

**O Efeito da Fluência em Pontes de Betão Atirantadas**  
**O Caso-de-Estudo da Ponte 4 de Abril em Angola**

**Diogo Drumond Dias**

Dissertação para a obtenção do Grau de Mestre em

**Engenharia Civil**

Orientadores:

Prof. Eduardo Nuno Brito Santos Júlio

Eng. Luís Miguel Pina de Oliveira Santos

**Júri**

Presidente: Prof. Jorge Miguel Silveira Filipe Mascarenhas Proença

Orientador: Prof. Eduardo Nuno Brito Santos Júlio

Vogal: Prof. João Carlos de Oliveira Fernandes de Almeida

**Julho de 2016**



## Resumo

O betão é um material que apresenta um comportamento visco-elasto-plástico, i.e., ao ser solicitado apresenta uma resposta elástica instantânea e uma resposta visco-plástica a longo prazo. A retracção foi definida pela primeira vez por Considère (1900) surgindo o conceito de fluência através de Woolson (1905). As várias teorias e modelos explicativos desenvolvidos desde então permitiram refinar a modelação do comportamento diferido deste material.

O comportamento diferido do betão tem particular relevância na análise e dimensionamento de pontes de betão. Uma deficiente avaliação poderá potenciar deformação, fissuração ou perda de pré-esforço excessivas. Diferentes estudos apresentam previsões para o comportamento a longo prazo de estruturas de betão armado significativamente distintas da resposta observada. Para este desvio poderão contribuir a variação de esforços verificada durante a fase construtiva ou ainda a não homogeneidade das propriedades do betão, agravada pela variabilidade das condições ambientais, nomeadamente ciclos de humidade e temperatura.

O principal objectivo desta dissertação consistiu em avaliar, no contexto das pontes de betão atirantadas, a precisão de três modelos de previsão de fluência, adoptados pelos principais regulamentos de estruturas de betão. Adoptou-se como caso-de-estudo a ponte 4 de Abril analisando-se o seu comportamento durante a fase construtiva e nos 20 anos subsequentes. Para tal, construiu-se um modelo numérico tridimensional, recorrendo ao *software* Abaqus, calibrado e validado com base em resultados obtidos *in-situ* através do sistema de monitorização instalado na fase construtiva.

Os resultados revelam que modelos de previsão de fluência sobrestimam o comportamento médio do betão, verificando-se menos viáveis em elementos carregados multiaxialmente.

**Palavras-chave:** Betão, ponte de tirantes, fluência, retracção, modelação numérica, códigos.

## Abstract

Concrete exhibits a viscoelastic-plastic material behaviour, i.e., when submitted to stress, it shows an instantaneous elastic response and then a viscoplastic deformation through time. The first studies about shrinkage were made in 1900, by Considère, and the creep concept was presented in 1905, by Woolson. Since then, several theories and models were developed, leading to today's accurate modelling of concrete long-term behaviour.

The long-term behaviour of concrete has a large application field being particularly relevant in the analysis and design of prestressed concrete bridges. An incorrect evaluation of the latter can potentiate excessive deformation / curvature in the spans, cracking and prestress losses. Different studies reveal that predictions of long-term behaviour in concrete structures can significantly differ from the real response. The non-homogeneity of concrete properties, increased by the variability of environmental conditions, like moisture and temperature, combined with the internal forces variation during construction are the main factors contributing to that discrepancy.

This main goal of this thesis was the evaluation of the accuracy of three creep prevision models, adopted in the main concrete structures codes when applied to cable-stayed concrete bridges. In this context, the "4 de Abril" bridge was selected as case-study, and an analysis including the constructive phase and the subsequent 20 years was conducted. A three-dimensional numerical model was created using Abaqus software, which was calibrated and validated with on-site values provided from the structure's monitoring system.

It was concluded that creep prediction models overestimate the material's behaviour and are less reliable for multiaxial loaded elements.

**Keywords:** Concrete, cable-stayed bridges, creep, shrinkage, numerical modelling, codes.

## Agradecimentos

Ao Prof. Eduardo Júlio e ao Eng.º Luís Oliveira Santos que aceitaram orientar a minha dissertação e que se mostraram disponíveis para a discussão dos diversos problemas que surgiram ao longo da mesma.

Ao Dr. Mário Arruda, ao Prof. Joaquim Dias e ao Prof. Fernando Simões pela ajuda na transposição dos obstáculos que surgiram com o *software* utilizado.

À empresa Armando Rito, S.A., pela disponibilização de todos os elementos solicitados relativamente ao projecto da Ponte 4 de Abril, ao Laboratório Nacional de Engenharia Civil e ao Laboratório de Engenharia de Angola por terem facultado os registos relevantes do sistema de monitorização nesta instalado.

Aos meus colegas de curso por todos os grandes, e muitos, momentos passados. Em especial aos meus amigos Marcelo, Rodrigo, Marta, Carina, Eddy, Fonseca e Pedro que ajudaram a tornar esta caminhada mais fácil e a ultrapassar os momentos de maior desânimo.

À Micaela pelo carinho, incentivo e força que me transmitiu, ajudando-me a terminar esta última fase do meu percurso académico.

Aos meus pais, Filipe e Iolanda, por toda a compreensão e ajuda nos momentos mais complicados e por terem depositado muita confiança na minha caminhada universitária. Sem o esforço de ambos, nada teria sido possível.

Aos meus avós pelo apoio e carinho e, em especial ao meu avô materno, que tinha o desejo de me ver a acabar o curso e que não teve oportunidade para tal.



# Índice de conteúdo

Resumo .....	i
Abstract.....	ii
Agradecimentos.....	iii
Índice de conteúdo .....	v
Lista de Figuras .....	viii
Lista de Tabelas .....	xi
Simbologia.....	xii
1. Introdução.....	1
1.1. Enquadramento .....	1
1.2. Objectivos e Metodologia .....	1
1.3. Organização da dissertação .....	2
2. Comportamento diferido do betão.....	3
2.1. Introdução.....	3
2.1.1. Retracção .....	4
2.1.2. Fluência .....	6
2.2. Parâmetros que influenciam o comportamento diferido.....	8
2.2.1. Influência dos elementos constituintes do betão .....	8
2.2.2. Influência das condições ambientais e de cura.....	10
2.2.3. Influência do carregamento .....	12
2.2.4. Influência da geometria .....	14
2.3. Evolução do estudo do comportamento diferido .....	15
2.3.1. Retracção .....	15
2.3.1.1. Modelo de previsão segundo o Model Code 90 (MC90).....	15
2.3.1.2. Modelo de previsão segundo o Model Code 2010 (MC2010).....	16
2.3.1.3. Modelo de previsão segundo o Eurocódigo 2 (EN1992-2 2005) .....	17
2.3.2. Fluência .....	18
2.3.2.1. Mecanismos de fluência .....	18
2.3.2.2. Teorias integradas .....	20
2.4. Modelos de fluência.....	25
2.4.1. Modelos de análise teóricos .....	25

2.4.2. Modelos de previsão dos regulamentos.....	28
2.4.2.1. Model Code 90 (MC90) .....	28
2.4.2.2. Model Code 2010 (MC2010) .....	30
2.4.2.3. Eurocódigo 2 (EN1992-2 2005) .....	31
2.4.3. Modelos de análise para situações de tensão variável.....	32
3. Caso de estudo: Ponte 4 de Abril.....	35
3.1. Descrição geral.....	35
3.2. Traçado, perfis longitudinal e transversal.....	35
3.3. Descrição dos elementos estruturais .....	36
3.3.1. Tabuleiro.....	36
3.3.2. Torres .....	36
3.3.3. Sistema de suspensão do tabuleiro .....	37
3.3.4. Viadutos de acesso .....	38
3.3.5. Pilares e encontros.....	38
3.4. Breve descrição do processo construtivo.....	38
3.5. Ensaio e monitorização do comportamento estrutural .....	39
3.5.1. Avaliação do comportamento estrutural após a conclusão da obra .....	39
3.5.1.1. Material utilizado na caracterização do comportamento estático e dinâmico da ponte..	39
3.5.2. Monitorização do comportamento estrutural a longo prazo .....	41
3.5.2.1. Equipamento utilizado .....	41
4. Modelação numérica .....	43
4.1. Programa de análise estrutural .....	43
4.2. Comportamento material .....	43
4.2.1. Provetes ensaiados em obra.....	44
4.2.2. Provetes modelados no Abaqus .....	45
4.3. Modelo estrutural .....	46
4.3.1. Modelação bidimensional .....	46
4.3.1.1. Modelação geométrica .....	46
4.3.1.2. Condições de fronteira.....	48
4.3.1.3. Definição dos carregamentos e dos respectivos passos de análise.....	49
4.3.1.4. Definição da malha de elementos finitos.....	49



4.3.1.5. Parametrização.....	50
4.3.2. Modelação tridimensional.....	51
4.3.2.1. Modelação geométrica .....	51
4.3.2.2. Condições de fronteira.....	52
4.3.2.3. Definição dos carregamentos e dos respectivos passos de análise.....	52
4.3.2.4. Definição da malha de elementos finitos.....	53
4.3.2.5. Análise dos carregamentos estáticos.....	54
4.3.2.6. Adaptações no modelo tridimensional para a reprodução de uma análise diferida....	57
5. Apresentação e discussão de resultados .....	61
5.1. Comportamento diferido do betão .....	61
5.2. Comportamento da estrutura.....	63
5.2.1. Resposta estrutural obtida experimentalmente.....	63
5.2.2. Resposta estrutural obtida numericamente.....	65
5.3. Efeitos estruturais do comportamento diferido .....	70
5.3.1. Coeficiente de fluência .....	70
5.3.2. Deslocamento vertical do tabuleiro .....	74
5.3.3. Tensões no tabuleiro segundo a direcção longitudinal .....	75
6. Conclusões e desenvolvimentos futuros.....	78
6.1. Conclusões .....	79
6.2. Desenvolvimentos futuros .....	81
Referências bibliográficas .....	83
Anexo A – Comportamento material .....	87
Anexo B – Dados complementares da modelação numérica para reprodução da análise diferida .....	88
Anexo C – Comportamento estrutural.....	93
Anexo D – Exemplo de uma subrotina em <i>Fortran</i> para a definição do comportamento viscoplástico do betão segundo o Eurocódigo 2 .....	99
Anexo E – Estudos comparativos anteriores entre o comportamento estrutural monitorizado e o previsto segundo o EC2 .....	100

## Lista de Figuras

Figura 2.1 – Comportamento diferido de um elemento de betão tensionado por uma carga constante aplicada no instante $t_0$ (adaptado de (Dias-da-Costa, 2006)).	3
Figura 2.2 – Andamento da extensão de retracção com o tempo.	4
Figura 2.3 – Esquema da estrutura de cimento hidratado (Coutinho e Gonçalves, 1988).	5
Figura 2.4 – Andamento genérico da extensão de fluência ao longo do tempo para um carregamento significativo e constante (adaptado de (Bazant e Wittman, 1982)).	6
Figura 2.5 – Factores que afectam o comportamento diferido do betão.	8
Figura 2.6 – Evolução do comportamento de retracção e de fluência com a variação do rácio água/cimento (adaptado de Videla, 2011a).	9
Figura 2.7 – Influência da percentagem de agregado no comportamento diferido (adaptado de Videla, 2011a).	10
Figura 2.8 – Efeito do método de cura na magnitude da fluência para um betão de densidade normal (adaptado de Hanson, 1964 em Videla, 2011a).	11
Figura 2.9 – Influência da temperatura na fluência específica (adaptado de Arthanari e Yu, 1967 em Videla, 2011a).	11
Figura 2.10 – Influência do parâmetro da humidade relativa no comportamento diferido (adaptado de Videla, 2011a).	12
Figura 2.11 – Variação da extensão de fluência com o aumento da relação tensão/resistência (adaptado de Videla, 2011a).	13
Figura 2.12 – Evolução do coeficiente de fluência a tempo infinito para diferentes idades de carregamento (adaptado de de Larrard e Acker, 1989 em Videla, 2011a).	13
Figura 2.13 – Efeito da variação da relação volume/área superficial nas extensões de retracção (a) e no coeficiente de fluência (b) para diferentes durações de secagem e durações do carregamento (adaptado de Hansen e Mattock, 1966 em Videla, 2011a).	14
Figura 2.14 – Modelo reológico da teoria da solidificação (Bazant e Prasannan, 1989).	22
Figura 2.15 – Modelo da teoria da solidificação com relaxação da microtensão (Bazant <i>et al.</i> , 1997).	24
Figura 2.16 – Evolução da extensão de fluência consoante a intensidade do carregamento aplicado (England, 1967 em Dias-da-Costa, 2006).	32
Figura 2.17 – Definição temporal de uma resolução passo-a-passo (Dias-da-Costa, 2006).	34
Figura 3.1 – Vista em perspectiva da Ponte 4 de Abril.	35
Figura 3.2 – Secção transversal do tabuleiro da ponte (Rito <i>et al.</i> , 2009).	36
Figura 3.3 – Torre da ponte. Corte transversal (à esquerda) e longitudinal (à direita) (Braga e Lopes, 2009).	37

Figura 3.4 – Processo construtivo – fases de avanço das consolas simétricas e de avanços no tramo central após fechos laterais (Rito <i>et al.</i> , 2009). .....	38
Figura 3.5 – Posicionamento da carga concentrada durante o ensaio estático (Santos <i>et al.</i> , 2010). .....	39
Figura 3.6 – Secções onde se mediram os deslocamentos verticais (LNEC, 2009). .....	40
Figura 3.7 – Equipamento constituinte de um sistema de nivelamento (LNEC, 2009). .....	40
Figura 3.8 – Representação de um clinómetro eléctrico Shaevitz (a) e disposição em obra (b) (LNEC, 2009). .....	40
Figura 3.9 – Pormenor de um acelerómetro piezo-eléctrico instalado num tirante (a) e localização em obra (b) (LNEC, 2009). .....	41
Figura 3.10 – Extensómetro de corda vibrante. ....	41
Figura 3.11 – Disposição dos extensómetros no interior da secção S1 (Santos <i>et al.</i> , 2010). .....	42
Figura 3.12 – Fotografia do sistema de monitorização do comportamento material diferido. ....	42
Figura 4.1 – Extensão de retracção nos provetes betonados no instante de betonagem da secção S1. ....	44
Figura 4.2 – Coeficiente de fluência nos provetes ensaiados em obra e betonados no mesmo instante que a secção S1. ....	45
Figura 4.3 – Modelo numérico do provete.....	45
Figura 4.4 – Definição das condições de fronteira no modelo numérico bidimensional. ....	48
Figura 4.5 – Mapa dos ensaios de carga estáticos.....	49
Figura 4.6 – Localização dos sistemas de leitura. ....	49
Figura 4.7 – Malha de elementos finitos criada para o modelo bidimensional. ....	50
Figura 4.8 – Condição de fronteira na zona dos encontros. ....	52
Figura 4.9 – Condição de fronteira na ligação tabuleiro-pilar. ....	52
Figura 4.10 – Condição de fronteira na base dos maciços de encabeçamento das torres. ....	52
Figura 4.11 – Ilustração representativa das componentes de carregamento associadas a um camião (a) e sua aplicação na sobrecarga no tabuleiro do modelo tridimensional (b). ....	53
Figura 4.12 – Malha de elementos finitos criada para o modelo tridimensional do carregamento perfeito.....	54
Figura 4.13 – Fotomontagem da ponte 4 de Abril e do modelo numérico tridimensional. ....	54
Figura 4.14 – Modelo 3D simplificado para a análise do comportamento diferido. ....	57
Figura 4.15 – Facetas do tabuleiro onde se aplicaram as condições de fronteira para definir as simplificações de simetria segundo o plano 1-2 (a) e o plano 2-3 (b). ....	58
Figura 4.16 – Carregamentos aplicados no modelo numérico tridimensional. ....	59
Figura 4.17 – Extensão de retracção média nos provetes das secções S1 e S2.....	60
Figura 4.18 – Malha de elementos finitos do modelo tridimensional para a análise do comportamento diferido.....	60

Figura 5.1 – Análise comparativa entre o coeficiente de fluência determinado experimentalmente e segundo os regulamentos.....	62
Figura 5.2 – Comparação entre a evolução do coeficiente de fluência segundo o EC2 e o ajuste deste regulamento ao comportamento médio material. ....	62
Figura 5.3 – Dados experimentais das extensões totais nas fibras superiores e inferiores da secção S1, (a) e (b) respectivamente, e (c) e (d) para as fibras da secção S2.....	64
Figura 5.4 – Localização na secção transversal do tabuleiro dos pontos de medição no modelo numérico. ....	66
Figura 5.5 – Comparação entre os dados experimentais e as extensões totais nas fibras superiores, (a) e (b), e inferiores (c) e (d), da secção S1, determinadas pelas análises numéricas. .	68
Figura 5.6 – Comparação entre os dados experimentais e as extensões totais nas fibras superiores, (a) e (b), e inferiores (c) e (d), da secção S2, determinadas pelas análises numéricas. .	69
Figura 5.7 – Evolução do coeficiente de fluência nas fibras superiores, (a) e (b), e inferiores, (c) e (d), da secção S1, obtidos através das análises diferidas ao modelo numérico. ....	72
Figura 5.8 – Evolução do coeficiente de fluência nas fibras superiores, (a) e (b), e inferiores, (c) e (d), da secção S2, obtidos através das análises diferidas ao modelo numérico. ....	73
Figura 5.9 – Posição deformada (com um factor de escala de +100), no ano 2030, sobreposta à indeformada do modelo numérico no final da análise relativa à aplicação do EC2. ....	74
Figura 5.10 – Deslocamento vertical médio retirado das análises numéricas diferidas na secção S1. .	75
Figura 5.11 – Tensão na direcção longitudinal nas fibras superiores, (a) e (b), e inferiores, (c) e (d), da secção S1, obtidos através das análises diferidas ao modelo numérico. ....	76
Figura 5.12 – Tensão na direcção longitudinal nas fibras superiores, (a) e (b), e inferiores, (c) e (d), da secção S2, obtidos através das análises diferidas ao modelo numérico. ....	77
Figura 5.13 – Representação tridimensional das tensões longitudinais na aduela 3 e nas carlingas adjacentes.....	78

## Lista de Tabelas

Tabela 2.1 – Coeficientes $\alpha_i$ utilizados nas equações (2.9) e (2.12).....	17
Tabela 2.2 – Coeficiente $s$ para diferentes classes de resistência e características de endurecimento.	18
Tabela 2.3 – Determinação do coeficiente $\alpha$ dependente do tipo e classe de cimento. ....	31
Tabela 4.1 – Dados relativos à geometria do tabuleiro atirantado. ....	47
Tabela 4.2 – Dados relativos à geometria dos tirantes. ....	47
Tabela 4.3 – Geometria da secção transversal dos mastros das torres.....	48
Tabela 4.4 – Comparação do valor dos deslocamentos reais com os do modelo numérico. ....	50
Tabela 4.5 – Propriedades dos materiais que definem o modelo tridimensional. ....	52
Tabela 4.6 – Dimensão dos elementos finitos atribuídos aos elementos estruturais. ....	54
Tabela 4.7 – Comparação entre os deslocamentos nos modelos numéricos e os medidos em obra.	55
Tabela 4.8 – Percentagem de erro entre modelos numéricos e medições reais.....	55
Tabela 4.9 - Comparação entre os deslocamentos nos modelos numéricos e os medidos em obra. .	56
Tabela 4.10 – Erro entre os deslocamentos medidos nos modelos numéricos e os deslocamentos reais. ....	57
Tabela 4.11 – Dimensão dos elementos finitos atribuídos aos elementos estruturais do modelo numérico. ....	60

# Simbologia

## Siglas

ELS	Estado Limite de Serviço ou de Utilização
RCP	Restantes Cargas Permanentes
MC90	Model Code 1990
MC2010	Model Code 2010
EC2	Eurocódigo 2

## Letras latinas

$A$	constante definida em função da temperatura
$A_c$	área da secção transversal
$A_{eq}$	área da secção transversal equivalente
$C(t, t_0)$	fluência específica por unidade de tensão
$C_s$	rigidez da mola que simula a relaxação por microtensão ao modelo da cadeia de Kelvin
$c$	constante para a determinação da função de relaxação
$c_0$	constante relativa ao elemento que simula a relaxação por microtensão
$c_1$	constante que entra na equação diferencial não linear da relaxação da microtensão
$C_v$	extensão de fluência viscoelástica
$D_{nominal}$	diâmetro nominal da secção do tirante
$E$	módulo de elasticidade (Young)
$E_c(t_0)$	módulo de elasticidade (Young) do betão no instante de aplicação do carregamento
$E_{c,28}$	módulo de elasticidade do betão aos 28 dias de idade
$E''(t, t_0)$	módulo de elasticidade corrigido para o histórico de tensões entre os instantes $t_0$ e $t$
$F[\sigma(t)]$	função que contabiliza intensidades do carregamento que introduzem não linearidade no comportamento estrutural
$f_{ck}$	resistência à compressão característica aos 28 dias de idade
$f_{cm}$	tensão média do betão à compressão aos 28 dias de idade
$f_{cm}(t_0)$	tensão média do betão no instante de aplicação da carga
$G$	resistência ao corte
$h$	humidade relativa do vapor de água nos poros capilares
$\dot{h}$	derivada em ordem ao tempo da humidade relativa do vapor de água nos poros capilares
$h(t)$	fracção volumétrica viscosa do cimento hidratado
$I_{ij}$	componente da matriz de inércia com $i$ e $j$ a tomarem os valores 1 e 2
$(I_{ij})_{eq}$	componente equivalente da matriz de inércia com $i$ e $j$ a tomarem os valores 1 e 2

$J$	rigidez de torção
$J_{eq}$	rigidez de torção equivalente
$J(t, t_0)$	função de fluência
$L$	comprimento do tirante
$K(f_{ck})$	coeficiente que tem em conta a resistência à compressão do betão
$h_0$	dimensão nominal da secção
$m$	constante material empírica dependente do tipo de betão
$m'$	constante definida em função da temperatura
$n$	constante material empírica dependente do tipo de betão
$n'$	constante definida em função da temperatura
$n''$	gradiente da tensão potencial deviatória
$p$	constante...
$Q(t, t_0)$	função que caracteriza a extensão de envelhecimento viscoelástico
$q_i$	constantes que dependem das características do betão ( $i = 1, \dots, 4$ )
$q'_4$	constante empírica
$\tilde{q}$	tensão deviatória equivalente de von Mises
$RH$	humidade relativa do ambiente atmosférico
$S$	relaxação da microtensão
$s$	coeficiente que depende da classe de resistência do cimento
$T$	temperatura média ambiente
$T(\Delta t_i)$	temperatura durante o intervalo de tempo $\Delta t_i$
$T_0$	temperatura de referência
$t$	idade do betão
$t_0$	idade do betão no instante do carregamento
$t_{0,T}$	idade ajustada do betão no instante do carregamento tendo em conta a temperatura durante a cura
$t_s$	tempo de secagem do betão
$u$	perímetro da secção transversal
$X$	componente do centróide
$Y$	componente do centróide

### Letras gregas

$\alpha$	coeficiente dependente do tipo de cimento, segundo o MC90 (capítulo 2.4.2.1)
$\alpha$	coeficiente de dilatação térmica (capítulo 4.3.2.6)
$\alpha_i$	coeficiente dependente da classe de resistência do betão ( $i = 1, 2, 3$ )

$\alpha_{as}$	coeficiente dependente do tipo de cimento
$\alpha_{ds1}$	coeficiente dependente da classe de resistência do cimento
$\alpha_{ds2}$	coeficiente dependente da classe de resistência do cimento
$\beta(f_{cm})$	influência da classe de resistência do betão no coeficiente nominal de fluência
$\beta(t_0)$	influência do instante de carregamento no coeficiente nominal de fluência
$\beta_{as}$	função que tem em conta a influência do tempo
$\beta_{bc}$	função que depende da adição de sílica de fumo no betão
$\beta_c$	função que descreve o desenvolvimento da fluência no tempo
$\beta_{cc}$	função que descreve a evolução da resistência média à compressão do betão com o tempo
$\beta_{cd}$	coeficiente dependente do tipo de betão
$\beta_{ds}$	função que descreve o desenvolvimento temporal
$\beta_H$	função dependente das condições higrométricas na secção do elemento de betão
$\beta_{HT}$	função dependente das condições higrométricas considerando o tempo efeito da temperatura média ambiente
$\beta_{RH}$	função dependente das condições higrométricas
$\beta_s$	função descritiva do desenvolvimento da extensão de retracção com o tempo
$\beta_{SC}$	coeficiente dependente do tipo de cimento
$\beta_T$	efeito da temperatura no desenvolvimento da fluência com o tempo
$\Delta t_i$	total de dias em que a temperatura $T$ prevalece
$\Delta T$	variação de temperatura
$\Delta T_{eq}$	variação de temperatura equivalente
$\Delta \varepsilon_{cr}$	incremento de extensão de fluência computado pelo <i>software</i> Abaqus
$\Delta \bar{\varepsilon}_{cr}$	incremento de extensão de fluência uniaxial equivalente
$\Delta \varphi_{T,trans}$	Efeito de uma variação na temperatura média durante o carregamento no coeficiente de fluência
$\dot{\varepsilon}$	taxa de deformação equivalente uniaxial de fluência
$\varepsilon^0$	extensão higrotérmica
$\varepsilon_c$	parcela da extensão total relativa à fluência
$\varepsilon_{ca}$	extensão de retracção autogénea, definida segundo o EC2
$\varepsilon_{cas}$	extensão de retracção autogénea, definida segundo o MC2010
$\varepsilon_{cas0}$	coeficiente nominal de retracção autogénea
$\varepsilon_{cc}$	extensões por fluência no betão
$\varepsilon_{cd}$	extensão de retracção de secagem, definida segundo o EC2
$\varepsilon_{cds}$	extensão de retracção de secagem, definida segundo o MC 2010
$\varepsilon_{cds0}$	coeficiente nominal de retracção de secagem



$\varepsilon_{cs}$	extensão de retracção do betão
$\varepsilon_{cs0}$	coeficiente nominal de retracção do betão
$\varepsilon_{c\sigma}$	extensões dependentes do carregamento
$\varepsilon_f$	parcela da extensão de fluência relativa à deformação viscosa
$(\varepsilon_f)_{33}$	extensões de fluência segundo a direcção 3
$\varepsilon_{ij}$	componente das extensões totais em que $i$ e $j$ a poderem assumir os valores 1, 2 ou 3
$\varepsilon_{retracção}$	extensão de retracção verificada nos provetes monitorizados em obra
$\varepsilon_s$	coeficiente de retracção do betão
$\varepsilon_{total}$	extensão total
$\varepsilon_v$	parcela da extensão de fluência relativa à deformação viscoelástica
$\lambda$	
$\lambda_0$	constante material empírica
$\eta$	módulo de viscosidade efectivo da matéria solidificada no instante $t$
$\eta_0$	módulo de viscosidade efectivo do cimento hidratado
$v$	fracção volumétrica viscoelástica da matéria solidificada
$\zeta$	constante para a determinação da função de fluência
$\rho$	massa volúmica
$\sigma_{ij}$	componente do tensor de tensões em que $i$ e $j$ a poderem assumir os valores 1, 2 ou 3
$\sigma_c$	tensão a que se encontra sujeito o betão
$\phi$	função de fluência viscoelástica do cimento hidratado
$\dot{\phi}$	derivada em ordem ao tempo da função de fluência viscoelástica do cimento hidratado
$\phi_d$	coeficiente de fluência recuperável
$\phi_f$	coeficiente de fluência não recuperável
$\varphi$	coeficiente de fluência
$\varphi_0$	coeficiente nominal de fluência
$\varphi_{33}$	coeficiente de fluência segundo a direcção 3
$\varphi_b$	parcela do coeficiente de fluência devida à fluência básica
$\varphi_{b0}$	constante que depende da adição de sílica de fumo no betão
$\varphi_d$	parcela do coeficiente de fluência devida à fluência de secagem
$\varphi_{d0}$	constante que depende da adição de sílica de fumo no betão
$\varphi_k$	coeficiente de fluência não linear
$\varphi_{RH}$	coeficiente de fluência devido às condições higrotérmicas no elemento de betão

$\varphi_{RH,T}$	coeficiente de fluência devido às condições higrotérmicas no elemento de betão considerando o efeito da temperatura
$\varphi_T$	efeito da temperatura no coeficiente de fluência no coeficiente de fluência
$\chi$	função de envelhecimento de um betão
$\Psi$	função de fluência viscosa do cimento hidratado



# 1. Introdução

## 1.1. Enquadramento

Um elemento de betão exposto (regra geral em idade jovem) ao meio ambiente exhibe retracção por secagem e ainda retracção autogénea. Simultaneamente, se estiver submetido a um carregamento constante, ficará sujeito a um aumento de deformação dependente do tempo, designado por fluência. O comportamento diferido do betão afecta a distribuição de esforços e a deformação das estruturas de betão ao longo do tempo, podendo o seu efeito condicionar significativamente o bom funcionamento destas em serviço. Em elementos sujeitos a flexão, em especial pontes de betão (armado e pré-esforçado), este efeito é particularmente relevante, sendo associado a aumento de curvatura nos vãos.

