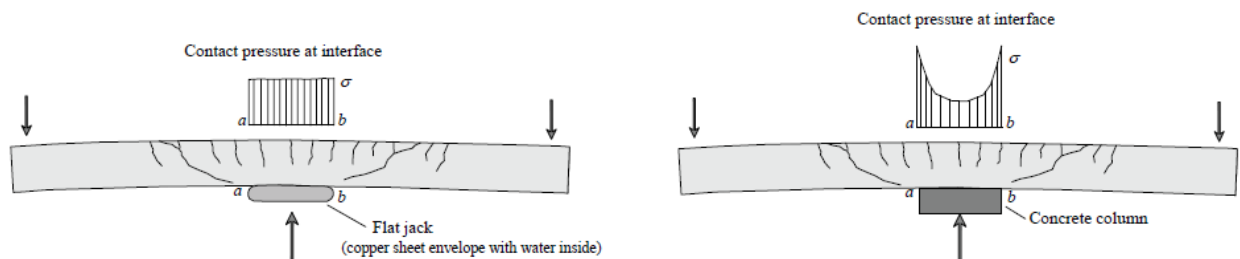


Figura 32 - Tensões de contato na laje para o caso da carga pneumática e no caso da carga com coluna [2]

4. Comparação com o EC2 e carga de rotura por flexão

Pretende-se comparar os valores dos ensaios PR1 e PG-10 com os resultados que podem ser obtidos através dos modelos de cálculo presentes no *Eurocódigo 2 - Projeto de estruturas de betão, Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios* [4].

Esta comparação tem como objetivo analisar se existem diferenças regulamentares ao nível da concentração de esforços numa laje, na zona do pilar, e comparar a capacidade resistente teórica da laje de acordo com o EC2 com os valores experimentais.

4.1. Ensaio PR1

4.1.1. Avaliação da resistência ao punçoamento

Deste modo, utilizando a equação (10), sabe-se que a tensão de punçoamento atuante na laje ensaiada é:

$$v_{ensaio} = \beta_1 \times \frac{V_{ensaio}}{u_1 \times d} \quad (10)$$

onde,

- β_1 representa o coeficiente de monolitismo;
- u_1 o perímetro de controlo da coluna;
- d a altura útil da seção da laje;
- V_{ensaio} a carga máxima aplicada durante o ensaio.

Visto que a ligação entre a laje e o macaco que simula o carregamento rodoviário não é monolítica, considera-se $\beta = 1$.

Quanto ao perímetro de controlo u_1 , considerou-se de acordo com o EC2 [4], uma circunferência de raio R , em que $R = r_{PR1} + 2d$. Apresenta-se em seguida, na Tabela 3 com todos os valores necessários para a definição do perímetro de controlo.

Tabela 3 - Valores necessários para a definição do perímetro de controlo

r_{PR1}	0,223 m
d	0,210 m
R	0,643 m
u_1	4,04 m

Obtém-se assim, sabendo que o valor do esforço transversal a utilizar para calcular a tensão de punção atuante é o máximo valor aplicado durante os ensaios ($V_{\text{ensaio}}=614,5 \text{ kN}$), o seguinte valor para a tensão nominal de punção aplicada na:

$$v_{\text{ensaio}} = 724,3 \text{ kN/m}^2$$

Relativamente ao valor da resistência ao punção da laje estimado de acordo com o EC2 [4], dado que esta não tem armadura de punção, é obtido através da equação (11), sendo que os coeficientes foram identificados anteriormente no Capítulo 2.

$$v_{p,EC2} = C_{Rd,c} \times k \times (100 \times \rho \times f_{ck})^{1/3} \quad (11)$$

Na tabela seguinte apresentam-se os valores dos coeficientes considerados, para determinar a resistência ao punção da laje segundo a NP EN 1992 1-1 [4], nas condições do ensaio PR1.

Tabela 4 - Coeficientes necessários para determinar a resistência ao punção da laje (ensaio PR1)

ρ	0,33%
γ_c	1
$C_{Rd,c}$	0,18
d	210 mm
k	1,97
f_{ck}	35,17 MPa

Como se trata de uma avaliação da resistência com base em resultados de um ensaio experimental, considerou-se $\gamma_c = 1$.

Tendo todos os coeficientes necessários, procede-se ao cálculo do valor de cálculo da resistência ao punção com recurso à equação (10).

$$v_{p,EC2} = 0,18 \times 1,97 \times (100 \times 0,0033 \times 35,17)^{1/3} = 0,805 \text{ MPa} = 805 \text{ kN/m}^2$$

$$V_{p,EC2} = 805 \text{ kN/m}^2 \times (4,04 \times 0,210) \text{ m}^2 = 682,96 \text{ kN}$$

Observa-se ainda que o EC2 [3] define um patamar de resistência mínima igual a $0,035k^{3/2}f_{ck}^{1/2} = 0,035 \times 1,97^{3/2} \times 35,17^{1/2} = 0,574 \text{ MPa} = 574 \text{ kN/m}^2$, o que se verifica.

Comparando os dois valores, conclui-se que a tensão de punção atuante na laje é menor que o valor de cálculo da resistência ao punção, tal como é possível ver na Figura 33. É de notar que os valores para a curva $V-\Psi_{N-S}$ estão divididos pelo perímetro de controlo u_1 e pela altura efetiva da seção, de forma a poderem ser comparados com o valor da resistência ao punção obtido pelo EC2 [4].

$$v_{\text{ensaio}} = 724,3 \text{ kN/m}^2 < v_{p,EC2} = 805 \text{ kN/m}^2$$

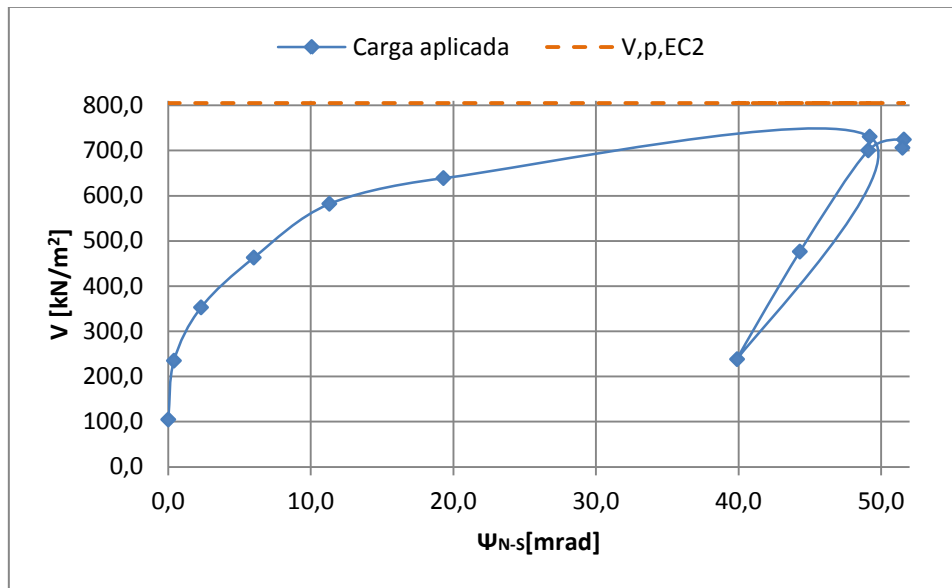


Figura 33 - Comparação entre tensão de punçamento atuante e valor de cálculo da resistência ao punçamento obtido pelo EC2 [4]

Obtém-se como esperado um valor de resistência estimado pelo EC2 [4], relativamente próximo do valor do ensaio, sendo cerca de 10% superior ao valor experimental, o que se tolera dado a dispersão habitual nestes modelos.

4.1.2. Determinação da carga de rotura por flexão

Atendendo a que no decorrer do ensaio ocorreu plastificação das armaduras, é importante comparar a carga máxima aplicada na laje ($V_{\text{ensaio}} = 614,5 \text{ kN}$) com a carga de rotura teórica por flexão correspondente à formação de um mecanismo. Primeiramente é necessário calcular o momento resistente último (não minorado) associado à secção com armaduras superiores. A malha utilizada na armadura superior da laje é #Ø10//0,115, valor a partir do qual é possível determinar o momento resistente último.

$$A_s = \frac{0,79 \text{ cm}^2}{0,115 \text{ m}} = 6,87 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Sabendo a armadura superior, aplicando as equações (12), (13) e (14), é possível chegar ao valor do momento resistente último.

$$A_s = \omega \times b \times d \times \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \quad (12)$$

$$\omega = \frac{1 - \sqrt{1 - 2,42 \times \mu}}{1,21} \quad (13)$$

$$\mu = \frac{M_{Rd}}{b \times d^2 \times f_{cd}} \quad (14)$$

onde,

- ω representa a taxa mecânica de armadura;
- b a largura ao longo da qual está distribuída a armadura, neste caso está distribuída por metro;
- d a altura útil da seção da laje;
- f_{cd} o valor da tensão de rotura do betão à compressão, medido nos ensaios;
- f_{yd} o valor da tensão de cedência do aço;
- μ o momento reduzido da seção;
- M_R o momento resistente da seção.

Após efetuar os cálculos, determinou-se o momento resistente último. A Tabela 5 apresenta os valores intermédios, bem como os dados necessários para o cálculo.

Tabela 5 - Dados necessários para o cálculo do momento resistente último

A_s	6,87 cm ² /m
b	1,00 m
d	0,210 m
f_c	35,17 MPa
f_y	566 MPa
ω	0,05264
μ	0,05097
M_R	79,05 kNm/m

Tendo determinado o valor do momento resistente último, segue-se o cálculo da carga de rotura por flexão, V_{flex} . Este valor pode ser calculado através do método das linhas de rotura, para lajes com as condições de apoio demonstradas na figura seguinte.

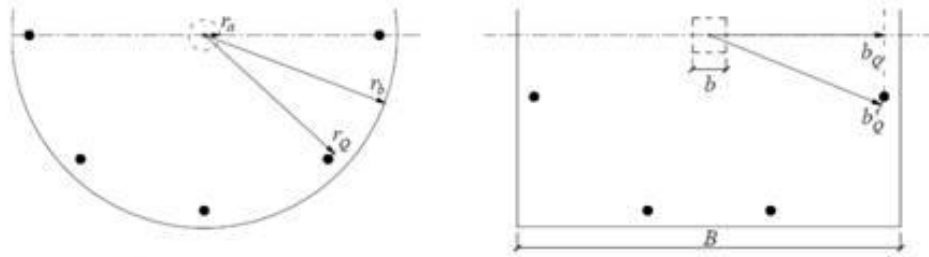


Figura 34 - Geometria de uma laje circular e de uma laje quadrada [3]

Nas condições do ensaio PR1, e como a laje se encontra simplesmente apoiada em todos os bordos, o raio equivalente a considerar é b_Q . Esta distância pode ser determinada tendo em conta os valores da Figura 35, de onde se retira que

$$b_Q = 780 + \frac{1200}{2} = 1380 \text{ mm} = 1,38 \text{ m.}$$

O ponto de aplicação da carga é circular, logo considerou-se $b = \varnothing = 0,446 \text{ m}$.

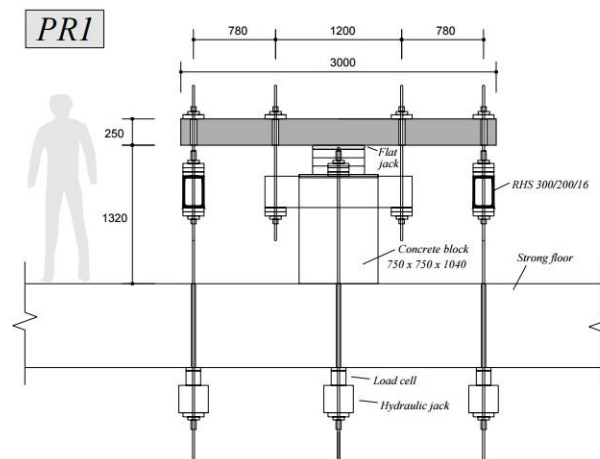


Figura 35 - Distância entre apoios e dimensões da laje [2]

Na Figura 36 é possível ver as linhas de rotura da laje. Apresenta-se também a dedução da fórmula da carga de rotura por flexão.

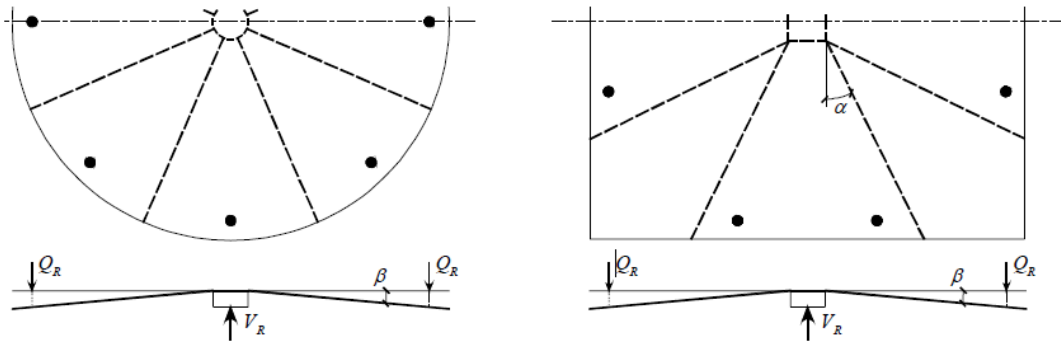


Figura 36 - Linhas de rotura numa laje circular e numa laje quadrada de betão armado [3]

Tendo em conta a Figura 34 e o fato de a laje ter uma geometria diferente do modelo de cálculo usual, que se trata de uma laje assimétrica [3], é necessário considerar um perímetro equivalente:

$$4 \times b = 2 \times \pi \times r_a \Leftrightarrow r_{a,eq} = 2 \times b / \pi \quad (15)$$

Se o ponto de aplicação das cargas se situa sobre um círculo, o raio efetivo é:

$$r_{Q,eq} = b'_Q \quad (16)$$

Como já foi dito anteriormente, se a laje se encontrar simplesmente apoiada em todos os bordos, o raio equivalente é:

$$r_{Q,eq} = b_Q \quad (17)$$

A carga de rotura por flexão V_{flex} é determinada através da análise do mecanismo seguinte:

- Laje circular:

$$W_e = \sum Q_R \times \beta \times (r_Q - r_a) \quad W_i = m_u \times \beta \times 2\pi \times r_b \quad \Rightarrow \frac{V_R}{M_u} = 2\pi \times \frac{r_b}{r_Q - r_a} \quad (18)$$

- Laje quadrada:

$$W_e = \sum V_R \times \beta \times (b_Q - b/2) \quad W_i = 8 \times \beta \times m_u \times \left[\frac{B-b}{2} \times \frac{1+\tan^2 \alpha}{1+\tan \alpha} + \frac{b}{2} \right]$$

$$\Rightarrow \frac{V_R}{M_u} = \frac{8}{b_Q - b/2} \times \left[\frac{B-b}{2} \times \frac{1+\tan^2 \alpha}{1+\tan \alpha} + \frac{b}{2} \right] \quad (19)$$

A resistência mínima ocorre para um valor de $\alpha_r = 22.5^\circ = \pi/8$. Assim, o valor da carga de rotura por flexão é dado pela equação (20):

$$\frac{V_R}{m_u} = \frac{8}{b_Q - b/2} \left[(B - b)(\sqrt{2} - 1) + \frac{b}{2} \right] \quad (20)$$

em que:

- B representa a largura da laje;
- b a largura do apoio;
- b_Q o raio equivalente da laje;
- m_u o momento resistente da laje.

Na tabela seguinte, apresentam-se os valores das variáveis, bem como o valor da resistência à rotura por flexão.

Tabela 6 - Dados necessários para o cálculo da carga de rotura por flexão

B	3 m
b	0,446 m
b_Q	1,38 m
V_r/m_u	$8,8567 \text{ m}^{-1}$
$m_u = M_{Rd}$	79,05 kNm/m
V_{flex}	700,12 kN

Assim, compara-se a carga máxima aplicada na laje com a carga de rotura por flexão. Neste caso, o valor teórico é superior ao experimental. Apresenta-se também a Figura 37, onde é possível ver a comparação entre os dois valores.

$$V_{ensaio} = 614,5 \text{ kN} < V_{flex} = 700,12 \text{ kN}$$

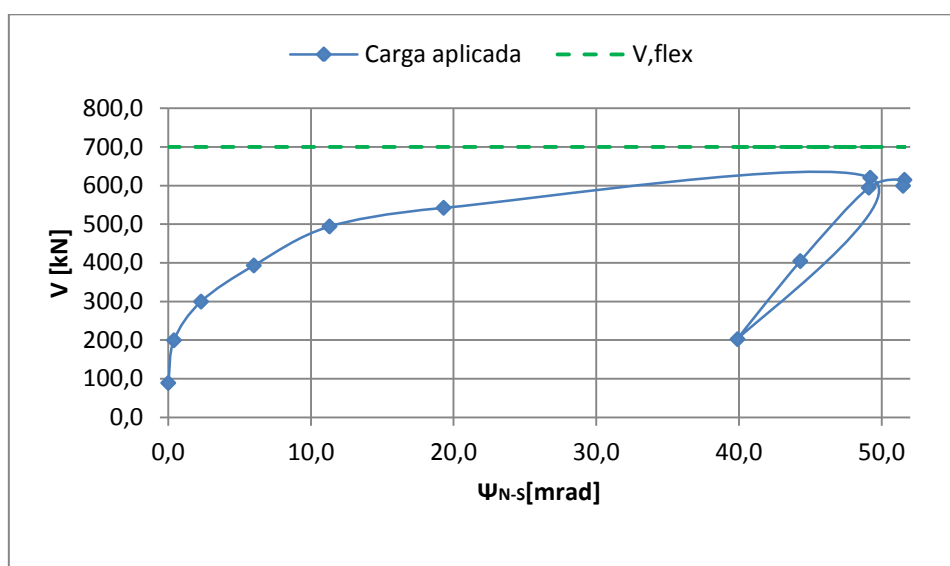


Figura 37 - Comparação entre a carga máxima aplicada na laje e a carga de rotura por flexão

Apresenta-se na seguinte tabela a comparação entre todos os valores analisados.

Tabela 7 - Comparação entre V_{ensaio} , $V_{p,EC2}$, V_{flex} em kN

V_{ensaio}	614,50
$V_{p,EC2}$	682,96
V_{flex}	700,12

Pela análise dos valores indicados na Tabela 7, pode concluir-se que a carga última de formação do mecanismo não foi alcançada no decorrer do ensaio, apesar de se observar plastificação em alguns locais, não foi completamente esgotada a capacidade da laje à flexão, tendo ocorrido punçoamento para um nível de carga inferior.

4.2 Ensaio PG-10

Pretende-se agora comparar os resultados do ensaio PG-10 com os resultados teóricos, efetuando as mesmas verificações anteriormente realizadas. Ambas as lajes dos diferentes ensaios possuem características semelhantes, sendo que na laje PG-10 se aplica uma carga por "coluna", sem ser pneumática.

4.2.1. Avaliação da resistência ao punçoamento

Tendo em conta que as verificações a realizar já foram efetuadas anteriormente, apresentam-se em seguida os resultados para o ensaio PG-10, com referência a algumas considerações que possam ser diferentes do ensaio PR1. Porém, como se irá verificar, este fato não se traduz em nenhum parâmetro regulamentar.

Tabela 8 - Valores necessários para a definição do perímetro de controlo

b	0,260 m
d	0,210 m
u_1	3,680 m

Comparativamente à laje PR1, o perímetro de controlo u_1 é menor, pelo que se deverá esperar um aumento do valor da tensão atuante de punçoamento. Tendo em conta que a aplicação da carga é por "coluna", porém não existe uma ligação monolítica entre o pilar e a laje, utilizou-se $\beta_1 = 1,0$. É de referir que a carga de rotura no ensaio PG-10 é $V_{ensaio} = 540$ kN, inferior à carga máxima aplicada na laje PR1, porém a comparação deve ser feita ao nível das tensões, pois têm perímetros de controlo diferentes.

$$v_{ensaio} = \beta_1 \times \frac{V_{ensaio}}{u_1 \times d} = 698,8 \text{ kN/m}^2$$

É assim interessante observar que a tensão atuante na rotura do ensaio PR1 foi superior à do ensaio PG-10 ($v_{PR1} = 724,3 \text{ kN/m}^2 > v_{PG-10} = 698,8 \text{ kN/m}^2$), o que pode sugerir que existe um agravamento das condições de carregamento associadas à introdução da carga por coluna.

Relativamente ao valor de cálculo da resistência ao punçoamento da laje, o único valor que varia é a resistência à compressão do betão ($f_{ck} = 28,5 \text{ MPa}$).

$$V_{p,EC2} = 0,18 \times 1,97 \times (100 \times 0,0033 \times 28,5)^{1/3} = 0,75074 \text{ MPa} = 750,74 \text{ kN/m}^2$$

$$V_{p,EC2} = 750,74 \text{ kN/m}^2 \times (3,68 \times 0,210) \text{ m}^2 = 580,17 \text{ kN}$$

Verifica-se que o valor experimental é inferior ao valor teórico.

$$v_{ensaio} = 698,8 \text{ kN/m}^2 < V_{p,EC2} = 750,74 \text{ kN/m}^2$$

Porém, há ainda que considerar as diferentes resistências à compressão do betão, cuja influência se poderá exprimir, em princípio, por $\tau = 0,3\sqrt{f_c}$, com unidades em MPa. Resulta assim $\tau_{PR1} = 0,3\sqrt{35,17} = 1,78 \text{ MPa}$ e $\tau_{PG-10} = 0,3\sqrt{28,5} = 1,602 \text{ MPa}$.

$$v_{PR1} = \frac{V_{PR1}}{d \times u_{1PR1} \times \tau_{PR1}} = \frac{724,3 \text{ kN/m}^2}{1780 \text{ kN/m}^2} = 0,407$$

$$v_{PG-10} = \frac{V_{PG-10}}{d \times u_{1PG-10} \times \tau_{PG-10}} = \frac{698,8 \text{ kN/m}^2}{1602 \text{ kN/m}^2} = 0,436$$

pelo que as diferenças obtidas não são conclusivas.