O conhecimento do comportamento diferido do betão evoluiu desde o início do século passado, tendo sido propostas diversas teorias explicativas e modelos de previsão. No entanto, alguns autores (Rito, 2016) referem que as previsões para o comportamento a longo prazo de estruturas de betão armado podem diferir significativamente da resposta observada. Isto deve-se sobretudo à incorrecta avaliação da retracção e da fluência na fase de dimensionamento, como resultado da variabilidade das condições ambientais, nomeadamente humidade relativa e temperatura ambiente. Consideram-se ainda os factores associados à incerteza relativa aos constituintes do betão, à mistura e às condições de cura.

## 1.2. Objectivos e Metodologia

O objectivo desta dissertação centra-se na avaliação do desempenho dos modelos de previsão do comportamento diferido do betão, preconizados nos principais regulamentos de estruturas de betão, quando aplicados a pontes de betão atirantadas. Nesse sentido, definiu-se a Ponte 4 de Abril, em Angola, como caso-de-estudo, entre outras razões por se ter acesso facilitado tanto aos elementos relevantes do projecto, como ao registo das leituras efectuadas *in-situ* através do sistema de monitorização instalado pelo Laboratório Nacional de Engenharia Civil em cooperação com o Laboratório de Engenharia de Angola, aquando da construção desta obra-de-arte.

A abordagem adoptada consistiu, numa primeira fase, em efectuar uma revisão bibliográfica detalhada que reflectisse a evolução do conhecimento sobre o comportamento diferido do betão, salientando-se os principais parâmetros que o influenciam, bem como as principais teorias explicativas do fenómeno da fluência e ainda alguns modelos de previsão do comportamento diferido.

Numa segunda fase, foi utilizado o programa comercial de elementos finitos Abaqus/CAE 6.14 para modelar numericamente o comportamento estrutural da Ponte 4 de Abril, incluindo o processo construtivo da mesma e os 20 anos subsequentes. O modelo foi calibrado e validado recorrendo aos resultados de ensaios de carga estáticos efectuados aquando da conclusão da obra, assim como a registos efectuados desde o início do processo construtivo até ao momento presente.

Numa última fase, avalia-se o desempenho de três modelos de previsão de fluência, adoptados nos principais regulamentos de estruturas de betão, *fib* Model Code 90, *fib* Model Code 2010 e Eurocódigo 2, no caso-de-estudo da Ponte 4 de Abril.

### **1.3. Organização da dissertação**

A dissertação encontra-se organizada em seis capítulos. No primeiro é feito o enquadramento do trabalho, abordando a importância do comportamento diferido do betão em grandes estruturas, e em particular em pontes atirantadas. Apresentam-se os principais objectivos traçados, descreve-se a metodologia seguida para os atingir e indica-se a organização adoptada.

No segundo capítulo apresenta-se o estado-da-arte relativo ao comportamento diferido do material betão, nomeadamente, a retracção e a fluência, e descreve-se a evolução do conhecimento sobre esta temática, com especial incidência nos modelos de análise e de previsão, sendo expostos os principais parâmetros que influenciam este comportamento.

No terceiro capítulo apresenta-se uma descrição do caso-de-estudo adoptado nesta dissertação, a Ponte 4 de Abril, sobre o Rio Catumbela, em Angola. É feita uma breve descrição do projecto, bem como do processo adoptado na sua construção. Faz-se ainda referência ao sistema de monitorização instalado na obra.

No quarto capítulo é descrita a construção e calibração dos modelos numéricos, desenvolvidos para modelar o comportamento diferido do material e, deste modo, proceder a uma análise do comportamento estrutural ao longo do tempo.

No quinto capítulo confrontam-se os resultados relativos ao comportamento diferido do material e ao comportamento da estrutura durante a fase construtiva e nos 20 anos subsequentes, obtidos através da modelação numérica, adoptando os modelos de previsão defendidos pelos três regulamentos atrás referidos, com os dados obtidos através do sistema de monitorização instalado em obra.

No sexto capítulo são enunciadas as principais conclusões retiradas ao longo do trabalho realizado, deixando algumas sugestões para desenvolvimentos futuros.

É de notar que esta dissertação não contempla o novo Acordo Ortográfico.

## 2. Comportamento diferido do betão

### 2.1. Introdução

O betão é um material que apresenta um comportamento visco-elasto-plástico, i.e., ao ser solicitado tem uma resposta elástica instantânea e uma resposta visco-plástica ao longo do tempo. A sua curva deformação-tempo é usualmente traduzida na forma logarítmica, dependendo os valores da exposição ao meio ambiente, temperatura e humidade relativa, da idade de carregamento, e do valor da tensão aplicada.

A Figura 2.1 representa o comportamento diferido de um elemento de betão actuado por um carregamento axial. Até ao instante de aplicação da carga ( $t = t_0$ ), a deformação do elemento deve-se inteiramente à retracção do material (curva *a*). No instante  $t_0$ , a aplicação de uma tensão exterior origina um aumento instantâneo da deformação (troço *b*), sendo esta a parcela de deformação elástica. Para condições de temperatura constantes e independentemente do carregamento aplicado, o elemento continua, após este instante e devido à retracção a se deformar com o tempo, embora com uma intensidade cada vez menor (curva *a'*). É também após este instante que a fluência (diferença entre curva *c* e curva *a'*) inicia a sua contribuição para a extensão total do elemento (curva *c*), podendo-se decompor em fluência básica (diferença entre curva *d* e curva *a'*) e em fluência por secagem (diferença entre curva *c* e curva *d*) (Dias-da-Costa, 2006).

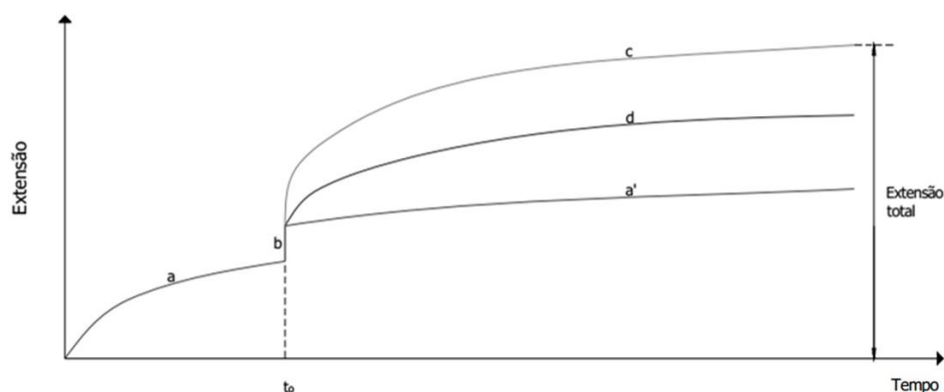


Figura 2.1 – Comportamento diferido de um elemento de betão tensionado por uma carga constante aplicada no instante  $t_0$  (adaptado de (Dias-da-Costa, 2006)).

Para a contabilização do valor da extensão de fluência, são habitualmente considerados dois espécimes idênticos, sujeitos exactamente às mesmas condições ambientais, sendo que um deles fica sujeito a carregamento e o outro não. A diferença entre a deformação destes dois espécimes corresponde à soma da deformação instantânea com a de fluência (Bazant, 1975).

O estudo do comportamento diferido do betão é relevante no dimensionamento de pontes de betão armado e pré-esforçado, dado que tem influência na deformação, fissuração e ainda na perda de pré-esforço. A fluência contribui também para a redistribuição de esforços em estruturas em que o sistema de forças é alterado durante o processo construtivo, dando-se como exemplo as pontes construídas por avanços sucessivos. A fluência deve ainda ser considerada na distribuição e selecção dos aparelhos de apoio e também na localização das juntas de dilatação (Monte e Goodyear, 1988).

A importância da fluência estende-se para além da engenharia civil, tendo ganho importância na produção de estruturas como cascas subaquáticas de navios e torres de pressão de reactores nucleares, as quais apresentam maior sensibilidade a este fenómeno diferido (Bazant, 1975).

Os métodos de previsão do comportamento diferido de elementos estruturais de betão em condições de serviço comportam um número significativo de parâmetros de difícil avaliação. Esta dificuldade advém de factores como a não homogeneidade das propriedades do betão, agravada pelas diversas fases do processo construtivo, as variações de humidade e de temperatura, e a sequência de carregamento.

Comparativamente aos métodos de análise e dimensionamento de elementos estruturais em betão para estados limite últimos, existe uma complexidade muito superior na previsão e controle das deformações para estados limites de utilização, sobretudo devido à componente dependente do tempo, sendo por isso recorrente a utilização de métodos simplificados de previsão do comportamento diferido do betão (ACI 209R-92, 1997 e fib Model Code, 2010).

É corrente a separação das deformações devidas ao comportamento diferido do betão em deformações independentes do carregamento (retracção) e deformações dependentes do carregamento (fluência). Esta dissociação é feita apenas por uma questão de definição e facilidade na análise, devendo os dois fenómenos ser considerados como aspectos complementares de um único problema físico (Fernandes, 2007).

### 2.1.1. Retracção

As deformações do betão devidas ao comportamento diferido, independentes do carregamento são, de uma forma geral, designadas por retracção. Este fenómeno diferido ganha especial importância em casos de tensões de longa duração produzidas por cargas de reduzida intensidade (Bazant, 1975).

A retracção é expressa adimensionalmente sob a forma de extensão, e a sua evolução encontra-se representada na Figura 2.2. O andamento das extensões aproxima-se a uma função logarítmica, tendendo para uma estabilização do seu valor para idades mais avançadas do elemento em questão.

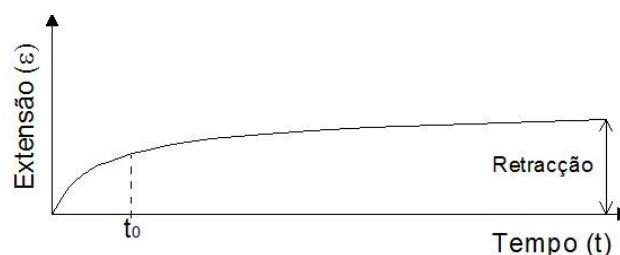


Figura 2.2 – Andamento da extensão de retracção com o tempo.

As deformações associadas a este fenómeno podem ser separadas numa parcela que ocorre antes do endurecimento do betão e noutra que ocorre posteriormente (Coutinho e Gonçalves, 1988).

A parcela anterior ao endurecimento corresponde a um fenómeno normalmente denominado por retracção plástica. Durante as primeiras horas, enquanto o betão não atinge uma resistência significativa e se encontra em estado plástico, regista-se perda de água na sua superfície. A secagem da água à superfície verifica-se quando a taxa de evaporação superficial é superior à taxa de

migração da água da pasta para a superfície. Este fenómeno conduz a uma retracção superficial que, por vezes, aparece associada ao desenvolvimento de fissuração na superfície exposta do betão (CEB, 1993). Verifica-se então um aumento da componente plástica da retracção em peças estruturais com um baixo rácio volume/área superficial, expostas a ambientes ventosos, sendo ainda potenciado por temperaturas elevadas e por baixas humidades relativas.

A parcela após o endurecimento (presa) do betão é responsável pela diminuição do volume aparente do betão ao longo do tempo sem a influência de quaisquer acções exteriores susceptíveis de lhe introduzir esforços. Esta alteração na volumetria do material tem origem nas mudanças do teor de água e nas modificações físico-químicas no betão endurecido (CEB, 1993).

A retracção que surge após o endurecimento do betão é habitualmente decomposta em retracção de secagem, autogénea, química, térmica e ainda em retracção de carbonatação (Coutinho e Gonçalves, 1988 e Dias-da-Costa, 2006).

A componente da retracção de secagem ocorre devido à exposição do betão a ambientes não saturados e com condições de temperatura e humidade relativa constantes. A secagem conduz a uma perda contínua, por parte da pasta de cimento, de água adsorvida e zeolítica levando a uma redução de volume ao longo do tempo do betão (Bazant, 1988). A redução volumétrica deve-se ao aumento das tensões de compressão na microestrutura, que surgem na tentativa de equilibrar a diminuição da pressão capilar, originada pela saída contínua de camadas de água supramencionadas, devido à secagem do material (Dias-da-Costa, 2006).

A retracção pode ainda ser desencadeada por diversos factores dependentes do instante da evolução do fenómeno diferido, salientando-se a retracção autogénea como a mais relevante. Com menor expressividade, são ainda passíveis de serem consideradas a retracção térmica, química e ainda a retracção de carbonatação (Coutinho e Gonçalves, 1988).

Na ausência de trocas de humidade com o exterior, a hidratação contínua do cimento leva à retracção autogénea, ocorrendo o esvaziamento de alguns poros com a passagem da água livre, no interior da pasta do betão, a água combinada, adsorvida e zeolítica, representadas na Figura 2.3. A retracção autogénea e a retracção de secagem apresentam-se como as parcelas de maior expressividade neste fenómeno diferido, sendo que a sua soma representa, aproximadamente, a retracção total (Coutinho e Gonçalves, 1988).

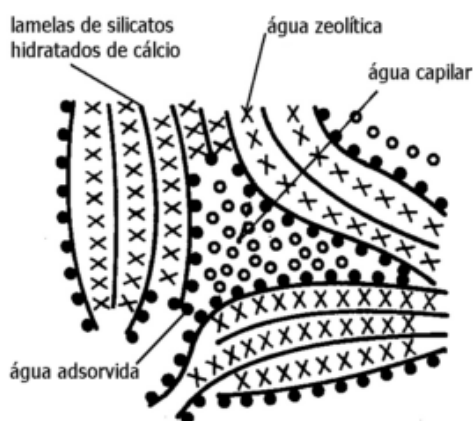


Figura 2.3 – Esquema da estrutura de cimento hidratado (Coutinho e Gonçalves, 1988).



Designa-se por retracção química a que advém do facto do volume dos produtos resultantes da reacção do cimento com a água ser inferior à soma do volume desta com o do cimento anidro.

A percentagem da retracção devida à carbonatação é originada pela reacção da pasta de cimento hidratado com o dióxido de carbono atmosférico, originando produtos sólidos com volume inferior ao dos que lhes deram origem. Esta parcela de retracção influencia sobretudo as zonas mais superficiais dos elementos de betão.

A perda de calor de hidratação durante o processo de cura do betão resulta na parcela da retracção térmica deste material (Dias-da-Costa, 2006).

### 2.1.2. Fluência

A fluência pode ser entendida como a tendência crescente de deformação sob carregamento e esforços resultantes constantes (Bazant e Wittman, 1982).

Em elementos estruturais como o caso das vigas, a fluência é representada por um aumento contínuo da curvatura destes elementos, apesar do momento flector e tensões se manterem invariáveis com o tempo (Monte e Goodyear, 1988).

Em elementos de betão, este processo diferido tem origem na pasta cimentícia endurecida, quando sujeita a tensões elevadas, assim como nas quebras das ligações entre a pasta e os agregados. A fluência é usualmente determinada pela diferença entre o valor das extensões de um elemento carregado com uma tensão constante no tempo e um elemento idêntico (produzido no mesmo instante, com o mesmo material, e que tenha sido sujeito precisamente às mesmas condições ambientais), mas sem ter sido sujeito a qualquer tensão (de compressão). Ao valor de extensão resultante é ainda subtraído o valor da deformação instantânea, originado pela aplicação do carregamento (Bazant, 1988).

Dependendo da magnitude da carga aplicada, a curva da extensão de fluência poderá assumir diferentes evoluções. De uma forma genérica, considerando uma carga constante significativa, a fluência poderá ser caracterizada por três fases – primária, secundária e terciária – representadas na Figura 2.4 (Bazant e Wittman, 1982).

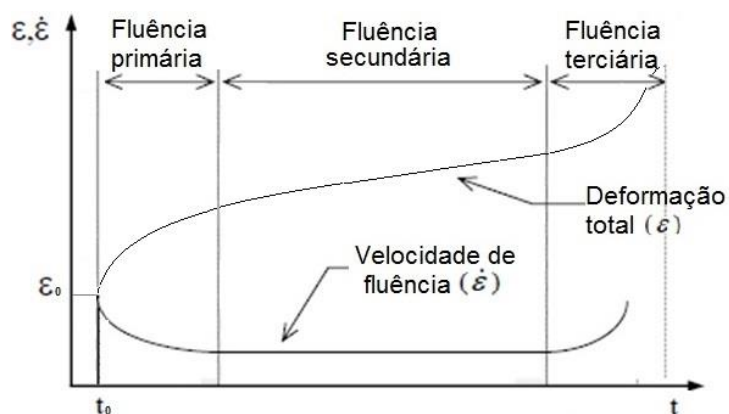


Figura 2.4 – Andamento genérico da extensão de fluência ao longo do tempo para um carregamento significativo e constante (adaptado de (Bazant e Wittman, 1982)).

As estruturas de betão correntes apresentam níveis de tensão, determinados de acordo com os estados limites de serviço ou utilização (ELS) regulamentares, situando-se portanto dentro da gama das

duas primeiras fases de fluência, designadas por primária e secundária. Ao primeiro nível de fluência correspondem velocidades de deformação superiores, enquanto que ao segundo estão associadas velocidades de valor constante inferior às do primeiro estado de deformação. O dimensionamento de estruturas de betão, que usualmente funcionam a cerca de 40% da sua tensão limite, encontra-se associado a coeficientes de fluência que correspondem ao primeiro nível de fluência, devido à proporção entre a deformação por fluência e a deformação elástica (Bazant e Wittman, 1982).

Para valores de tensão acima de 60% dos ELU, ou seja, fora do nível de serviço, deixa de se verificar uma estabilização da curva da fluência, dando lugar a uma terceira fase de evolução da extensão, que acabará por causar a rotura no elemento. Esta fase é caracterizada por um aumento rápido tanto das extensões como da sua velocidade de deformação.

Segundo Swamy *et al.* (1975), citado por Smadi *et al.* (1987) a deformação por fluência sob cargas de serviço aos dois meses de carregamento estima-se que seja cerca de 60 a 70% da deformação total, obtida aos 500 dias.

Analisando a fluência numa perspectiva microscópica, esta pode ainda ser vista como a decomposição numa parcela básica e noutra não básica. A primeira é uma propriedade intrínseca do próprio material, podendo apenas ser determinada experimentalmente, na procura de uma distribuição uniforme de humidade no interior do elemento, sob condições de equilíbrio higrotérmico (condições de humidade e temperatura constantes). Esta parcela básica pode ser explicada pelo facto da pasta cimentícia possuir na sua constituição cerca de 40 a 55% de poros capilares, conferindo-lhe uma área superficial muito elevada (cerca de  $500 \text{ m}^2/\text{cm}^3$ ), e ainda pelo facto de ser constituída por camadas formadas por silicatos de cálcio hidratados, que são fortemente hidrófilos, ligadas por camadas helicoidais de pasta de cimento. Devido ao facto destas ligações serem muito desordenadas e instáveis, é expectável que a fluência cause mudanças na estrutura sólida, através de movimentos que possibilitam a difusão de várias partículas sólidas desde zonas altamente tensionadas para zonas de tensão nula como as superfícies com grandes poros. Devido à presença de água e conseqüente pressão de “separação”, as ligações enfraquecem, o que explica que, após secagem, a fluência seja menor (Bazant e Wittman, 1982).

Já a parcela não básica ocorre, segundo Bazant e Wittman (1982) em elementos sujeitos a secagem e é determinada pela diferença entre a fluência em elementos analisados sob um ambiente natural e em espécimes selados. Pode ainda ser denominada por “fluência de secagem” ou “efeito de Pickett” e poderá ter duas origens possíveis. Uma delas é o facto da água, ao ser difundida para fora da zona carregada, criar desordem, facilitando a migração das partículas sólidas. A segunda consiste no facto do processo de secagem do espécime em análise provocar tensões e microfendilhação. À medida que as partículas sólidas migram da zona carregada, a carga é gradualmente reduzida, sendo progressivamente transferida para zonas mais estáveis da microestrutura, levando a uma diminuição da taxa de fluência. Juntamente a este facto, surge a hidratação do betão, um processo contínuo que origina um aumento do volume da pasta de cimento. Este aumento conduz ao incremento do número de ligações existentes na pasta de cimento, verificando-se assim uma redução da fluência com o tempo.

Para betões sujeitos a carregamentos de serviço de longa duração, os valores do coeficiente de fluência situam-se geralmente entre 1,0 e 4,0. Sabendo que as deformações devidas à fluência são normalmente maiores que as elásticas, reconhece-se a importância de tomar em conta a fluência no cálculo de deformações, instabilidade, fendilhação e tensões (Smadi *et al.*, 1987).

## 2.2. Parâmetros que influenciam o comportamento diferido

Após inúmeros estudos relativos a este tema, sabe-se actualmente da existência de vários factores que podem potenciar ou minimizar a retracção e a fluência. Estes fenómenos, por serem interdependentes, poderão por vezes ser influenciados de forma distintas por alguns dos parâmetros apresentados na Figura 2.5. Nos parágrafos seguintes apresenta-se o estado da arte para cada um destes.

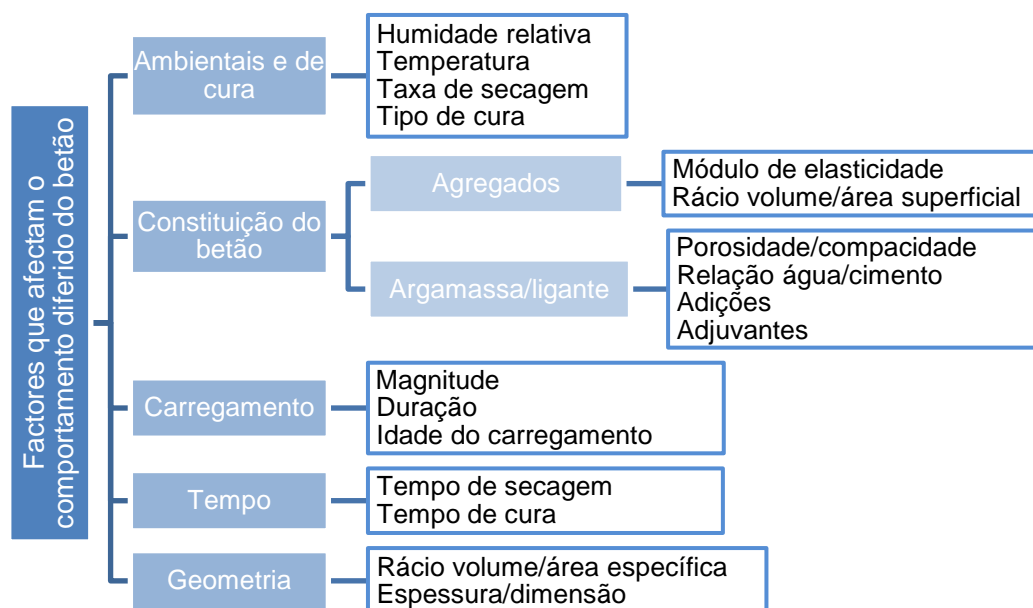


Figura 2.5 – Factores que afectam o comportamento diferido do betão.

### 2.2.1. Influência dos elementos constituintes do betão

O valor da deformação devida a cada um dos dois fenómenos em estudo, retracção e fluência, apresenta flutuações, consoante os constituintes (tipo e dosagem) adoptados na formulação do betão.

Um aumento da classe de resistência do betão introduz uma redução no valor das extensões de fluência. Já relativamente à retracção, não se verifica uma correlação directa com a variação deste parâmetro. Dentro da gama de carregamento para ELS, para betões de alta resistência são espectáveis valores próximos de 1,5 para os coeficientes de fluência a longo prazo, subindo para 2,0 em betões de média resistência, e superiores a 3,0 relativamente a betões de baixa resistência (Smadi *et al.*, 1987).

O incremento da resistência do betão poderá ser conseguido através de um aumento da compacidade ou de uma diminuição da porosidade, diminuindo o rácio água/cimento. Com esta alteração, é esperada uma diminuição tanto da retracção (Figura 2.6) como da fluência (ACI 209R-92, 1997). Powers (1959) associa aos elementos com menores relações água/cimento o facto de

resultarem em pastas cimentícias com menor porosidade capilar e conseqüentemente menor percentagem de água adsorvida, essencial para a redução substancial da fluência em idades jovens. Ishai (1968), citado por Smadi *et al.* (1987), afirma que menores rácios de água-cimento abrandam a retracção na pasta de cimento e retardam o processo de contracção do volume, deixando mais espaço para a difusão da água livre. O efeito da retracção autogénea apresenta então uma maior ponderação em betões de baixa a média resistência, cuja produção é realizada através rácios água/cimento mais elevados.

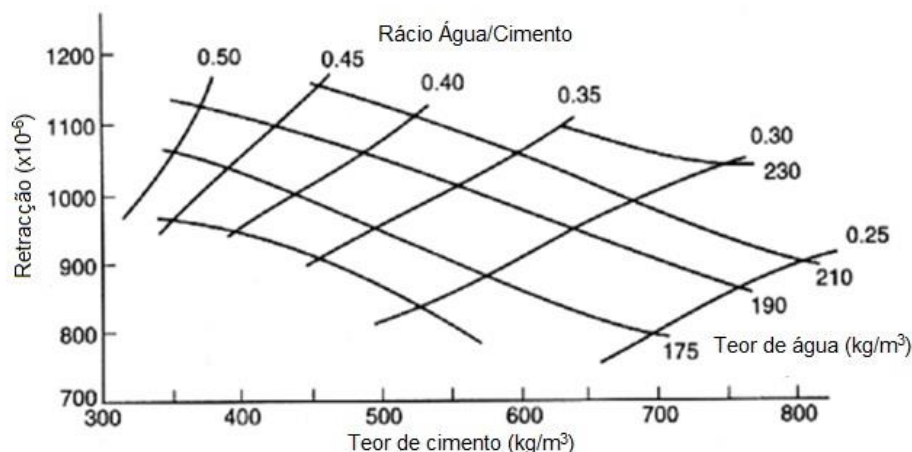


Figura 2.6 – Evolução do comportamento de retracção e de fluência com a variação do rácio água/cimento (adaptado de Videla, 2011a).

Para uma relação água/cimento constante, um aumento da dosagem de cimento acarreta alterações no comportamento diferido do betão, verificando-se uma proporcionalidade directa entre a percentagem de cimento e a retracção de secagem e inversa relativamente ao coeficiente de fluência (Videla, 2011a). Os estudos protagonizados por Lyse (1960) confirmam que a retracção do betão é aproximadamente proporcional à percentagem de pasta de cimento.

De um ponto de vista molecular, um aumento da resistência do betão é conseguido com o incremento do teor de silicato tricálcico e bicálcico, componentes do cimento Portland. O primeiro condiciona a deformação inicial, suportando grande parte da tensão a que o betão é submetido. Já o silicato bicálcico só adquire um módulo de elasticidade semelhante passados cerca de 5 a 6 meses, conseguindo-se portanto diminuir, tanto a deformação por fluência, como a deformação elástica (Coutinho e Gonçalves, 1988).

Coutinho e Gonçalves (1988) afirmam que a substituição de parte do cimento por adições, como por exemplo por cinzas pozolânicas ou cinzas volantes, faz aumentar a resistência do betão, reduzindo parcialmente a retracção e a fluência total. Contudo, estudos mais recentes, desenvolvidos por Brooks (1999), revelam que a relação não é rigorosamente linear, verificando-se melhorias relativamente à retracção apenas para cimentos Portland com uma percentagem de cinzas pozolânicas igual ou inferior a 10% ou com adições de sílica de fumo com percentagem inferior a 7,5%. Ainda relativamente à retracção, as cinzas volantes não introduzem modificações no valor das extensões. No que concerne à fluência, Brooks (1999) revela que apenas a introdução de cinzas volantes melhora o comportamento por fluência.

É ainda comum a adição de escória de alto-forno à pasta de cimento que, embora resulte numa redução da fluência básica, não fornece melhorias no campo da retracção (Coutinho e Gonçalves, 1988 e ACI Committee 209, 1972).

A utilização de adjuvantes poderá também ter um papel importante na evolução da retracção e da fluência. É uma prática corrente utilizarem-se agentes plastificantes para diminuir a relação a/c e com isso aumentar, tanto a resistência, como a compacidade, minimizando os efeitos diferidos do betão. Já a utilização de adjuvantes que aceleram a presa dos materiais não é recomendada, uma vez que provocam uma diminuição da resistência e por conseguinte um aumento da fluência e também da retracção, embora apenas numa fase inicial (Coutinho e Gonçalves, 1988).

Dentro dos parâmetros da constituição do betão que têm influência na sua deformação diferida, é ainda de salientar o efeito da percentagem e do módulo de elasticidade dos agregados. Quanto maior é o módulo de elasticidade, e superior for a percentagem de agregados, maiores restrições ao movimento são impostas, limitando a retracção e a deformação por fluência. A Figura 2.7 ilustra as estimativas para a deformação diferida para uma vasta gama de percentagem de agregados. Betões correntes, com cerca de 65 a 80% de agregados na sua constituição, experimentam retracções na ordem dos 15% relativamente ao volume total. É ainda usual utilizarem-se agregados não saturados que se expandem ao absorverem a água da pasta de cimento, contrariando assim a retracção do meio envolvente (ACI Committee 209, 1972).

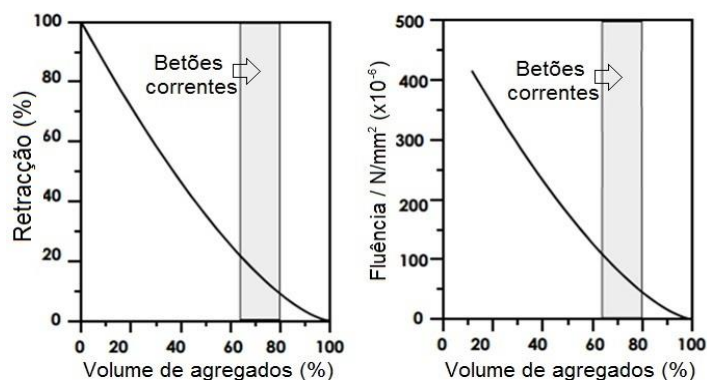


Figura 2.7 – Influência da percentagem de agregado no comportamento diferido (adaptado de Videla, 2011a).

O módulo de elasticidade está directamente relacionado com a natureza petrográfica do agregado, sendo portanto considerada boa prática a utilização de materiais mais rígidos. É ainda de evitar a utilização de agregados argilosos por possuírem uma capacidade de deformação elevada e por absorverem a água de hidratação do cimento, levando a uma redução da humidade da pasta. Estes inconvenientes conduzem a um aumento das extensões de retracção e de fluência (Coutinho e Gonçalves, 1988).

É importante assegurar uma adequada vibração do betão, de forma a evitar valores excessivos da deformação por fluência. Consegue-se, assim, uma melhor compacidade e homogeneidade e, portanto, uma resistência superior.

### 2.2.2. Influência das condições ambientais e de cura

As condições ambientais em que a infraestrutura se encontra inserida e as circunstâncias em que se deu a cura têm um papel importante na evolução dos fenómenos diferidos, sobretudo da fluência.

Existem métodos de cura que permitem uma magnitude de fluência muito inferior à experimentada na maioria das construções. No entanto, a sua aplicação não é viável na construção da maioria das infraestruturas correntes.

A Figura 2.8 apresenta três gráficos que representam a deformação por fluência, em betões com a mesma resistência no instante de aplicação da carga, considerando três métodos de cura diferentes. A cura revela-se muito mais eficaz caso seja executada numa câmara pressurizada. A cura húmida de 7 dias fornece valores superiores de deformação relativamente à cura por vapor à pressão atmosférica. No entanto, este método é especialmente interessante para elementos pré-fabricados mas de muito difícil implementação em obra, optando-se geralmente pela cura húmida de 7 dias, acarretando assim fluência de maior magnitude.

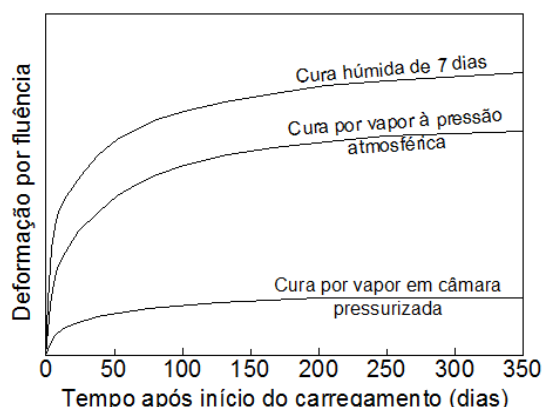


Figura 2.8 – Efeito do método de cura na magnitude da fluência para um betão de densidade normal (adaptado de Hanson, 1964 em Videla, 2011a).

Numa análise baseada nos efeitos da temperatura, é possível concluir que tanto a retração de secagem como a fluência se desenvolvem mais rapidamente se o betão estiver exposto a ambientes com temperaturas mais elevadas. A Figura 2.9 apresenta a linearidade associada aos valores de fluência específica de provetes sujeitos, num dado intervalo de tempo, a um carregamento uniaxial de aproximadamente 70% do valor da resistência. Arthananari e Yu (1967), citados por Videla (2011a) realizaram ensaios em provetes sujeitos a uma gama de temperaturas entre 20 e 80°C, sendo que para o carregamento mais longo (60 dias), as extensões de fluência específica para a temperatura mais elevada (80°C) são quase o triplo dos valores correspondentes para a temperatura mais baixa (20°C).

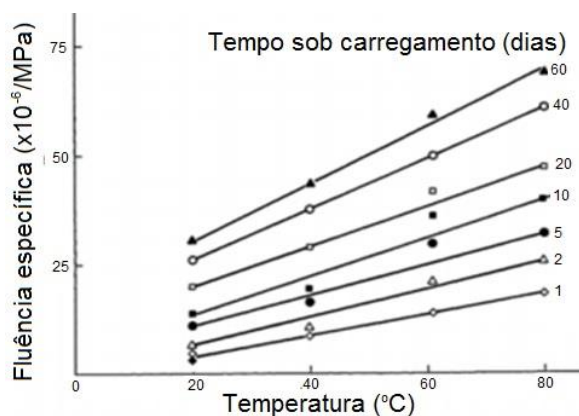


Figura 2.9 – Influência da temperatura na fluência específica (adaptado de Arthanari e Yu, 1967 em Videla, 2011a).

A partir dos estudos conduzidos por Seaman (1957) é possível concluir que no caso de se verificar um aumento de temperatura antes da aplicação do carregamento, a hidratação do cimento será facilitada, atingindo-se uma resistência superior em idades mais jovens, reduzindo-se assim a fluência. Se estivermos perante um caso em que o aumento da temperatura ocorre durante a aplicação do carregamento, verificar-se-á um aumento da taxa de fluência.

A humidade relativa do ambiente é também um parâmetro de grande importância na previsão do comportamento diferido. Para um dado betão, a retracção e a fluência apresentam valores mais elevados para percentagens de humidade relativa progressivamente menores, sendo visível, a partir da Figura 2.10, um comportamento semelhante entre os dois componentes da deformação diferida para a variação deste parâmetro.

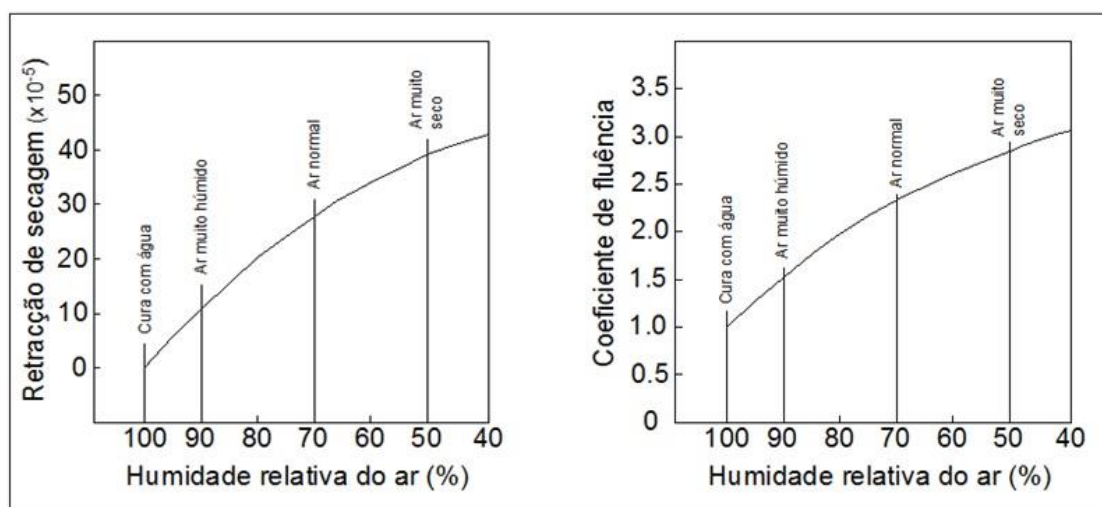


Figura 2.10 – Influência do parâmetro da humidade relativa no comportamento diferido (adaptado de Videla, 2011a)

A humidade relativa tem impacto na fluência até se atingir o equilíbrio hídrico na estrutura. Após esta barreira, a parcela de fluência por secagem perde influência, ocorrendo quase exclusivamente fluência básica (Hansen e Mattock, 1966 citado por Dias-da-Costa, 2006).

Os ciclos de secagem e molhagem alternada dos provetes são responsáveis por um incremento da fluência, uma vez que contribuem para a destruição sucessiva das ligações atómicas estabelecidas entre os constituintes do betão. A destruição atómica potencia o aparecimento de microfendilhação, levando a maiores deformações. Por outro lado, a retracção quase não é afectada por estes ciclos, uma vez que é um fenómeno que se apresenta com um carácter parcialmente reversível (Coutinho e Gonçalves, 1988).

### 2.2.3. Influência do carregamento

Considera-se que a extensão por fluência é proporcional à magnitude da tensão aplicada, desde que o nível de tensão se mantenha abaixo dos valores limites de serviço, ou seja, inferiores a cerca de 60% da tensão de rotura correspondente. O valor limite de tensão não é consensual entre os diversos investigadores com trabalho realizado nesta área, sabendo-se que as características próprias do betão incluindo a sua heterogeneidade fazem variar o limite de linearidade (Bazant e Wittman, 1982, Neville *et al.*, 1983, Smadi *et al.*, 1987). Betões mais homogêneos e com melhores



ligações entre os agregados e o ligante promovem um aumento do patamar de serviço e um consequente melhor comportamento em circunstâncias pouco comuns de carregamento, evitando-se deformações excessivas e fendas associadas.

Como é observável através da Figura 2.11, ultrapassado o limite usual (60%), a evolução da viscosidade deixa de variar linearmente com o desenvolvimento e propagação de fendas entre os agregados e o ligante. Assume-se que é neste ponto que ocorre a transição do comportamento linear para o não-linear. É ainda de fácil dedução que elementos sujeitos a carregamentos de maior duração e igual intensidade apresentarão um valor mais elevado de deformação de fluência.

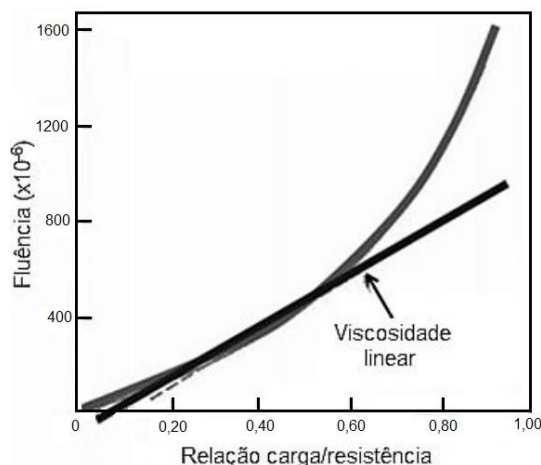


Figura 2.11 – Variação da extensão de fluência com o aumento da relação tensão/resistência (adaptado de Videla, 2011a).

A idade do carregamento tem influência directa no valor das extensões de fluência. Betões de idades diferentes sujeitos à mesma intensidade de carregamento apresentam valores de extensão de fluência diferentes. Deve-se ao facto de se encontrarem em fases distintas do processo de hidratação, influenciando directamente a resistência dos provetes no instante de aplicação do carregamento (Neville *et al.*, 1983). A Figura 2.12 exemplifica a influência deste parâmetro, apresentando dados relativos ao mesmo ensaio, variando a idade de carregamento efectuada aos provetes.

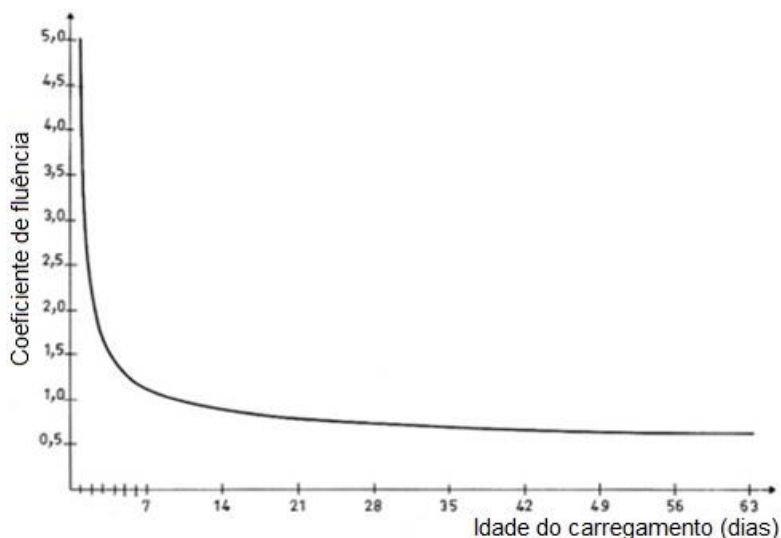


Figura 2.12 – Evolução do coeficiente de fluência a tempo infinito para diferentes idades de carregamento (adaptado de de Larrard e Acker, 1989 em Videla, 2011a).



Analisando a Figura 2.12, conclui-se que o coeficiente de fluência a tempo infinito pode ser reduzido efectuando o carregamento numa idade superior aos 7 dias. Caso o carregamento seja efectuado numa idade inferior do betão, estará a ser aplicado num instante em que ainda se verifica uma baixa hidratação da pasta de cimento e uma conseqüente diminuta resistência do elemento. Serão, portanto, experimentados coeficientes de fluência de magnitude muito superior, sendo tanto maior quanto mais baixa for a idade do carregamento. Para idades de carregamento sucessivamente superiores, experimentar-se-ão extensões de fluência sucessivamente menores.

#### 2.2.4. Influência da geometria

Os elementos estruturais que apresentam rácios volume/área superficial mais elevados estão sujeitos a sofrerem menores retracções a tempo infinito. A explicação surge do facto de secções com maiores espessuras, por terem um rácio volume/área superficial inferior, estarem sujeitas a uma melhor hidratação do cimento, levando a um aumento da resistência. Como conseqüência, a microfendilhação será maior, resultando numa redução da extensão por retracção (Bazant e Baweja, 2000).

A forma e dimensão dos elementos de betão influenciam de forma semelhante a retracção e a fluência por secagem (Dias-da-Costa, 2006). A Figura 2.13 ilustra os resultados de estudos realizados por Hansen e Mattock (1966), citados por Videla (2011a). Os ensaios à fluência foram executados em espécimes de betão selados observando-se, para as durações de carregamento ensaiadas, que o aumento da relação volume/área superficial conduz a uma diminuição do coeficiente de fluência. Valores muito baixos desta relação conduzem a deformações por fluência muito elevadas. Relativamente aos resultados de retracção, observa-se que este fenómeno diferido se apresenta inversamente proporcional ao quadrado do mesmo parâmetro (Videla, 2011a).

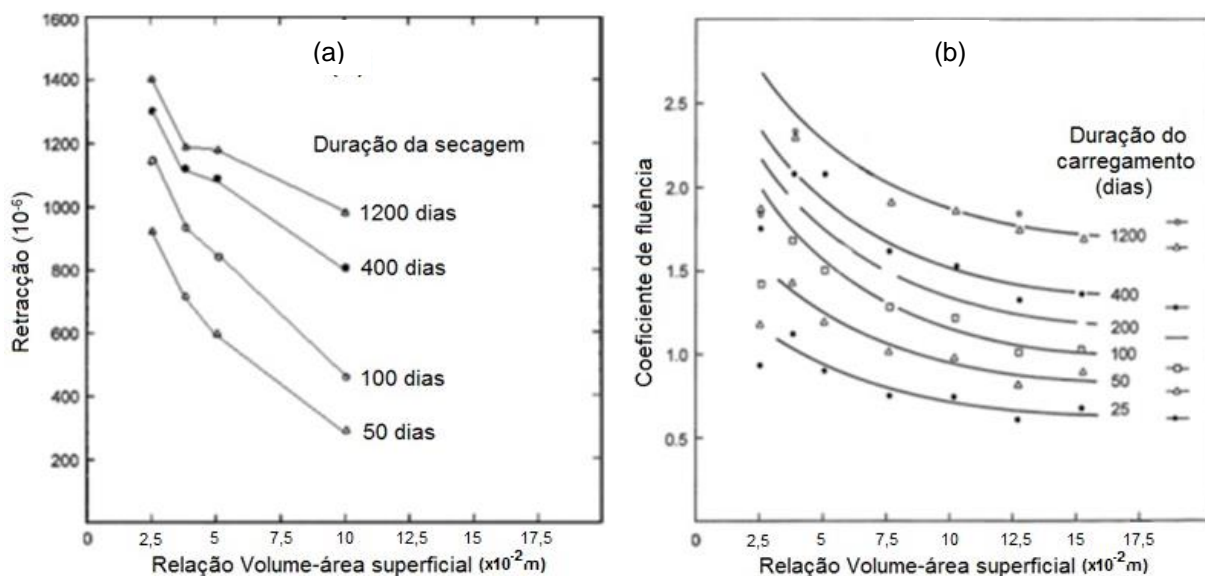


Figura 2.13 – Efeito da variação da relação volume/área superficial nas extensões de retracção (a) e no coeficiente de fluência (b) para diferentes durações de secagem e durações do carregamento (adaptado de Hansen e Mattock, 1966 em Videla, 2011a).

## 2.3. Evolução do estudo do comportamento diferido

Segundo Coutinho e Gonçalves (1988), o fenómeno da retracção foi observado antes da fluência. Embora inicialmente tivesse sido dada pouca importância ao comportamento diferido, o aumento da complexidade das estruturas implicou um conhecimento maior na área, surgindo ao longo do tempo teorias para explicar estes fenómenos.

Apesar da conveniência trazida pela dissociação das deformações diferidas em retracção e fluência, devido à sua dependência ou não do carregamento associado, os modelos de previsão que foram surgindo ao longo do tempo apoiam-se em teorias que têm por base a dependência destes dois fenómenos diferidos.

### 2.3.1. Retracção

O conhecimento científico relativo à retracção em elementos de betão surgiu aquando da utilização de ligantes hidráulicos. Não foi atribuída, na altura, muita importância a este comportamento, uma vez que as baixas resistências estruturais permitiam uma relaxação gradual das tensões devidas à retracção, resultando em efeitos estruturais praticamente nulos.

Segundo Coutinho e Gonçalves (1988), Considère surge, em 1900, como pioneiro no tema, atribuindo semelhanças entre a deformação por retracção da pasta cimentícia ao ar livre e a expansão ocorrida por imersão em água. Afirma ainda que a extensão de retracção diminui com a presença de armaduras no betão e para menores dosagens de cimento nas argamassas e betões.

Segundo Neville *et al.* (1983), foi White em 1911, o primeiro a focar os efeitos estruturais deste fenómeno, ao estudar as tensões que se desenvolvem no betão devido à retracção.

Hobbs (1974) divide este fenómeno diferido em duas fases, sendo que inicialmente resulta da perda de humidade da pasta de cimento. A fase posterior resulta da remoção da água adsorvida através dos poros. Hobbs (1974) considera ainda que a retracção pode introduzir fendilhação generalizada nas estruturas, através de gradientes de tensões induzidos pela retracção diferencial num ou entre vários elementos de betão. As tensões poderão ser potenciadas por restrições impostas, como a inclusão de armaduras nos elementos ou as próprias condições de apoio, e com isto levar a esforços de grande significância.

Bazant e Kim (1991) apresentaram a teoria da difusão para explicar a segunda fase do comportamento anunciada por Hobbs (1974), a retracção por secagem do betão. Esta teoria baseia-se numa abordagem molecular, para explicar a dependência desta parcela de extensão com a difusão da humidade para o exterior.

#### 2.3.1.1. Modelo de previsão segundo o Model Code 90 (MC90)

O Model Code 90 (CEB-FIP Model Code, 1993) apresenta um modelo para estimar a extensão de retracção do betão, traduzindo a evolução deste fenómeno através da expressão:

$$\varepsilon_{cs}(t, t_0) = \varepsilon_{cs0} \cdot \beta_s(t - t_s) \quad (2.1)$$

em que:  $\varepsilon_{cs0}$  – coeficiente nominal de retracção;

$\beta_s(t)$  – função descritiva do desenvolvimento da extensão de retracção com o tempo.

O coeficiente nominal de retracção pode ser obtido pela expressão:

$$\varepsilon_{cs0} = \varepsilon_s(f_{cm}) \cdot \beta_{RH} \quad (2.2)$$

com: 
$$\varepsilon_s(f_{cm}) = \left[ 160 + 10\beta_{SC} \left( 9 - \frac{f_{cm}}{10} \right) \right] \times 10^{-6} \quad (2.3)$$

onde:  $f_{cm}$  – resistência média à compressão aos 28 dias de idade [MPa];  
 $\beta_{SC}$  – coeficiente dependente do tipo de cimento. Toma os valores de  $\beta_{SC} = 4$  para cimentos de endurecimento lento (SL);  $\beta_{SC} = 5$  para cimentos de endurecimento normal a rápido (N e R, respectivamente);  $\beta_{SC} = 8$  para cimentos de elevada resistência e de endurecimento rápido (RS);

$\beta_{RH}$  – função dependente das condições higrométricas dada pela expressão:

$$\beta_{RH} = -1,55 \left[ 1 - \left( \frac{RH}{100} \right)^3 \right] \quad (2.4)$$

$RH$  – humidade relativa do ambiente atmosférico (%).

A função descritiva do desenvolvimento da extensão de retracção com o tempo é definida por:

$$\beta_s(t - t_s) = \left[ \frac{t - t_s}{350 \left( \frac{h_0}{100} \right)^2 + t - t_s} \right]^{0,5} \quad (2.5)$$

com: 
$$h_0 = \frac{2A_c}{u} \quad (2.6)$$

em que:  $t$  – idade do betão [dias];  
 $t_s$  – idade do betão no início da exposição às condições de secagem e retracção [dias];  
 $h_0$  – dimensão nominal da secção [mm]. A expressão que a define é composta por  $A_c$ , área da secção transversal [mm<sup>2</sup>] e por  $u$ , perímetro da secção transversal [mm].

### 2.3.1.2. Modelo de previsão segundo o Model Code 2010 (MC2010)

O Model Code 2010 (fib Model Code, 2010) é a terceira versão destas normas internacionais de análise e dimensionamento de estruturas de betão. Este regulamento apresenta um modelo para estimar a extensão de retracção do betão, dado pela expressão (2.7) resultado da soma da retracção autógena ( $\varepsilon_{cas}$ ) com a retracção de secagem ( $\varepsilon_{cads}$ ):

$$\varepsilon_{cs}(t, t_s) = \varepsilon_{cas}(t) + \varepsilon_{cads}(t - t_s) \quad (2.7)$$

A parcela da retracção autógena,  $\varepsilon_{cas}(t)$ , pode ser calculada através da expressão:

$$\varepsilon_{cas}(t) = \varepsilon_{cas0}(f_{cm}) \cdot \beta_{as}(t) \quad (2.8)$$

onde:  $\varepsilon_{cas0}(f_{cm})$  – coeficiente nominal de retracção autógena, dado pela expressão:

$$\varepsilon_{cas0}(f_{cm}) = -\alpha_{as} \left( \frac{f_{cm}/10}{6 + f_{cm}/10} \right)^{2,5} \times 10^{-6} \quad (2.9)$$

$\beta_{as}(t)$  – função que tem em conta a influência do tempo. Obtida através da expressão:

$$\beta_{as}(t) = 1 - \exp(-0,2\sqrt{t}) \quad (2.10)$$

$\alpha_{as}$  – coeficiente dependente do tipo de cimento (ver Tabela 2.1).

A parcela da retracção de secagem,  $\varepsilon_{cds}(t)$ , pode ser calculada através da expressão:

$$\varepsilon_{cds}(t, t_s) = \varepsilon_{cds0}(f_{cm}) \cdot \beta_{RH} \cdot \beta_{ds}(t - t_s) \quad (2.11)$$

onde:  $\varepsilon_{cds0}(f_{cm})$  – coeficiente nominal de retracção de secagem, dado pela expressão:

$$\varepsilon_{cds0}(f_{cm}) = [(220 + 110\alpha_{ds1}) \cdot \exp(-\alpha_{ds2} \cdot f_{cm})] \times 10^{-6} \quad (2.12)$$

$\beta_{RH}$  – função que contabiliza as condições higrométricas, dada pela expressão (2.4);

$\beta_{ds}(t - t_s)$  – função que descreve o desenvolvimento temporal, dada pela expressão:

$$\beta_{ds}(t - t_s) = \left( \frac{t - t_s}{0,035h^2 + (t - t_s)} \right)^{0,5} \quad (2.13)$$

em que:  $h$  - dimensão nominal da secção [mm], definida pela expressão (2.6)

Tabela 2.1 – Coeficientes  $\alpha_i$  utilizados nas equações (2.9) e (2.12).