4.2.2. Determinação da carga de rotura por flexão

Como a armadura da laje se mantém inalterada, os únicos valores que se alteram no cálculo do momento resistente último são as resistências dos materiais: $f_c = 28,5 \text{ MPa}$ e $f_y = 577 \text{ MPa}$. Apresenta-se na Tabela 9 os valores para o cálculo de M_R .

Tabela 9 - Dados necessários para o cálculo do momento resistente último

A_s	6,87 cm ² /m
b	1,00 m
d	0,210 m
f_c	28,5 MPa
f_y	577 MPa
ω	0,0662
μ	0,0636
M_R	79,90 kNm/m

Usaram-se para efeitos de avaliação os valores médios medidos em laboratório.

As dimensões da laje em planta são as mesmas, excetuando o apoio central que é uma coluna cuja secção é quadrada e tem 0,26 m de lado. Assim, apresenta-se em seguida na Tabela 10 os valores intermédios e o valor da carga de rotura por flexão.

Tabela 10 - Dados necessários para o cálculo da carga de rotura por flexão

B	3 m
b	0,260 m
b_Q	1,38 m
V_r/m_u	8,0956
$m_u = M_{Rd}$	79,90 kNm/m
V_{flex}	646,87 kN

Comparando o valor de rotura da laje PG-10 com o valor da carga de rotura por flexão, vemos que o valor teórico é superior ao valor experimental.

$$V_{PG-10} = 540 \text{ kN} < V_{flex} = 646,87 \text{ kN}$$

Foram obtidos valores de resistência, pelo EC2 [4], próximos dos valores experimentais.

Apresenta-se na

Tabela 11 a comparação entre todos os valores considerados.

Tabela 11 - Comparação entre V_{ensaio} , $V_{p,EC2}$, V_{flex} em kN

V_{ensaio}	540,00
$V_{p,EC2}$	580,17
V_{flex}	646,87

De forma análoga ao ensaio PR1, concluiu-se que, apesar de observado um patamar associado à cedência de algumas armaduras, a carga de rotura foi inferior à carga de formação do mecanismo. Foram obtidos valores de resistência, pelo EC2 [4], próximos dos valores experimentais. É possível verificar na Figura 38 o patamar na curva do ensaio PG-10.

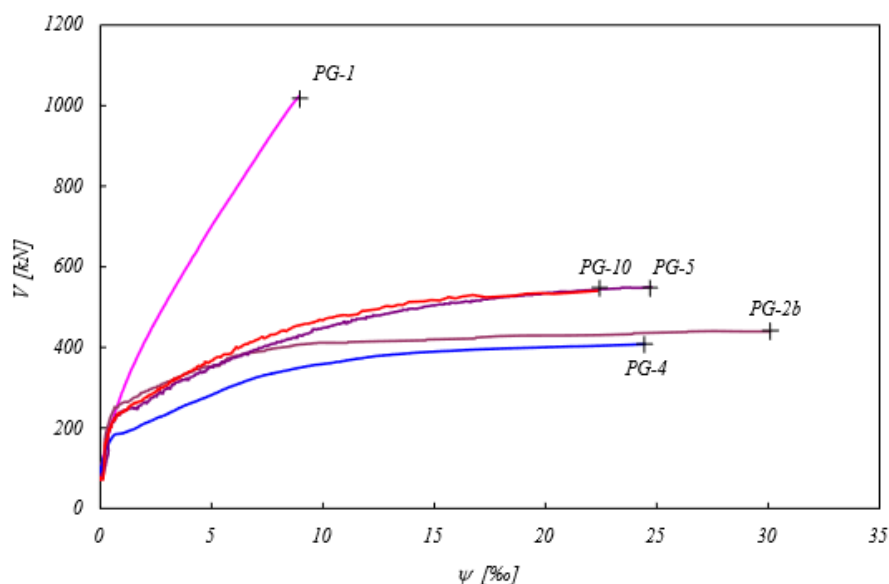


Figura 38 - Força V - Rotação ψ_{Ns} [3]

4.3. Comparação entre o ensaio PR1 e o ensaio PG-10

Pretende-se comparar agora os valores experimentais dos ensaios PR1 [2] e PG-10 [3]. Como algumas das características das lajes são diferentes, conforme já foi exposto anteriormente, há necessidade de tornar os resultados adimensionais. Na medida em que o EC2 [4] faz depender a resistência ao punçoamento da raiz cúbica da resistência à compressão do betão, há lugar às seguintes comparações, de acordo com a equação (21):

$$v_{ensaio} = \frac{V_{ensaio}}{d \times u_1 \times f_{ck}^{1/3}} \quad (21)$$

$$v_{PR1} = \frac{V_{PR1}}{d \times u_1 \times f_{ck}^{1/3}} = \frac{614,5 \times 10^3}{210 \times 4040 \times 35,17^{1/3}} = 0,2211$$

$$v_{PG-10} = \frac{V_{PG-10}}{d \times u_1 \times f_{ck}^{1/3}} = \frac{540 \times 10^3}{210 \times 3680 \times 28,5^{1/3}} = 0,2288$$

Tendo em conta os valores determinados, tem-se uma melhor percepção da relação entre os valores de cada ensaio, contabilizando as diferentes características dos materiais utilizados e da maneira como a carga é aplicada, visto que o ensaio PR1 consiste numa carga pneumática, enquanto o ensaio PG-10 consiste numa carga em coluna.

Verifica-se que apesar de a carga ser aplicada de forma diferente em cada caso, quando comparados de forma adimensional, os valores obtidos para a carga de cada ensaio são muito próximos, tendo uma pequena diferença associada. Assim, pode concluir-se, tendo por base apenas a análise dos dois casos relatados nos ensaios, que a aplicação de uma carga com distribuição constante das

pressões de contato numa laje se pode comparar a uma carga aplicada numa laje simplesmente apoiada numa coluna.

5. Modelação do comportamento linear da laje com recurso a elementos finitos

Tendo analisado e comparado anteriormente os resultados dos ensaios PR1 e PG-10, recorreu-se à ferramenta de cálculo [1] para uma análise mais detalhada destes mesmos resultados.

5.1. Modelo de cálculo da laje

O modelo introduzido no programa tem as mesmas dimensões da laje utilizada em ambos os ensaios, sendo que a laje foi modelada com recurso a elementos do tipo casca (*Shell Thin*) com uma espessura de 0,25 m. É possível verificar nas figuras seguintes qual o modelo de cálculo utilizado e condições de fronteira para a modelação das lajes. No caso da carga pneumática (Figura 39 a) os apoios verticais foram colocados ao nível dos oito pontos distribuídos ao longo dos bordos livres da laje e no caso da carga em coluna (Figura 39 b) os apoios foram colocados na zona sob a coluna.

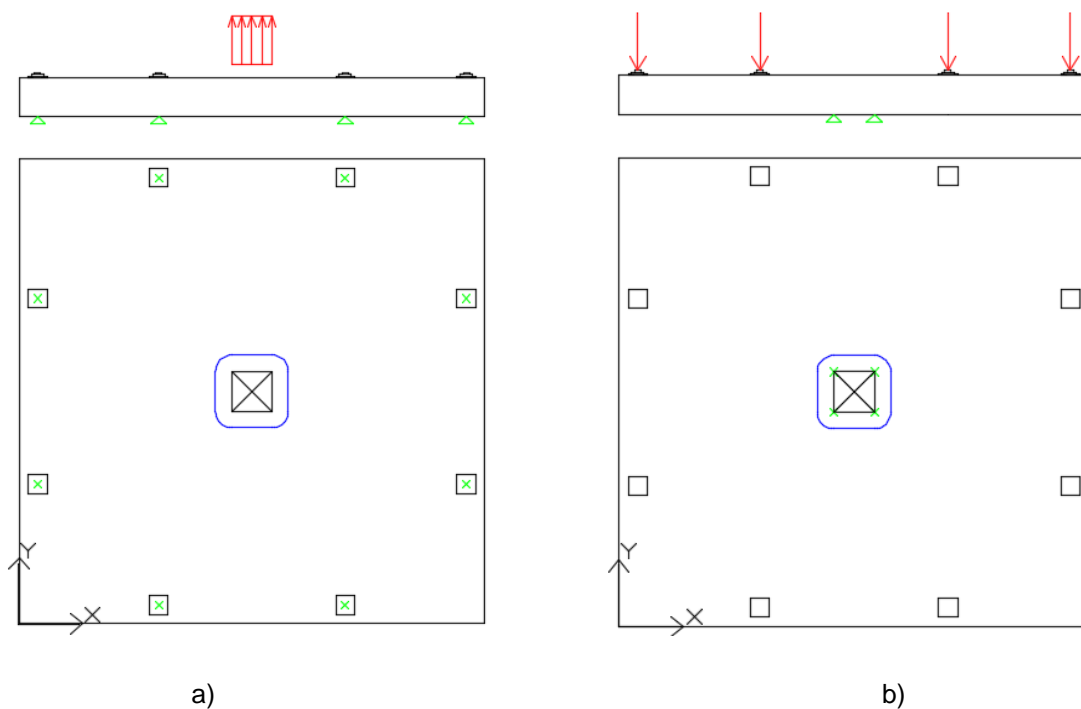


Figura 39 - Modelo da laje: a) carga pneumática e b) carga em coluna

De referir ainda que os apoios verticais sob a coluna, para o caso da laje PG-10, foram modelados como molas não lineares, na medida em que apenas tinham rigidez vertical à compressão, com valor igual à rigidez da coluna de betão que suportava a laje, delimitada pela área de influência do nó, e não possuíam rigidez à tração.

Também é possível verificar que os casos de carga são diferentes: no caso da carga em coluna, as cargas foram colocadas nos oito pontos distribuídos ao longo do bordo livre da laje e no caso da carga pneumática, a pressão foi aplicada sob o apoio central, de modo a replicar as condições do

ensaio PR1 [2]. É necessário controlar a introdução do peso próprio da laje, pois apesar deste valor ser igual em ambas as lajes, os efeitos são diferentes devido às diferentes condições de apoio.

De modo a simplificar a análise e facilitar a comparação entre os dois modelos de cálculo admitiu-se que os materiais utilizados em ambos os ensaios foram os mesmos, apesar de isso não corresponder à realidade, porém os valores escolhidos foram os do ensaio PG-10 [3], apresentados na Tabela 12.

Tabela 12 - Valores das tensões de cedência para cada material em MPa

f_{ck}	28,5
f_{cd}	19
f_{yk}	577
f_{yd}	501,74

De modo a poder comparar os valores dos esforços das lajes para os diferentes modelos de cálculo e diferentes casos de carga, determinou-se um perímetro de controlo à distância $d/2$ da face da coluna do pilar, isto é, a uma distância de 0,105 m. É possível ver a representação do perímetro de controlo na Figura 40. A escolha da representação do perímetro de controlo a $d/2$ da coluna permite perceber melhor a influência do modo de aplicação da carga nos diagramas de esforços e de tensões na região crítica onde ocorre a rotura por punçoamento, para além de, em conformidade com alguns regulamentos (ACI, SIA, REBAP), a verificação ser efetuada a $d/2$ da área carregada.

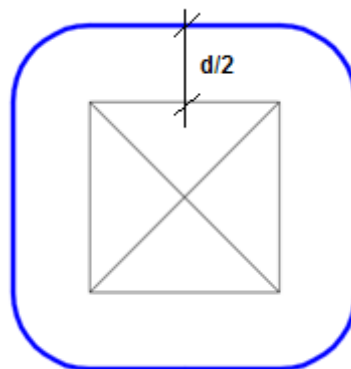


Figura 40 - Representação do perímetro de controlo da coluna para avaliação da distribuição de esforços

5.2. Cargas a considerar na análise da laje

Em cada caso foi considerado que as cargas que atuam sobre a laje são o peso próprio e as forças aplicadas pelos macacos hidráulicos ou macaco plano, sendo que a forma como atuam é diferente como já foi referida anteriormente.

5.2.1. Carga em coluna

Nesta situação, a coluna de betão funciona como um apoio elástico para a laje e cargas são aplicadas nos 8 pontos ao longo do bordo livre da laje. Na Figura 41 a) é possível verificar a deformação de forma qualitativa, causada pelas cargas atuantes na laje, bem como o seu ponto de aplicação, representado em pormenor na Figura 41 b). Estas cargas resultam da repartição do valor da carga de rotura da laje pelas 8 prensas, sendo que em cada prensa se encontra aplicada uma força $F = 67,5$ kN, perfazendo um total de 540 kN. O peso próprio corresponde a 56,25 kN. A carga total aplicada resulta da soma destas parcelas e totaliza 596,25 kN.

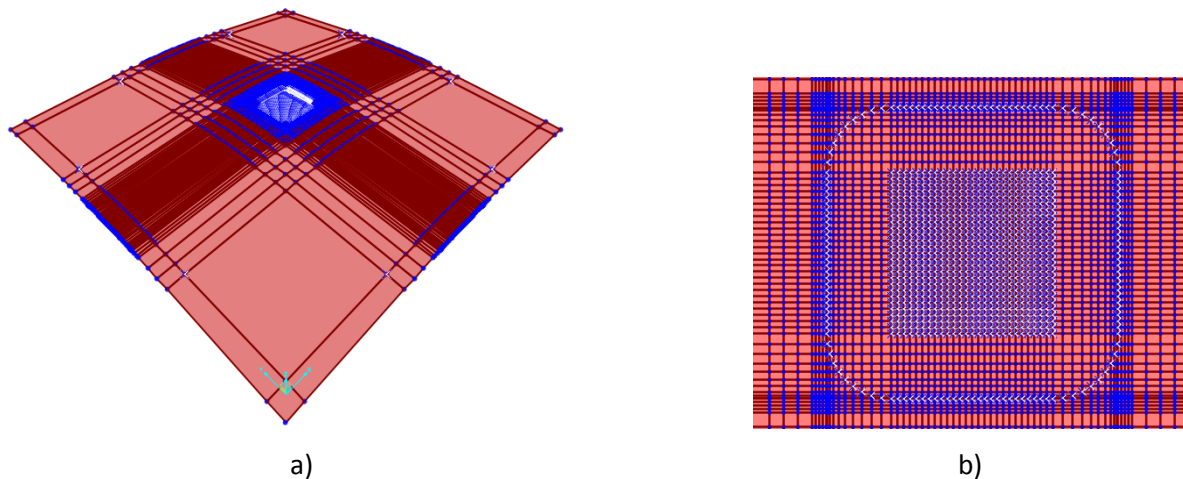


Figura 41 - Deformada devido à carga em coluna: a) vista geral e b) pormenor da malha na região da coluna

No modelo computacional foram considerados vários casos de carga, com incrementos de 50 kN até $V = 600$ kN, valor acima da carga de rotura da laje do ensaio PG-10, mas igual ao valor da carga aplicada no modelo da laje PR1 para poder comparar. A título de comparação foram representados estes valores com o gráfico força-deslocamento obtido para o ensaio PG-10, representado em seguida.

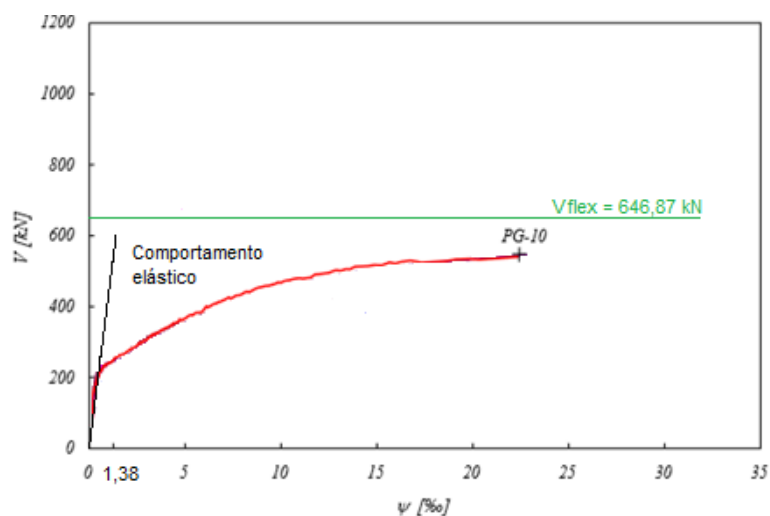


Figura 42 - Força V - Rotação Ψ_{Ns} [adaptado de 3]

Como seria expectável, os gráficos são muito diferentes, sendo que a rotação máxima para valores próximos da rotura obtidos para o modelo linear foi de 1,38 mrad e para o ensaio PG-10 este valor é de 22,3 mrad, o que é devido ao fato de ocorrer fendilhação em várias secções da laje e também cedência das armaduras, o que se traduz num comportamento não linear como ilustram as curvas experimentais.

5.2.2. Carga pneumática

Neste caso, os apoios foram colocados na periferia da laje, nos oito pontos localizados no bordo livre, enquanto uma pressão constante se encontra aplicada na zona sob coluna. Esta pressão resulta do peso próprio da estrutura e do valor da carga de rotura da laje, $V = 596,7$ kN e tem o valor de $8826,92$ kN/m², distribuídos na superfície da coluna de $0,26$ m x $0,26$ m. Na Figura 43 a) pode ver-se a deformada de forma qualitativa da laje, bem como o pormenor da zona da coluna com a representação do perímetro crítico (Figura 43 b).

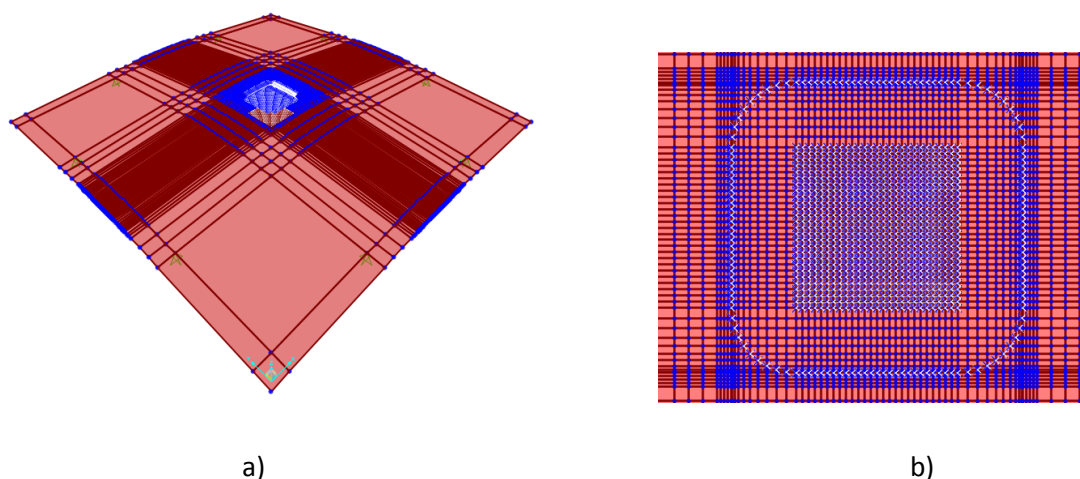


Figura 43 - Deformada devido à carga pneumática: a) vista geral e b) pormenor da malha na região da coluna

No modelo de elementos finitos, considerou-se casos de carga até 600 kN, com incrementos de 50 kN, para valores próximos da carga de rotura do ensaio PR1. Na figura seguinte pode ver-se a comparação dos resultados do modelo linear com o gráfico Força-Deslocamento do ensaio PR1, bem como a comparação com a carga de rotura por flexão.