Classe de resistência do cimento	$\alpha_{as}$	$\alpha_{ds1}$	$\alpha_{ds2}$
32,5 N	800	3	0,013
32,5 R; 42,5 N	700	4	0,012
42,5 R; 52,5 N; 52,5 R	600	6	0,012

### 2.3.1.3. Modelo de previsão segundo o Eurocódigo 2 (EN1992-2 2005)

O Eurocódigo 2 (CEN, 2005) propõe, na parte 1, modelos de previsão do comportamento diferido em estruturas de betão, particularizando a sua aplicação pontes de betão, na parte 2, devido à maior espessura dos seus elementos estruturais. Segundo o regulamento mencionado, o desenvolvimento das extensões de retracção, rege-se segundo a expressão (2.14), que resulta da soma da retracção autogénea ( $\varepsilon_{cas}$ ) com a retracção de secagem ( $\varepsilon_{cds}$ ):

$$\varepsilon_{cs}(t, t_s) = \varepsilon_{ca}(t) + \varepsilon_{cd}(t - t_s) \quad (2.14)$$

Associada ao processo de hidratação da pasta de cimento encontra-se a parcela da retracção autogénea,  $\varepsilon_{ca}(t)$ . Para betões com idades inferiores aos 28 dias, a maturidade do betão (dada pelo rácio  $f_{cm}(t)/f_{ck}$ ) surge como uma variável a ter em conta, surgindo o seguinte modelo de cálculo para a retracção autogénea:

Para  $t < 28$  dias:

$$\begin{cases} \frac{f_{cm}(t)}{f_{ck}} < 0,1 \rightarrow \varepsilon_{ca}(t) = 0 \\ \frac{f_{cm}(t)}{f_{ck}} \geq 0,1 \rightarrow \varepsilon_{ca}(t) = (f_{ck} - 20) \left( 2,2 \frac{f_{cm}(t)}{f_{ck}} - 0,2 \right) \times 10^{-6} \end{cases} \quad (2.15)$$

Para  $t \geq 28$  dias:

$$\varepsilon_{ca}(t) = (f_{ck} - 20) \left( 2,8 - 1,1 \exp(-t/96) \right) \times 10^{-6} \quad (2.16)$$

onde:  $f_{ck}$  – resistência à compressão característica aos 28 dias de idade [MPa];

$f_{cm}(t)$  – resistência média à compressão do betão para um determinado instante  $t$ , em MPa, determinado através da expressão:

$$f_{cm}(t) = [\beta_{cc}(t)]^{0,5} \cdot f_{ck} \quad (2.17)$$

onde:  $\beta_{cc}(t)$  – função que descreve a evolução da resistência média à compressão do betão

com o tempo ( $t$ ), em dias, determinado por:

$$\beta_{cc}(t) = \exp \left\{ s \cdot \left[ 1 - \left( \frac{28}{t} \right)^{0,5} \right] \right\} \quad (2.18)$$

sendo:  $s$  – coeficiente que depende da classe de resistência do cimento, dado na Tabela 2.2.

Tabela 2.2 – Coeficiente  $s$  para diferentes classes de resistência e características de endurecimento.

Classe de resistência do cimento	32,5 N	32,5 R; 42,5 N	42,5 R; 52,5 N; 52,5R
$s$	0,38	0,25	0,20

As extensões causadas pela parcela da retração de secagem,  $\varepsilon_{cd}(t)$ , são definidas através da expressão (2.19), sendo que este regulamento prevê uma evolução lenta da deformação, que tem origem na migração de água no betão endurecido.

$$\varepsilon_{cd}(t, t_s) = \frac{K(f_{ck})[72 \exp(-0,046f_{ck}) + 75 - RH](t - t_s) \times 10^{-6}}{(t - t_s) + \beta_{cd}h_0^2} \quad (2.19)$$

em que:  $K(f_{ck})$  – coeficiente que tem em conta a resistência à compressão do betão, calculado a partir de:

$$\begin{cases} f_{ck} \leq 55 \text{ MPa} \rightarrow K(f_{ck}) = 18 & (2.20) \\ f_{ck} > 55 \text{ MPa} \rightarrow K(f_{ck}) = 30 - 0,21f_{ck} & (2.21) \end{cases}$$

$\beta_{cd}$  – coeficiente dependente do tipo de betão. Toma o valor de  $\beta_{cd} = 0,007$  em betões que contenham na sua constituição uma percentagem de sílica de fumo igual ou superior a 5%. Caso contrário, será considerar-se-á um valor de  $\beta_{cd} = 0,021$ .

### 2.3.2. Fluência

Segundo Neville *et al.* (1983), foi Woolson, em 1905, o pioneiro no estudo do fenómeno da fluência, tendo-o descrito como a capacidade de um betão, contido num provete, apresentar deformações ao longo do tempo, ao se encontrar sob a acção de uma forte tensão axial.

Neville *et al.* (1983) indica que Hatt (1907), impulsionou de certa forma o estudo desta matéria, publicando informações sobre deformações não-elásticas em elementos de betão armado e a sua importância para carregamentos constantes ao longo do tempo. O seu estudo consistiu na análise de vigas de betão armado sujeitas a um carregamento constante durante um certo período de tempo. Os diversos ensaios, preconizados por Hatt (1907), visaram ainda estudar as consequências de uma variação de percentagem de armadura, de vão e de intensidade do carregamento.

Segundo Coutinho e Gonçalves (1988) surgiram através de Freyssinet (1926), na tentativa de suportar a sua hipótese de explicação sobre o comportamento da fluência, as primeiras equações para a variação da extensão no tempo, obtidas a partir de um ponto de vista termodinâmico.

#### 2.3.2.1. Mecanismos de fluência

A partir do início da década de 30, o surgimento de estruturas complexas, como arcos de longo vão e barragens, evidenciaram a falta de informação neste tema. A necessidade de um conhecimento mais alargado desta área levou a que fossem apresentadas várias publicações, em que diversos autores procuraram, com base em hipóteses teóricas, estabelecer expressões analíticas

para a determinação da deformação por fluência mediante a intensidade e duração do carregamento aplicado.

Segundo Glucklich e Ishai (1962) citados por Dias-da-Costa (2006) surge em 1934, através de Lynam, a teoria do escoamento na qual se considerava a pasta cimentícia como um sólido higroscópico, em que a fluência seria causada pela perda de água do gel de cimento e pela redução de volume originada pelas diferenças de pressão devidas a um carregamento externo. Lynam defendia que a perda mencionada se devia, por um lado, à redução de água livre decorrente da evaporação e hidratação do cimento, não influenciando a variação de volume do betão e, por outro lado, à diminuição da água adsorvida, devida à actuação do carregamento, levando a um aumento da resistência e do módulo de elasticidade. Esta perda de água adsorvida causaria uma diminuição progressiva da pressão da pasta cimentícia, levando a um aumento de tensões no sólido e conseqüente redução gradual da velocidade de fluência.

A denominação da teoria resultou da influência da humidade relativa em peças de grande dimensão em betão poder ser explicada pelo facto da força de compressão, decorrente do carregamento, converter água adsorvida em água livre. Por sua vez, esta última desloca-se desde pontos no interior do elemento até pontos mais à superfície, para preencher as depressões decorrentes da evaporação da água livre (Dias-da-Costa, 2006).

Vogt (1935), citado por Neville *et al.* (1983), sugere uma teoria plástica, que viria a ser modificada por Glanville e Thomas (1939), citados por Neville *et al.* (1983), para uma teoria viscoplástica. O primeiro defende uma semelhança entre o comportamento à fluência do betão com os metais. Vogt (1935) considera um escoamento plástico para qualquer nível de tensão devido ao carregamento, uma vez que a tensão de cedência do betão toma valores excessivamente baixos. Já Glanville e Thomas (1939) admitem que, para valores de tensão relativamente baixos, a fluência pode ser considerada como um escoamento viscoso e que, para carregamentos que provoquem tensões mais elevadas, o fenómeno ocorra de forma plástica através de sucessivos escorregamentos cristalinos.

Freyssinet (Freyssinet, 1936 citado por Dias-da-Costa, 2006), após um largo período de estudo na área, apresenta, em 1936, uma teoria recorrendo à deformação mecânica da estrutura capilar da pasta de cimento para explicar o fenómeno da fluência. Considera que a actuação da força de compressão devida ao carregamento conduz à deformação dos vazios existentes na estrutura capilar, que desencadeia uma série de eventos em que a evaporação da água tem um papel fundamental. O resultado traduz-se num aumento da tensão capilar e conseqüente deformação por fluência, vista pelo autor como um fenómeno totalmente reversível. Mais tarde, em 1951, o próprio Freyssinet (Freyssinet, 1951 citado por Dias-da-Costa, 2006) alterou a sua teoria, passando a considerar que o fenómeno seria composto por duas parcelas, sendo uma delas devida à deformação elástica diferida no tempo e, por isso, completamente reversível, e a outra causada pelo carregamento que, segundo o autor, promovia um rearranjo estrutural interno, levando a uma redução do volume total do espécime.

Em 1937 surge, através de Thomas (Thomas, 1937 citado por Seaman, 1957), a teoria viscosa na qual separa o comportamento de um elemento de betão carregado numa componente

viscosa, devida à pasta de cimento hidratada, e numa outra componente, geralmente não viscosa, causada pela acção do agregado. Thomas baseou a sua teoria na hipótese da extensão total poder ser decomposta numa parcela elástica, causada pela tensão resultante do carregamento, e noutra inelástica, resultante do fluxo do escoamento na pasta cimentícia, que leva a uma transferência gradual das tensões para os agregados. Esta teoria foi posteriormente refutada pelo facto da fluência não poder ser considerada um processo totalmente viscoso, dado que o volume não permanece constante ao longo do tempo.

Em 1941, Maney (Neville, 1955 citado por Dias-da-Costa, 2006), apresenta a teoria dos efeitos elásticos diferidos para explicar a fluência, considerando-a desprezável para cargas de serviço. Para Maney, este fenómeno resulta de um efeito elástico resultante da retracção não uniforme, em que as suas extensões deixam de apresentar evoluções assim que se atinja o equilíbrio hídrico entre o elemento e o exterior.

Em 1942, Pickett (Pickett, 1942 citado por Bazant e Wittman, 1982) baseia-se na teoria de Maney para sugerir que a retracção e a fluência coexistem de uma forma causa-efeito. Pickett baseia a sua hipótese no facto de, durante a secagem, a fluência ser menor em elementos analisados sob um ambiente natural do que em espécimes selados. Segundo esta hipótese, a secagem de uma peça de betão produz extensões não uniformes no volume do elemento, as quais estão na base da retracção não uniforme, que por sua vez introduz tensões no mesmo. A diferença de deformações de um provete, sujeito a estas condições e ainda a um carregamento externo, e de um outro provete idêntico apenas sujeito ao mesmo carregamento externo é denominada por Pickett por deformação de fluência. O facto de esta teoria não ser capaz de explicar a ocorrência de fluência em zonas interiores das peças de betão, onde a relação tensão-deformação é praticamente linear, fez com que fosse descartada. No entanto, é actualmente atribuída à parcela da fluência referente à secagem, a designação de “efeito de Pickett”.

Segundo Neville *et al.* (1983), Hsu apresenta, em 1965, os resultados da sua análise da influência da microfendilhação ao longo da interface cimento-agregado no fenómeno da fluência, defendendo um limite de proporcionalidade linear entre a deformação por fluência e a tensão a partir do qual se dá um crescimento mais vigoroso desta parcela diferida da deformação.

#### 2.3.2.2. Teorias integradas

Por si só, as abordagens teóricas apresentadas em 2.3.2.1 não permitem explicar todos os fenómenos associados ao comportamento diferido do betão. Neste sentido, surgiram teorias integradas que, recorrendo à associação de mais do que um mecanismo, pretendiam explicar na totalidade o comportamento do material.

Segundo Neville *et al.* (1983), Polivka e Beste iniciaram, em 1960, a teoria da activação da energia, na qual consideravam que a temperatura ambiente estaria na base de processos moleculares que resultariam numa variação da deformação dependente no tempo. Wittmann baseia-se em Pickett para, em 1966, introduzir avanços importantes para a veracidade desta teoria, considerando uma interdependência entre a fluência e a retracção, podendo esta última ser vista como uma parcela adicional à tensão provocada pelo carregamento. Conforme Neville *et al.* (1983),

Gamble e Illston apresentaram, em 1976, a última formulação para esta teoria alterando as equações apresentadas por Wittmann, para que estas passassem também a depender de parâmetros tais como a humidade relativa e a magnitude da tensão aplicada. Após alguma experimentação, restringiu-se a aplicação desta teoria para casos em que a intensidade do carregamento não fosse suficiente para originar uma fendilhação muito acentuada no elemento em análise (Dias-da-Costa, 2006).

Kesler *et al.* (1965), citado por Neville *et al.* (1983), baseiam-se em teorias anteriormente formuladas por outros autores para, em 1965, apresentar a sua teoria, em que relaciona a relação entre os fenómenos da retracção e da fluência, mais especificamente da fluência de secagem. Kesler *et al.* defendem que a retracção resulta de uma tensão triaxial na pasta cimentícia, captando água adsorvida das zonas carregadas. Já a fluência é originada pela expulsão da água adsorvida devido a uma força externa.

Segundo Neville *et al.* (1983), Kesler *et al.* (1965) defendem que a magnitude do carregamento afecta o mecanismo de deformação do espécime. Para betões sujeitos a carregamentos de baixa magnitude, a deformação por fluência pode ser explicada com recurso à teoria do escoamento, com o deslocamento da água adsorvida, inicialmente presente nas zonas carregadas, e passagem a água livre, posteriormente alvo de evaporação. Para magnitudes elevadas, Kesler justifica o comportamento não linear do betão com a ocorrência de escorregamentos intercrystalinos e roturas internas ao longo das interfaces entre o cimento e os agregados. O autor considera a decomposição da deformação por fluência em duas parcelas, uma básica e outra devida à secagem, sendo que a ocorrência desta última resulta de modificações da retracção pelo efeito da carga aplicada.

Ghosh (1973) apresenta um modelo que permite a inclusão da fluência de maturação, denominação que o autor atribuiu à parcela da fluência linearmente não dependente da relação entre a tensão e a resistência. Ghosh (1973) justifica a ocorrência desta parcela com o facto de, ao longo do período de hidratação do elemento, ocorrerem diferenças de pressão osmótica entre as camadas de gel permeáveis, que envolvem as partículas de cimento, e os poros capilares. Esta discrepância leva a uma formação progressiva de camadas hidratadas de gel, que promovem um aumento de pressões de dilatação, responsáveis pelo enfraquecimento da macroestrutura, através de roturas em idades prematuras. Este facto, aliado aos carregamentos exteriores, potencia um alívio de tensões e um crescimento inicial da parcela da fluência de maturação.

Ghosh (1973) explica a não linearidade da fluência de maturação recorrendo ainda à velocidade de hidratação, considerando-a influenciada pela resistência das partículas de cimento sujeitas a tensões exteriores e pela quantidade do gel depositado. A diminuição da fluência de maturação pode então ser explicada pela redução da velocidade de hidratação ao longo do tempo. A evolução da fluência é motivada pela variação do mecanismo de suporte da carga, dado que ocorrem redistribuições das tensões internas entre as percentagens do gel formadas antes e após a aplicação do carregamento. A fluência da percentagem de gel formada antes da aplicação da tensão externa leva à solitação da restante percentagem de gel, que se encontra inicialmente livre de tensões.

Bazant e Prasanna (1989) baseiam-se no modelo de Ghosh (1973) para, em 1989, finalizarem a teoria da solidificação, proposta inicialmente por ambos os autores em 1986. Nesta



teoria assume-se que é a hidratação contínua do gel de cimento e o aumento das ligações entre partículas sólidas a estarem na base do envelhecimento da pasta cimentícia, que proporciona o desenvolvimento da fluência.

A teoria da solidificação defende que a dependência da função de fluência com o tempo se deve a modificações na concentração dos constituintes do sistema, cujas propriedades não se alteram com o tempo e, por isso, consideradas não envelhecíveis (Bazant e Prasannan, 1989).

Segundo a teoria referida, a hidratação do gel de cimento é modelada através do aumento fraccional do volume de cimento hidratado, que é função da idade e da extensão de fluência. A hidratação dá-se através dissolução gradual de grãos de cimento anídrico nos poros de água, precipitando, nomeadamente, silicatos de cálcio hidratados. As fracções de volume de cimento hidratado vão sendo precipitadas nas paredes dos poros capilares da pasta de cimento endurecida com tensão nula até ao instante em que, a partir da formação progressiva de ligações entre fracções, se tornam capazes de suportar a carga do material, verificando-se assim um aumento da rigidez do material (Bazant *et al.*, 1997).

Bazant e Prasannan (1989) consideram que o envelhecimento da pasta de cimento pode ser descrito através de um processo viscoelástico linear, podendo ser definido pelos módulos de viscosidade, considerando-se constantes as propriedades elásticas do gel de cimento.

O modelo apresentado por Bazant e Prasannan (1989), representado na Figura 2.14, foi formulado através de uma subdivisão da extensão total em três componentes de deformação, a extensão elástica, a extensão de fluência e ainda a extensão higrotérmica.

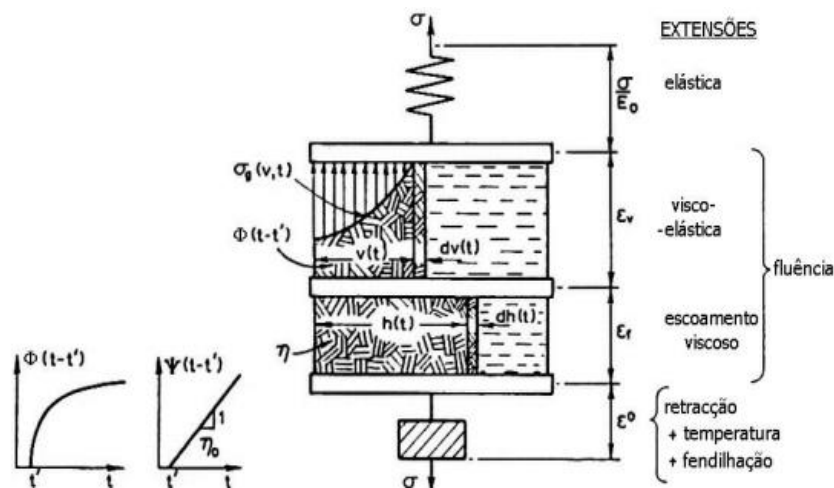


Figura 2.14 – Modelo reológico da teoria da solidificação (Bazant e Prasannan, 1989).

A parcela elástica ( $\sigma/E_0$ ) deve-se à deformação experimentada pelos agregados do betão e pelas partículas cristalinas da pasta de cimento hidratada. A parcela devida à fluência ( $\epsilon_c$ ) tem na sua constituição uma componente viscosa ( $\epsilon_f$ ), causada pelo aumento de volume de cimento hidratado, e uma componente viscoelástica ( $\epsilon_v$ ), originada pelo incremento do número das ligações entre partículas sólidas.

A fracção de deformação denominada por higrotérmica ( $\epsilon^0$ ) é composta pelos efeitos da fluência de secagem e da retracção. Em casos de carregamentos de elevada magnitude, o efeito da

fendilhação é também um factor a considerar nesta parcela de deformação. Tensões muito elevadas levam também a que as parcelas que compõem a fluência se tornem não lineares, passando a ser consideradas, respectivamente, como extensão visco-plástica e visco-elasto-plástica (Bazant e Prasannan, 1989).

Numa análise à Figura 2.14, o conceito de maturação (Ghosh, 1973) é assumido como a evolução dos parâmetros  $\vartheta(t)$  e  $h(t)$  do cimento hidratado. A primeira variável representa o desenvolvimento da fracção volumétrica do cimento e das ligações entre as partículas sólidas de cimento hidratado e a segunda o crescimento da matéria sólida.

A evolução da extensão viscoelástica é feita a partir do parâmetro  $d\vartheta(t)$  que traduz a solidificação de um volume elementar num determinado instante  $t$ , e que é fisicamente representado pela deposição, em paralelo, de uma camada material na superfície do material anteriormente solidificado. A hipótese introduzida por este modelo é de que os volumes elementares  $d\vartheta(t)$ , solidificados em instantes diferentes, estão sujeitos à mesma extensão, igual à extensão viscoelástica total ( $\varepsilon_v(t)$ ). A evolução da extensão viscosa ( $\varepsilon_f$ ) é feita de forma semelhante através do parâmetro  $dh(t)$ . Na fase viscoelástica do modelo, a variável  $\sigma_g(\vartheta, t)$  representa a tensão no local da pasta de cimento solidificado onde a solidificação ocorre no instante  $t$ , quando o volume da matéria solidificada é  $\vartheta$  (Bazant e Prasannan, 1989).

O modelo referido acaba por apresentar algumas lacunas, nomeadamente devido ao facto do envelhecimento a longo-prazo do betão não poder ser explicado pelo aumento do volume da pasta de cimento, uma vez que a formação deste produto de hidratação é um processo que se conclui em relativamente pouco tempo (Bazant *et al.*, 1997).

Em 1997, Bazant *et al.* (Bazant *et al.*, 1997) apresentam desenvolvimentos na teoria da solidificação, introduzindo o conceito de relaxação da microtensão. Surge assim um modelo que contempla a análise viscoelástica, mencionada na teoria base (Bazant e Prasannan, 1989), e também um novo modelo de envelhecimento viscoso, fundamentado neste novo conceito.

Esta teoria, em paralelo com a teoria da solidificação, considera que a dependência directa da viscosidade com o tempo, para as idades jovens do betão, pode ser explicada através da deposição gradual de novas camadas de produtos de hidratação nas paredes dos microporos. No entanto, a hidratação a partir de certa altura cessa, havendo portanto a necessidade de recorrer, para idades mais avançadas, a um mecanismo de envelhecimento que não tenha por base o crescimento do volume de matéria solidificada, que tem propriedades invariáveis com o tempo (Bazant *et al.*, 1997).

Bazant *et al.* (1997) justificam o envelhecimento a longo prazo recorrendo à variação da viscosidade de escorregamento causada pela relaxação da tensão transversal normal ao plano de corte, denominada por microtensão. A microtensão pode tanto ser originada pela pressão de afastamento da água adsorvida localizada nas paredes dos microporos, como pelo surgimento de grandes e muito localizadas variações de volume, causadas pela hidratação ou secagem.

A microestrutura do gel de cimento endurecido contém, em zonas muito localizadas, ligações atómicas entre paredes opostas de microporos do gel de cimento endurecido sujeitas a tensões de tracção muito elevadas denominadas por microtensão. Estas ligações contêm camadas de água

adsorvida que constituem os planos de escorregamento por corte viscosos que originam o fluxo de fluência a longo prazo. Este escorregamento por corte é resultado da quebra de ligações atômicas e restabelecimento das mesmas com átomos adjacentes. Cada quebra e restauro de uma ligação atômica leva à diminuição da microtensão transversal ao plano de escorregamento. Por sua vez, a progressiva relaxação da microtensão em locais de fluência sob tensão constante conduz à diminuição da taxa de fluência (Bazant *et al.*, 1997).

Este modelo contempla também a parcela da fluência de secagem, também denominada por efeito de Pickett. Apesar de Pickett (Pickett, 1942 citado por Bazant e Wittman, 1982) ter associado a fluência de secagem ao fenômeno da não linearidade da relação tensão-deformação, devido à diminuição da extensão de tracção originado pela microfendilhação, foi mais tarde proposto que a maior parte desta parcela de fluência seria causada por mudanças na microtensão. Bazant (1970) citado por Bazant *et al.* (1997) defende que esta variância surge na tentativa de equilibrar as mudanças na pressão de disjunção, devidas a uma variação da humidade relativa nos poros capilares.

Bazant *et al.* (1997) recorrem ao modelo reológico multiaxial representado pela Figura 2.15 para explicar a referida teoria, permitindo uma perspectiva compósita do betão com o acoplamento, quer em série, quer em paralelo, de matrizes viscoelásticas para cada uma das fases comportamentais do material.

O eixo horizontal do modelo na Figura 2.15 representa a parcela do mecanismo de fluência devida à submissão de uma tensão axial. A parcela correspondente ao efeito de Pickett encontra-se representada pela cadeia de Kelvin, responsável por uma diminuição da viscosidade do material. O eixo vertical, ligado através de uma mola de rigidez  $C_s$ , representa a parcela da tensão transversal, resultante da relaxação da microtensão ( $S$ ).

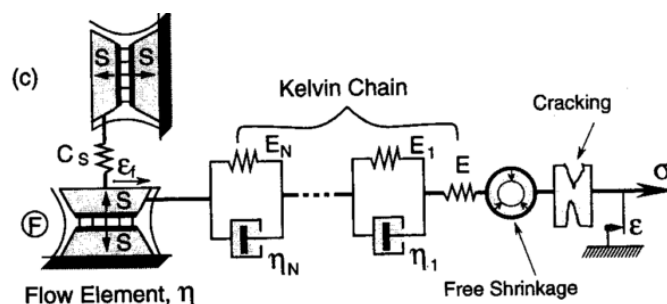


Figura 2.15 – Modelo da teoria da solidificação com relaxação da microtensão (Bazant *et al.*, 1997).

O carregamento externo apresenta um papel determinante no processo dos escorregamentos internos, uma vez que a magnitude da tensão normal influencia o aumento das quebras atômicas, levando a uma redistribuição da microtensão para zonas inicialmente menos tensionadas, proporcionando um aumento de quebras e conseqüente aumento da taxa de fluência (Bazant *et al.*, 1997).

Refutando algumas teorias anteriores, Bazant *et al.* (1997) defendem que, para carregamentos dentro do intervalo de serviço, a estrutura se adapta à posição deformada, através da formação de novas ligações entre a microestrutura de cimento hidratado. Para intensidades de carga superiores, o crescimento da microfendilhação de tracção impossibilitará o restabelecimento das ligações quebradas, resultando na não linearidade da deformação por fluência.

## 2.4. Modelos de fluência

Os modelos analíticos da fluência têm o objectivo de caracterizar a evolução do comportamento diferido do betão.

As previsões do comportamento diferido a longo prazo são normalmente executadas a partir da análise de ensaios em provetes sob tensão constante, sendo portanto aplicável a lei uniaxial de fluência.

No caso de se pretender um tratamento numérico da fluência resultante de um carregamento variável no tempo, e assim obter uma melhor representação do carregamento real da estrutura, será necessário recorrer a métodos mais abrangentes, desenvolvidos para poderem ser aplicados a qualquer carregamento. No entanto, a maior complexidade inerente à formulação destes modelos, leva a que sejam apenas aplicados em carregamentos não constantes com o tempo.

Como se viu em 2.3.2 o conceito teórico relativo à fluência alterou-se ao longo do tempo, verificando-se o desenvolvimento de modelos cada vez mais elaborados, procurando aliar os conceitos e teorias idealizadas ao saber resultante dos estudos experimentais. A teoria da solidificação com relaxação da microtensão (Bazant *et al.*, 1997) é, actualmente, a que melhor modela o comportamento diferido do betão sendo, por isso, a base da maioria dos modelos analíticos actuais.

A previsão expedita da retracção e da fluência, em elementos ou estruturas sujeitas a tensões aproximadamente constantes, é feita recorrendo a modelos simplificados e, preferencialmente, defendidos pelos regulamentos em vigor.

De entre os diversos regulamentos existentes, é usual a utilização dos modelos de previsão propostos pelo Model Code 1990 e 2010 (CEB-FIP, 1993; CEB-FIP, 2010), e ainda pelo Eurocódigo 2 (CEN, 2005). De salientar que estes modelos apenas fornecem estimativas aproximadas para o comportamento diferido do betão, com um grau de erro a rondar os 25% (Videla, 2011b).

### 2.4.1. Modelos de análise teóricos

Ao longo do tempo foram desenvolvidas teorias baseadas em abordagens compósitas para a análise comportamental do betão, através da caracterização das propriedades de cada fase de deformação. Uma abordagem compósita procura traduzir o desenvolvimento de um modelo comportamental reológico, recorrendo à ligação, quer em série, quer em paralelo, de matrizes viscoelásticas.

Bazant e Prasannan (1989) desenvolveram a teoria da solidificação, descrita em 2.3.2.2, baseada na perspectiva compósita, conduzindo a boas aproximações na determinação do comportamento diferido. A teoria tem em conta o envelhecimento contínuo devido à hidratação do betão e verifica a maioria dos fenómenos físicos conhecidos influentes no comportamento diferido.

Tendo em conta este modelo, a extensão de fluência, segundo termo da equação (2.22), encontra-se subdividido em deformação viscoelástica ( $\varepsilon_v$ ) e em deformação viscosa ( $\varepsilon_f$ ). A extensão elástica ( $\sigma(t_0)/E_c(t_0)$ ) e a extensão higrotérmica ( $\varepsilon^0$ ) são as restantes parcelas da extensão total.

$$\varepsilon_{total} = \frac{\sigma(t_0)}{E_c(t_0)} + \varepsilon_c + \varepsilon^0 \quad (2.22)$$

$$\varepsilon_c = \varepsilon_v + \varepsilon_f \quad (2.23)$$

Segundo a teoria de Bazant e Prasannan (1989), a taxa de deformação total num determinado instante  $t$ , originada pela aplicação de uma carga constante no instante  $t_0$ , é dada pela expressão (2.24):

$$\frac{\partial \varepsilon(t, t')}{\partial t} = F[\sigma(t)] \cdot \frac{\partial J(t, t_0)}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon^0}{\partial t} \quad (2.24)$$

em que:  $F[\sigma(t)]$  – função que necessita de ser tida em conta para intensidades do carregamento que introduzem não linearidade no comportamento estrutural através do aumento da velocidade de deformação por fluência viscoelástica e viscosa:

$$F[\sigma(t)] = [1 + (\sigma(t)/f_{cm})^2]/[1 - (\sigma(t)/f_{cm})^{10}] \quad (2.25)$$

$\frac{\partial J(t, t_0)}{\partial t}$  – taxa de deformação total de fluência, constituída pela soma das taxas de deformação viscoelástica e viscosa. Determinada através da equação (2.26):

$$\frac{\partial J}{\partial t}(t, t_0) = \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon_f}{\partial t} = \left( \frac{1}{v(t)} \int_0^t \frac{\partial \phi(t - t_0)}{\partial t} d\sigma(t') \right) + \left( \frac{1}{h(t)} \int_0^t \frac{\partial \Psi(t - t_0)}{\partial t} d\sigma(t') \right) \quad (2.26)$$

sendo:  $\phi(t - t_0)$  – função de fluência viscoelástica do cimento hidratado;

$v(t)$  – fracção volumétrica viscoelástica da matéria solidificada;

$\Psi(t - t_0)$  – função de fluência viscosa do cimento hidratado;

$h(t)$  – fracção volumétrica viscosa do cimento hidratado;

Tendo em conta que, para um espectro de dependência linear entre as extensões e uma tensão constante aplicada no instante  $t_0$ , a derivada da função viscosa do cimento em ordem ao tempo pode ser expressa por (2.27) e que a fracção volumétrica viscosa do cimento hidratado pode ser calculada a partir da expressão (2.28), temos que (2.26) pode ser determinada por (2.29).

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t}(t - t_0) = 1/\eta_0 \quad (2.27)$$

$$h(t) = \eta(t)/\eta_0 \quad (2.28)$$

$$\frac{\partial J(t, t_0)}{\partial t} = \left( \frac{\frac{\partial \phi(t - t_0)}{\partial t}}{v(t)} \right) + \left( \frac{\frac{\partial \Psi(t - t_0)}{\partial t}}{\eta(t)} \right) \quad (2.29)$$

sendo:  $\eta(t)$  – módulo de viscosidade efectivo da matéria solidificada no instante  $t$ ;

$\eta_0$  – módulo de viscosidade efectivo do cimento hidratado;

Segundo a teoria de solidificação, para uma carga unitária, a função de fluência resulta da integração da equação (2.29), obtendo-se a expressão (2.30).

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E_0} + \int_0^t \frac{\partial J(\tau, t_0)}{\partial t} d\tau = \frac{1}{E_0} \int_0^t \left( \frac{\frac{\partial \phi(\tau - t_0)}{\partial t}}{v(\tau)} + \frac{1}{\eta(\tau)} \right) d\tau \quad (2.30)$$

Bazant e Prasannan (1989) reescrevem a equação (2.30) considerando parâmetros e funções materiais. O facto de as curvas de fluência a tensão constante apresentarem um andamento polinomial para intervalos relativamente curtos de  $(t - t_0)$  e uma forma logarítmica para intervalos mais longos de  $(t - t_0)$ , permite que, para uma tensão unitária aplicada no instante  $t_0$ , se represente a função de fluência sob a forma da expressão (2.31):

$$J(t, t_0, \sigma) = q_1 + q_2 F(\sigma) Q(t, t_0) + q_3 F(\sigma) \ln \left[ 1 + \left( \frac{t - t_0}{\lambda_0} \right) \right] + q_4 F(\sigma) \ln \left( \frac{t}{t_0} \right) \quad (2.31)$$

com:  $Q(t, t_0)$  - função que caracteriza a extensão de envelhecimento viscoelástico, dada por:

$$Q(t, t_0) = \int_{t'}^t \left( \frac{\lambda_0}{\chi} \right)^m \frac{n(t - t_0)^{n-1}}{\lambda_0^n + (t - t_0)^n} dt \quad (2.32)$$

$$q_1 = 1/E_0 \quad (2.33)$$

$$q_2 = \ln(1 + \zeta^n) / \dot{\phi}(t - t_0) \quad (2.34)$$

$$q_3 = \alpha q_2 \quad (2.35)$$

$$q_4 = t/\eta(t) \quad (2.36)$$

sendo:  $\alpha = 1/v(t) - (\lambda_0/t)^m \quad (2.37)$

$n, m, \lambda_0$  - constantes materiais empíricas. Para uma grande generalidade dos betões, estas constantes assumem os valores:  $n = 0,1, m = 0,5, \lambda_0 = 1$  dia.

Segundo Bazant (2001), a análise teórica do comportamento diferido apresenta melhores resultados caso se aplique a teoria da solidificação com relaxação da microtensão. Esta teoria, apresentada em 2.3.2.2, permite ter em consideração as consequências do envelhecimento do betão e ainda do efeito de Pickett, devido ao fenómeno da retracção, representando uma melhoria relativamente à teoria da solidificação.

Bazant *et al.* (1997) afirmam que os efeitos da microtensão e os efeitos resultantes do aumento do volume de produtos hidratados podem ser assumidos separadamente, assumindo papéis diferentes na cadeia do modelo. No entanto, a extensão de um betão, para um determinado instante  $t$ , sujeito à acção de uma tensão unitária uniaxial aplicada desde o instante  $t_0$ , assume-se como a soma destas duas parcelas.

$$J(t, t_0) = q_1 + C_v(t, t_0) + q'_4 S^{p-1} \quad (2.38)$$

sendo:  $q_1$  - extensão elástica máxima para um carregamento unitário, dada por (2.33);

$q'_4$  - constante empírica, dada por:  $q'_4 = q_4/k_1$ ;

$C_v(t, t_0)$  - extensão de fluência viscoelástica (influenciada pelo incremento do volume de produtos hidratados), expressa por:

$$C_v(t, t_0) = \frac{\phi(t - t_0)}{v(t)} \quad (2.39)$$

$S$  - relaxação da microtensão, dada pela equação diferencial não linear:

$$\dot{S} + c_0 S^p = -c_1 \dot{h}/h \quad (2.40)$$

em que:  $c_0 = C_s \cdot c \cdot p \quad (2.41)$

$C_s$  - rigidez da mola vertical na Figura 2.15, que liga, em série, o elemento que simula a relaxação por microtensão ao modelo da cadeia de Kelvin;

$c_1, c$  e  $p$  - constantes, sendo  $p > 1$ ;

$h$  - humidade relativa do vapor de água nos poros capilares;

Por conveniência, apresenta-se a equação (2.38) sob a forma de velocidade de deformação, derivando em ordem ao tempo, exibindo-se assim apenas os termos diferidos da deformação para uma tensão unitária aplicada no instante  $t_0$  (Bazant *et al.*, 1997).

$$\frac{\partial J(t, t_0)}{\partial t} = \frac{n(q_2 \lambda_0^m t^{-m} + q_3)}{(t - t_0) + \lambda_0^n (t - t_0)^{1-n}} + q'_4 (p - 1) S^{p-2} \frac{\partial S}{\partial t} \quad (2.42)$$

em que:  $n, m, \lambda_0, q_2, q_3$  – constantes empíricas dependentes do tipo de betão, assumindo-se geralmente  $n = 1$ ;  $m = 0,5$  e  $\lambda_0 = 1$ . As constantes  $q_2, q_3$  são determinadas experimentalmente a partir dos rácios água/cimento, rácio agregado/cimento e rácio entre o agregado e a areia na mistura (Bazant e Prasannan, 1989).

## 2.4.2. Modelos de previsão dos regulamentos

### 2.4.2.1. Model Code 90 (MC90)

O MC90 (CEB-FIP Model Code, 1993) apresenta o modelo representado pela expressão (2.43) para estimar o acréscimo de extensão, relativamente à deformação elástica, causado pelo fenómeno diferido da fluência no betão. Este regulamento restringe a aplicação deste modelo a betões com uma resistência característica compreendida entre os 12 MPa e 80 MPa, expostos a ambientes com uma humidade relativa média compreendida entre os 40% e os 100% e a uma temperatura média entre os 5°C e os 30°C.

A evolução deste fenómeno diferido é dada pelo coeficiente de fluência,  $\varphi(t, t_0)$ , que traduz o rácio entre as extensões por fluência ( $\varepsilon_{cc}$ ) e as extensões elásticas, e é definida pela expressão (2.43).

$$\varepsilon_{cc} = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{c,28}} \cdot \varphi(t, t_0) \quad (2.43)$$

Para  $\sigma_c < 0,4f_{cm}(t_0)$ , assume-se que a fluência apresenta uma relação linear com o nível de tensão aplicada. Se a tensão aplicada se encontrar no intervalo  $0,4f_{cm}(t_0) < \sigma_c < 0,6f_{cm}(t_0)$ , este regulamento considera que o coeficiente de fluência,  $\varphi(t, t_0)$ , deverá ser substituído pelo coeficiente de fluência não linear,  $\varphi_k(t, t_0)$ , definido por:

$$\varphi_k(t, t_0) = \varphi(t, t_0) \cdot \exp \left[ 1,5 \left( \frac{\sigma_c(t_0)}{f_{cm}(t_0)} - 0,4 \right) \right] \quad (2.44)$$

em que:  $\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \cdot \beta_c(t - t_0)$  (2.45)

sendo:  $t_0$  – idade do betão no instante do carregamento [dias];

$\sigma_c(t_0)$  – tensão de valor constante aplicado no instante  $t_0$  [MPa];

$E_{c,28}$  – módulo de elasticidade do betão aos 28 dias de idade [MPa];

$\varphi_0$  – coeficiente nominal de fluência;

$\beta_c(t - t_0)$  – função que descreve o desenvolvimento da fluência no tempo, após o início do carregamento;

O coeficiente nominal de fluência da expressão (2.46) pode ser estimado a partir de:

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0) \quad (2.46)$$

com:  $\varphi_{RH} = 1 + \frac{1 - RH/100}{0,46(h/100)^{1/3}}$  (2.47)

$$\beta(f_{cm}) = \frac{5,3}{(f_{cm}/10)^{0,5}} \quad (2.48)$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + t_0^{0,2}} \quad (2.49)$$

O desenvolvimento da fluência com o tempo é dado pela expressão:

$$\beta_c(t - t_0) = \left[ \frac{(t - t_0)}{\beta_H + (t - t_0)} \right]^{0,3} \quad (2.50)$$

com:

$$\beta_H = 150 \left[ 1 + \left( 1,2 \frac{RH}{100} \right)^{18} \right] \frac{h}{100} + 250 \leq 1500 \quad (2.51)$$

A influência do tipo de cimento e da temperatura de cura pode ser tida em conta no coeficiente de fluência através da modificação da idade de carregamento  $t_0$  na expressão (2.49) por:

$$t_0 = t_{0,T} \left( \frac{9}{2 + t_{0,T}^{1,2}} + 1 \right)^\alpha \geq 0,5 \text{ [dias]} \quad (2.52)$$

com:  $\alpha$  – coeficiente dependente do tipo de cimento. Assume o valor  $-1$  para cimentos de endurecimento lento (SL), o valor  $0$  para cimentos de endurecimento normal ou rápido (N ou R, respectivamente) e o valor  $1$  para cimentos de elevada resistência com endurecimento rápido (RS);

$t_{0,T}$  – idade ajustada do betão no instante do carregamento tendo em conta a temperatura durante a cura. Este ajuste permite ter em conta o efeito da temperatura na maturidade do betão e aplica-se a temperaturas que se encontrem dentro do intervalo compreendido entre os  $0^\circ\text{C}$  e os  $80^\circ\text{C}$  e que se desviem consideravelmente do valor médio de  $20^\circ\text{C}$ . O cálculo desta variável é feito através da expressão:

$$t_{0,T} = \sum_{i=1}^n e^{\left( 13,65 - \frac{4000}{273+T(\Delta t_i)} \right) \cdot \Delta t_i} \quad (2.53)$$

em que:  $T(\Delta t_i)$  – temperatura durante o intervalo de tempo  $\Delta t_i$  [ $^\circ\text{C}$ ];

$\Delta t_i$  – total de dias em que a temperatura  $T$  prevalece [dias];

O efeito da temperatura no desenvolvimento da fluência com o tempo é considerada com a substituição de  $\beta_H$ , na expressão (2.51), por  $\beta_{HT}$  dada pela equação (2.54):

$$\beta_{HT} = \beta_H \cdot \beta_T \quad (2.54)$$

com:  $\beta_T = \exp[1500/(273 + T) - 5,12]$  (2.55)

onde:  $T$  – temperatura média ambiente [ $^\circ\text{C}$ ];

O efeito da temperatura no coeficiente de fluência é tido em conta com a substituição de  $\varphi_{RH}$ , na expressão (2.47), por  $\varphi_{RH,T}$ , calculado através da equação (2.56).

$$\varphi_{RH,T} = \varphi_T + (\varphi_{RH} - 1) \cdot \varphi_T^{1,2} \quad (2.56)$$

com:  $\varphi_T = \exp[0,015(T/T_0 - 20)]$  (2.57)

em que:  $T_0 = 1^\circ\text{C}$

Caso se verifique um aumento na temperatura média durante o carregamento do elemento estrutural, o seu efeito na fluência do betão poderá ser estimado com a substituição de  $\varphi(t, t_0)$ , nas expressões (2.44) e (2.45), por  $\varphi(t, t_0, T)$ , dado por:



$$\varphi(t, t_0, T) = \varphi_0 \cdot \beta_c(t - t_0) + \Delta\varphi_{T,trans} \quad (2.58)$$

$$\text{com: } \Delta\varphi_{T,trans} = 0,0004(T - 20)^2 \quad (2.59)$$

#### 2.4.2.2. Model Code 2010 (MC2010)

O MC2010 (*fib Model Code*, 2010) regista alterações no modelo que estima o acréscimo de extensão causado pelo fenómeno da fluência no betão, recomendado pelo CEB-FIP Model Code (1993). Para  $|\sigma_c| < 0,4f_{cm}(t_0)$ , a fluência é assumida como linear relativamente à tensão aplicada, sendo que a evolução das extensões dependentes do carregamento ( $\varepsilon_{c\sigma}(t, t_0)$ ) pode ser determinada a partir da expressão:

$$\varepsilon_{c\sigma}(t, t_0) = \sigma_c(t_0) \left[ \frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi(t, t_0)}{E_{c28}} \right] = \sigma_c(t_0) \cdot J(t, t_0) \quad (2.60)$$

em que:  $J(t, t_0)$  – função de fluência que representa as tensões totais dependentes da deformação, por unidade de tensão;

$E_{c28}$  – módulo de elasticidade do betão aos 28 dias de idade [MPa];

$E_c(t_0)$  – módulo de elasticidade no instante da aplicação do carregamento ( $t_0$ ), calculado a partir da expressão:

$$E_c(t) = [\beta_{cc}(t)]^{0,5} \cdot E_{c28} \quad (2.61)$$

onde:  $\beta_{cc}(t)$  – função que descreve a evolução do módulo de elasticidade do betão com o tempo ( $t$ ), em dias, determinado pela equação (2.18).

Para carregamentos que resultem em tensões dentro do intervalo  $0,4f_{cm}(t_0) < \sigma_c < 0,6f_{cm}(t_0)$ , o presente regulamento apresenta um procedimento semelhante ao MC90, considerando que a introdução da não linearidade no coeficiente de fluência, levará a que  $\varphi(t, t_0)$  passe a ser representado por  $\varphi_k(t, t_0)$ , dado pela expressão (2.44).

O coeficiente nominal de fluência,  $\varphi_0$ , poderá ser estimado a partir da expressão (2.46). No entanto, os coeficientes integrantes desta equação são obtidos através de:

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{(f_{cm})^{0,5}} \quad (2.62)$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + t_0^{0,2}} \quad (2.63)$$

$$\varphi_{RH} = \left[ 1 + \frac{1 - RH/100}{0,1h^{1/3}} \cdot \alpha_1 \right] \cdot \alpha_2 \quad (2.64)$$

$$\text{onde: } \alpha_1 = [35/f_{cm}]^{0,7} \quad (2.65)$$

$$\alpha_2 = [35/f_{cm}]^{0,2} \quad (2.66)$$

A função que traduz o desenvolvimento da fluência com o tempo  $\beta_c(t, t_0)$  poderá ser obtida através da expressão (2.50), sendo que a variável  $\beta_H$  passa a ser dada pela expressão:

$$\beta_H = 150 \left[ 1 + \left( 1,2 \frac{RH}{100} \right)^{18} \right] \frac{h}{100} + 250\alpha_3 \leq 1500\alpha_3 \quad (2.67)$$

$$\text{em que: } \alpha_3 = [35/f_{cm}]^{0,5} \quad (2.68)$$

A influência do tipo de cimento no coeficiente de fluência é, segundo este regulamento, calculada de forma semelhante à apresentada pelo MC90 (2.4.2.1), alterando a idade de carregamento  $t_0$ , na expressão (2.63), pelo valor resultante da equação (2.52). Nesta equação, a variável  $t_{0,T}$  é calculada através da expressão (2.53) e o coeficiente  $\alpha$  é determinado a partir da Tabela 2.3.

Tabela 2.3 – Determinação do coeficiente  $\alpha$  dependente do tipo e classe de cimento.

Coeficiente dependente do tipo de cimento	32,5 N	32,5 R; 42,5 N	42,5 R; 52,5 N; 52,5 R
$\alpha$	-1	0	1

No caso de se verificar um desvio da temperatura média durante o carregamento do elemento estrutural, o efeito na fluência do betão é tido em conta utilizando o mesmo procedimento apresentado pelo MC90, em (2.4.2.1), com a substituição de:  $\varphi(t, t_0)$ , na equação (2.60), por  $\varphi(t, t_0, T)$  expresso por (2.58);  $\varphi_{RH}$ , na equação (2.64), por  $\varphi_{RH,T}$  calculado por (2.56);  $\beta_H$ , na equação (2.67), por  $\beta_{HT}$  dado pela expressão (2.54).

#### 2.4.2.3. Eurocódigo 2 (EN1992-2 2005)

O Eurocódigo 2 (CEN, 2005) apresenta o modelo, discriminado na expressão (2.69), para estimar a evolução do coeficiente de fluência  $\varphi(t, t_0)$ , dividindo o fenómeno na soma da fluência básica ( $\varphi_b$ ) e com a fluência de secagem ( $\varphi_d$ ).

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_b(t, t_0) + \varphi_d(t, t_0) \quad (2.69)$$

A primeira parcela, relativa à fluência básica ( $\varphi_b$ ), é definida pela expressão:

$$\varphi_b(t, t_0) = \varphi_{b0} \frac{\sqrt{t - t_0}}{\sqrt{t - t_0} + \beta_{bc}} \quad (2.70)$$

em que:  $\varphi_{b0}$  – constante que toma o valor de 1,4 para betões sem sílica de fumo. Caso contrário, a constante é dada pela expressão:

$$\varphi_{b0} = \frac{3,6}{f_{cm}(t_0)^{0,37}} \quad (2.71)$$

$$\beta_{bc} = \begin{cases} 0,37 \exp\left(2,8 \frac{f_{cm}(t_0)}{f_{ck}}\right) & \text{para betões com sílica de fumo;} \\ 0,4 \exp\left(3,1 \frac{f_{cm}(t_0)}{f_{ck}}\right) & \text{para betões sem sílica de fumo;} \end{cases} \quad (2.72)$$

$f_{cm}(t_0)$  – resistência média à compressão do betão no instante de aplicação do carregamento. Determinado através da expressão (2.17);

A segunda parcela da expressão (2.69) é relativa à fluência por secagem, estimada a partir da equação:

$$\varphi_d(t, t_0) = \varphi_{d0} [\varepsilon_{cd}(t) - \varepsilon_{cd}(t_0)] \quad (2.74)$$

onde:  $\varphi_{d0}$  – constante que toma o valor de 1000 ou de 3200 para betões com ou sem sílica de fumo, respectivamente;

$\varepsilon_{cd}(t)$  – função relativa à evolução da retracção de secagem, estimada a partir da expressão (2.19).

### 2.4.3. Modelos de análise para situações de tensão variável

Para casos de análise do fenómeno da fluência em que a história de carregamentos detém um papel importante, por se assumir variável no tempo, é recomendada a aplicação de modelos mais abrangentes. A evolução do conhecimento levou a que certos modelos fossem abandonados e a que outros tivessem sido aperfeiçoados, apresentando-se de seguida os mais relevantes.

Glanville (1932), citado por Bazant e Wittman (1982), apresenta o método da taxa de fluência (*Rate of Creep Method*), defendendo que as curvas de fluência são paralelas para vários instantes de carregamento e que um conhecimento prévio da curva de fluência específica, correspondente ao instante da aplicação de carga ( $t_0$ ), permite determinar a taxa de deformação por fluência, para qualquer instante  $t$ , e para qualquer carregamento. A Figura 2.16 ajuda a compreender graficamente o método, evidenciando o facto da taxa de extensão de fluência ser independente do histórico de tensões anteriores ao instante em análise. Uma alteração da tensão aplicada implica a utilização de uma nova curva de fluência, em nada influenciada pelos carregamentos anteriores.

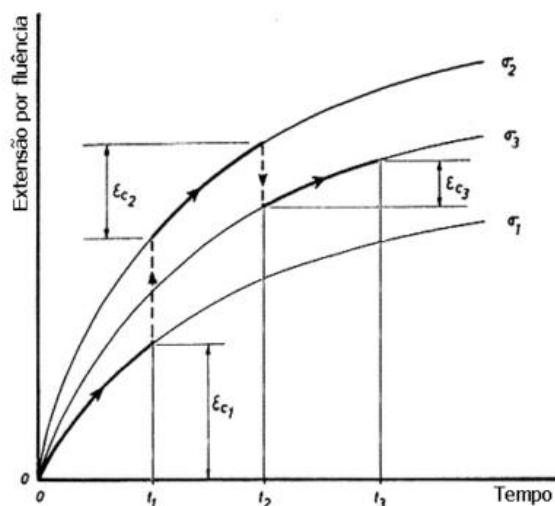


Figura 2.16 – Evolução da extensão de fluência consoante a intensidade do carregamento aplicado (England, 1967 em Dias-da-Costa, 2006).

O modelo rege-se pela equação (2.75) para o cálculo da taxa de deformação total, composta pela soma da extensão de fluência, elástica e de retracção. A expressão (2.76) permite a determinação da extensão de fluência para qualquer instante  $t$  e para qualquer histórico de carregamento ( $\sigma(t)$ ), a partir da curva de fluência específica obtida nas primeiras idades, devido à acção do carregamento no instante  $t_0$ .

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E(t)} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma(t)}{E(t_0)} \frac{d\phi}{dt} + \frac{d\varepsilon_{cs}}{dt} \quad (2.75)$$

$$\varepsilon_c(t) = \int_{t_0}^t \frac{\sigma(t)}{E(t_0)} \frac{d\phi}{dt} dt \quad (2.76)$$

Bazant e Wittman (1982) afirmam que segundo os pressupostos do modelo de Glanville (1932), nomeadamente o paralelismo entre curvas de fluência para idades de carregamento distintas, se conclui que, para solicitações efectuadas em idades mais avançadas do betão, as extensões por fluência serão diminutas. Considera-se então que a aplicação deste método é mais eficaz para variações de tensão positivas em idades juvenis do material em questão. O mesmo não poderá ser

dito relativamente a variações de tensão negativas, uma vez que a aplicação do método a betões nestas condições conduz a resultados sobrestimados.

Foram introduzidas melhorias neste método, tendo sido subdividida a extensão de fluência numa parcela de extensão recuperável e noutra permanente. Resultou daqui o método da velocidade do escoamento (*Rate of Flow Method*), cuja função de fluência é descrita pela equação (2.77) e a extensão total, na sua forma diferencial, dada pela equação (2.78).

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E(t_0)} + \frac{\phi_d(t - t_0)}{E(t_0)} + \frac{\phi_f(t) - \phi_f(t_0)}{E(t_0)} \quad (2.77)$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E(t)} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma(t)}{E(t_0)} \frac{d\phi_f}{dt} + \frac{\phi_d}{E(t)} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{d\varepsilon_{sh}}{dt} \quad (2.78)$$

sendo:  $\phi_f, \phi_d$  – coeficiente de fluência não recuperável e recuperável, respectivamente.

Relativamente ao método da taxa de fluência, o modelo da taxa de escoamento conduz a melhores resultados para variações de tensões negativas em betões relativamente jovens. No entanto, para variações positivas de tensão, a extensão de fluência continua a ser subestimada comparativamente à realidade (Neville *et al.*, 1983).

Segundo Neville *et al.* (1983), McHenry e Maslov (1943) anunciam o método da sobreposição de curvas de fluência, defendendo que a extensão por fluência total é, para um determinado carregamento, dada pelo somatório das curvas de fluência multiplicadas pelo incremento de carga correspondente. A determinação da extensão total segundo este método é feita através da aplicação da equação (2.79), em que a função de fluência é dada por (2.80).

$$\varepsilon(t) = \sigma(t_0) \cdot J(t, t_0) + \int_{t_0}^t J(t, t') \frac{\partial \sigma}{\partial t'} dt' \quad (2.79)$$

com:

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E(t_0)} + C(t, t_0) = \frac{1 + \Phi(t, t_0)}{E(t_0)} \quad (2.80)$$

A determinação do integral do segundo termo da equação (2.79) é feita recorrendo a processos numéricos passo-a-passo. Estes métodos consistem na divisão do intervalo em análise noutros mais pequenos e de duração crescente para condições aproximadamente constantes.

Existem vários procedimentos de resolução passo-a-passo, salientando-se a formulação apresentada por Bazant (Neville *et al.*, 1983), que se baseou na regra dos trapézios para determinar o valor das extensões devido à acção de uma variação de tensão,  $\Delta\sigma_j$ .

Observando a Figura 2.17 tem-se que, para o final do intervalo de tempo  $j$ , o valor das extensões por fluência resultantes de  $\Delta\sigma_j$ , é obtido através da média entre as extensões iniciais e finais nesse intervalo. As equações (2.81) e (2.82) expressam de forma analítica a proposta de formulação passo-a-passo de Bazant (Neville *et al.*, 1983) para o cálculo das extensões no final dos intervalos  $j$  e  $i$ , respectivamente, devidas a  $\Delta\sigma_j$ .

$$\Delta\varepsilon_j(t_{j+1}) = \frac{\Delta\sigma_j}{2} [J(t_{j+1}, t_{j-1}) + J(t_{j+1}, t_{j+1})] = \frac{\Delta\sigma_j}{2} \left[ \frac{1 + \Phi(t_{j+1}, t_{j-1})}{E(t_{j-1})} + \frac{1}{E(t_{j+1})} \right] \quad (2.81)$$

$$\Delta\varepsilon_j(t_{i+1}) = \frac{\Delta\sigma_j}{2} [J(t_{i+1}, t_{j-1}) + J(t_{i+1}, t_{j+1})] = \frac{\Delta\sigma_j}{2} \left[ \frac{1 + \Phi(t_{i+1}, t_{j-1})}{E(t_{j-1})} + \frac{1 + \Phi(t_{i+1}, t_{j-1})}{E(t_{j+1})} \right] \quad (2.82)$$

Segundo Neville *et al.* (1983), a aplicação do método da sobreposição de curvas de fluência resulta em sobrestimações dos valores de deformação para casos de aumento gradual da carga aplicada e ainda em valores subestimados para alívios graduais de tensão.