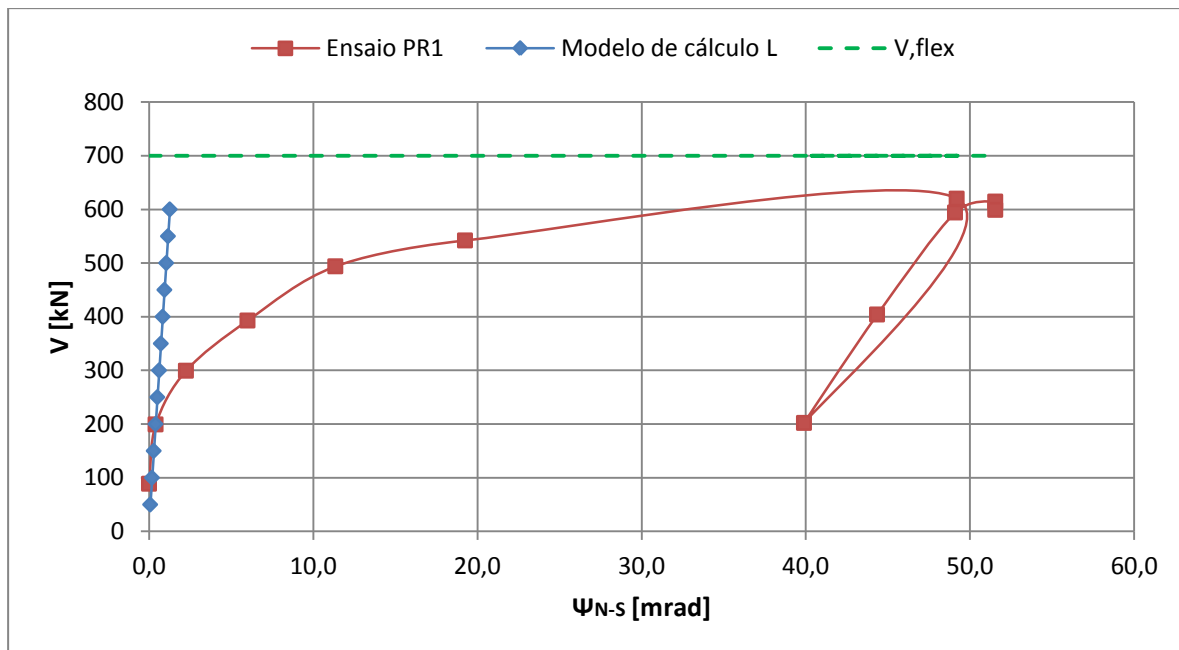


Figura 44 - Relação V-ΨN-s do modelo linear e comparação com ensaio PR1

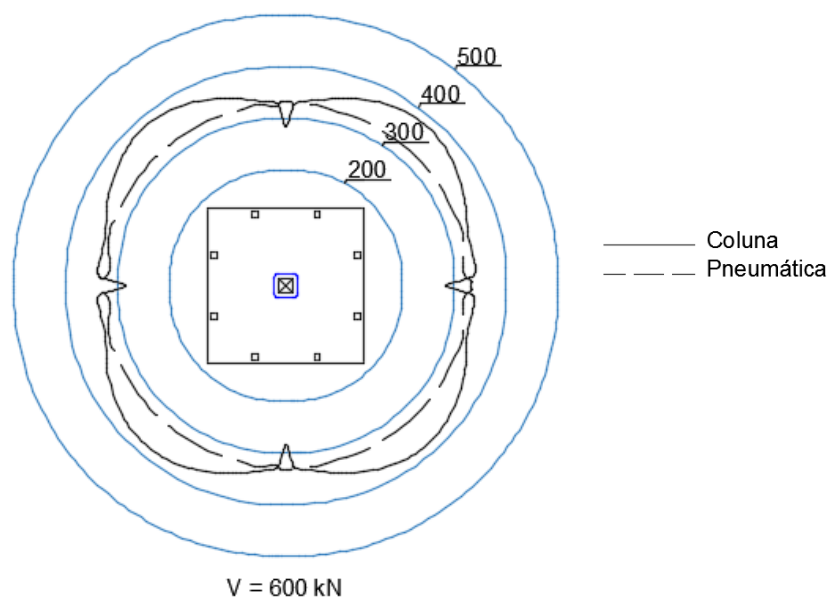
Como era expectável, as rotações do modelo computacional são muito inferiores aos resultados obtidos para o ensaio PR1, o que se atribui ao efeito da fendilhação e plastificação das armaduras, conforme já referido anteriormente.

5.3. Descrição dos resultados obtidos

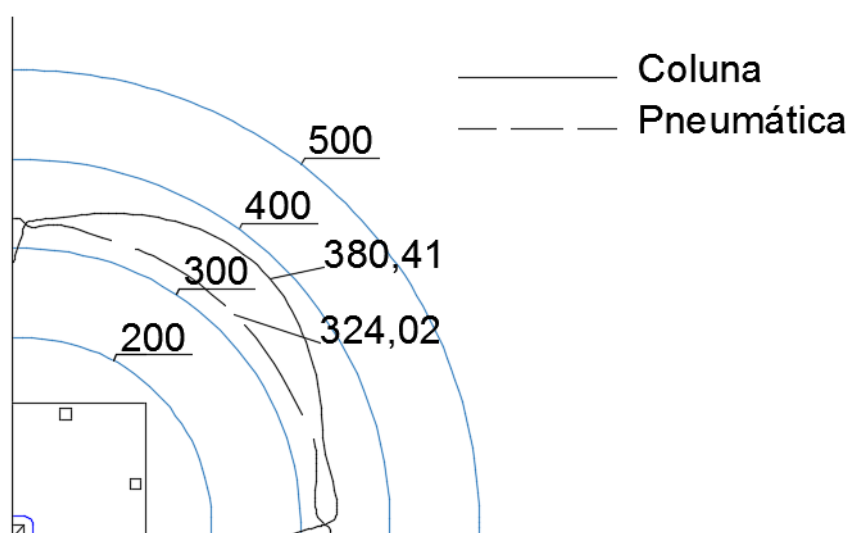
Considerando a comparação entre os dois modelos de cálculo, decidiu-se que o esforço que seria passível de ser analisado seria o esforço transversal, visto um dos objetivos desta tese ser verificar que a rotura que ocorre devido a cargas pneumáticas é semelhante à rotura que ocorre devido ao punçãoamento e como esse modo de rotura está associado ao esforço transversal, faz todo o sentido analisar esse esforço em particular. A grandeza a analisar é o esforço transversal total que resulta de

$$V_{TOT} = \sqrt{V_{12}^2 + V_{23}^2}.$$

Na Figura 45 tem-se uma melhor perceção da comparação em causa, tendo sido construído um gráfico de linhas composto pelo valor do esforço transversal ao longo de perímetro de controlo da coluna da laje. Tal como é possível verificar, a distribuição de esforços para cada caso de carga é semelhante, apesar de os esforços serem superiores no caso da carga em coluna, na região junto aos cantos da coluna.



a)



b)

Figura 45 - Comparação entre valores de esforço transversal V_{TOT} : a) esforço ao longo de todo o perímetro crítico e b) pormenor de apenas 1/4 do perímetro crítico

Nesta figura é visível a concentração de esforços na zona dos cantos da coluna de betão para o caso da carga em coluna, por oposição à distribuição quase uniforme no caso da carga pneumática. De assinalar que no caso da Figura 45, como seria expectável, a reação vertical sob a laje no modelo PR1 é de 596,7 kN e é exatamente igual à reação da coluna no caso do modelo PG-10.

Nota-se também que existe uma diminuição do valor das tensões no caso da carga em coluna na região linear da coluna, o que está de acordo com a distribuição de tensões representada na figura anterior.

Na Figura 46, é possível comprovar esta pequena diferença numa extensão correspondente a 1/4 do perímetro de controlo, cerca de 0,435 m. A análise deste troço é suficiente, pois os valores de esforço transverso são simétricos, como foi possível observar na Figura 45. O aumento do valor do esforço transverso verificado no gráfico deve-se ao fato, referido anteriormente, de existir um aumento de tensões nos cantos da coluna.

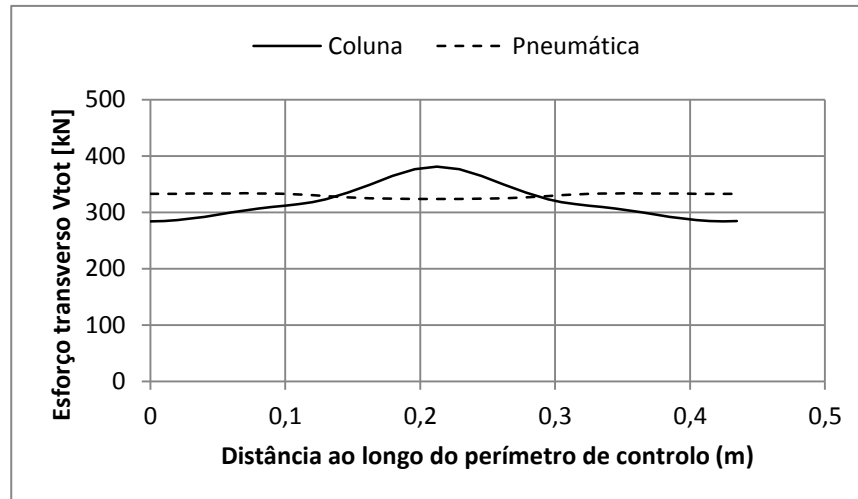


Figura 46 - Comparação entre o valor do esforço transverso entre a carga em coluna e a carga pneumática

A figura anterior refere-se à parte do perímetro de controlo da coluna da laje representada a vermelho na Figura 47.

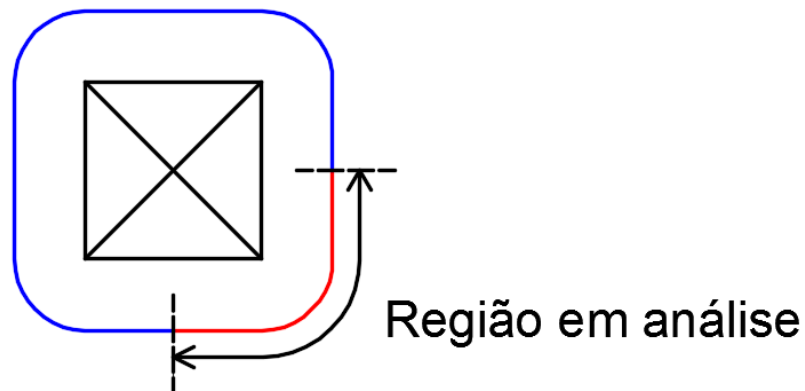


Figura 47 - Perímetro de controlo da coluna, a vermelho a região representada na Figura 46

Estes resultados têm em consideração as diferentes condições de apoio e carregamento, carga pneumática e em coluna, e permitem avaliar a influência do tipo de apoio considerado na distribuição de esforços transversos ao longo do perímetro de controlo do apoio e ao mesmo tempo comparar a sua influência no modo de rotura em análise, rotura por punção.

Tendo em conta os resultados obtidos, pode concluir-se que no âmbito da análise efetuada, existe um agravamento na distribuição de esforços transversos de sensivelmente 15%, pelo fato de a carga ser aplicada por um suporte rígido.

Porém, atendendo ao comportamento não linear das lajes evidenciado nos ensaios, há interesse em proceder à avaliação das mesmas distribuições num modelo de cálculo não linear, o que se apresenta nos capítulos seguintes.

6. Fundamentos do modelo não linear

6.1. Comportamento uniaxial do betão

De forma a poder validar o modelo da laje no programa de análise de elementos finitos *SAP2000* [1] recorreu-se à nota técnica de Darwin e Pecknold [20], que descreve um modelo não linear bidimensional que pode contabilizar a interação entre flexão e esforço transversal em paredes, considerando a fendilhação e o esmagamento do betão, e quando combinado com aço, considera também a cedência das armaduras. Este modelo não considera a resistência do betão à tração.

Na Figura 48 está representada a relação uniaxial de tensão-deformação do material betão e é possível reparar que a resistência à tração é nula. O comportamento de compressão aumenta gradualmente do ponto O ao ponto U, sendo que o ponto Y corresponde à cedência das armaduras ou fendilhação do betão. Entre os pontos U e L a tensão é constante, assim como entre os pontos R e X, que representa a força residual do material. A perda de resistência entre os pontos L e R é opcional, no que diz respeito a este modelo.

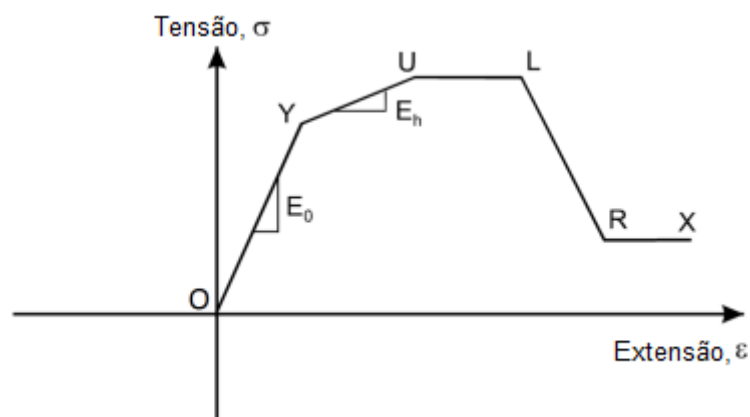


Figura 48 - Relação uniaxial de tensão-deformação [adaptado de 20]

Neste modelo de material, o módulo de elasticidade correspondente à carga e à descarga são iguais ao módulo de Young inicial E_0 , tal como é possível verificar na figura seguinte, e o material descarrega linearmente até atingir tensão de compressão nula. Isto corresponde a uma relação uniaxial equivalente.

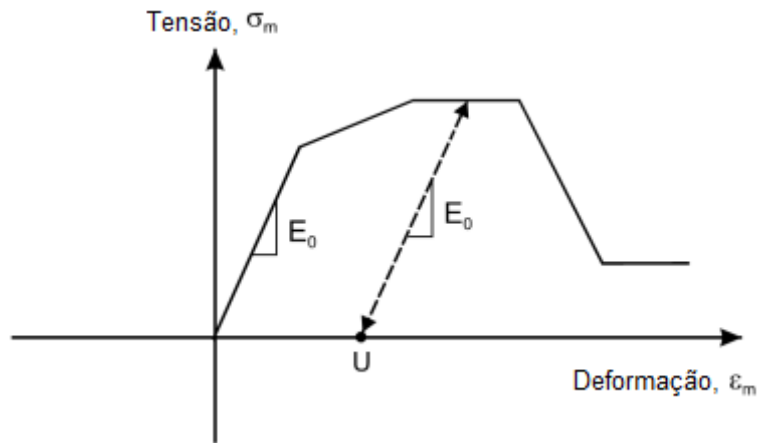


Figura 49 - Ciclo carga-descarga do material [adaptado de 20]

Ao definir uma curva tensão-extensão para um qualquer material, é construída uma aproximação trilinear, tal como na Figura 50. Na figura, f'_c é a tensão de compressão máxima e ϵ'_c é a deformação correspondente à tensão máxima.

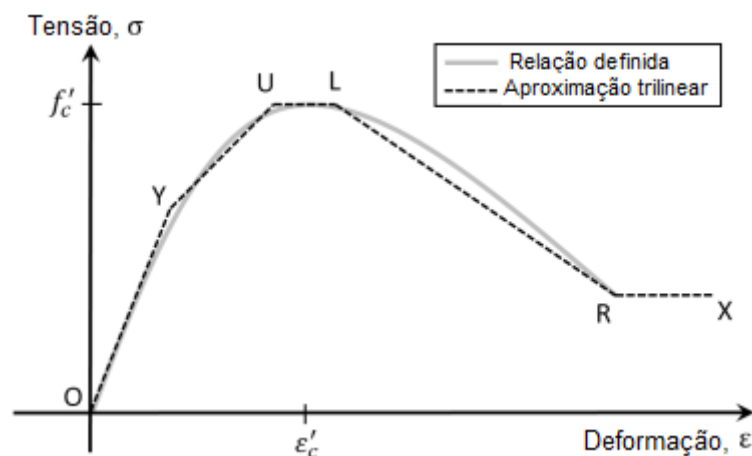


Figura 50 - Aproximação trilinear da curva tensão-deformação do betão [adaptado de 20]

Esta aproximação tem como objetivo simplificar a curva tensão-deformação do betão de modo a que o modelo computacional possa interpretar melhor as características do material. A aproximação é feita do seguinte modo [20]:

1. O módulo inicial da aproximação trilinear é igual à inclinação entre a origem e o ponto mais próximo que esteja em compressão, que irá corresponder à rigidez da curva definida pelo utilizador.
2. O ponto Y é determinado de modo a que a área sob a curva da aproximação trilinear até ao ponto de tensão máxima de compressão seja idêntica à da curva de tensão-deformação definida pelo utilizador.
3. O ponto U é definido pelo ponto de tensão de compressão máxima mais próximo da origem e o ponto L é definido pelo ponto de tensão de compressão máxima mais afastado da origem. Se estes

pontos coincidirem, o ponto U deve ser colocado no valor de deformação correspondente a $0,98f_c'$ na curva definida pelo utilizador. O ponto L é colocado no maior dos seguintes valores: a deformação correspondente ao ponto de tensão de compressão máxima, ou 1,05 vezes a deformação no ponto U

4. Se a curva de tensão-deformação definida tiver uma perda de resistência após os ponto de tensão de compressão máxima, o ponto R é definido pelo último ponto da curva do material.

6.2. Eixos iniciais e principais do material

Os eixos iniciais do material são fixos relativamente ao elemento de parede. Em geral podem existir tensões normais e tangenciais nesses eixos, como na Figura 51 b). Existem também os eixos principais do material, Figura 51 c), que são paralelos às principais direções de tensões, por isso apenas existem tensões normais. O pressuposto fundamental do modelo de Darwin é que uma relação de tensão-deformação uniaxial pode ser aplicada ao longo de cada um dos eixos principais do material.

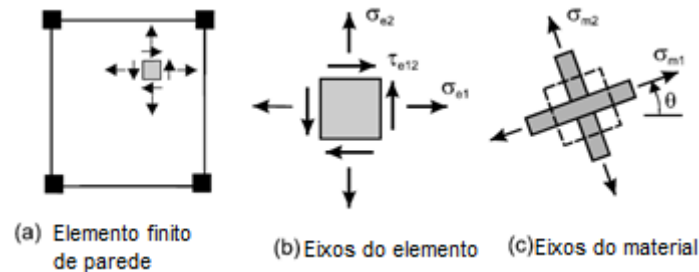


Figura 51 - Eixos iniciais e principais do material [adaptado de 20]

6.3. Relação tensão-deformação elástica

Até o material sofrer cedência ou fendilhação, tem uma relação elástica linear com o valor inicial do módulo de Young E_0 e coeficiente de Poisson ν , expressa de acordo com a equação (22):

$$\begin{Bmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_2 \\ d\tau_{12} \end{Bmatrix} = \frac{1}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} E_0 & \nu E_0 & 0 \\ \nu E_0 & E_0 & 0 \\ 0 & 0 & E_0 \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\varepsilon_1 \\ d\varepsilon_2 \\ d\tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (22)$$

Esta equação pode ser aplicada aos eixos iniciais e principais do material, porque não depende das direções de tensão e deformação.

6.4. Comportamento pós-cedência/fendilhação

Após a cedência ou fendilhação, o módulo de Young do material varia e o coeficiente de Poisson é desprezado. A não linearidade do material pode ser tida em conta como mostra a equação (23), que resulta da alteração da equação (22):

$$\begin{Bmatrix} d\sigma_{m1} \\ d\sigma_{m2} \\ d\tau_{m12} \end{Bmatrix} = [D_{epm}] \begin{Bmatrix} d\varepsilon_{m1} \\ d\varepsilon_{m2} \\ d\tau_{m12} \end{Bmatrix} \quad (23)$$

em que

D_{epm} representa a matriz constitutiva elástico-plástica nos eixos principais do material, dada por:

$$D_{epm} = \frac{1}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} E_1 & \nu\sqrt{E_1E_2} & 0 \\ \nu\sqrt{E_1E_2} & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & G_m \end{bmatrix} \quad (24)$$

O módulo de corte nos eixos principais do material, G_m , é especificado de forma a manter a relação entre os eixos das principais tensões e deformações.

6.5. Redução da resistência sob deformações de tração perpendiculares

Quando o betão está sujeito a esforço transversal, normalmente fendilha numa direção e está em compressão na outra direção. A falha por esforço transversal pode ocorrer quando o betão esmaga em compressão. Vecchio e Collins [21] mostraram que a resistência à compressão do betão depende da magnitude da deformação de tração na direção perpendicular. Deve assim considerar-se uma resistência à compressão efetiva, que pode ser muito inferior à resistência original f'_c . Na figura seguinte é possível ver a evolução do fator de redução em função da deformação de tração na direção perpendicular.

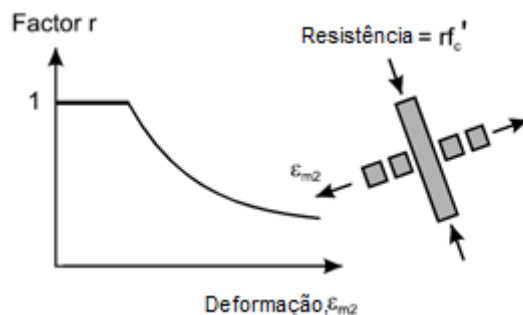


Figura 52 - Redução da resistência à compressão devido à deformação de tração na direção perpendicular [adaptado de 20]

A equação seguinte de Vecchio e Collins [21] é utilizada para determinar o fator de redução da resistência à compressão, r :

$$r = \frac{1}{0.8 - 0.34 \frac{\epsilon_m}{\epsilon'_c}} < 1 \quad (25)$$

em que:

- ϵ_m representa a deformação de tração instantânea (positiva) na direção perpendicular;
- ϵ'_c a deformação de esmagamento em compressão uniaxial especificada.

O comportamento do modelo material é o seguinte:

1. Se o betão está em compressão segundo um dos eixos materiais e em tração no outro, o fator de redução da resistência à compressão é calculado utilizando a equação anterior. O fator de redução da resistência à compressão mínimo é baseado na magnitude da tensão de compressão σ da seguinte forma:

$$r_{min} = \begin{cases} 1.0 & \sigma < 0.2f'_c \\ 0.25 & \sigma > 0.5f'_c \end{cases} \quad (26)$$

Entre $0.2f'_c < \sigma < 0.5f'_c$ o valor do fator de redução da resistência à compressão mínimo é interpolado linearmente.

2. A resistência à compressão pode ter sido reduzida anteriormente. Se o novo fator de redução for menor que o anterior, o novo fator é aplicado; se não for, o novo fator é ignorado.

3. Se o novo fator de redução for aplicado, a relação tensão-deformação deve ser modificada de acordo com a Figura 53. Os módulos E_0 e E_h não sofrem alterações, a inclinação é igual.