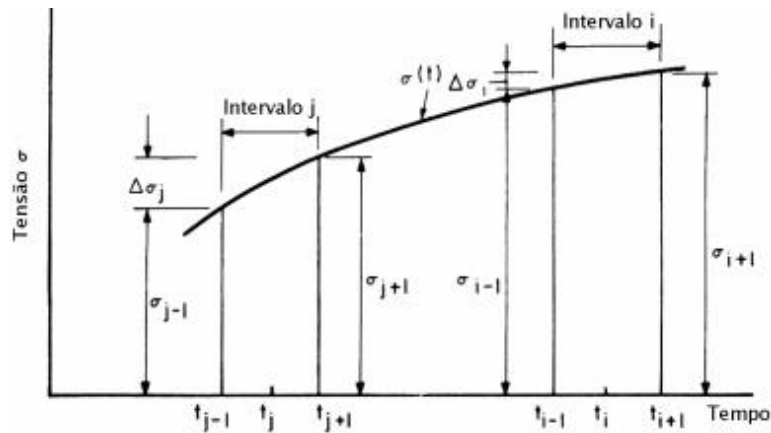


Figura 2.17 – Definição temporal de uma resolução passo-a-passo (Dias-da-Costa, 2006).

Bazant (1972) apresenta um método resultante de melhorias introduzidas na formulação apresentada primeiramente por Trost (1967), citado por Bazant (1972). Este método de Trost-Bazant permite o cálculo das extensões totais (2.83) tendo em conta as propriedades reológicas variáveis devidas à hidratação do cimento e, conseqüente, envelhecimento do material. Este envelhecimento é traduzido por uma correção do módulo de elasticidade, através de uma equação de relaxação, estabelecida a partir da função de fluência.

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t_0)}{E(t_0)} [1 + \phi(t, t_0)] + \frac{\Delta\sigma(t)}{E''(t, t_0)} + \varepsilon_{sh}(t) \quad (2.83)$$

em que:  $E(t_0)$  – módulo de elasticidade no instante de aplicação da primeira intensidade de carga;  
 $\Delta\sigma(t)$  – variação de tensão aplicada no instante  $t$ , em dias;  
 $\varepsilon_{sh}(t)$  – extensão de retracção no instante  $t$ , em dias;  
 $E''(t, t_0)$  – módulo de elasticidade corrigido para o histórico de tensões entre os instantes  $t_0$  e  $t$ , em dias. A sua determinação é feita a partir da equação (2.84).

$$E''(t, t_0) = \frac{E(t_0)}{1 + \chi(t, t_0) \cdot \phi(t, t_0)} \quad (2.84)$$

$\chi(t, t_0)$  – coeficiente de envelhecimento para um betão com idade  $t$ , sujeito a carregamentos desde o instante  $t_0$ . A sua determinação pode ser feita a partir da expressão (2.85), ou recorrendo à curva de relaxação, sendo notória através da equação (2.86), a simplificação introduzida no cálculo desde coeficiente.

$$\chi(t, t_0) = \frac{E(t_0)}{\phi(t, t_0) [\sigma(t) - \sigma(t_0)]} \int_{t_0}^t \frac{1 + \phi(t, t')}{E(t')} \frac{\delta\sigma(t')}{\delta t'} dt' - \frac{1}{\phi(t, t_0)} \quad (2.85)$$

$$\chi(t, t_0) = \frac{\sigma(t_0)}{\sigma(t_0) - \sigma(t)} - \frac{1}{\phi(t, t_0)} \quad (2.86)$$

Segundo Dias-da-Costa (2006), o método de Trost-Bazant é capaz de boas aproximações ao comportamento real da estrutura, permitindo analisar um modelo de fluência através de um cálculo numérico quase elástico, de forma relativamente simples.

### 3. Caso de estudo: Ponte 4 de Abril

A ponte 4 de Abril (Figura 3.1) sobre o Rio Catumbela, em Angola, está inserida em ambiente urbano e faz parte integrante da via rápida que liga as cidades de Benguela e Lobito. A sua construção iniciou-se em Maio de 2007 e terminou em Junho de 2009. Foi seleccionada como caso-de-estudo na presente dissertação, com o objectivo de analisar o resultado da aplicação dos métodos propostos nos principais regulamentos, Eurocódigo 2, CEB-FIP Model Code 1990 e fib Model Code 2010, relativamente ao comportamento diferido do betão.



Figura 3.1 – Vista em perspectiva da Ponte 4 de Abril.

#### 3.1. Descrição geral

O projecto da ponte 4 de Abril é da autoria da empresa Armando Rito Engenharia S.A. Consiste numa solução atirantada de suspensão total, em que o tabuleiro é contínuo com os viadutos de acesso nas duas margens do rio, perfazendo uma extensão total de 438 m de comprimento. É uma estrutura em betão armado e pré-esforçado, constituída por duas torres em forma de *U*, com cerca de 46 m de altura, com três vãos suspensos através de tirantes dispostos em semi-harpa, sendo o vão central de 160 m e os laterais de 64 m (Rito *et al.*, 2009).

A opção de construir uma ponte recorrendo a tirantes foi tomada para solucionar de forma flexível e económica condicionantes topográficas, que obrigavam a considerar uma rasante baixa, evitando assim aterros significativos. Acresce que as fortes cheias habituais do rio e o prazo muito reduzido para a sua construção, recomendavam que se evitassem fundações no leito menor.

#### 3.2. Traçado, perfis longitudinal e transversal

O facto de a implantação ser em zona urbana, reflectiu-se no seu traçado, tendo sido necessário redefinir a velocidade de projecto nesta zona da Via Rápida, de 100 km/h para 80 km/h. Vista em planta, a obra insere-se na sua quase totalidade num alinhamento recto tendo, nas duas margens, clotóides de ligação às curvas circulares (Rito e Cabral, 2006).

O perfil longitudinal é composto por uma curva vertical convexa, com um raio de 3500 m, resultando em trainéis com 2,0% de inclinação, do lado Sul (Bengala), e 5,5%, do lado Norte (Lobito). A ponte é constituída por três tramos de 64, 160 e 64 m de vão, totalmente suspensos através de

cabos espaçados de 8 m entre si, ao longo do tabuleiro. A suspensão é apoiada em duas torres não contraventadas em betão armado, com a forma de um “U” (Rito *et al.*, 2009).

De forma a acomodar as ancoragens dos tirantes a uma distância segura das faixas de rodagem, a largura total do tabuleiro na ponte sofreu um acréscimo relativamente à largura nos viadutos de acesso, passando de 22,90 m para 24,50 m. A plataforma é constituída, em cada sentido de circulação, por uma berma à direita de 1,20 m, duas faixas de rodagem com 3,30 m e 3,50 m, uma berma à esquerda de 0,50 m, um passeio para peões com 1,50 m de largura, perfis de segurança e guarda corpos.

### 3.3. Descrição dos elementos estruturais

#### 3.3.1. Tabuleiro

A secção transversal do tabuleiro encontra-se representada na Figura 3.2 e é constituída por betão C35/45, armado pré-esforçado. O tabuleiro é constituído por duas nervuras longitudinais com altura variável, aligeiradas por intermédio de moldes cilíndricos perdidos e estanques, ligadas entre si no topo por uma laje com 0,25 m de espessura e, ao longo do seu desenvolvimento, por carlingas pré-esforçadas com afastamento de 4,00 m. As vigas de bordadura foram dimensionadas e materializadas como zonas maciças adicionais, de forma a dissiparem eficazmente as forças concentradas significativas provocadas pelas ancoragens dos tirantes, que reduziram drasticamente a necessidade de pré-esforço longitudinal no tabuleiro (Rito *et al.*, 2009).

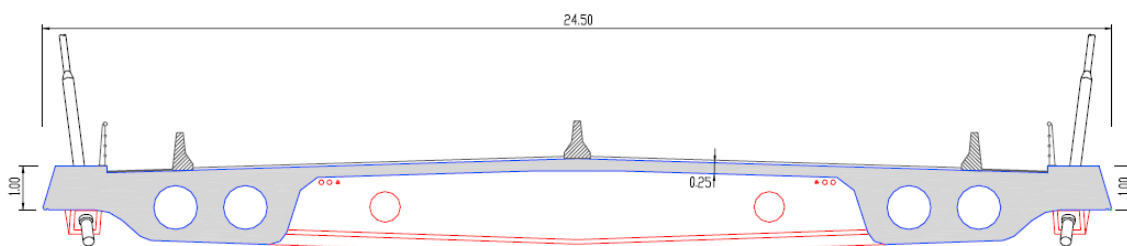


Figura 3.2 – Secção transversal do tabuleiro da ponte (Rito *et al.*, 2009).

A elevada esbelteza verificada no tabuleiro foi idealizada de forma a facilitar o processo construtivo e a minimizar as consequências da acção dinâmica do vento na direcção transversal, contribuindo igualmente para tal o facto de terem sido adoptados bordos em forma de “cunha” e de se terem suavizado as faces laterais das nervuras.

#### 3.3.2. Torres

Estes elementos estruturais foram projectados tendo em conta, não só considerações estruturais e construtivas, mas também estéticas. Neste sentido, procurou-se com a geometria escolhida equilibrar a harmonia entre as torres e um tabuleiro extremamente esbelto, valorizando o aspecto final da obra. Estruturalmente, ajustou-se a forma dos mastros de forma a equilibrar as forças de desvio dos tirantes e também a sua geometria para facilitar a ancoragem dos cabos nos mesmos.

As torres têm uma altura total de cerca de 46 m, possuindo cada uma dois mastros independentes, vazados interiormente como demonstra a Figura 3.3. São constituídas por betão C35/45 armado e pré-esforçado, com o pré-esforço vertical localizado nas faces laterais exteriores

dos mastros, garantindo deste modo que não haja nenhuma zona descomprimida nestes elementos estruturais, na procura de assegurar a rigidez necessária para controlar a sua deformabilidade e segurança (Rito *et al.*, 2009).

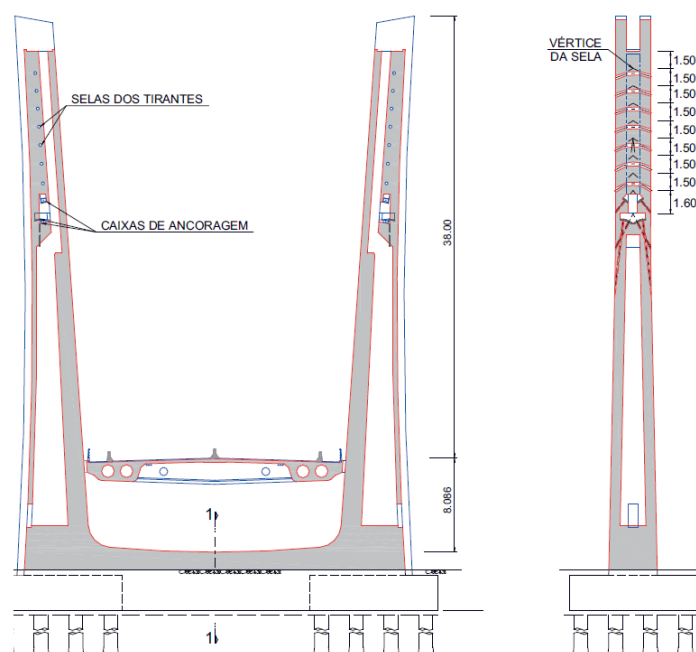


Figura 3.3 – Torre da ponte. Corte transversal (à esquerda) e longitudinal (à direita) (Braga e Lopes, 2009).

Estes elementos estruturais têm fundações indirectas, fora do leito menor do rio, tendo sido executados diques na regularização do leito. Os maciços de encabeçamento das estacas foram ligados por vigas transversais pré-esforçadas, com o intuito de acrescentar rigidez ao conjunto e de absorver os momentos flectores transversais e as componentes horizontais das reacções dos mastros. Cada um dos mastros pertencentes às torres encontra-se fundado em 16 estacas com 1,20 m de diâmetro (Rito *et al.*, 2009).

### 3.3.3. Sistema de suspensão do tabuleiro

O tabuleiro encontra-se totalmente suspenso através de múltiplos cabos repartidos e ancorados nas extremidades do tabuleiro.

Os tirantes são constituídos por feixes paralelos de cordões de aço com 15,7 mm de diâmetro, envoltos por bainhas brancas de polietileno de alta densidade, ancoradas no tabuleiro com um afastamento de 8,0 m entre si.

À excepção dos três cabos mais interiores que, dada a sua elevada inclinação, ancoram nas torres através de ancoragens idênticas às verificadas no tabuleiro, os restantes sete passam nas torres através de selas especialmente concebidas para esta obra (ver Figura 3.3), as quais permitem, face às ancoragens tradicionais, dimensionar torres mais esbeltas e simples.

Ao dispensar o apoio nas torres, este tipo de suspensão evita que surjam esforços elevados no tabuleiro, permitindo reduzir a geometria do tabuleiro para apenas duas nervuras com alturas úteis muito pequenas, apenas condicionadas pela sua capacidade para resistir às forças de compressão geradas pelos tirantes e pela deformada admissível sob a acção das sobrecargas (Rito *et al.*, 2009).



### 3.3.4. Viadutos de acesso

Para possibilitar o acesso à ponte existem dois viadutos, um com 90 m de extensão do lado Sul (província de Bengala) e outro com 60 m do lado Norte (província de Lobito), assegurando continuidade com a ponte e tendo ambos sido dimensionados com vãos de 30 m.

Com o intuito de permitir a continuidade estrutural e conferir unidade visual à obra, os tabuleiros dos viadutos são idênticos ao da ponte, exceptuando os acréscimos nas extremidades do tabuleiro da ponte, de forma a acomodar as ancoragens dos tirantes.

### 3.3.5. Pilares e encontros

Os pilares utilizados como suporte nos viadutos de acesso têm secção elíptica maciça, com pequenas reentrâncias por razões estéticas. Têm uma largura transversal de 3,00 m e uma largura longitudinal máxima de 1,30 m, sendo cada pilar fundado sobre um grupo de quatro estacas com 1,20 m de diâmetro. A transição entre os viadutos de acesso e a ponte é feita sobre dois pilares de transição, para os quais foram adoptados a mesma geometria e o mesmo tipo de fundação que a usada nos pilares dos viadutos.

Os encontros são aparentes e constituídos por peças simples, em cofre. São também fundados de forma indirecta, através de estacas com 1,00 m de diâmetro.

Os tabuleiros dos viadutos de acesso descarregam sobre estes dois tipos de elementos estruturais através de aparelhos de apoio do tipo “pot”, deslizantes nas duas direcções.

## 3.4. Breve descrição do processo construtivo

Os viadutos de acesso à ponte foram construídos recorrendo a cimbre ao solo, enquanto que a ponte foi construída por avanços sucessivos, utilizando dois pares de cimbres, como se encontra representado na Figura 3.4. Adoptou-se pré-esforço provisório em barras, exterior ao tabuleiro e colocado na sua face superior, dimensionado de forma a garantir a inexistência de tensões de tracção significativas que pudessem levar à fendilhação do betão e consequente perda de rigidez. Esse pré-esforço foi colocado ao longo das oito aduelas (comprimento de 4,00 m) anteriores à aduela em construção, tendo sido sempre avançado em simultâneo com o avanço dos cimbres (Rito *et al.*, 2009).

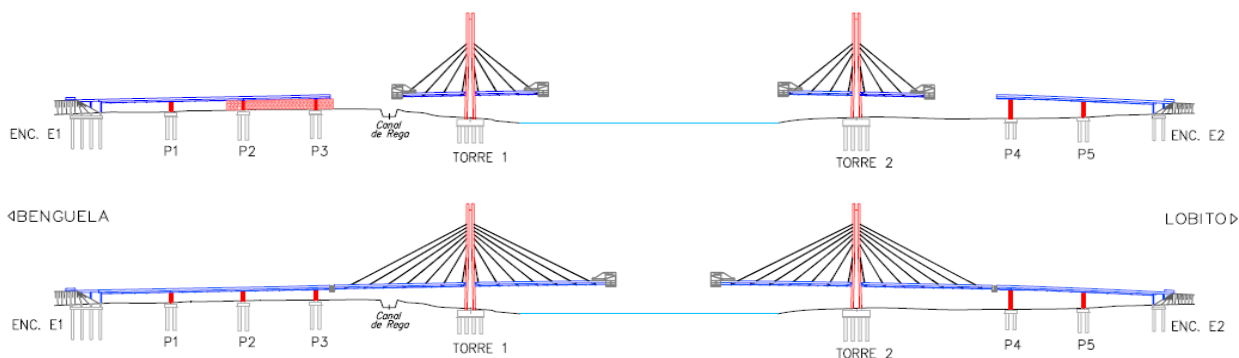


Figura 3.4 – Processo construtivo – fases de avanço das consolas simétricas e de avanços no tramo central após fechos laterais (Rito *et al.*, 2009).

### 3.5. Ensaio e monitorização do comportamento estrutural

Foi decidido submeter a ponte a uma minuciosa avaliação do seu comportamento estrutural ao longo do tempo, com a realização de ensaios estáticos e dinâmicos, logo após a construção da obra, e com a monitorização de vários parâmetros desde essa data.

#### 3.5.1. Avaliação do comportamento estrutural após a conclusão da obra

Os ensaios dinâmicos consistiram na medição das acelerações verticais, transversais e longitudinais nas secções de oitavo de vão do tramo principal, nas secções de quarto de vão dos tramos adjacentes e no topo das duas torres. Estes ensaios dinâmicos pretendiam avaliar a estrutura ao nível das suas características dinâmicas globais, nomeadamente, as frequências próprias, modos de vibração e os coeficientes de amortecimento (Santos *et al.*, 2010).

Os ensaios estáticos consistiram na aplicação de sobrecargas de intensidade significativa e visaram a determinação de linhas de influência da estrutura (Santos *et al.*, 2010). Estes ensaios, que incidiram fundamentalmente sobre os tramos suspensos, foram realizados em três fases distintas:

- Numa primeira fase, foi posicionada em várias secções do tabuleiro uma sobrecarga concentrada, constituída por quatro camiões, com um peso total de 1277 kN, dispostos numa linha transversal ao eixo do tabuleiro, ilustrada pela Figura 3.5.



Figura 3.5 – Posicionamento da carga concentrada durante o ensaio estático (Santos *et al.*, 2010).

- A segunda fase consistiu na passagem de uma carga rolante, com uma velocidade muito reduzida, composta pela mesma linha transversal de quatro camiões.
- A terceira fase foi definida recorrendo a uma sobrecarga distribuída no tabuleiro materializada por um comboio de cargas, constituído por dezasseis camiões, perfazendo uma carga total de 5107 kN.

Destes três ensaios estáticos, apenas se fará referência com maior detalhe ao primeiro, dado que foi o único com relevância para a construção e calibração do modelo numérico da estrutura, conduzida no âmbito da presente tese, tendo servido para a sua validação.

##### 3.5.1.1. Material utilizado na caracterização do comportamento estático e dinâmico da ponte

A caracterização do comportamento estrutural a curto prazo incluiu a medição dos deslocamentos verticais e extensões no tabuleiro, rotações das torres, bem como da força instalada nos tirantes. Foi também medida a evolução da temperatura ambiente e no interior do betão.

A primeira fase dos ensaios estáticos, descritos em 3.5.1, foram recolhidas informações relativas ao deslocamento vertical do tabuleiro nas secções de quarto e meio vão dos tramos laterais adjacentes, nas secções de cruzamento com a torre e nas secções de quarto de vão e meio vão do tramo central, ilustradas pela Figura 3.6.

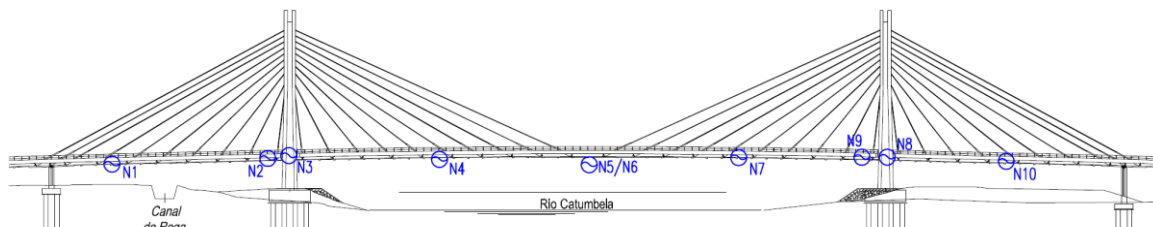


Figura 3.6 – Secções onde se mediram os deslocamentos verticais (LNEC, 2009).

Os deslocamentos verticais foram medidos nos tramos suspensos recorrendo a dois sistemas de nivelamento hidrostático, associados a células de pressão. A Figura 3.7-a ilustra o sistema fixo a uma das torres (pontos N3 e N8 na Figura 3.6), constituído por um depósito e uma célula de pressão de referência (Figura 3.7-b). Colocaram-se ainda oito células de pressão (Figura 3.7-c) nas secções do tabuleiro onde se pretendia medir o deslocamento vertical (restantes pontos na Figura 3.6).

A medição de rotações longitudinais e transversais foi feita recorrendo a seis clinómetros eléctricos Shaevitz (Figura 3.8-a), colocados nos mastros das torres, ao nível da ancoragem dos terceiros tirantes, bem como no tramo principal, nas secções de meio e de quarto de vão adjacentes à torre Norte (Figura 3.8-b).

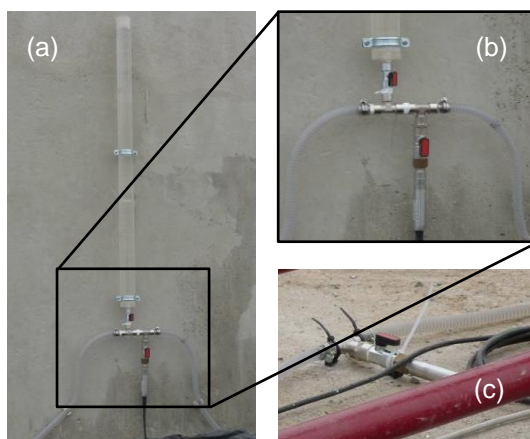


Figura 3.7 – Equipamento constituinte de um sistema de nivelamento (LNEC, 2009).

A aquisição das leituras efectuadas pelas células de pressão do sistema de nivelamento hidrostático, pelos clinómetros eléctricos e pelos termómetros foi efectuada através de *dataloggers* *Datatakker DT515*, centralizando estas medições e permitindo uma fácil transferência destes ficheiros para um computador portátil.

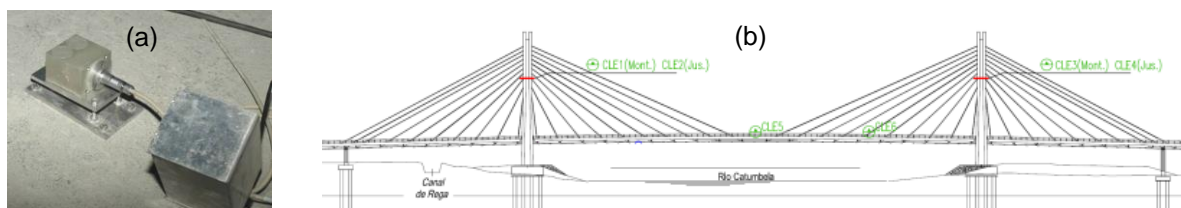


Figura 3.8 – Representação de um clinómetro eléctrico Shaevitz (a) e disposição em obra (b) (LNEC, 2009).

A medição das forças instaladas nos tirantes foi efectuada com recurso a quatro acelerómetros uniaxiais piezoeléctricos com circuito integrado, *PCB Piezotronics* 393B12, e a uma placa de aquisição de dados NI-USB 9233. Estes acelerómetros foram colocados nos quatro tirantes mais longos do tramo central ancorados no mastro de montante da torre sul (LNEC, 2009). Na Figura 3.9-a apresenta-se um pormenor de um dos acelerómetros instalado num tirante e na Figura 3.9-b a sua localização em obra.

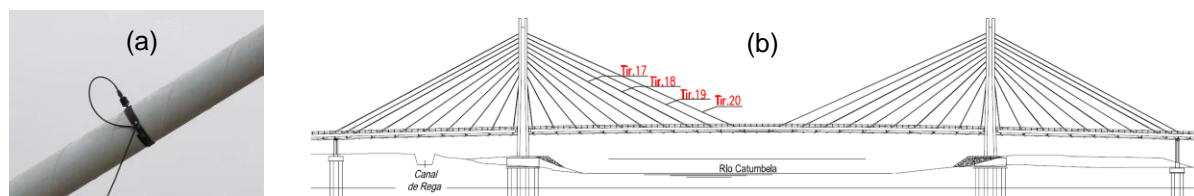


Figura 3.9 – Pormenor de um acelerómetro piezo-eléctrico instalado num tirante (a) e localização em obra (b) (LNEC, 2009).

### 3.5.2. Monitorização do comportamento estrutural a longo prazo

A avaliação do comportamento estrutural estendeu-se também a uma análise a longo prazo, com a monitorização de uma série de parâmetros relevantes, com o objectivo de detectar eventuais problemas estruturais. Serviu ainda, no contexto da presente dissertação, para comparar o comportamental real com o comportamento simulado numericamente e tirar conclusões relativas aos modelos de fluência dos regulamentos considerados. Deu-se, portanto, especial atenção ao comportamento diferido do betão, controlando o progresso das extensões em duas secções do tabuleiro (S1 e S2) e em provetes betonados em simultâneo com essas duas secções.

#### 3.5.2.1. Equipamento utilizado

Utilizaram-se extensómetros de corda vibrante, instalados durante a construção, no interior do tabuleiro para a obtenção do valor das extensões totais na secção do meio vão central (secção S1) e numa secção localizada a 14,5 m da torre Norte (secção S2).

A Figura 3.10 ilustra um extensómetro de corda vibrante que contém um fio de aço (corda vibrante) traccionado, com uma frequência de vibração proporcional à raiz quadrada do valor da tensão instalada (Portela e Silva, 2006).



Figura 3.10 – Extensómetro de corda vibrante.

A Figura 3.11 ilustra a disposição dos 9 extensómetros no interior da secção S1 do tabuleiro, sendo em tudo semelhante à adoptada para a secção S2.

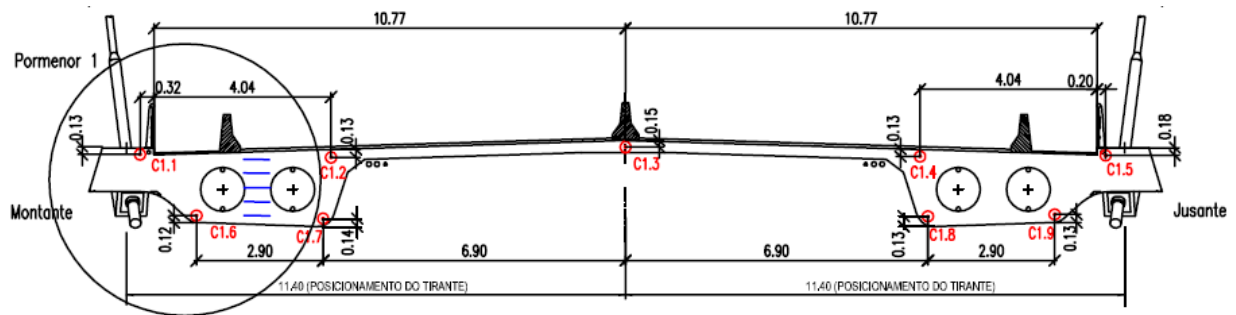


Figura 3.11 – Disposição dos extensómetros no interior da secção S1 (Santos *et al.*, 2010).

Para a análise do comportamento diferido do betão utilizado na construção, foram medidas as extensões de provetes betonados em simultâneo com as secções instrumentadas do tabuleiro (secções S1 e S2). Idealmente, os provetes deveriam estar instalados nas zonas do tabuleiro correspondente mas, por razões de segurança, optou-se pela sua colocação no interior das duas torres da estrutura. A fotografia na Figura 3.12 ilustra o sistema de monitorização do comportamento material diferido no interior de uma das torres. Na Figura 3.12 observam-se dois provetes sujeitos às mesmas condições atmosféricas, estando o provete identificado como CR1.1 sem carga aplicada e o provete CF1.1 sujeito a uma carga uniaxial constante.



Figura 3.12 – Fotografia do sistema de monitorização do comportamento material diferido.

O progresso das extensões de retracção do betão foi determinado recorrendo aos dados retirados dos extensómetros instalados em provetes livres de qualquer carregamento associado (tipo CR1.1 da Figura 3.12). A amostra consistiu em 3 provetes produzidos no instante de betonagem da secção S1 e em 6 provetes produzidos durante a construção da secção S2. Alguns foram, a par dos provetes ensaiados à fluência, instalados no interior das duas torres, enquanto que outros foram mantidos sobre o tabuleiro. Estas diferenças nas condições atmosféricas poderão representar evoluções díspares das extensões de retracção.

A evolução da deformação por fluência foi analisada através da medição das extensões de 3 provetes betonados aquando da betonagem da aduela de fecho central, submetidos a uma carga uniaxial, constante no tempo, através de um sistema hidráulico (tipo CF1.1 da Figura 3.12).



## 4. Modelação numérica

A modelação numérica do comportamento estrutural da Ponte 4 de Abril sobre o Rio Catumbela, em Angola, foi efectuada com um programa comercial de elementos finitos, tendo sido dada especial atenção ao estudo do comportamento diferido, nomeadamente à evolução das extensões longitudinais no tabuleiro e ainda ao cálculo das flechas a longo prazo.

### 4.1. Programa de análise estrutural

Para a modelação da Ponte 4 de Abril sobre o Rio Catumbela recorreu-se ao *software* Abaqus (Dassault Systèmes Simulia, 2014). Este permite realizar análises 2D e 3D, estáticas ou dinâmicas, e assumindo comportamento linear ou não-linear, no que respeita ao material ou à configuração deformada. O pós-processamento permite uma visualização clara dos resultados decorrentes das análises efectuadas.

Para a modelação da deformação por fluência, o Abaqus/CAE disponibiliza o “*power-law model*”, que descreve o comportamento de ensaios de fluência a tensão constante, uniforme e uniaxial. Esta lei pode ser utilizada em duas versões: *time-hardening* e *strain-hardening*. Enquanto que a primeira é mais apropriada para estados de tensão constantes, recomenda-se a utilização da segunda casos em que o estado de tensão varie com o tempo. A equação (3.1) representa o “*power-law model*” do Abaqus:

$$\dot{\varepsilon} = A\tilde{q}^n t^m \quad (3.1)$$

Onde  $\dot{\varepsilon}$  é a taxa de deformação equivalente uniaxial de fluência,  $\tilde{q}$  é a tensão deviatórica equivalente de von Mises,  $t$  é o tempo total e  $A$ ,  $n$  e  $m$  são constantes definidas em função da temperatura.

Impondo como condição inicial  $\tilde{q}$  uma tensão diferencial  $q_c$  constante ao longo do tempo e resolvendo a equação diferencial (3.1), obtém-se a equação (3.2):

$$\varepsilon = \frac{t^{m+1} A q_c^n}{m + 1} \quad (3.2)$$

Alternativamente, o Abaqus disponibiliza a opção “*user-defined*” para situações em que o utilizador pretenda aplicar, no seu modelo, leis diferentes das supramencionadas para definir o comportamento viscoplástico. Os objectivos da presente dissertação levaram a que se recorresse a esta opção, tendo para tal sido programadas, em linguagem *Fortran*, subrotinas com o objectivo de reproduzir as leis de fluência fornecidas pelo ModelCode1990 (MC90), ModelCode2010 (MC2010) e ainda pelo EN1992-2 2005 (EC2). Para programar as leis mencionadas utilizou-se o *software* *Simply Fortran*.

### 4.2. Comportamento material

Antes de construir o modelo numérico da ponte, e analisar o seu comportamento diferido, procedeu-se à validação das leis de fluência, programadas em *Fortran* e introduzidas no Abaqus, através de uma análise comparativa entre as extensões medidas nos provetes e os resultados numéricos.

#### 4.2.1. Provetes ensaiados em obra

O comportamento material do betão constituinte do tabuleiro da Ponte 4 de Abril encontra-se sob análise desde instantes próximos do seu instante de betonagem através da monitorização da evolução do comportamento de diversos provetes com as dimensões 0,3x0,3x0,7.

As curvas caracterizadoras do andamento dos coeficientes de fluência nos três provetes foram obtidas a partir da relação (3.3). À extensão total ( $\varepsilon_{total}(t, t_0)$ ), que não inclui a componente elástica ( $\varepsilon(t_0)$ ), obtida através dos extensómetros instalados nos provetes ensaiados à fluência, subtraíram-se as extensões medidas pelos extensómetros colocados nos provetes livres de carregamento axial ( $\varepsilon_{retracção}(t, t_0)$ ). Os valores resultantes foram divididos pela extensão elástica, ou seja, a extensão verificada no provete tensionado axialmente, no instante de aplicação da carga.

$$\varphi(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{total}(t, t_0) - \varepsilon_{retracção}(t, t_0)}{\varepsilon(t_0)} \quad (3.3)$$

Tendo em conta que apenas foram ensaiados à fluência os provetes betonados simultaneamente com a secção S1, apenas os valores das extensões de retracção dos provetes com a mesma idade foram considerados nesta análise. Os dados relativos à monitorização da retracção dos provetes betonados em simultâneo com a secção S2 encontram-se representados na Figura A.1.

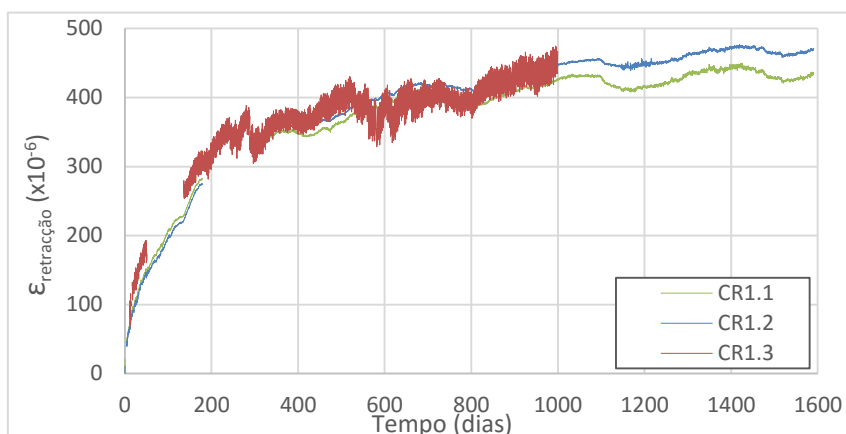


Figura 4.1 – Extensão de retracção nos provetes betonados no instante de betonagem da secção S1.

Na Figura 4.1 apresenta-se o andamento das três curvas de extensões de retracção de três provetes monitorizados em obra desde o instante de betonagem dos provetes, coincidente com a aduela de fecho central (a 10 de Maio de 2009) até ao último dia para o qual existem registos da monitorização. De salientar que, relativamente ao provete CR1.3, a amostra analisada é relativamente menor embora seja perceptível que o valor da extensão tenda para um valor próximo dos restantes dois provetes.

Os andamentos apresentados na Figura 4.2 para o desenvolvimento do coeficiente de fluência dos provetes sujeitos a um carregamento axial apresentam uma discrepância considerável entre valores. Este facto pode ser devido a uma possível variação nas características do betão, ou ainda por se terem armazenado os provetes em diferentes zonas da ponte.

A disparidade nos resultados poderá ainda se dever a uma possível variabilidade da pressão axial exercida, ao longo do tempo, aos provetes. O facto de esta variável ser medida através de células de pressão, que medem e corrigem possíveis oscilações do seu valor, diminui a influência no resultado.

Os dados apresentados pela Figura 4.1 e Figura 4.2 e o facto de serem referentes a provetes sob as mesmas condições higrotérmicas sustentam a ideia de que existe uma certa variabilidade intrínseca ao comportamento diferido do material.

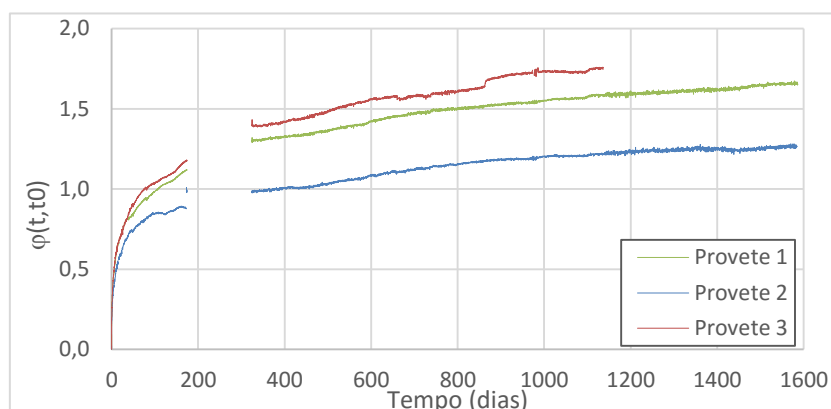


Figura 4.2 – Coeficiente de fluência nos provetes ensaiados em obra e betonados no mesmo instante que a secção S1.

#### 4.2.2. Provetes modelados no Abaqus

A modelação, no Abaqus, do comportamento dos provetes ensaiados em obra procura calibrar os resultados numéricos decorrentes da aplicação das leis de fluência fornecidas pelo MC90, MC2010 e EC2.

Na modelação numérica do provete considerou-se uma dupla simplificação por simetria na definição da geometria do elemento e das respectivas condições de fronteira. Procurou-se com isto aumentar a rapidez de processamento e extinguir possíveis problemas associados a condições de fronteira devido à aplicação de uma carga de compressão em ambas as bases do provete.

Como é ilustrado pela Figura 4.3, o modelo foi definido através de um encastramento deslizante numa das bases e por um pressão constante na face oposta. Adoptou-se um material constituído por um módulo de elasticidade ( $E$ ) de 35,653 GPa, um coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) igual a 0,2 e ainda uma densidade de massa equivalente a 2412,7 kg/m<sup>3</sup> (Monteiro e LNEC, 2008). Os restantes parâmetros necessários para a comportamento viscoplástico deste material foram incluídos nas subrotinas produzidas em *Fortran*.

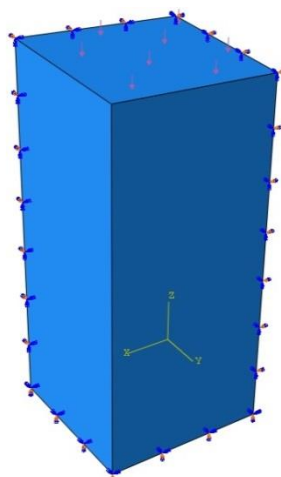


Figura 4.3 – Modelo numérico do provete.



Este modelo compreende 4 passos de análise, sendo o inicial correspondente à definição do modelo e às respectivas condições de fronteira. O segundo, denominado “ $t < t_0$ ”, tem uma duração de 6 dias e é utilizado para simular o intervalo de tempo real entre a betonagem do provete e o início da compressão axial. Denominou-se o passo seguinte por “ $\sigma(t_0)$ ”, definido como estático e instantâneo e a partir do qual se define a pressão exercida pelo carregamento. O quarto, e último, passo da análise é representativo do processo de fluência desenvolvido na evolução das extensões, tendo sido definido como viscoso e com uma duração de 1600 dias.

### 4.3. Modelo estrutural

A análise do efeito da fluência na estrutura recaiu na criação de um modelo numérico tridimensional, executado com base em desenhos dos elementos estruturais e em relatórios de projecto. A grande complexidade associada à quantidade e variedade de armaduras, quer no tabuleiro, quer nas torres, implicava uma definição geométrica extremamente exaustiva, tendo-se optado em alternativa por adoptar no modelo computacional um módulo de elasticidade equivalente para o tabuleiro capaz de representar o betão, armaduras ordinárias e armaduras de pré-esforço longitudinal presentes ao longo do tabuleiro. É expectável que a consideração das armaduras aumente o valor deste parâmetro, resultando um módulo de Young superior ao do betão C35/45 utilizado em obra, determinado experimentalmente por Monteiro e LNEC (2008), e referido anteriormente em 4.2.2.

O módulo de elasticidade a aplicar no tabuleiro foi determinado através de uma parametrização, na qual se fez equivaler os deslocamentos verticais no tabuleiro modelado com as medições realizadas durante os ensaios de carga realizados à estrutura. Para tal, criou-se um modelo bidimensional mais simplificado da ponte, mas contendo toda a informação necessária para a sua correcta modelação.

#### 4.3.1. Modelação bidimensional

O modelo 2D construído é representativo da totalidade da obra de arte em estudo, incluindo tanto a parte atirantada do tabuleiro, como também dos viadutos de acesso à mesma.

##### 4.3.1.1. Modelação geométrica

O modelo encontra-se definido através de duas partes: uma referente às torres e relativa à soma do tabuleiro e dos tirantes. Estas partes foram definidas através de elementos planares lineares e deformáveis. Para simplificar a inclusão dos pontos de extremidade dos cabos com o tabuleiro, subdividiu-se o tabuleiro em segmentos coincidentes com os pontos de intersecção do tabuleiro com os tirantes.

Ao elemento que define o tabuleiro foi atribuído uma secção do tipo ‘viga’, composta por um perfil generalizado, caracterizado pelos respectivos valores totais de área e inércias, apresentados na Tabela 4.1. Estes dados foram calculados considerando uma média ponderada entre os valores destas variáveis apenas do tabuleiro com os do tabuleiro e carlingas associados. Este elemento foi

ainda definido pelo material “Betão tabuleiro” cujos valores do módulo de elasticidade ( $E$ ) e resistência ao corte ( $G$ ) se pretendiam obter a partir da parametrização.

Tabela 4.1 – Dados relativos à geometria do tabuleiro atirantado.

	A (m <sup>2</sup> )	A <sub>eq</sub> (m <sup>2</sup> )	I <sub>11</sub> (m <sup>4</sup> )	(I <sub>11</sub> ) <sub>eq</sub> (m <sup>4</sup> )	I <sub>22</sub> (m <sup>4</sup> )	(I <sub>22</sub> ) <sub>eq</sub> (m <sup>4</sup> )	I <sub>12</sub> (m <sup>4</sup> )	J (m <sup>4</sup> )	J <sub>eq</sub> (m <sup>4</sup> )	Centróide	
										X (m)	Y (m)
sem carlinga	16,91	18,56	4,94	5,45	1205,32	1219,56	0,00	3,49	6,66	12,25	1,11
com carlinga	43,31		13,10		1433,20			54,18			

Aos elementos que definem os tirantes, atribuíram-se também secções do tipo ‘viga’ compostas por perfis genéricos. Devido ao facto de esta ser uma análise bidimensional, cada tirante representa um alinhamento composto por dois tirantes. Definiu-se assim, para cada um dos perfis, um valor duplicado da área dos cordões de aço associados a cada tirante. Os valores conferidos a estas variáveis encontram-se explícitos na Tabela 4.2. Os tirantes encontram-se especificados na Figura B.1 do Anexo B.

Geralmente, quando se pretende atribuir a um elemento um comportamento de um tirante, a escolha recai sobre uma secção do tipo treliça, tendo esta sido, inicialmente, a opção escolhida. No entanto, após erros várias simulações, concluiu-se que os elementos referidos apenas suportam cargas segundo a direcção axial, não podendo ter componentes segundo as direcções complementares. Recorreu-se então a elementos ‘viga’ com atribuição de valores de inércia muito baixos, evitando assim a passagem de momentos entre o tabuleiro e os tirantes. Criou-se o material “aço pré-esforço” para definir estes elementos estruturais, caracterizado por um  $E = 190$  GPa e por um coeficiente de Poisson de  $\nu = 0,3$ .

Tabela 4.2 – Dados relativos à geometria dos tirantes.

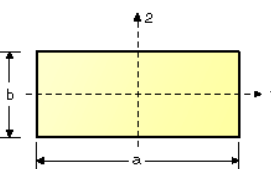
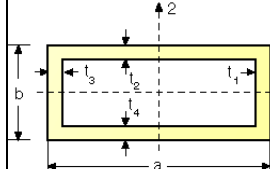
Tirantes	Número de cordões por tirante	D <sub>nominal</sub> (m)	A (m <sup>2</sup> /tirante)	A (m <sup>2</sup> )	L (m)
1-1'	22	0,065	0,0033	0,0066	21,63
2-2'	24	0,068	0,0036	0,0072	24,53
3-3'	26	0,070	0,0039	0,0078	30,48
4-4'	29	0,074	0,0044	0,0087	34,93
5-5'	32	0,078	0,0048	0,0096	42,33
6-6'	35	0,082	0,0053	0,0105	49,93
7-7'	38	0,085	0,0057	0,0114	57,65
8-8'	40	0,087	0,0060	0,0120	63,70
9-9'	43	0,091	0,0065	0,0129	67,97
10-10'	45	0,093	0,0068	0,0135	72,24

Uma vez que a secção transversal das torres é variável em altura e procurando melhorar a discretização do modelo, aplicaram-se duas partições (em  $z=4,3$  m e  $z=27,8$  m) nos elementos relativos às torres. A estes elementos atribuiu-se o material que se designou por “Betão C35/45”, definindo à partida apenas o coeficiente de Poisson com o valor de 0,2.

Atribuíram-se secções do tipo ‘viga’, mas desta vez associadas a diferentes tipos de perfil consoante a altura, isto porque, entre determinadas cotas das torres, existem vazamentos com área variável. As duas partições permitiram uma modelação composta por três subpeças, cujos intervalos

em altura estão compreendidos entre  $z=0$  m a  $z=4,3$  m,  $z=4,3$  m a  $z=27,8$  m e  $z=27,8$  m a  $z=48,1$  m. Conferiu-se um perfil rectangular à secção transversal das torres entre cotas pertencentes ao primeiro intervalo e um perfil em caixa para os restantes intervalos, embora com valores diferentes para as variáveis de entrada. Tal como nos tirantes, teve-se em conta, o alinhamento dos dois mastros em cada torre, considerando-se o dobro do valor relativo à dimensão transversal do mastro. Na Tabela 4.3 encontram-se pormenorizados os valores atribuídos à geometria das torres.

Tabela 4.3 – Geometria da secção transversal dos mastros das torres.

Perfil de secção rectangular	$z=0,0$ m a $z=4,3$ m		Perfil de secção caixa ("box")	$z=4,3$ m a $z=27,8$ m	$z=27,9$ m a $z=48,1$ m
	a [m]	13,8		a [m]	9
	b [m]	4,3		b [m]	3,3
				t1=t3 [m]	2,35
				t2=t4 [m]	0,8

Tendo já sido definidas, em separado, todas as peças necessárias para a definição da estrutura, procedeu-se à assemblagem das mesmas e à definição do tipo de ligação entre os diferentes elementos estruturais. Tanto a ligação do tabuleiro com os tirantes, como união dos tirantes com as foram definidas recorrendo a um ligação do tipo *tie*, cuja aplicação é feita quando se pretende unir duas regiões mesmo que as malhas criadas à superfície de cada uma delas sejam desiguais.

#### 4.3.1.2. Condições de fronteira

A definição correcta das condições de fronteira é fundamental para simular correctamente o comportamento da estrutura. A análise do perfil longitudinal da estrutura revela três agrupamentos de apoios essenciais para a definição destas condições. A mais óbvia é naturalmente a base das duas torres verticais, nas quais a zona suspensa do tabuleiro descarrega indirectamente. A base de cada mastro está fundada em 16 estacas com 1,20 m de diâmetro, tendo por isso sido considerado, um encastramento, i.e., foram bloqueados os deslocamentos e as rotações na base dos maciços de encabeçamento.

A descarga do tabuleiro nos encontros ocorre nas extremidades Norte e Sul da obra de arte através de aparelhos de apoio do tipo "por", deslizantes nas duas direcções. Considerou-se então apenas o bloqueio de deslocamentos verticais na base do tabuleiro, nos dois pontos em questão.

Na zona relativa aos viadutos de acesso, o tabuleiro do viaduto descarrega, com um espaçamento de 30,00 m, em pilares com recurso a aparelhos de apoio que, tal como nos encontros, se consideram deslizantes nas duas direcções. Adoptou-se o mesmo procedimento, bloqueando somente os deslocamentos verticais nas zonas em questão, tendo como resultado o modelo na Figura 4.4.



Figura 4.4 – Definição das condições de fronteira no modelo numérico bidimensional.

#### 4.3.1.3. Definição dos carregamentos e dos respectivos passos de análise

Pretendeu-se, com este modelo bidimensional, reproduzir os ensaios de carga estáticos realizados no tabuleiro, fazendo equivaler as deformações reais monitorizadas com as deformações no modelo numérico.

Tendo em conta que os ensaios de carga foram executados com carregamentos estáticos nas posições de C a S (Figura 4.5), mas que apenas foram medidos os valores dos deslocamentos verticais do tabuleiro nas zonas ilustradas pela Figura 4.6, optou-se por simplificar, utilizando os carregamentos coincidentes com a localização dos sistemas de nivelamento hidrostático. Consideraram-se então apenas os carregamentos aplicadas secções D, G, I, K, M, O e Q do tabuleiro.

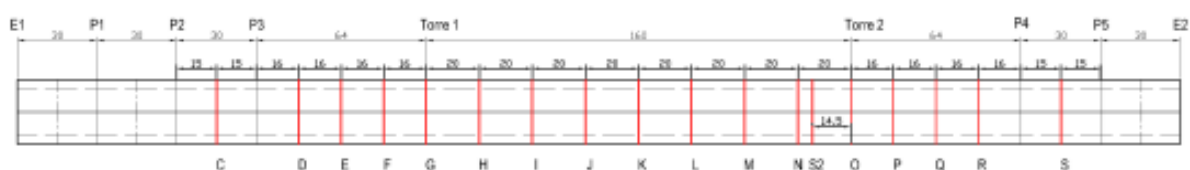


Figura 4.5 – Mapa dos ensaios de carga estáticos.

As fases do carregamento estático foram separadas em diferentes passos de análise, possibilitando o estudo de cada carga autonomamente.

Para possibilitar a atribuição da localização dos carregamentos, foi necessário definir partições no tabuleiro e criar pontos de referência nas coordenadas específicas dos ensaios de carga, definidos na Figura 4.6.

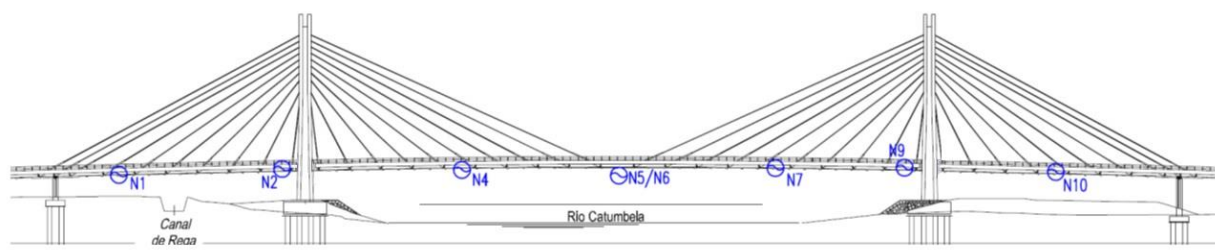


Figura 4.6 – Localização dos sistemas de leitura.

Os carregamentos, referentes a uma linha composta por quatro camiões, foram definidos através de uma força concentrada com uma intensidade de 1277 kN no sentido descendente.

#### 4.3.1.4. Definição da malha de elementos finitos

O modelo numérico só ficou finalizado com a definição da malha de elementos finitos nos elementos da estrutura.

O tabuleiro, por ser o cerne da futura parametrização, foi o elemento estrutural a necessitar de uma maior discretização da malha. O tabuleiro e os tirantes foram definidos como um só elemento geométrico necessitando, por isso, de partilhar a mesma malha. Tendo em conta a baixa complexidade inerente ao modelo bidimensional simplificado, optou-se por, sem descorar a veracidade dos resultados, simplificar a atribuição da malha, decompondo as duas peças que

constituem o modelo em elementos finitos com uma dimensão máxima de 3 m. A Figura 4.7 apresenta o aspecto final do modelo 2D de elementos finitos, com um total de 773 nós.

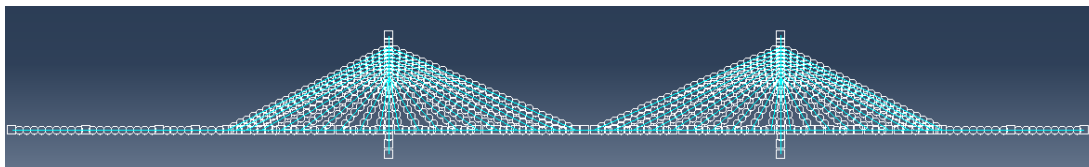


Figura 4.7 – Malha de elementos finitos criada para o modelo bidimensional.

#### 4.3.1.5. Parametrização

O valor do módulo de elasticidade ( $E$ ) do tabuleiro foi calibrado iterativamente, atribuindo um valor igual a 35,653 GPa (ver capítulo 4.2.2) e sucessivamente crescentes a esta variável até se atingir uma boa concordância entre os valores numéricos e os valores medidos.

A modelação do comportamento do tabuleiro ficou concluída, através desta análise paramétrica, da qual resultou um valor médio do módulo de elasticidade igual a 39,8 GPa, uma resistência ao corte de 16,6 GPa e um coeficiente de Poisson de 0,2. A Tabela 4.4 apresenta os valores, em milímetros, dos deslocamentos verticais do tabuleiro registados durante os ensaios de carga, nas sete posições descritas, e os deslocamentos correspondentes obtidos no modelo numérico.

Tabela 4.4 – Comparação do valor dos deslocamentos medidos com os do modelo numérico.

Posição carga	Secção	Desloc. modelo (mm)	Desloc. real (mm)	Posição carga	Secção	Desloc. modelo (mm)	Desloc. real (mm)	Posição carga	Secção	Desloc. modelo (mm)	Desloc. real (mm)
D	D	5,5	5,6	G	D	0,4	0,2	I	D	-1,9	-3,0
	G	0,4	0,8		G	5,6	4,6		G	0,7	-1,4
	I	-2,9	-2,8		I	0,7	0,4		I	20,1	21,4
	K	-1,5	-2,4		K	-0,7	-1,4		K	12,9	13,5
	M	0,6	-0,7		M	-0,2	-0,5		M	2,0	1,5
	O	0,0	-0,2		O	0,0	-0,9		O	-0,2	-0,9
	Q	-0,5	-0,2		Q	0,0	-0,4		Q	-0,2	-1,0
K	D	-1,5	-2,4	M	D	0,6	-0,2	O	D	0,0	0,0
	G	-0,6	-1,5		G	-0,2	-0,1		G	0,0	0,5
	I	13,0	13,6		I	-0,4	1,6		I	-0,2	-1,1
	K	34,1	34,8		K	13,0	13,1		K	-0,7	-0,9
	M	13,0	12,9		M	22,7	20,6		M	0,6	0,0
	O	-0,6	-0,6		O	0,6	0,6		O	5,6	3,8
	Q	-2,7	-4,0		Q	-5,1	-5,9		Q	1,8	-0,4
				Posição carga	Secção	Desloc. modelo (mm)	Desloc. real (mm)				
				Q / Tab6	D	0,0	-0,1				
					G	0,1	0,2				
					I	-0,2	-0,7				
					K	-2,4	-3,9				
					M	-3,5	-5,0				
					O	1,7	-0,1				
				Q	9,8	9,3					

Os sistemas de nivelamento hidrostático, responsáveis pela medição dos deslocamentos verticais do tabuleiro durante os ensaios de carga, têm uma precisão de aproximadamente 0,5 mm. Posto isto, assinalaram-se a verde, na Tabela 4.4, os deslocamentos que registam uma diferença entre valores numérico e real igual ou abaixo dos 0,5 mm; a amarelo, os deslocamentos que registam uma diferença entre os 0,5 mm e 1,0 mm; e a vermelhos os deslocamentos que registam uma diferença superior a 1,0 mm.