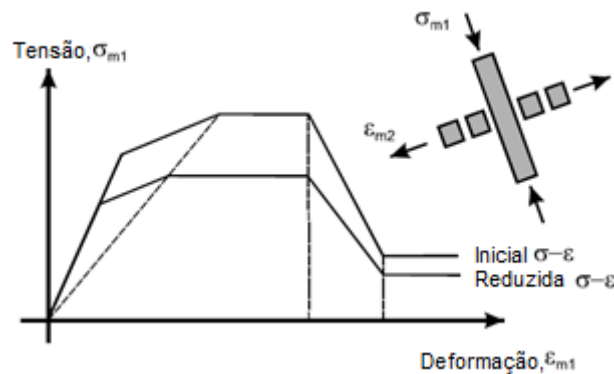


Figura 53 - Alteração da relação tensão-deformação para ter em conta a redução de resistência [adaptado de 20]

6.6. Considerações numéricas importantes

Apresentam-se em seguida algumas considerações a ter em conta quando se trabalha com um modelo não linear, de acordo com o modelo Darwin-Pecknold [20]:

1. Comparado com os modelos materiais direcionais, o modelo modificado Darwin-Pecknold tem um maior grau de não linearidade e necessita de menos passos para convergir para a solução.
2. Como alternativa a uma análise estática não linear, pode utilizar-se uma análise dinâmica não linear, com excitação aplicada lentamente, de forma a obter uma melhor convergência. Isto aplica-se especialmente em casos onde se espera esmagamento ou perda de resistência significativos.
3. Ao colocar o coeficiente de Poisson igual a zero nas propriedades do material, pode melhorar-se a convergência em alguns casos.

7. Validação do modelo não linear

No capítulo anterior, a laje foi modelada com recurso a elementos *Shell Thin* sem contabilizar os efeitos não lineares dos materiais (fendilhação do betão, plastificação de armaduras). Assim, no capítulo seguinte consideraram-se esses efeitos e analisaram-se os resultados para as lajes dos ensaios PR1 e PG-10. Contudo, optou-se por validar primeiro este modelo não linear, com uma série de exemplos simples, e só depois analisar as lajes em questão.

7.1. Propriedades dos materiais

Quanto à definição dos materiais, apresentam-se em seguida os diagramas $\sigma - \epsilon$ do betão e do aço, obtidos através da ferramenta de cálculo [1]. Devido ao fato de poder haver problemas de convergência, deve considerar-se curvas horizontais pós-cedência.

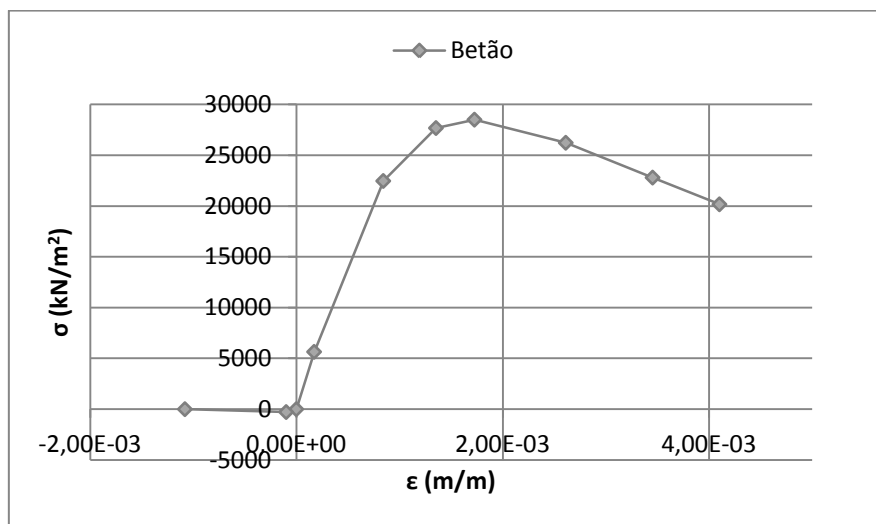


Figura 54 - Diagrama tensão-deformação do betão [1]

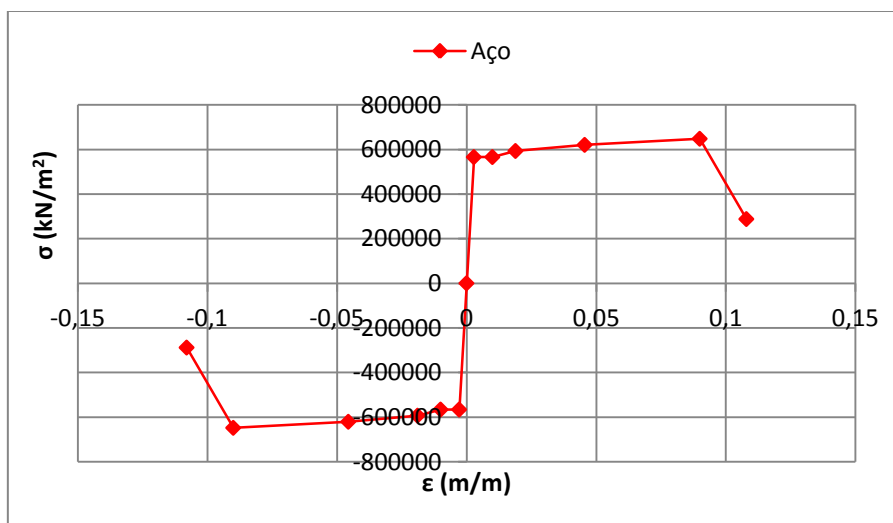


Figura 55 - Diagrama tensão-deformação do aço [1]

7.2. Exemplos considerados

Para tal, recorreu-se a dois exemplos: uma laje em consola e uma laje bi-encastrada. A laje tem dimensões de 1 m de largura e 2 m de comprimento, com uma espessura de 0,25 m.

Nas figuras seguintes, é possível ver os exemplos bem como a divisão em elementos *Shell* de dimensões 0,2 m x 0,2 m e a posição das cargas aplicadas.

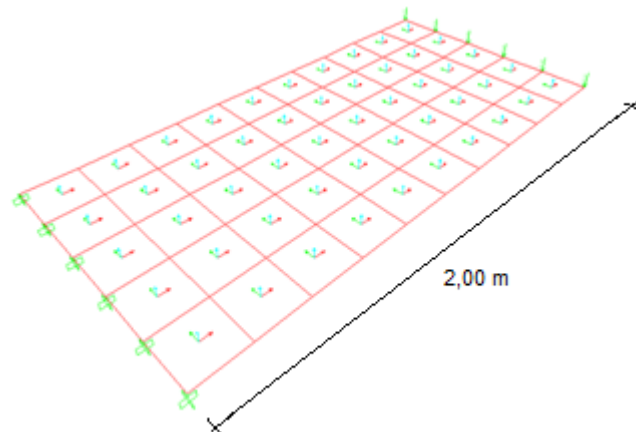


Figura 56 - Laje em consola

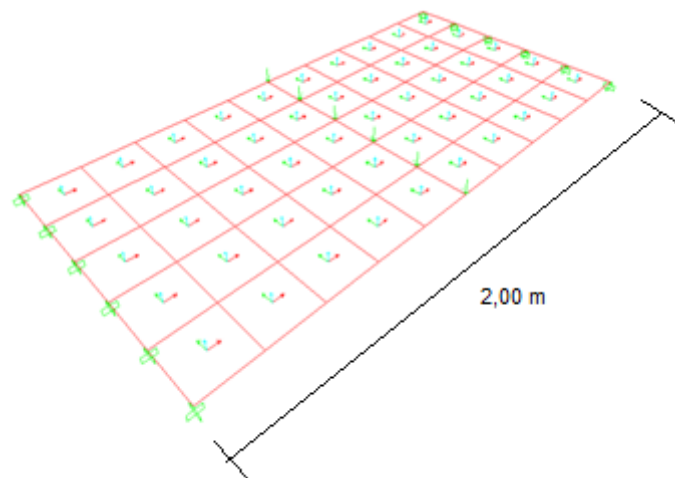


Figura 57 - Laje bi-encastrada

Nesta análise, considerou-se que a laje de ambos os exemplos tem a mesma armadura que as lajes ensaiadas anteriormente. Considerou-se assim o momento resistente da armadura superior e inferior da laje na Tabela 13, porém neste exemplo com os coeficientes de segurança $\gamma_c = 1,5$ para o betão e $\gamma_s = 1,15$ para o aço.

Tabela 13 - Momentos resistentes da laje

	Armadura superior	Armadura inferior
A_s	#Ø10//0,115	#Ø8//0,115
	6,87 cm ² /m	4,35 cm ² /m
$M_{Pl,R}$	68,05 kNm/m	43,76 kNm/m

7.3. Laje em consola

O objetivo deste exemplo é validar o modelo não linear, sendo por isso necessário que as conclusões a que se chegou através da análise do modelo sejam iguais às conclusões retiradas de uma análise linear simples. Admitiu-se que a resistência do betão à tração é nula ($f_{ct} = 0$).

7.3.1. Análise elástica linear

O momento máximo que se pode aplicar numa consola até atingir a rotura corresponde a $P \times L$, sendo que P corresponde à carga de rotura da laje e L corresponde ao comprimento da laje. Com base no momento resistente da laje, determinou-se qual a carga máxima que se pode aplicar, $P \approx 34$ kN.

Assim, carregou-se a laje com uma carga uniformemente distribuída de 1 kN/m ao longo do bordo livre e criaram-se vários casos de carga até atingir a carga de 34 kN. Poderá ainda para este exemplo obter-se a flecha elástica máxima no bordo livre da laje em consola e comparar com o valor que se obtém através da análise do modelo não linear para a carga de rotura da laje. A flecha máxima elástica é obtida através da fórmula: $\delta_{elast} = k_c \times \frac{PL^3}{EI}$. Na tabela seguinte apresentam-se os passos para determinar a flecha elástica máxima da laje em consola, sendo o valor de 2,2 mm naturalmente coincidente com o obtido pelo modelo de elementos finitos.

Tabela 14 - Flecha elástica máxima da laje em consola

δ_{elast} (m)	0,002246
k_c	1/3
p (kN/m)	34
L (m)	2
E (GPa)	31
I (m ⁴)	0,001302

7.3.2. Análise com recurso ao modelo não linear

Os casos de carga considerados no modelo de análise não linear correspondem a incrementos de 1,5 kN até atingir a carga de 34 kN. Cada caso de carga foi analisado de forma linear e não linear.

Assim, é possível traçar o gráfico força-deslocamento para o caso linear e não linear, como está representado na Figura 58.

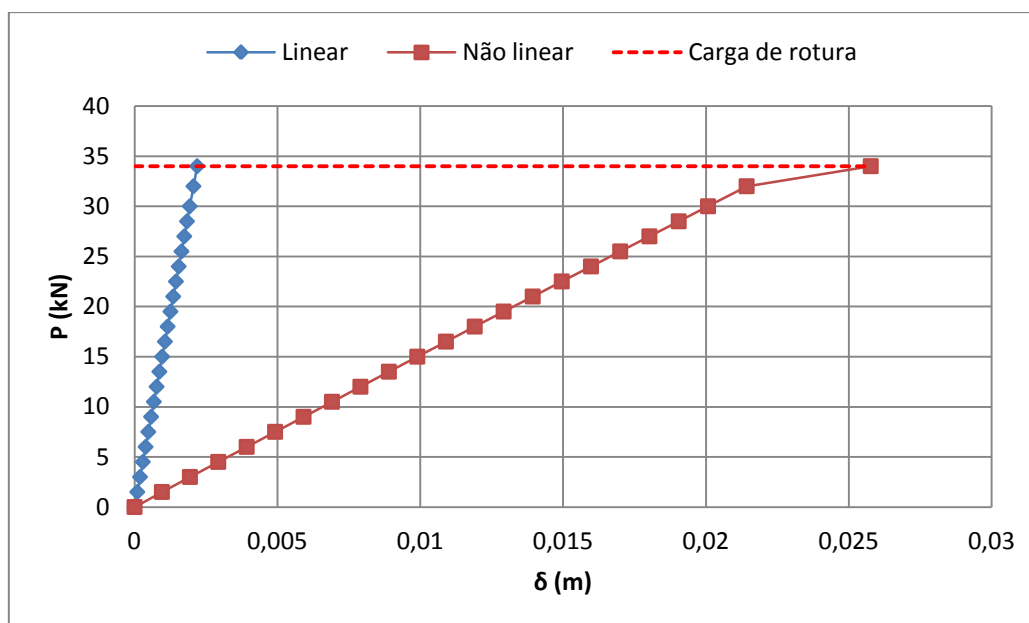


Figura 58 - Relação P-δ da laje em consola

De acordo com o modelo de análise não linear, a flecha elástica máxima tem um valor de 0,002192 m. Comparando com a flecha elástica máxima obtida anteriormente, $\delta_{elast} = 0,002246$ m, obtém-se uma boa aproximação com a curva linear. No respeitante ao modelo não linear, obtém-se um aumento muito significativo da flecha, por efeito da fendilhação (análise efetuada com $f_{ct}=0$).

De referir que para valores superiores à carga de rotura estimada analiticamente, o programa [1] não apresenta convergência. O modelo consegue reproduzir (com $f_{ct}=0$) a rigidez não fendilhada, porém não se mostra capaz de modelar a contribuição do betão entre fendas.

7.4. Laje bi-encastada

Neste exemplo, o objetivo é prever o comportamento de uma laje bi-encastada e comparar com o comportamento previsto com base na análise plástica limite. É necessário em primeiro lugar determinar as cargas que levam à formação de um mecanismo na estrutura.

7.4.1. Análise limite

Para tal, utiliza-se a analogia com uma viga bi-encastada com uma carga pontual a meio vão, como representado na Figura 59 a) e a respetiva distribuição de momentos elásticos na Figura 59 b).

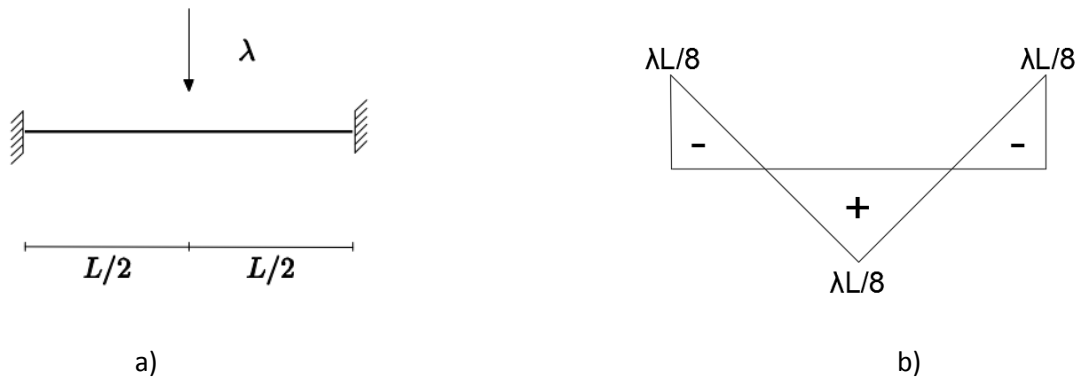


Figura 59 - Viga bi-encastrada: a) com uma carga a meio vão [22] e b) respetiva distribuição de momentos elásticos

Como as armaduras superior e inferior são diferentes, como mostra a Tabela 13, os momentos plásticos resistentes no apoio e no vão são diferentes, sendo menores no vão.

Assim, é no vão que se vai formar a primeira rótula plástica, dado o diagrama de momentos possuir igual valor no vão e no apoio. O valor da carga que leva à formação da primeira rótula pode ser obtido fazendo $\frac{PL}{8} = M_{PLR,v\tilde{a}o}$, de onde se obtém $P_1 = 175$ kN. Após a formação da rótula plástica no vão, o valor do momento é fixo no vão e aumenta até ao valor plástico no apoio.

A carga última é atingida quando se formam as rótulas plásticas nos apoios e se forma o mecanismo de colapso da viga. Neste caso, para determinar a carga plástica última da estrutura tem-se $\frac{PL}{4} = M_{PLR,v\tilde{a}o} + M_{PLR,apoi}o$, de onde se obtém $P_u = 223,62$ kN.

7.4.2. Análise com recurso ao modelo não linear

Após determinar as cargas da 1ª e 2ª rótula da estrutura, insere-se a laje no modelo numérico e analisam-se vários casos de carga correspondentes a incrementos de 10 kN até atingir a carga de rotura da laje bi-encastrada. É de notar que para valores superiores à carga de rotura da estrutura, o programa não converge. Observa-se também que para valores muito próximos, mas inferiores à carga de rotura, o equilíbrio não é possível.

Apresenta-se em seguida (Figura 60) os resultados obtidos do programa, para a laje bi-encastrada. Tal como no exemplo da laje em consola, foi analisado um exemplo em que a resistência do betão à tração é nula ($f_{ct}=0$).

É possível notar que no caso não linear, a laje apresenta um comportamento elástico até surgir a primeira rótula plástica e após a sua formação, adota um comportamento plástico até atingir a rotura.

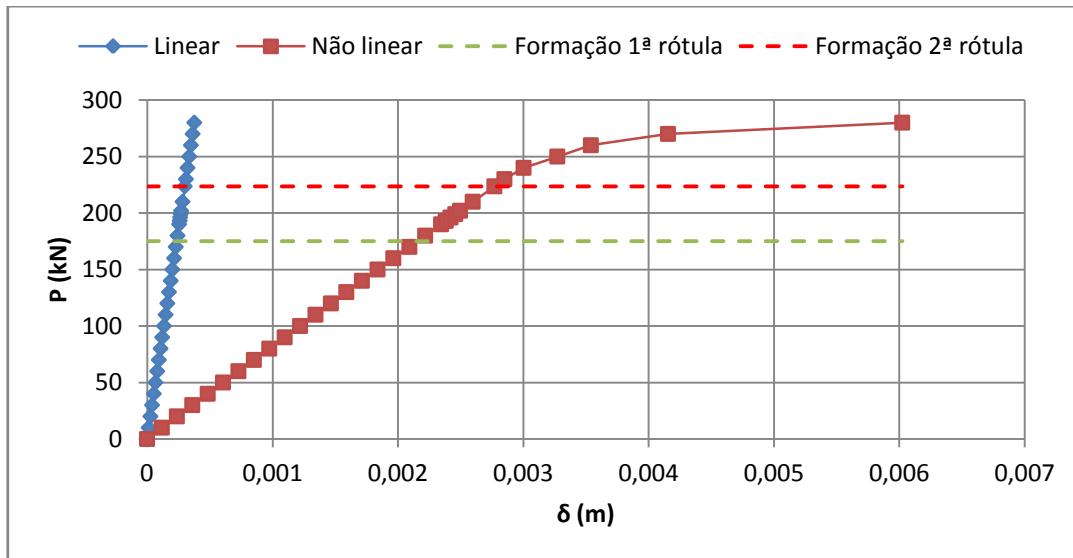


Figura 60 - Relação P- δ da laje bi-encastada

De forma a estudar a influência da malha no comportamento não linear da estrutura, refinou-se a malha para conter elementos de dimensão 0,1 m x 0,1 m e comparou-se com o resultado obtido anteriormente para uma malha com elementos de dimensão 0,2 m x 0,2 m, como é possível verificar na figura seguinte. Deve ter-se especial cuidado com o refinamento da malha.

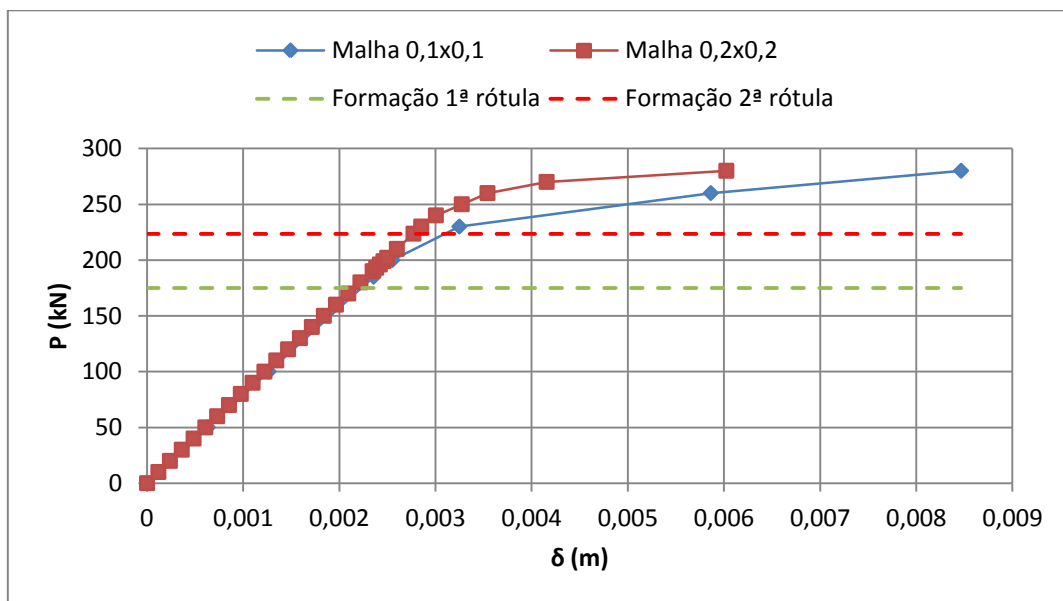


Figura 61 - Comparação do caso não linear para um refinamento da malha

Visto que o comportamento da laje bi-encastada corresponde ao esperado, julga-se que o modelo não linear reproduz o comportamento não linear dos casos analisados. Assim, após a análise destes dois exemplos, apresenta-se de seguida a análise das lajes dos ensaios PR1 e PG-10.

8. Modelação não linear do comportamento da laje com recurso a elementos finitos

Anteriormente foram analisadas as lajes dos ensaios PR1 [2] e PG-10 [3] recorrendo a uma análise de elementos *Shell Thin* lineares e concluiu-se que haviam algumas diferenças na distribuição de esforços entre os diferentes modelos de cálculo: carga em coluna e carga pneumática. Considerou-se que seria interessante uma modelação com recurso a elementos não lineares que pudessem aproximar os resultados da realidade e avaliar o efeito da plastificação.

8.1. Efeitos não lineares da laje de betão armado

8.1.1. Fendilhação do betão

Quando um elemento de betão é carregado, este apresenta um comportamento elástico linear, em que o momento da seção é diretamente proporcional à sua curvatura, isto é, apresenta uma rigidez de flexão EI constante. Diz-se então que a seção está no Estado I, em que o elemento estrutural não se encontra fendilhado e as tensões de tração são inferiores à resistência do betão à tração, f_{ctm} . Quando a seção do elemento atinge o momento de fendilhação, M_{cr} , a seção começa a fendilhar. Este momento corresponde ao ponto (1) na Figura 62.

Após a seção se encontrar fendilhada, a rigidez de flexão diminui e as tensões de tração passam a ser resistidas pelas armaduras e verifica-se um aumento da deformação devido à perda de rigidez na abertura de cada nova fenda [23]. Quando a seção atinge o momento de cedência M_{ced} (2) e consequentemente as armaduras atingem a tensão de cedência do aço, o momento estabiliza enquanto a curvatura ainda aumenta, até que finalmente, no ponto (3) a seção atinge a rotura.

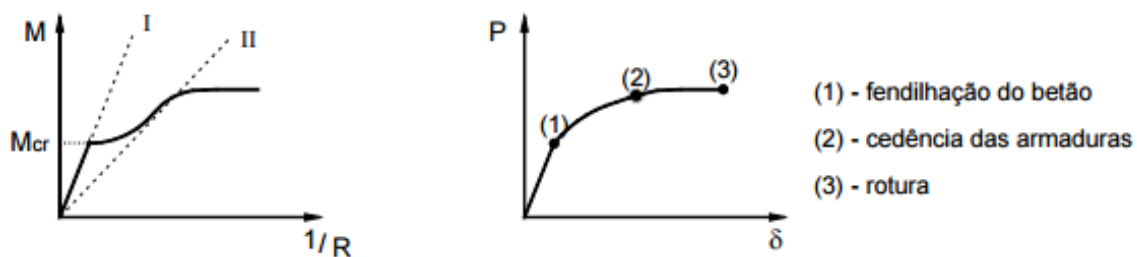


Figura 62 - Diagramas momento-curvatura e carga-deslocamento do betão [23]

Neste caso, surgem na laje fendas de corte devido às cargas aplicadas, que vão aumentando em número à medida que a carga aumenta. Quando se atinge a carga de rotura da laje, o cone de punção separa-se da laje, ficando ligado apenas pela armadura longitudinal inferior.

É de referir que quando as seções fendilham, passam diretamente do Estado I para o Estado II devido a uma perda brusca da rigidez de flexão (Figura 63 a), mas o mesmo não acontece com o elemento estrutural. Isto porque apesar de algumas seções já terem fendilhado, no meio destas

podem existir ainda seções de betão tracionadas que ainda não atingiram o momento de fendilhação. Assim o diagrama Momento-Curvatura do elemento vai ter uma redução mais gradual da rigidez [23].

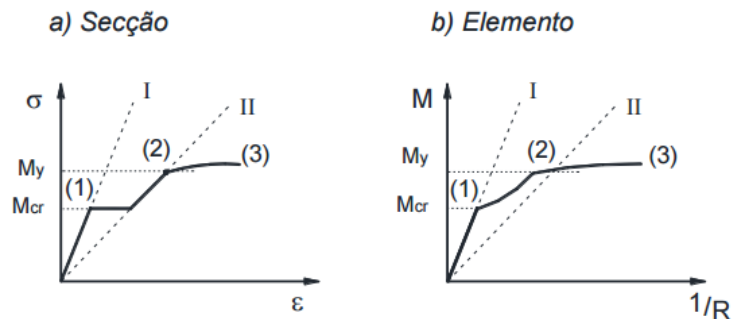


Figura 63 - Diagrama tensão-deformação da secção e momento-curvatura do elemento [23]

8.1.2. Plastificação das armaduras

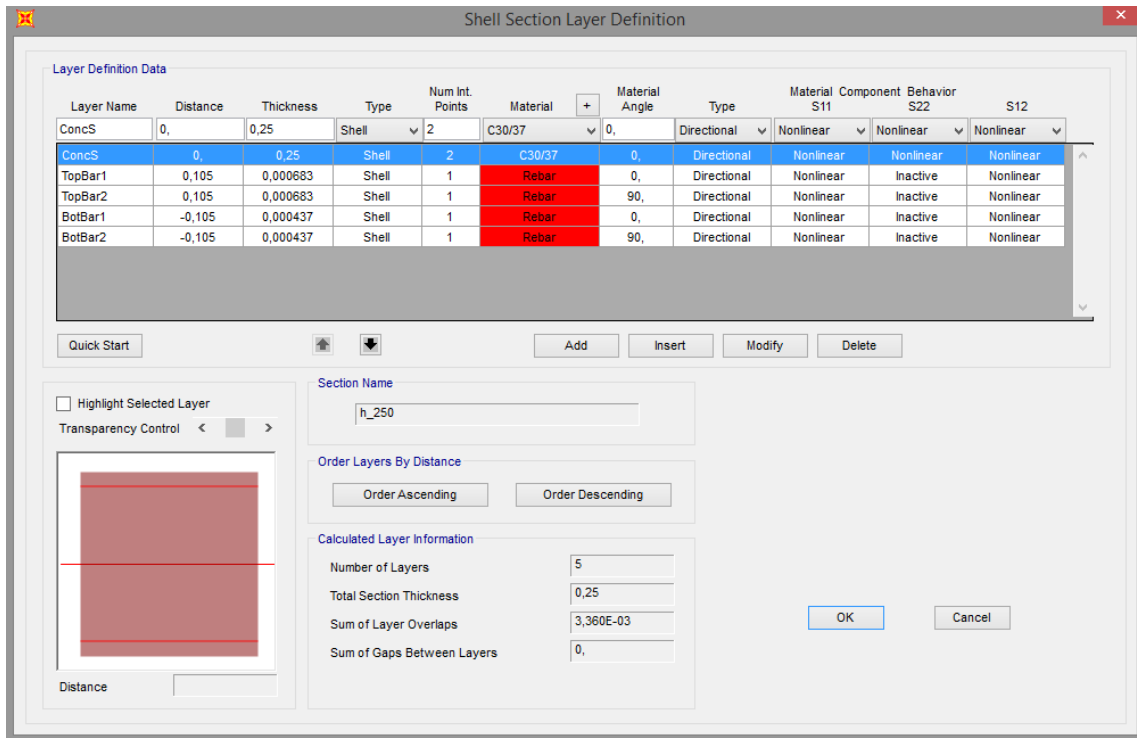
As armaduras conferem ao betão armado uma maior capacidade resistente, pois passa a ser possível equilibrar as tensões mais elevadas do betão como trações nas armaduras. Conferem ainda uma capacidade de se deformar linearmente após atingir o momento de fendilhação, adotando um comportamento dúctil após a cedência [23].

Quando se atinge o momento de cedência da secção, dá-se a plastificação da armadura. A partir deste ponto o elemento de betão pode continuar a aumentar a curvatura devido ao comportamento dúctil do aço, até atingir a tensão última do aço e ocorrer a rotura do elemento de betão armado [23].

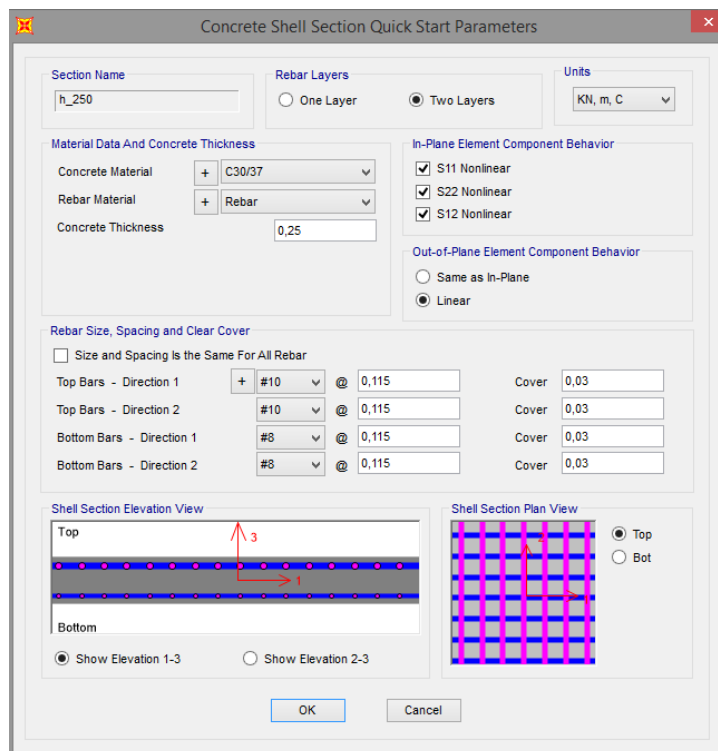
8.2. Modelo de cálculo da laje

De forma a melhorar a análise efetuada, modelou-se a laje com recurso a elementos *Shell - Layered/Non linear* onde se tem em conta a armadura da laje, bem como fenómenos que têm uma natureza não linear como a fendilhação do betão e a plastificação de armaduras. Considerou-se que os valores das tensões de cedência dos diversos materiais da laje são os mesmos que utilizados na análise anterior com elementos lineares.

Em seguida apresentam-se os dados a inserir no programa [1] de forma a poder modelar a laje com elementos não lineares. É de referir que o critério de paragem do modelo não linear é baseado no deslocamento, sendo que quando um determinado ponto apresenta um deslocamento excessivo, o modelo termina a simulação.



a)



b)

Figura 64 - Parâmetros a introduzir no software [1] de forma a modelar o comportamento não linear da laje: a) definição das camadas e b) definição da armadura e do comportamento não linear

De forma a que a análise efetuada fosse válida, utilizou-se um mesma malha para ambos os modelos de cálculo, tal como tinha sido feito para o modelo linear da laje.

8.3. Carga pneumática

8.3.1. Definição da malha

Tendo como objetivo refinar a análise efetuada às lajes, considerou-se uma simplificação da malha, de forma a que os resultados sejam mais próximos da realidade. É possível ver esta simplificação na figura seguinte.

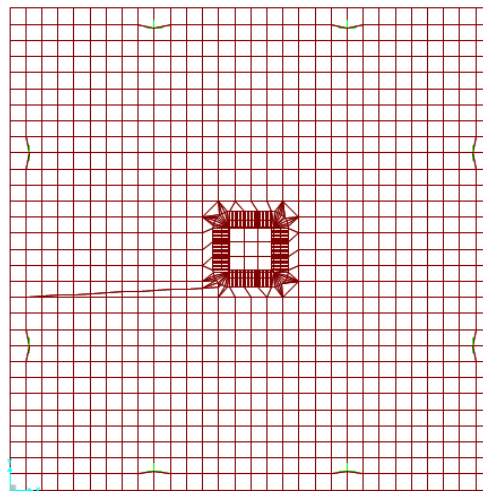


Figura 65 - Malha simplificada do modelo da laje

Nesta malha simplificada, o ponto de aplicação da carga corresponde a um quadrado com 0,26 m de lado, que corresponde ao macaco que aplica a pressão na laje, no caso da carga pneumática. Não se modelou este macaco com uma circunferência, para efeitos de comparação com os casos anteriores.

8.3.2. Cargas a considerar na análise da laje

Foram considerados casos de carga correspondentes a incrementos de 50 kN até atingir a carga de 600 kN, Cada caso de carga foi analisado de forma linear e não linear.

8.3.3. Resultados obtidos

Assim foi possível construir o gráfico da Figura 66, onde se pode ver a relação força-deslocamento da laje para a aplicação de uma carga pneumática, bem como a comparação com o ensaio PR1 e a carga de rotura por flexão.

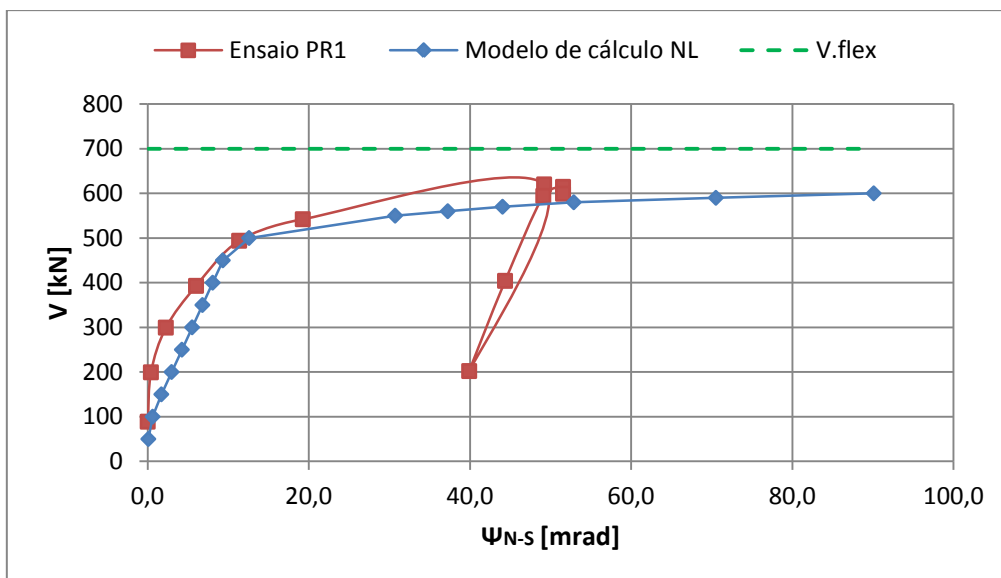


Figura 66 - Relação V- Ψ_{N-s} do modelo não linear e comparação com ensaio PR1

Como é possível verificar, a curva do modelo não linear aproxima-se bastante da curva do ensaio PR1, sendo que próximo da rotura apresenta uma maior rotação.

8.3.4. Deformada da laje ao longo do ensaio

Após a construção do gráfico força-deslocamento, procedeu-se ao levantamento do deslocamento vertical dos pontos localizados no centro da laje para $V = 200, 550$ e 600 kN, representados em seguida na Figura 67. Estes valores permitem perceber a evolução da deformada da laje à medida que se aumenta a carga a que esta está sujeita.

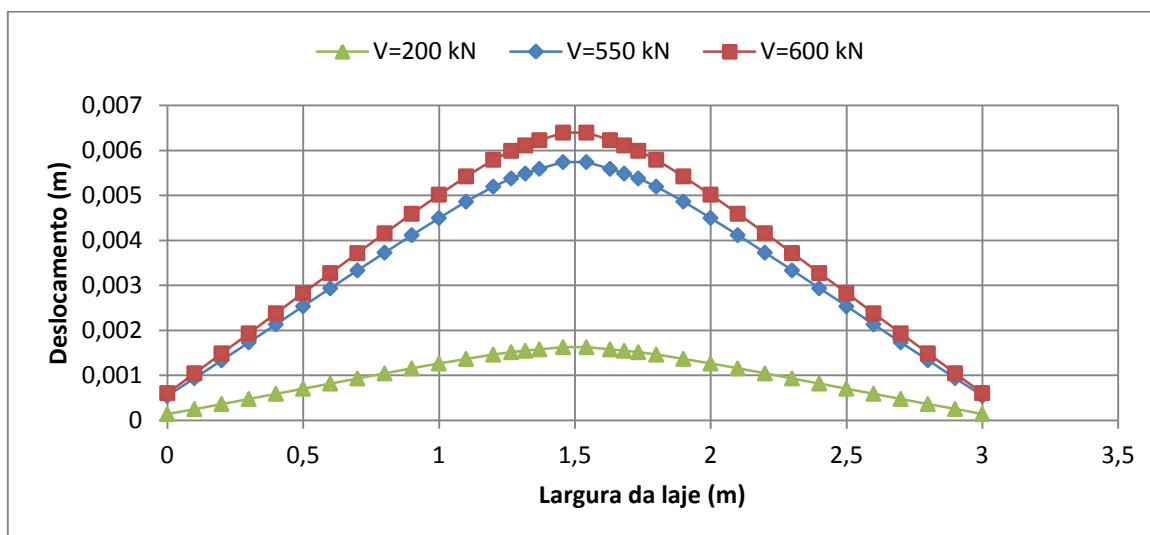


Figura 67 - Deformada do modelo não linear

É interessante verificar a localização da deformada, que ocorre ao nível dos patamares de carga elevados (600 kN).

De forma a ilustrar melhor a evolução da deformada da laje, obteve-se do programa [1] uma representação gráfica com escala de cores, que é possível ver nas Figura 68 a Figura 70.

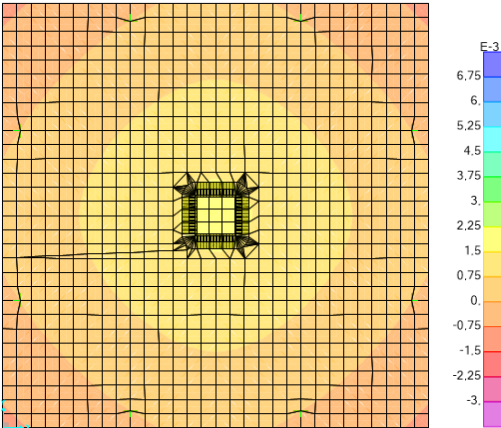


Figura 68 - Deformada, em m, para V = 200 kN

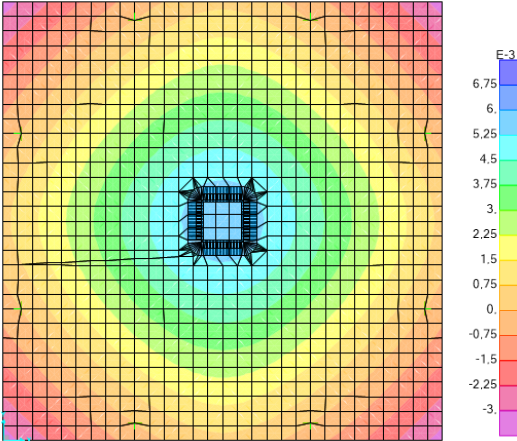


Figura 69 - Deformada, em m, para V = 550 kN

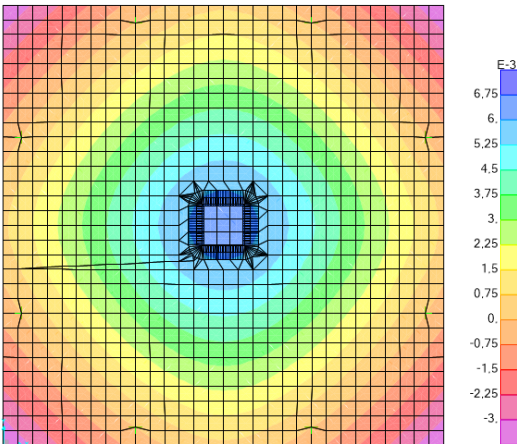


Figura 70 - Deformada, em m, para V = 600 kN

Na figura seguinte pode ver-se a fendilhação após a rotura da laje PR1 e pode verificar-se que as fendas apresentam um padrão semelhante ao da deformada da laje para o valor da carga de rotura da laje.

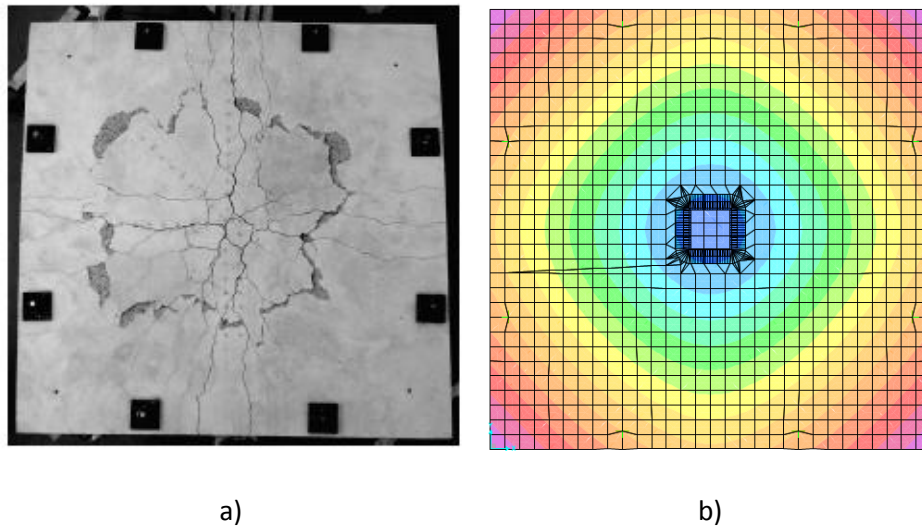


Figura 71 - Comparação da fendilhação e deformação da laje: a) fendilhação após a rotura da laje PR1 e b) deformada da laje para $V = 600$ kN

8.3.5. Tensões nas armaduras superiores

Em seguida, procedeu-se ao levantamento das tensões nas armaduras superiores da laje para valores próximos da rotura da laje, bem como para o início da plastificação das armaduras. As tensões escolhidas para análise foram as tensões S11. Assim é possível verificar na Figura 72 a evolução da plastificação das armaduras bem como varia a tensão nas armaduras para diferentes valores de carga ao longo do perímetro de controlo da coluna.

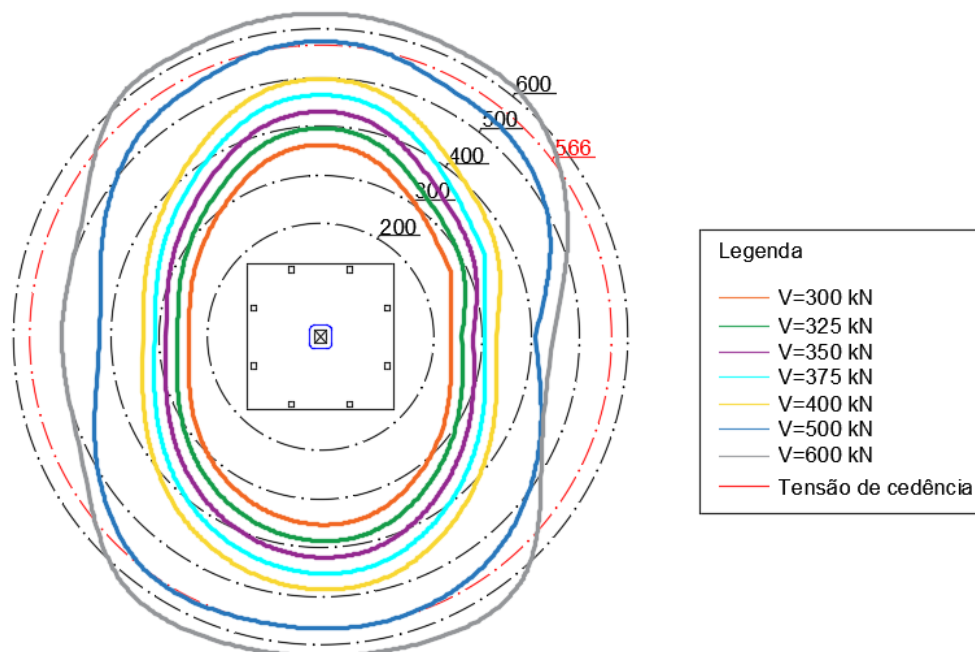


Figura 72 - Tensões nas armaduras superiores da laje ao longo do perímetro de controlo para diferentes valores de carga

Também se pode verificar esta evolução nos diagramas de tensões da laje que se encontram nas Figura 73 a Figura 79. Nos modelos destas figuras, as tensões foram modeladas para uma aplicação da carga com uma circunferência correspondente à área do macaco onde é aplicada a carga, para maior estabilidade numérica. Apesar do ponto de aplicação da carga ser diferente, a pressão aplicada tem em conta a variação da área e ajusta o valor de forma a que a carga corresponda a $V = 600 \text{ kN}$.

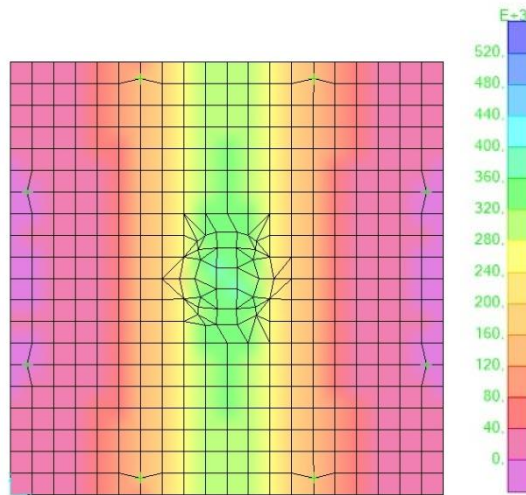


Figura 73 - Tensão nas armaduras superiores para $V = 300 \text{ kN}$

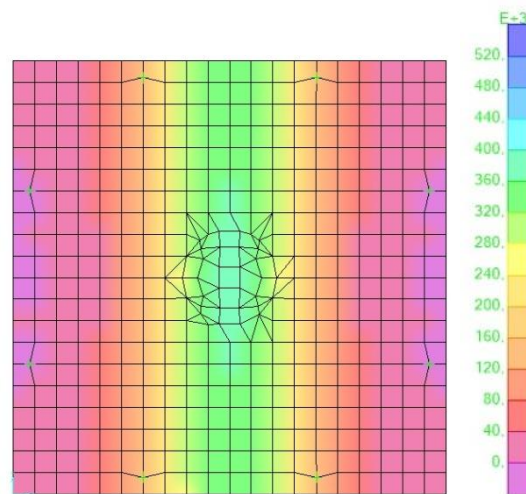


Figura 74 - Tensão nas armaduras superiores para $V = 325 \text{ kN}$

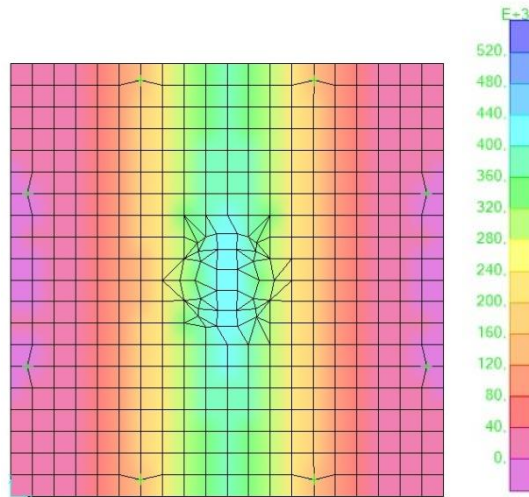


Figura 75 - Tensão nas armaduras superiores para $V = 350$ kN

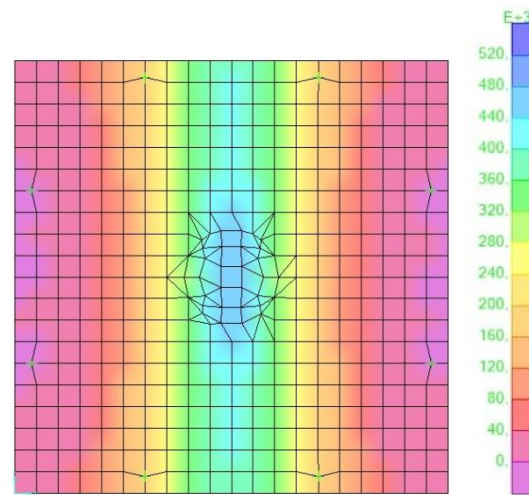


Figura 76 - Tensão nas armaduras superiores para $V = 375$ kN

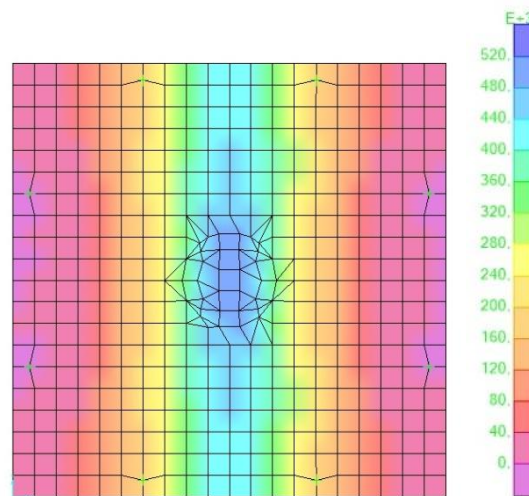


Figura 77 - Tensão nas armaduras superiores para $V = 400$ kN

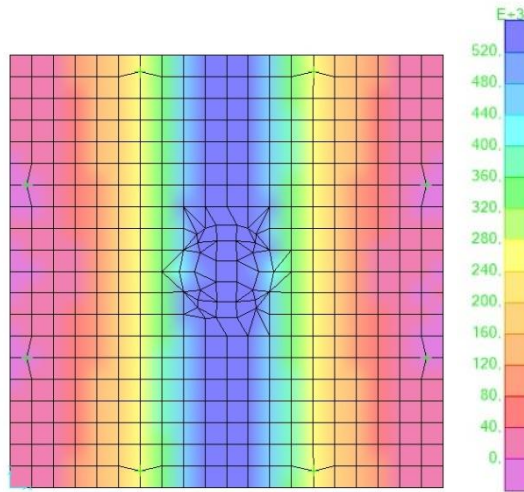


Figura 78 - Tensão nas armaduras superiores para V = 500 kN

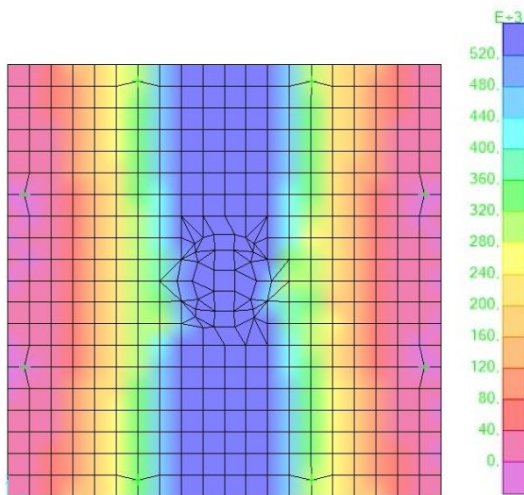


Figura 79 - Tensão nas armaduras superiores para V = 600 kN

A plastificação das armaduras dá-se quando estas atingem a tensão de cedência do aço, sendo neste caso o valor de 566 MPa. Na Figura 80, a laje foi carregada para um valor de $V = 500$ kN e é possível notar que na zona do macaco, onde a carga é aplicada, e ao longo de uma faixa, a tensão de cedência é atingida, mas não ultrapassada.

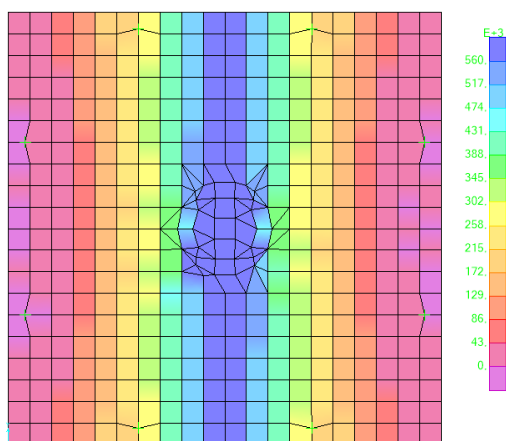


Figura 80 - Diagrama de tensões para $V = 500 \text{ kN}$

8.4. Carga em coluna

8.4.1. Definição da malha

De forma semelhante ao caso da carga pneumática, também se recorreu a uma simplificação da malha, de modo a obter melhores resultados. Considerou-se que a coluna em que a laje apoia funciona como um apoio elástico com $0,26 \text{ m}$ de lado, tal como tinha sido considerado no caso da análise do modelo linear. Na figura seguinte, pode-se ver a malha utilizada para analisar o modelo.

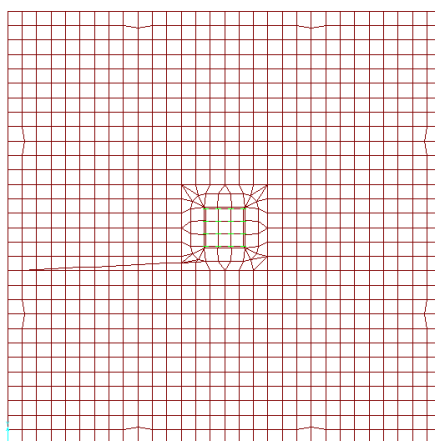


Figura 81 - Malha simplificada do modelo da laje

8.4.2. Cargas a considerar na análise da laje

Os casos de carga que foram considerados na análise do modelo não linear da laje correspondem a incrementos de 50 kN até atingir 600 kN . Cada caso de carga foi analisado de forma linear e não linear.

8.4.3. Resultados obtidos

Seguidamente, construiu-se o gráfico que permite ver a relação entre a carga aplicada e a rotação da laje, bem como a comparação com os valores dos resultados experimentais do ensaio PG-10.

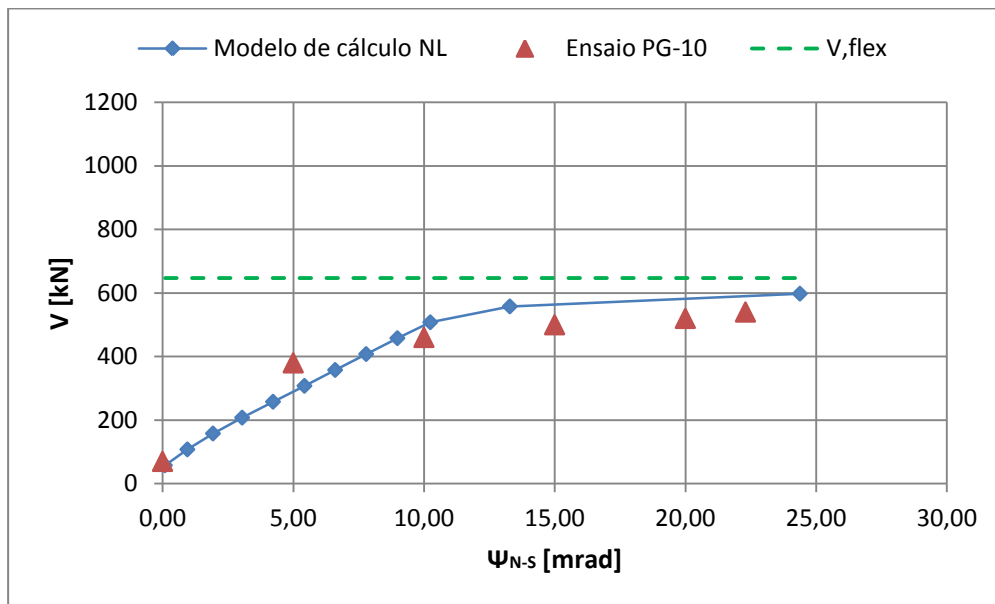


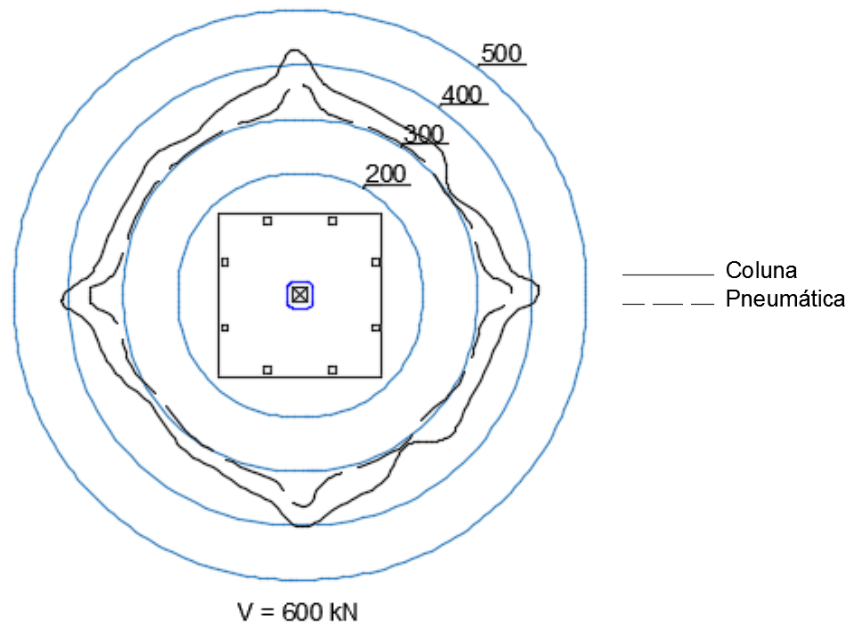
Figura 82 - Relação V - Ψ_{N-s} do modelo não linear

Tendo em conta o modo de aplicação da carga, deve comparar-se os resultados deste modelo com uma laje que tenha sido ensaiada nas mesmas condições. Para tal, recorre-se à laje do ensaio PG-10, que se trata de uma laje apoiada numa coluna fixa de betão com 0,26 m de lado, tal como a laje do modelo linear.

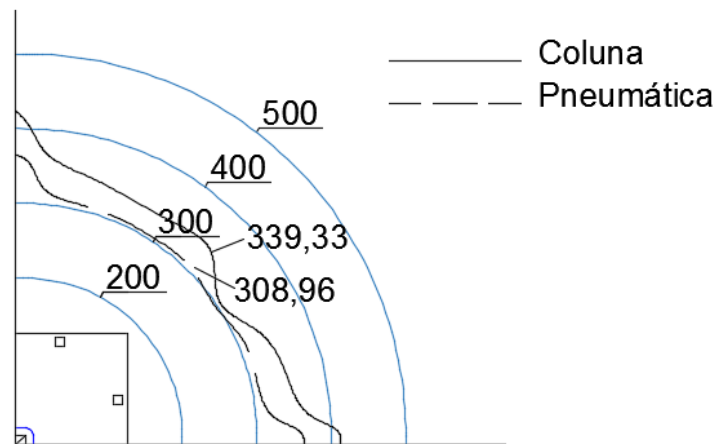
Comparando os gráficos do modelo não linear e do ensaio experimental PG-10 entre si, percebe-se que as curvas se aproximam bastante. Como forma de verificar esta aproximação, pode comparar-se o valor da rotação da laje para a carga de rotura. A laje do ensaio PG-10 teve uma rotação de 22 mrad para carga de rotura, enquanto que a laje do modelo não linear apresenta uma rotação de 24 mrad, o que corresponde a uma boa aproximação.

8.5. Descrição dos resultados obtidos

Assim como foi feito anteriormente, analisou-se a distribuição do esforço transversal ao longo do perímetro de controlo da coluna em que a laje apoia, sendo que o resultado está representado na Figura 83, mas para o efeito no modelo não linear.



a)



b)

Figura 83 - Comparação entre valores de esforço transversal V_{TOT} : a) esforço ao longo de todo o perímetro crítico e b) pormenor de apenas 1/4 do perímetro crítico

É possível verificar que a distribuição de esforços ao longo do perímetro de controlo da laje é bastante semelhante entre os diferentes modelos de cálculo. Verifica-se que, tanto no caso da carga pneumática como no caso da carga em coluna, existe um aumento dos esforços na região linear da coluna. É possível verificar a comparação entre os valores de esforço transversal ao longo do troço linear do perímetro de controlo da coluna por oposição às análises lineares, onde as concentrações de tensões se verificavam nos cantos (PG-10).

Na figura anterior percebe-se que existe um aumento dos esforços na região linear da coluna, conforme já observado anteriormente.

De forma a avaliar melhor esta distribuição de esforços, bem como a simetria relativamente ao centro da laje, apresenta-se em seguida figuras retiradas da programa [1] que ilustram esta semelhança.

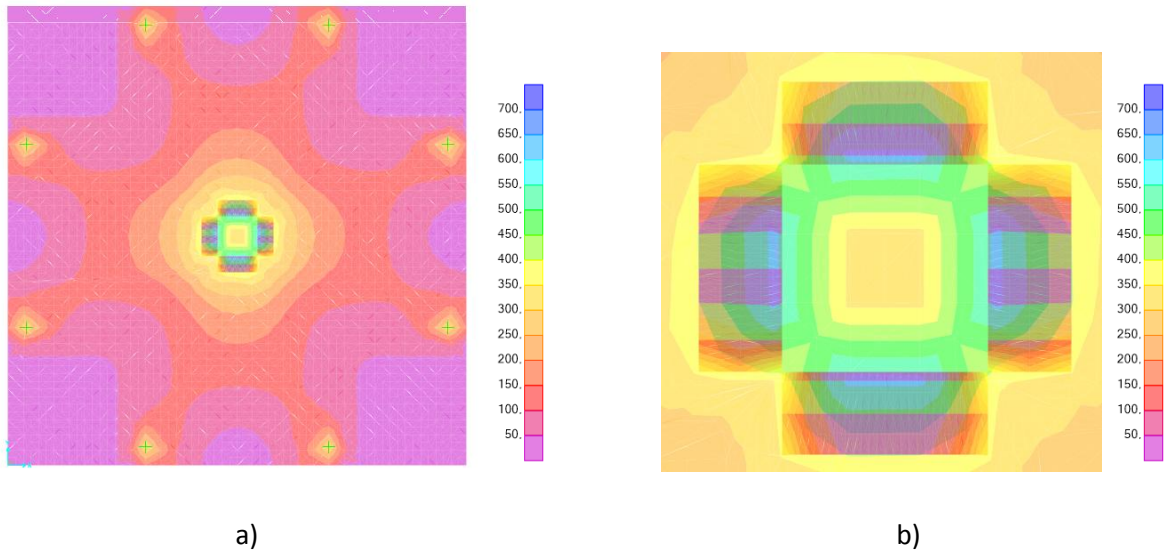


Figura 84 - Distribuição de esforço transverso V_{TOT} : a) vista geral e b) pormenor da zona da coluna para a carga pneumática (kN/m)

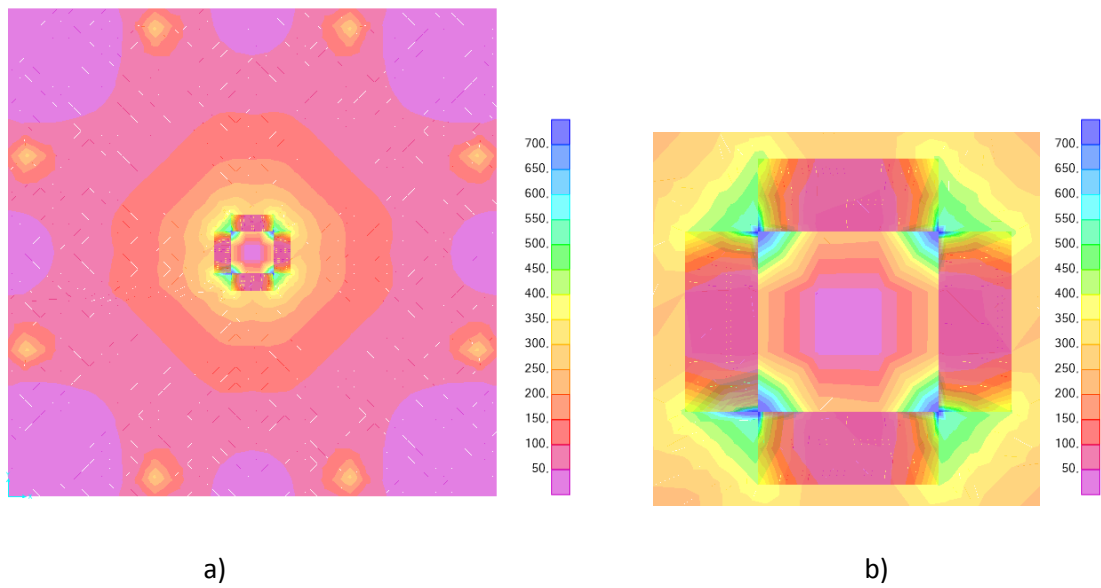


Figura 85 - Distribuição de esforço transverso V_{TOT} : a) vista geral e b) pormenor da zona da coluna para a carga em coluna (kN/m)

É possível verificar que a distribuição de esforços é bastante semelhante quando se compara o caso da carga pneumática com o caso da carga em coluna. Nos pontos correspondentes aos apoios na extremidade da laje existe uma concentração de esforços na ordem dos 300 kN/ m.

9. Análise de resultados

No decorrer desta dissertação, o objetivo foi avaliar a resistência ao punçoamento de lajes de betão armado sob cargas pneumáticas e comparar uma laje sob a ação deste tipo de cargas com uma laje apoiada numa coluna de betão armado sujeita à ação de cargas verticais.

Para tal recorreu-se à comparação dos resultados dos ensaios PR1 [2] e PG-10 [3], respetivamente, carga pneumática e carga em coluna, com a NP EN 1992 1-1 [4] e com a carga de rotura por flexão, em termos analíticos. Em seguida modelou-se uma laje com as características das lajes ensaiadas com recurso a um programa de elementos finitos e comparou-se os resultados entre si, tanto para o modelo linear como para o modelo não linear.

Neste capítulo pretende-se apresentar uma avaliação final dos resultados obtidos ao longo das diversas análises efetuadas.

9.1. Tipo de modelação

Nos Capítulos 5 e 8 foram feitas as comparações entre os diferentes modelos de cálculo individualmente, para o modelo linear e não linear, respetivamente. Neste subcapítulo, faz-se uma análise comparativa entre os modelos linear e não linear.

Apresentam-se nas Tabela 15 e Tabela 16 os valores da carga de rotura obtidos através do programa [1] para cada modelo de cálculo considerado, para o caso linear e não linear, e a comparação com a carga prevista pela NP EN 1992 1-1 [4] e a carga de rotura por flexão [3].

Tabela 15 - Valores das tensões de rotura, em kN/m^2 , para cada modelo de cálculo, para a carga prevista pela NP EN 1992 1-1 [4]

	Ensaio	EC2
Pneumática (PR1)	724,30	805,00
Coluna (PG-10)	698,80	750,74

Dos resultados obtidos, pode concluir-se que a tensão de punçoamento para o ensaio PR1 [2] é sensivelmente inferior à tensão resistente de punçoamento prevista pela NP EN 1992 1-1 [4]. A diferença dos valores da tensão de punçoamento entre o ensaio PR1 e o ensaio PG-10 deve-se ao fato de o perímetro de controlo utilizado ser diferente, devido ao modo como a carga foi aplicada, sendo que para a carga de rotura do ensaio PR1 foi utilizado um perímetro de controlo $u_1 = 4,04$ m e para o ensaio PG-10 foi considerado um perímetro $u_1 = 3,68$ m.

Quanto à carga em coluna, os valores obtido do ensaio experimental PG-10 [3] é inferior ao valor da tensão resistente de punçoamento obtida através da NP EN 1992 1-1 [4].

Tabela 16 - Valores da carga de rotura, em kN, para cada modelo de cálculo, para o caso não linear e carga de rotura por flexão

	Ensaio	Não Linear	Carga de rotura por flexão
Pneumática	614,50	600,00	700,12
Coluna	540,00	597,79	646,87

Pelos valores apresentados na tabela anterior, deduz-se que as lajes sofrem a rotura por punçoamento para valores próximos, o que reforça a validade dos modelos construídos no *SAP2000* [1], bem como a validade da comparação efetuada entre os diferentes modelos de cálculo.

Ao comparar as cargas de rotura de cada ensaio, vê-se que a carga de rotura do ensaio PR1 [2], $V = 614,5$ kN, é superior à carga de rotura do ensaio PG-10 [3], $V = 540$ kN. Isto pode dever-se ao fato de a aplicação de uma carga pneumática distribuir melhor as tensões no contato com a superfície da laje e assim aumentar a resistência da laje [2].

Quanto à comparação com a carga de rotura por flexão, para a carga pneumática os modelos computacionais são inferiores a esse valor, pelo que o modo de rotura é o punçoamento. No ensaio PR1 a carga convergiu para a carga do mecanismo, isto é, quase todas as armaduras associadas às linhas de rotura plastificaram e no processo do incremento das deformações ocorreu a rotura por punçoamento.

Apesar dos valores de rotura da laje se encontrarem próximos do valor da carga de rotura por flexão, a superfície de rotura observada foi a de punçoamento, isto é, uma fenda troncocónica a partir do local da aplicação da carga, seja carga pneumática ou carga em coluna. Esta rotura ocorre com as armaduras superiores em cedência, após terem atingido a tensão de cedência do aço.

Na Figura 86 pode ver-se a representação da distribuição do esforço transversal em torno do perímetro de controlo da coluna da laje, onde a linha cheia diz respeito ao caso da carga em coluna e a linha tracejada corresponde ao caso da carga pneumática.

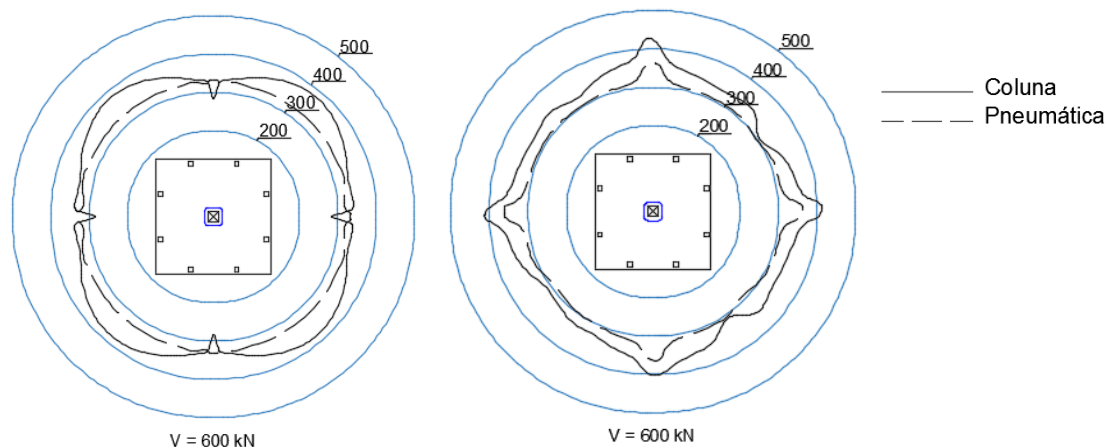


Figura 86 - Modelo linear (esq) e não linear (dir) da laje

Ao analisar o comportamento não linear da laje, a concentração de esforços junto aos cantos da coluna tende a suavizar, porém aumenta na região linear da coluna. Também se verifica que a modelação com os elementos não lineares aproxima a distribuição das curvas de esforço transversal dos diferentes modelos de cálculo, que apresentavam uma diferença mais significativa quando a laje foi modelada com elementos lineares.

Esta aproximação das curvas da distribuição do esforço transversal deve-se ao fato de considerar na análise os efeitos não lineares dos materiais da laje, mais particularmente a fendilhação do betão e a plastificação de armaduras, que ocorre para valores de tensão nas armaduras próximos da tensão de cedência do aço, $f_{yk} = 566$ MPa.

O fato de a modelação com elementos não lineares evidenciar mais semelhanças entre os diferentes modelos de cálculo analisados leva a que se conclua que estes modelos podem ser diretamente comparados, apesar da diferença no modo de aplicação da carga na laje.

9.2. Modelos de cálculo

Compara-se agora a influência de considerar os efeitos não lineares na análise de cada modelo de cálculo.

9.2.1. Carga pneumática

Quando se analisou o modelo linear da laje sob a ação de cargas pneumáticas, verificou-se que a distribuição do esforço transversal ao longo do perímetro de controlo da coluna da laje era quase uniforme, sendo que o valor dos esforços na região linear da coluna era menor em relativamente ao valor nos cantos da coluna, como se verifica na Figura 87, representada com a linha tracejada.

Ao modelar a laje com elementos não lineares, a distribuição de esforços manteve-se relativamente constante, sendo que se inverteu a tendência verificada no caso do modelo linear. Para o modelo não linear, o valor do esforço transversal é superior na região linear da coluna, como se verifica pela linha a cheio na figura seguinte.

Na Figura 87, pode ver-se a comparação entre os diferentes modelos de elementos finitos para analisar o caso da carga pneumática.

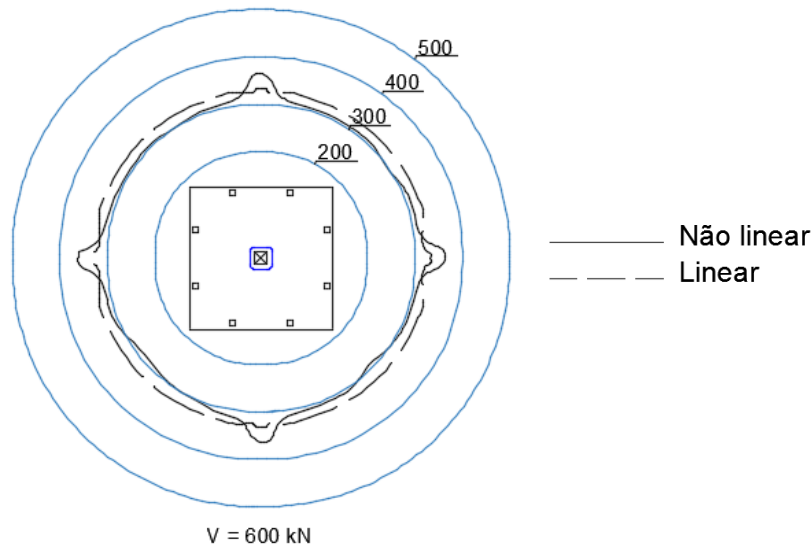


Figura 87 - Distribuição de esforço transversal V_{TOT} para a carga pneumática

Neste caso pode considerar-se que a modelação com recurso a elementos finitos não lineares confirma que a solução converge para o valor da carga de rotura da laje, sendo $V = 600$ kN para o modelo não linear.

9.2.2. Carga em coluna

Como já foi referido no subcapítulo 9.1, ao considerar os efeitos não lineares dos materiais da laje, ocorre uma diminuição dos valores do esforço transversal nos cantos da coluna e um aumento dos esforços na região linear da coluna, tal como é possível verificar na Figura 88.

Como foi visto anteriormente neste capítulo, a carga de rotura para o modelo não linear é $V = 597,79$ kN.

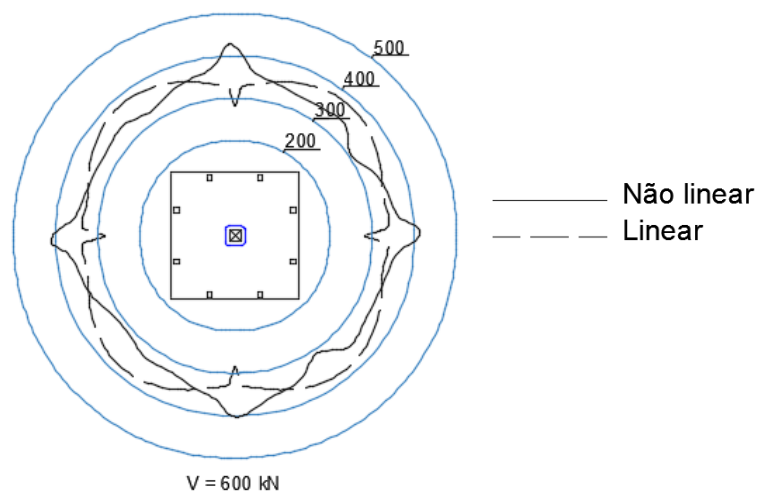


Figura 88 - Distribuição de esforço transversal V_{TOT} para a carga em coluna

Percebe-se então que, no caso da carga em coluna, a consideração dos efeitos não lineares afeta significativamente a distribuição de esforços na laje. Especialmente na zona dos cantos da coluna de betão armado, visto tratar-se de uma zona de descontinuidade e onde existe uma maior concentração de esforços. Os efeitos conjuntos da fendilhação do betão e da plastificação das armaduras altera a configuração da distribuição de esforço transversal em torno do perímetro de controlo.

Pode afirmar-se então que a consideração dos efeitos não lineares dos materiais (aço e betão) afeta a distribuição de esforços da laje. A utilização de um modelo não linear possibilita avaliar com maior detalhe e pormenor. Permite avaliar um modelo mais próximo da realidade, onde os efeitos não lineares dos materiais afetam bastante os ensaios experimentais e os resultados obtidos.

10. Conclusões e Desenvolvimentos Futuros

Esta dissertação permitiu avaliar a resistência de lajes de betão armado sob a ação de cargas pneumáticas e fazer uma comparação com lajes apoiadas em coluna de betão armado sob a ação de cargas verticais. Ao comparar os resultados experimentais com os regulamentos em vigor, nomeadamente a NP EN 1992 1-1 [4], têm-se uma melhor noção da validade dos regulamentos e de como podem ser aplicados. A análise destes ensaios revelou-se concordante com o EC2 e não se identificaram diferenças entre os modos de carregamento.

Dado o fato de os resultados experimentais terem sido obtidos através de ensaios realizados anteriormente, esta tese permitiu explorar as ferramentas numéricas linear e não linear. A modelação com recurso a elementos finitos possibilitou a análise com mais detalhes dos resultados dos ensaios PR1 [2] e PG-10 [3], ajudando a perceber melhor o mecanismo de rotura analisado, o punçoamento.

No respeitante ao esforço transversal, está associado à rotura por punçoamento, e como modo de representação foram adotados diagramas no plano em redor do perímetro de controlo, de forma a facilitar a interpretação dos resultados.

A modelação da laje com elementos não lineares permitiu ter em conta os efeitos que foram desprezados pelo modelo linear, como a fendilhação do betão e a plastificação das armaduras. Para o caso da carga pneumática verificou-se que as distribuições de esforço transversal dos modelos linear e não linear eram muito semelhantes. Quanto ao caso da carga em coluna, os diagramas de esforços em torno do perímetro de controlo apresentavam diferenças significativas do modelo linear para o não linear.

Conclui-se que, após todas as análises efetuadas, os modelos de cálculo considerados, carga pneumática e carga em coluna, são muito semelhantes apesar do diferente modo de aplicação da carga. Contudo, a distribuição de tensões uniforme que se verifica para a laje sob a ação da carga pneumática faz com que este seja um modelo mais próximo da realidade quando se pretende analisar uma laje de uma ponte sujeita a cargas das rodas de um veículo. É também menos crítico que a distribuição apresentada pelo caso da carga em coluna, onde as tensões se acumulam junto dos limites da coluna de betão armado [2].

Em suma o modo de aplicação da carga não parece ter um efeito muito significativo no âmbito dos ensaios analisados. As redistribuições do esforço transversal (V_{TOT}), devidas à perda de rigidez associada à plastificação das armaduras e à fendilhação do betão, contribuem para reduzir a concentração de tensões, pelo que as duas condições de carregamento se aproximam.

Parece assim adequado que, ao nível regulamentar, esta situação não seja refletida mediante o tratamento específico deste modo de aplicação da carga.

Quanto aos desenvolvimentos futuros, considera-se que é necessário uma maior avaliação dos resultados obtidos para o modelo não linear. Alguns pormenores da modelação poderão introduzir melhorias no comportamento dos modelos não lineares, em particular os efeitos do refinamento da malha, a modelação com consideração de um patamar a tensão constante, no diagrama tensão - deformação do betão, após este atingir a tensão de compressão máxima, bem como considerar a modelação do aço com um diagrama simplificado, constituído por dois troços lineares.

Referências Bibliográficas

- [1] Manual do Software SAP2000 Ultimate V.18.0.1 2016 Csi Berkeley
- [2] VAZ RODRIGUES, Rui - *Shear Strength of Reinforced Concrete Bridge Deck Slabs*. Lausanne : 2007. Tese de doutoramento
- [3] GUANDALINI, Stefano - *Poinçonnement symétrique des dalles en béton armé*. Lausanne : 2005. Tese de doutoramento
- [4] Eurocódigo 2 - Projeto de estruturas de betão, Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios, NP EN 1992 1-1, Comité Europeu de Normalização, Bruxelas, Bélgica, 2010, 225 pp.
- [5] LANTSOGHT, Eva - *Literature Review of Punching Shear in Reinforced Concrete Slabs*. Delft : 2009.
- [6] ACI Committee 318 - *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-08) and Commentary*, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2008, 465 pp.
- [7] PARK, R. and GAMBLE, W. - *Reinforced Concrete Slabs*, John Wiley & Sons, New York, 1999, 716 pp.
- [8] ALEXANDER, S. and SIMMONDS, S. - *Shear-Moment Transfer in Slab-Column connections*, Structural Engineering Report No. 141, University of Alberta, Edmonton, Alberta, 1986, 95 pp.
- [9] MOE, J. - *Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs and Footings under Concentrated Load*, Bulletin D47, Portland Cement Association, Skokie, IL, 1961, 135 pp.
- [10] MENÉTREY, Ph. - *Synthesis of punching failure in reinforced concrete*, Cement & Concrete Composites, V. 24, No. 6, 2002, pp. 497-507.
- [11] MUTTONI, A. - *Punching Shear Strength of Reinforced Concrete Slabs without Transverse Reinforcement*, ACI Structural Journal, V. 105, No. 4, 2008, pp. 440-450.
- [12] MITCHELL, D., COOK, W.D. and DILGER, W. - *Effects of size, Geometry and Material Properties on Punching Shear Resistance*, SP-232, Ed. Polak, M.A., American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2005, pp. 39-56.
- [13] ASCE-ACI Committee 426 - *The Shear Strength of Reinforced Concrete Members – Slabs*, Proceedings, ASCE, V.100, No. ST8, 1974, pp. 1543-1591.
- [14] ELSTNER, R., HOGNESTAD, E. - *Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs*, Journal of the American Concrete Institute, V. 28, No. 1, 1956, pp. 29-58.
- [15] ALEXANDER, S. and SIMMONDS, S. - *Bond Model for Concentric Punching Shear*, ACI Structural Journal, V. 89, No. 3, 1992, pp. 325-334.

- [16] BARTOLAC, Marko et al - *Punching strength of flat slabs with and without shear reinforcement*. Gradevinar : 2015
- [17] RAMOS, A.; LÚCIO, V. - *Sebenta de apoio às aulas de Estruturas de Betão Armado II*. Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Ciências e Tecnologia : Outubro 2006
- [18] COSTA, António et al - *Estruturas de Betão II, Folhas de apoio às aulas*. 2013/2014
- [19] PIERACCINI, Luca - *Shear Behaviour of Reinforced Concrete Slab under Concentrated Load: An Investigation through Non-linear and sequentially Linear Analysis*, Bolonha, 2012. Tese de doutoramento
- [20] DARWIN, D. and PECKNOLD, D.A.W. - *Modified Darwin-Pecknold 2-D reinforced concrete material model*, SAP2000 manual: 2015
- [21] VECCHIO, F.J. and COLLINS, M.P. - *The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear*. ACI Journal, Paper No. 53-22, Março-Abril 1986
- [22] VIRTUOSO, Francisco et al - *Disciplina de Estruturas Metálicas, Aulas de problemas*. 2013/2014
- [23] CÂMARA, José Noronha da et al - *Estruturas de Betão I, Folhas de apoio às aulas*. 2014/2015

Anexos

Anexo 1 - Resultados dos ensaios em provetes cilíndricos de betão (laje PR1)

Report	Date	Number of days	Compressive strength (f_c) [MPa]	Tensile strength (f_{ct}) [MPa]	Young's modulus (E_c) [GPa]	Apparent density [t/m ³]
Casting	07.04.2004	0	0.00	0.00	0.00	
099/04/LMC	05.05.2004	28	31.00		31.50	2.43
098/04/LMC	05.05.2004	28	31.60			2.43
098/04/LMC	05.05.2004	28	29.40			2.43
112/04/LMC	19.05.2004	42	32.80		33.00	2.43
112/04/LMC	19.05.2004	42	33.90		30.50	2.42
112/04/LMC	19.05.2004	42	35.70		32.00	2.44
115/04/LMC	24.05.2004	47		2.30		2.43
115/04/LMC	24.05.2004	47		2.10		2.43
115/04/LMC	24.05.2004	47		2.30		2.43

Anexo 2 - Ensaio PR1

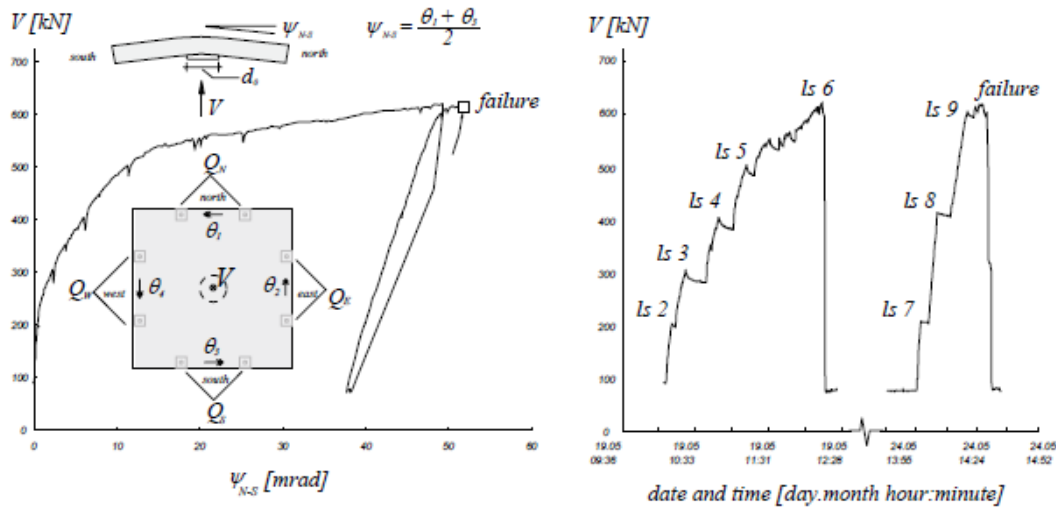


Figure A-4.41: Test PR1: Load history and load-deflection curve

The force on the central support is V . V is equal to the sum of the forces applied by the jacks (Q_N , Q_S , Q_W and Q_E) with the self weight of the slab and test rig (about 73 kN). The rotations θ_1 , θ_2 , θ_3 , θ_4 are measured with the inclinometers. The pressure p was measured at each load stage with a pressure gauge. The diameter d_0 is calculated from the force V and the pressure p at each load stage: $d_0 = \sqrt{4 \cdot V / (\pi \cdot p)}$. The rotation ψ_{N-S} is the average of the rotations θ_1 and θ_3 and the rotation ψ_{E-W} is the average of the rotations θ_2 and θ_4 . Very large rotations were obtained near failure (fig. A-4.41).

Table A-4.9: Test PR1: Evolution of some measured values

Load stage	Q	V	p	d_0	Q_N/Q	Q_S/Q	Q_W/Q	Q_E/Q	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	ψ_{NS}	ψ_{EW}	Q/Q_{FL}	Rem.
	[kN]	[kN]	[bar]	[mm]	-	-	-	-	[mrad]	[mrad]	[mrad]	[mrad]	[mrad]	[mrad]	[%]	-
#0	15.8	88.8	5.7	445	19%	22%	30%	29%	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0		
#1	126.3	199.3	13.7	430	24%	25%	26%	25%	0.1	2.0	0.7	-1.3	0.4	0.3	24%	
#2	226.4	299.4	20.0	437	25%	25%	26%	24%	3.5	6.2	1.0	-2.3	2.3	1.9	43%	
#3	319.9	392.9	25.3	445	24%	25%	26%	25%	8.9	13.5	3.1	-3.0	6.0	5.3	61%	
#4	420.9	493.9	31.1	450	25%	25%	26%	25%	13.3	23.0	9.4	-3.2	11.3	9.9	80%	
#5	469.1	542.1	33.7	453	24%	25%	26%	25%	21.1	30.0	17.4	-1.1	19.3	14.5	89%	
#6	547.0	620.0	35.0	475	25%	25%	26%	24%	49.3	42.9	49.1	31.7	49.2	37.3	104%	
#7	129.1	202.1	12.0	463	24%	25%	26%	25%	46.8	48.5	33.0	10.0	39.9	29.2	25%	
#8	331.1	404.1	23.6	467	25%	25%	25%	25%	53.6	56.3	35.1	10.1	44.3	33.2	63%	
#9	521.2	594.2	34.0	472	25%	25%	25%	25%	61.4	63.7	36.8	11.0	49.1	37.4	99%	
ML	541.5	614.5			25%	25%	25%	25%	64.1	64.7	39.0	12.9	51.6	38.8	103%	ML
FL	526.1	599.1			25%	25%	25%	25%	64.2	64.4	38.9	12.4	51.5	38.4	100%	FL

ML : Maximal load ; FL : Failure Load

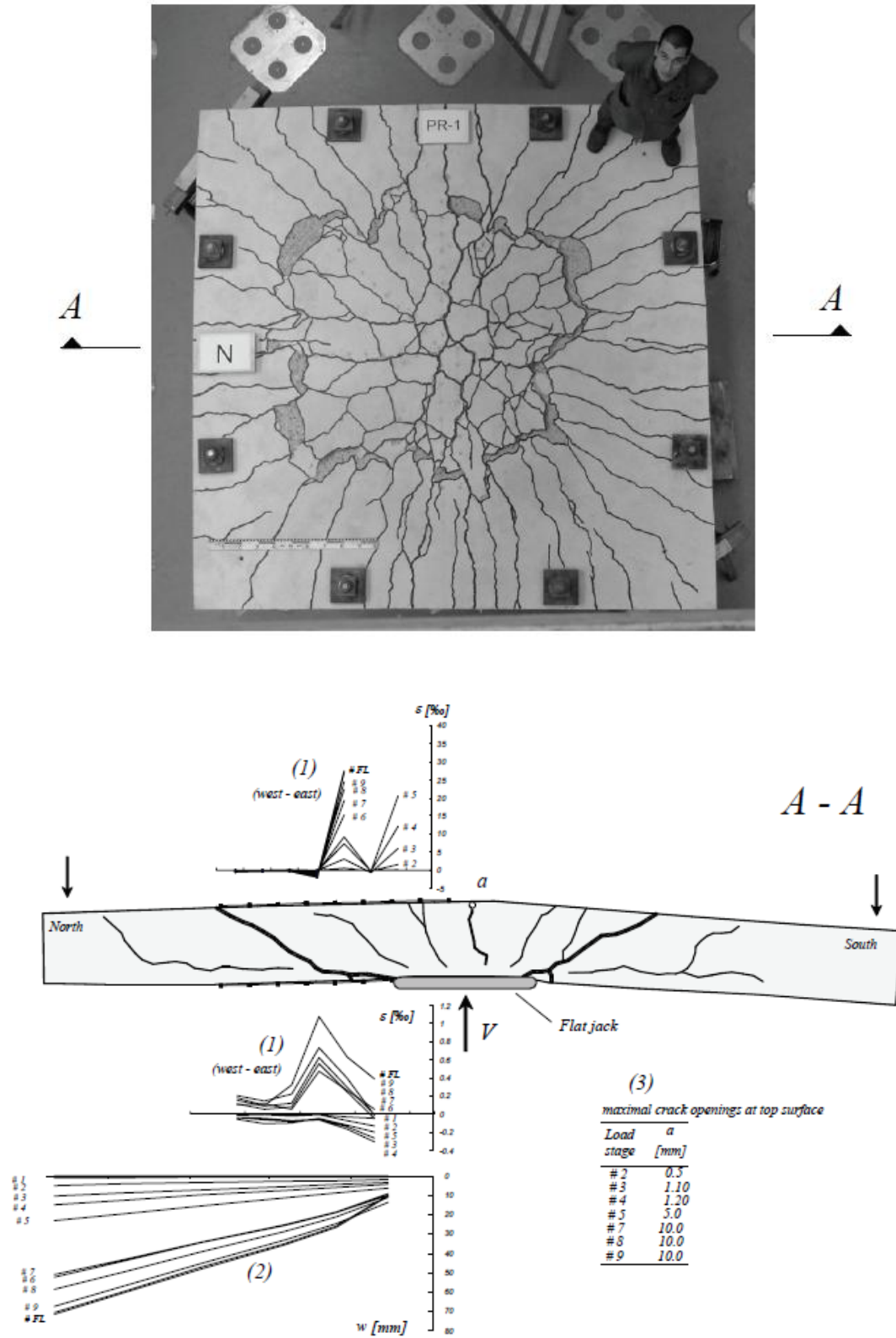


Figure A-4.42: Test PR1: Crack pattern on the top surface; (1) Strains measured on the surface of the slab with omega-shaped extensometers (100 mm length); (2) Deflections measured with LVDTs; (3) Crack openings measured with magnifying glass

Anexo 3 - Conclusões do ensaio PR1

The following conclusions can be drawn for the punching shear test PR1, with simulation of a vehicle wheel with pneumatic pressure:

- Slab PR1 failed in punching shear in presence of very large crack openings directly above the loaded surface (crack opening of 10.0 mm).
- A very large plateau is observed in the force-rotation diagram.
- Tensile stresses have appeared on the radial direction on the bottom side of the slab, near the central support. This was observed at very large rotations, near failure.
- The diameter of the contact surface between the flat jack and the concrete slab is calculated for each load step from the values of the force and pressure. The diameter sensibly increases along the load stages.

Anexo 4 - Deslocamentos e rotações da laje do ensaio PG-10

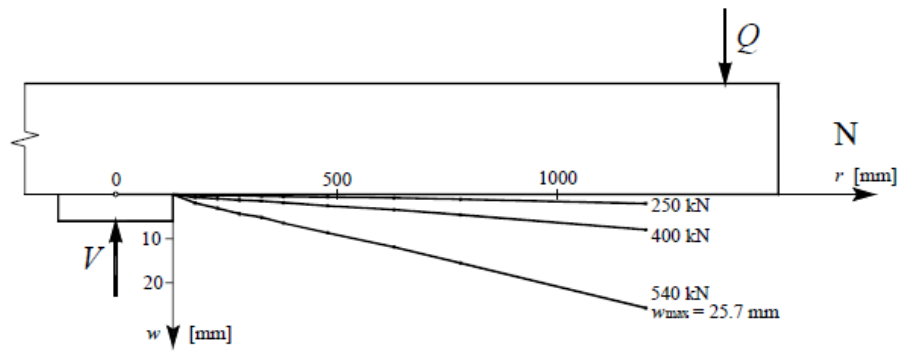


Figure D-4.59: PG-10 : déplacements w face inférieure, axe N

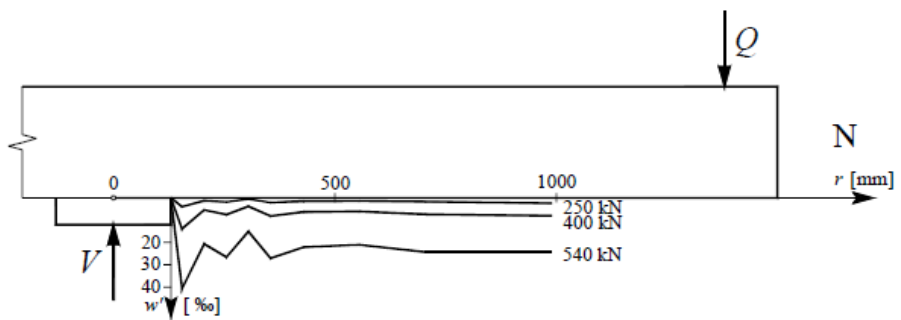


Figure D-4.60: PG-10 : pentes w' face inférieure, axe N

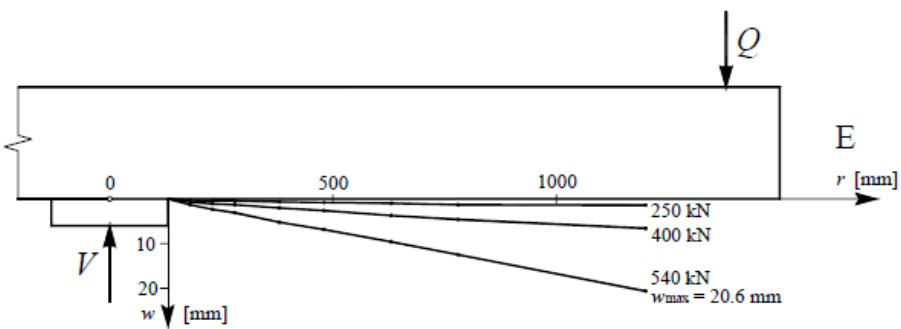


Figure D-4.61: PG-10 : déplacements w face inférieure, axe E

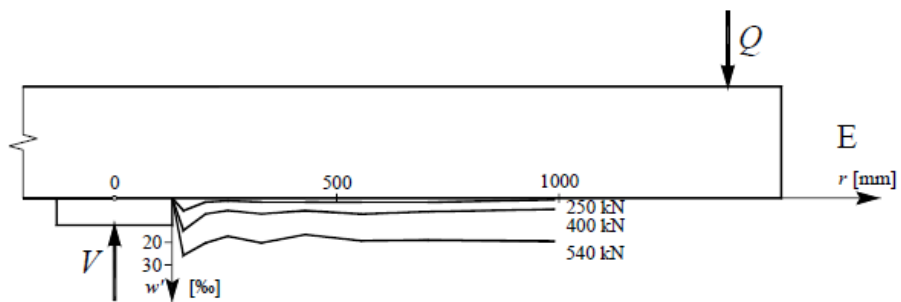


Figure D-4.62: PG-10 : pentes w' face inférieure, axe E

Anexo 5 - Deformação da face da laje PG-10

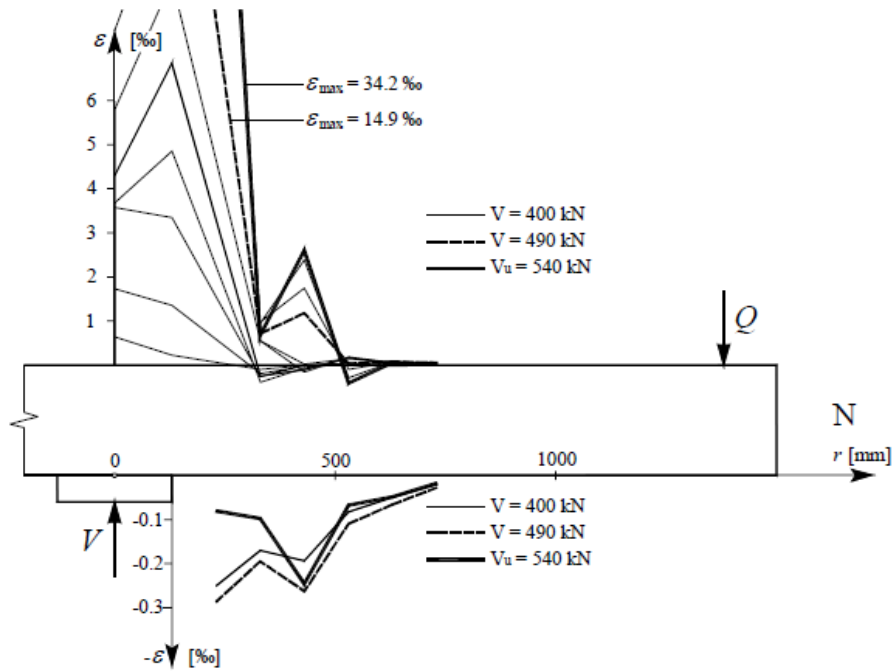


Figure D-4.76: PG-10 : Déformations radiales face supérieure et face inférieure, axe N

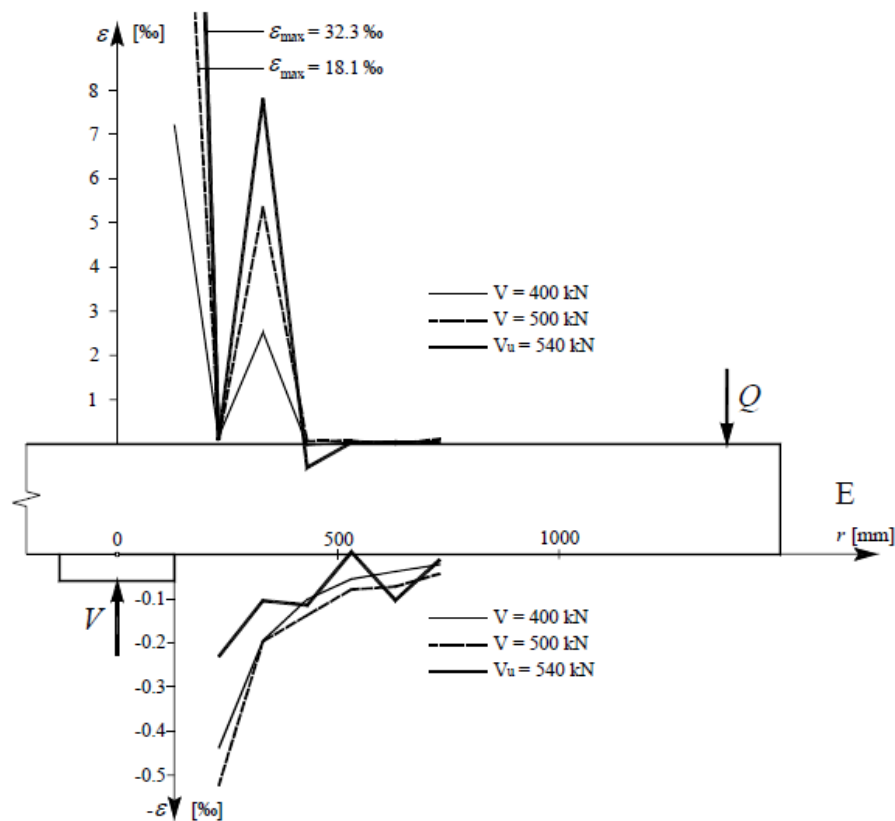


Figure D-4.77: PG-10 : Déformations radiales face supérieure et face inférieure, axe E

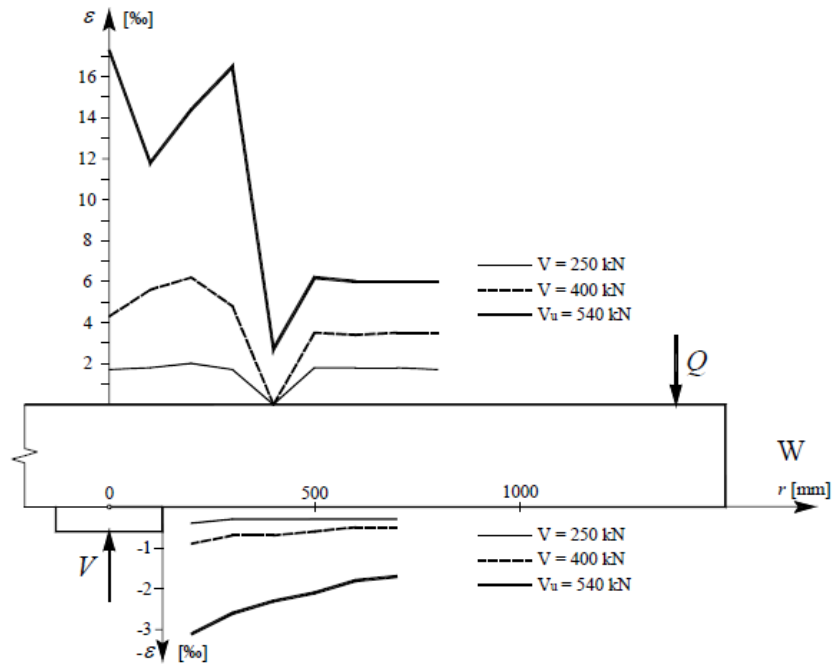


Figure D-4.80: PG-10 : Déformations tangentielles face supérieure et face inférieure, axe W

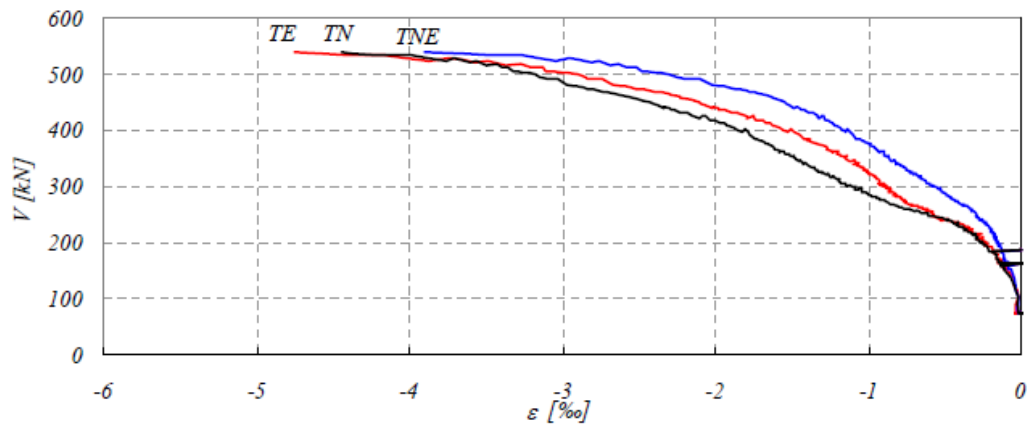


Figure D-4.85: PG-10 : Déformations tangentielles face inférieure près de la colonne