A análise dos resultados numéricos e medidos dos deslocamentos verticais revelam um desvio médio de cerca de 0,8 mm que, apesar de se poder considerar como muito satisfatório, se considerou poder ser atribuído ao facto de, no ensaio, a acção ter sido exercida através de camiões com três eixos e, no modelo, apenas ter sido aplicada uma carga total equivalente. Acresce que é igualmente possível que, durante os ensaios de carga, os camiões se tenham desviado ligeiramente da rota previamente traçada, contribuindo essa excentricidade de carregamento para o referido desvio entre valores medidos e calculados. Por essa razão, decidiu-se proceder a uma análise 3D que a seguir se descreve.

#### 4.3.2. Modelação tridimensional

A construção de um modelo tridimensional teve como objectivo poder avaliar a influência da modelação do carregamento no desvio entre valores calculados e medidos. Sendo uma representação mais realista e pormenorizada da estrutura, pretendia-se ainda que fosse posteriormente utilizado na análise do comportamento diferido, objectivo último do presente trabalho.

##### 4.3.2.1. Modelação geométrica

Ao contrário do modelo bidimensional que foi definido com recurso a apenas duas peças, o modelo tridimensional foi definido a partir de 38 partes com diferentes geometrias, criadas a partir dos desenhos de projecto.

À excepção dos tirantes, aos quais se atribuíram elementos de barra deformáveis tridimensionais, todas as restantes partes foram definidas recorrendo a sólidos deformáveis tridimensionais. A grande diferença entre estas últimas encontra-se na forma como estes sólidos foram criados, uns recorrendo a um processo de extrusão, outros através do processo de corte.

A partir das partes, foram definidas as respectivas secções, processo no qual foram igualmente definidos os materiais constituintes. Atribuiu-se a designação “betão tabuleiro” ao material que define todas as peças integrantes do mesmo, e “betão C35/45” às peças relacionadas com as torres, pilares e maciços de encabeçamento. O material “betão tabuleiro” foi definido com recurso aos dados fornecidos pela análise paramétrica executada ao modelo bidimensional da obra de arte (E, G). Atribuiu-se ainda a designação “aço tirantes” ao material que define os 10 elementos representativos dos tirantes. As propriedades destes três materiais encontram-se descritas na Tabela 4.5.

A atribuição de uma secção a cada um dos 10 tipos de tirantes foi precedida da criação de perfis, com o valor do raio de cada tirante como *input*.

Para definir rigorosamente o modelo da estrutura relativa ao caso-de-estudo foram necessários 223 elementos, resultantes da repetição de algumas das 38 partes mencionadas anteriormente.

Tabela 4.5 – Propriedades dos materiais que definem o modelo tridimensional.

Material	E (GPa)	G (GPa)	$\nu$
Betão tabuleiro	39,800	16,6	0,2
Betão C35/45	35,653	14,9	0,2
Aço tirantes	190,000	79,2	0,3

As ligações entre as superfícies dos diversos elementos estruturais foram, quase na sua totalidade, definidas como sendo do tipo “contacto superfície-superfície”, usando uma interação do tipo *tie*. Restringiu-se assim os movimentos relativos entre os elementos. As excepções recaíram sobre as ligações tirantes-torres e tirantes-tabuleiro, definidas utilizando uma interação do tipo *coupling*, a qual restringe apenas os deslocamentos segundo os três eixos. Neste processo foram criadas um total de 401 restrições.

#### 4.3.2.2. Condições de fronteira

À semelhança do que foi definido para o modelo bidimensional, as condições de fronteira foram atribuídas tendo em conta três agrupamentos de apoios essenciais para a definição destas condições. Como a ilustração da Figura 4.8 indica, modelaram-se os aparelhos de apoio do tipo “*pot*” nas zonas dos encontros, impedindo os deslocamentos verticais nas nervuras do tabuleiro. Utilizou-se um procedimento idêntico para modelar o apoio do tabuleiro nos pilares, representado na Figura 4.9. Por último, adoptou-se um encastramento (Figura 4.10) na base dos maciços de encabeçamento, impedindo deslocamentos e rotações em qualquer direcção.

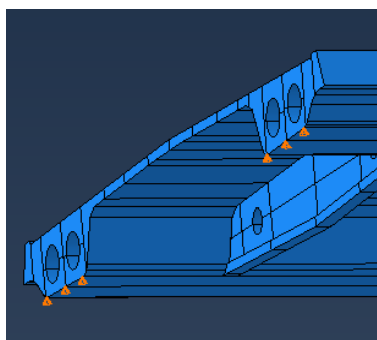


Figura 4.8 – Condição de fronteira na zona dos encontros.

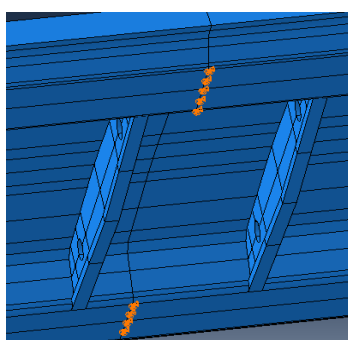


Figura 4.9 – Condição de fronteira na ligação tabuleiro-pilar.

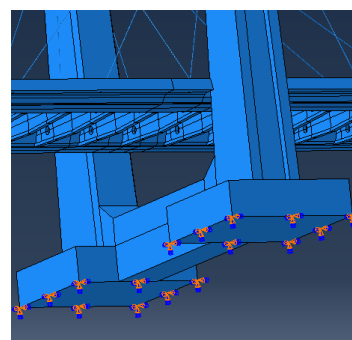


Figura 4.10 – Condição de fronteira na base dos maciços de encabeçamento das torres.

#### 4.3.2.3. Definição dos carregamentos e dos respectivos passos de análise

De forma a evitar criar partições muito próximas no tabuleiro que poderiam resultar em complicações na definição da malha de elementos finitos, definiram-se dois modelos tridimensionais representativos de dois estados do carregamento estático: um carregamento centrado e outro excêntrico em 0,30 m relativamente ao centro de cada faixa de rodagem).

À semelhança do procedimento adoptado no modelo bidimensional, teve-se em consideração apenas o posicionamento do carregamento, composto por uma linha transversal de quatro camiões,

nos locais coincidentes com os sistemas de nivelamento hidrostático mais representativos, nomeadamente no quarto e meio vão centrais e ainda no meio vão suspenso lateral e na zona da torre Norte.

Para ambos os modelos tridimensionais do carregamento estático teve-se em conta uma representação mais realista do carregamento, considerando, para cada camião, um total de 6 cargas aplicadas, distribuídas pelos 3 eixos de cada veículo (Figura 4.11-a), em que cada pneu pertencente ao eixo frontal ( $F_i$ ) é representado por uma carga concentrada com uma intensidade de 31,875 kN, enquanto que cada um dos pneus pertencentes aos eixos traseiros ( $T_i$ ) representa 63,813 kN. O ponto (1) na Figura 4.11-a representa o posicionamento do sistema de medição de deslocamentos do tabuleiro relativamente ao camião. A Figura 4.11-b ilustra a aplicação da sobrecarga composta pela linha de 4 camiões posicionados no meio vão do tramo central.

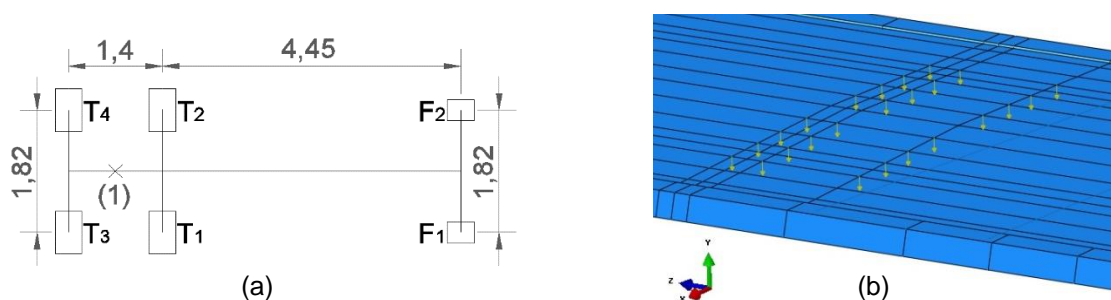


Figura 4.11 – Ilustração representativa das componentes de carregamento associadas a um camião (a) e sua aplicação na sobrecarga no tabuleiro do modelo tridimensional (b).

Para que fosse possível a atribuição da localização das cargas concentradas representativas dos pneus dos camiões, foi necessária a criação de partições no tabuleiro, coincidentes com os respectivos alinhamentos. Para tal sido criaram-se pontos de referência, definidores das coordenadas específicas para aplicação das cargas.

Na passagem para um modelo tridimensional de carregamento estático eliminou-se uma certa redundância relativa à quantidade de pontos de carregamento ao longo do tabuleiro, analisando-se apenas as sobrecargas localizadas nas posições I, K, O e Q da Figura 4.5. Definiram-se 4 passos de análise para cada uma das posições de carga mencionadas, todos eles precedidos pelo passo pré-definido pelo programa e denominado de 'inicial'. Como o objectivo recaía na determinação das deformações instantâneas, atribuiu-se a estes passos um procedimento estático geral, utilizando a incrementação pré-definida pelo *software*.

#### 4.3.2.4. Definição da malha de elementos finitos

Tendo já em perspectiva que a aplicação de uma malha de elementos finitos demasiado refinada a modelos desta complexidade aumentará o número de nós e, conseqüentemente, o tempo de processamento, procurou-se minimizar o número de elementos finitos em cada modelo.

Tal como é observável a partir da Tabela 4.6, o tabuleiro é o elemento estrutural que obriga a uma maior discretização da malha (elementos com dimensão máxima de 4 m), dado que é neste que se pretende analisar com maior precisão os resultados das análises. A discretização adoptada nos diversos elementos do modelo teve por base um bom compromisso entre a precisão e o tempo de



análise, sendo que a atribuição de malhas com metade da dimensão seleccionada aos componentes do tabuleiro não resultava em diferenças significativas.

Tabela 4.6 – Dimensão dos elementos finitos atribuídos aos elementos estruturais.

Elemento estrutural	Tabuleiro	Torres	Carlingas (tipo I e II)	Tirantes	Maçiços das torres	Ligação entre maços das torres
Dimensão máxima dos elementos finitos (m)	4	8	10	1,6	10	10

A Figura 4.12 apresenta o aspecto final da malha de elementos finitos do modelo tridimensional, composta por um total de 47885 elementos e 79062 nós. Na Figura 4.13 apresenta-se uma fotomontagem com a ponte 4 de Abril e do respectivo modelo tridimensional.

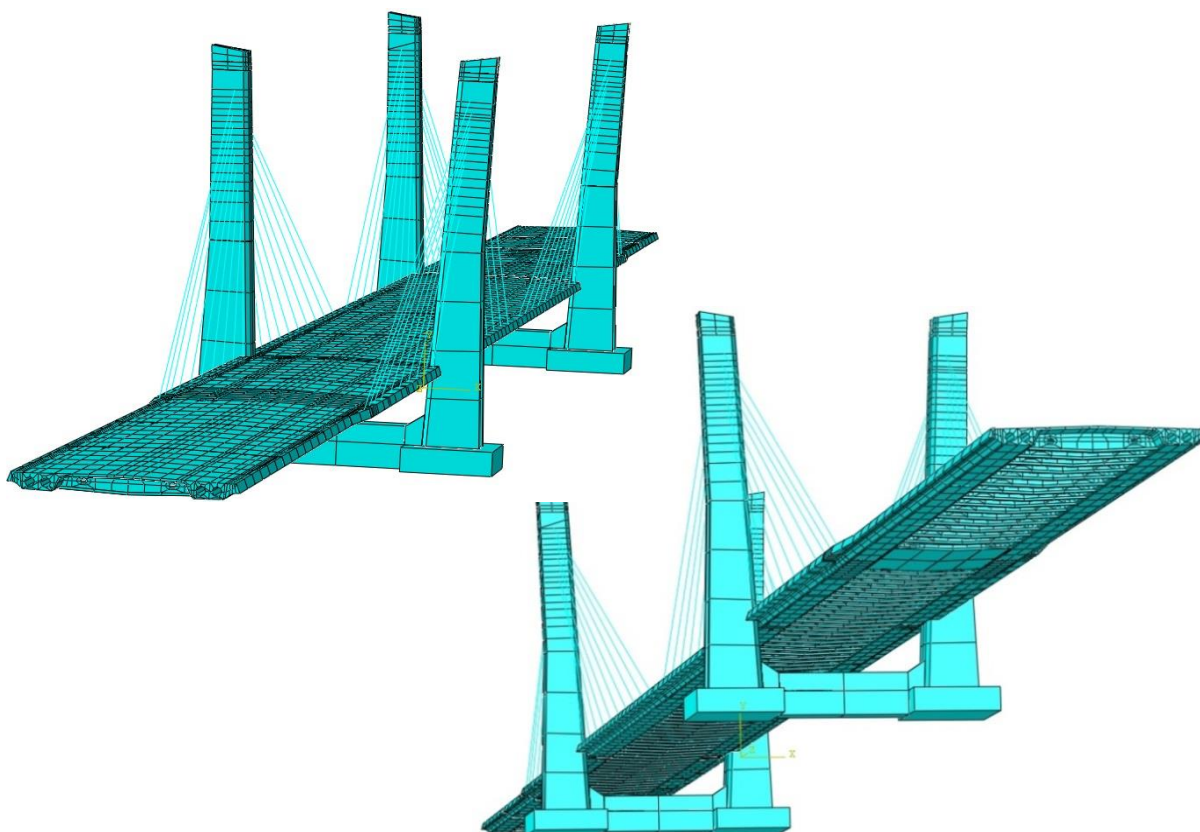


Figura 4.12 – Malha de elementos finitos criada para o modelo tridimensional do carregamento perfeito.



Figura 4.13 – Fotomontagem da ponte 4 de Abril e do modelo numérico tridimensional.

#### 4.3.2.5. Análise dos carregamentos estáticos

A partir do modelo corresponde ao carregamento estático centrado nas faixas de rodagem, foram executadas separadamente 4 análises, correspondentes às 4 posições de carga definidas no

modelo. Tendo em conta que os sistemas de nivelamento hidrostático, bem como as respectivas células de pressão, foram dispostos na zona do passeio do lado a jusante da ponte, seleccionou-se um nó nessa zona da secção para medir o valor dos deslocamentos verticais do modelo numérico.

Apresenta-se na Tabela 4.7 uma análise comparativa entre o valor dos deslocamentos verticais nos modelos 2D e 3D e ainda na estrutura real. As células a verde representam desvios entre o modelo numérico em questão e o valor real medido dentro do intervalo de precisão dos aparelhos de medição (0,5 mm). As células a amarelo traduzem deslocamentos com uma diferença entre modelo numérico e real entre os 0,5 mm e 1,0 mm. Células apresentadas a vermelho possuem uma diferença entre modelo numérico e real maior que 1,0 mm.

Tabela 4.7 – Comparação entre os deslocamentos nos modelos numéricos e os medidos em obra.

Posição da carga	Secção de medição	Deslocamento no modelo 2D (mm)	Deslocamento no modelo 3D (mm)	Deslocamento real (mm)
I	I	20,1	22,2	21,4
	K	12,9	12,1	13,5
	O	-0,2	-0,3	-0,9
	Q	-0,2	0,9	-1,0
	Erro médio em I	6,2%	3,6%	-
K	I	13,0	10,7	13,6
	K	34,1	32,3	34,8
	O	-0,6	-0,2	-0,6
	Q	-2,7	-2,3	-4,0
	Erro médio em K	2,0%	7,2%	-
O	I	-0,2	-0,1	-1,1
	K	-0,7	-0,6	-0,9
	O	5,6	4,6	3,8
	Q	1,8	1,6	-0,4
	Erro médio em O	47,8%	21,1%	-
Q	I	-0,2	0,9	-0,7
	K	-2,4	-2,0	-3,9
	O	1,7	0,5	-0,1
	Q	9,8	9,4	9,3
	Erro médio em Q	5,8%	1,2%	-

Como é possível observar na Tabela 4.7, para um carregamento estático centrado com as faixas de rodagem, os desvios, dos deslocamentos dos modelos numéricos em relação aos medidos em obra apresentam uma melhoria substancial na passagem do modelo bidimensional para o tridimensional. A partir dos dados complementares presentes na Tabela 4.8 é visível uma melhoria de cerca de 7,2% relativa ao erro médio entre deslocamentos numéricos e reais. Conclui-se assim que a maior precisão no posicionamento das cargas conduz a um resultado igualmente mais preciso.

Tabela 4.8 – Percentagem de erro entre modelos numéricos e medições reais.

Secção	Erro no modelo 2D	Erro médio no modelo 2D	Erro no modelo 3D	Erro médio no modelo 3D
I	6,2%	15,5%	3,6%	8,3%
K	2,0%		7,2%	
O	47,8%		21,1%	
Q	5,8%		1,2%	

Relativamente ao modelo corresponde ao carregamento estático excêntrico em 0,30 m em relação ao centro das faixas de rodagem para jusante, foram igualmente executadas separadamente 4 análises, correspondentes às 4 posições de carga definidas no modelo. Tendo em conta que em obra apenas se mediram os deslocamentos verticais no passeio do lado jusante do tabuleiro e de forma a contabilizar a aleatoriedade do lado da excentricidade do carregamento, mediram-se os valores dos deslocamentos verticais em dois pontos de cada secção do tabuleiro, relativos à zona dos dois passeios (lado jusante e lado montante).

Os dados presentes na Tabela 4.9 são referentes a uma análise comparativa entre os valores dos deslocamentos verticais extraídos de uma análise numérica ao modelo tridimensional com carregamento excêntrico e os verificados na análise do modelo bidimensional e na estrutura real.

Tabela 4.9 - Comparação entre os deslocamentos nos modelos numéricos e os medidos em obra.

Posição da carga	Secção de medição	Deslocamento no modelo 2D (mm)	Deslocamento no modelo 3D (mm)				Deslocamento real (mm)
			Montante	Jusante	Valor mais próximo do real		
I	I	20,1	17,3	17,8	Jusante	17,8	21,4
	K	12,9	10,4	10,7	Jusante	10,7	13,5
	O	-0,2	0,0	0,0	Jusante	0,0	-0,9
	Q	-0,2	-0,1	-0,1	Jusante	-0,1	-1,0
	Erro médio em I	6,2%	19,2%	16,9%	-		
K	I	13,0	9,4	9,7	Jusante	9,7	13,6
	K	34,1	29,8	30,6	Jusante	30,6	34,8
	O	-0,6	0,2	0,2	Jusante	0,2	-0,6
	Q	-2,7	-1,2	-1,4	Jusante	-1,4	-4,0
	Erro médio em K	2,9%	19,7%	18,5%	-		
O	I	-0,2	0,0	0,0	Jusante	0,0	-1,1
	K	-0,7	-0,1	-0,1	Jusante	-0,1	-0,9
	O	5,6	0,2	0,2	Jusante	0,2	3,8
	Q	1,8	0,2	0,2	Jusante	0,2	-0,4
	Erro médio em O	47,8%	94,6%	94,4%	-		
Q	I	-0,2	-0,1	-0,1	Jusante	-0,1	-0,7
	K	-2,4	1,2	-1,3	Jusante	-1,3	-3,9
	O	1,7	-0,1	-0,2	Montante	-0,1	-0,1
	Q	9,8	7,0	7,9	Jusante	7,9	9,3
	Erro médio em Q	5,8%	24,9%	15,3%	-		

O esquema de cores utilizado na avaliação dos deslocamentos segue o mesmo fundamento do apresentado para justificar a cor das células na Tabela 4.7. Uma análise à Tabela 4.9 permite concluir que a medição dos deslocamentos verticais do lado jusante do tabuleiro, é o que melhor aproxima os resultados dos deslocamentos verticais do modelo aos reais medidos.

A Tabela 4.10 facilita a análise comparativa entre os resultados dos carregamentos estáticos efectuados aos modelos numéricos 2D e 3D e ainda a influência da excentricidade do carregamento na minimização do erro. Conclui-se que o modelo tridimensional representativo do caso em que os camiões não sofrem alterações na sua rota e se mantêm centrados com as faixas de rodagem torna a avaliação dos deslocamentos verticais do tabuleiro mais precisa, em detrimento do modelo bidimensional, que sofre de um excesso de simplificação na sua modelação.

Tabela 4.10 – Erro entre os deslocamentos medidos nos modelos numéricos e os deslocamentos reais.

	Modelo numérico bidimensional		Modelo numérico tridimensional			
			Carregamento centrado		Carregamento excêntrico	
	Erro	Erro médio	Erro	Erro médio	Erro	Erro médio
I	6,2%	15,7%	3,6%	8,3%	16,9%	36,3%
K	2,9%		7,2%		18,5%	
O	47,8%		21,1%		94,4%	
Q	5,8%		1,2%		15,3%	

Relativamente à aplicação de um carregamento excêntrico ao modelo tridimensional, é conclusivo que, mesmo para as medições executadas a jusante, os valores obtidos se distanciam em demasia dos pretendidos com um desvio médio de 36,3%.

Deduz-se que a rota dos camiões praticamente não sofreu alterações no percurso do carregamento estático. Os valores resultantes do modelo numérico tridimensional com carregamento centrado traduzem uma boa aproximação ao comportamento real da estrutura, validando-se assim o modelo numérico a adotar na análise dos comportamentos diferidos.

#### 4.3.2.6. Adaptações no modelo tridimensional para a reprodução de uma análise diferida

Com os modelos representativos dos carregamentos estáticos validados, iniciou-se o desenvolvimento do modelo para análise do efeito da fluência, o qual foi construído com base no modelo supramencionado, tendo sido necessário introduzir algumas modificações.

As adaptações começaram por ser feitas ao nível da definição dos materiais, definindo-se na Tabela B.1 todos os dados introduzidos para a reprodução material numérica. Importa salientar a inclusão de um comportamento viscoplástico no material “betão tabuleiro” e a definição da densidade de massa nos materiais que definem elementos estruturais de betão com o valor de  $2412,7 \text{ kg/m}^3$  (Monteiro e LNEC, 2008).

A execução das análises diferidas ao modelo tridimensional da “Ponte 4 de Abril” implicou o surgimento de obstáculos diversos, tais como a dificuldade em conseguir um bom compromisso com o tempo total das análises ou ainda a dificuldade em obter a convergência numérica em alguns passos de fluência. Existiram também dificuldades associadas à convergência numérica no passo de análise correspondente ao aparecimento da aduela de fecho lateral. Na tentativa de ultrapassar tais dificuldades foram desenvolvidas diversas versões com vários ajustes, acabando-se por adotar um método de dupla simplificação por simetria, modelando-se assim apenas um quarto da estrutura (Figura 4.14).

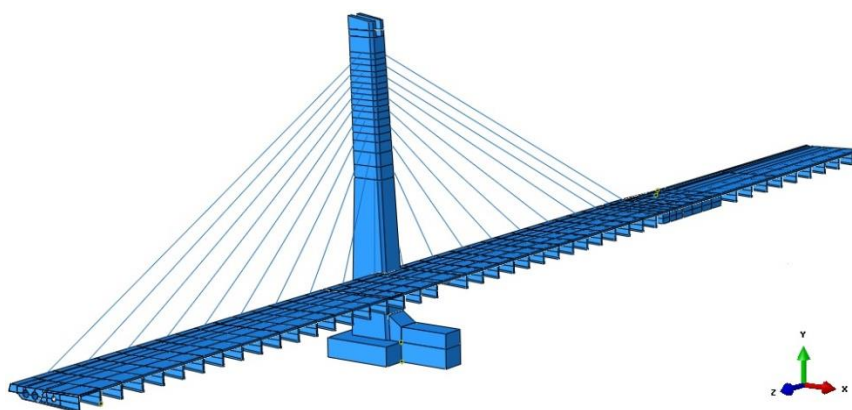


Figura 4.14 – Modelo 3D simplificado para a análise do comportamento diferido.

A consideração deste modelo simplificado implicou a necessidade de considerar condições de fronteira adequadas nas zonas de 'corte' do tabuleiro. Relativamente à simetria da estrutura em relação ao meio vão (Figura 4.15-a) bloquearam-se dos deslocamentos segundo a direcção longitudinal (3) e as rotações segundo 2. No corte longitudinal (Figura 4.15-b), bloqueou-se o deslocamento transversal (direcção 1) e as rotações segundo 2 e 3.

Uma das principais diferenças entre o modelo do carregamento tridimensional e o modelo da análise diferida assenta na constituição cronológica dos passos de análise de maneira a modelar o processo construtivo da ponte. Este ponto é crucial para a consideração do desenvolvimento da fluência nas idades iniciais do betão. Para tal, introduziram-se partições transversais na parte suspensa do tabuleiro, de forma a simular os limites das aduelas com 4 m de comprimento.

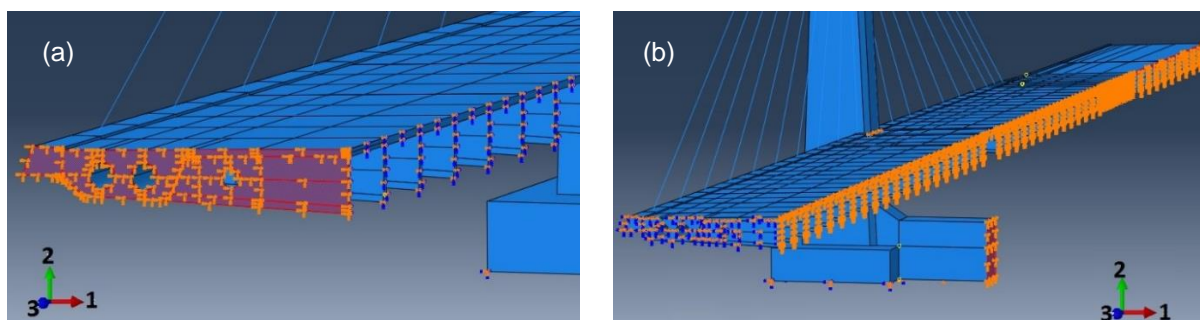


Figura 4.15 – Facetas do tabuleiro onde se aplicaram as condições de fronteira para definir as simplificações de simetria segundo o plano 1-2 (a) e o plano 2-3 (b).

Com base no faseamento construtivo da ponte, definiu-se a sequência dos passos do modelo. Definiu-se, para cada um destes, o passo precedente, o período de tempo, o número máximo de incrementos de tempo permitidos para a execução do referido passo de análise e ainda os valores iniciais, mínimos e máximos para os mesmos. O modelo inclui um total de 117 passos, descritos na Tabela B.2, seguindo uma sequência lógica cíclica que consiste na activação de um par de aduelas, seguida da entrada em carga do peso próprio das mesmas e início do seu comportamento de fluência. Após este passo, é activado um par de tirantes, e seguidamente é activado o seu tensionamento.

Modelou-se a inclusão gradual ao longo do tempo das aduelas e tirantes através de 35 interações do tipo *model change*, que permitem a activação/desactivação de determinadas regiões da estrutura no passo de análise desejado.

O tensionamento dos tirantes foi executado de forma simplificada, recorrendo-se a um campo pré-definido para atribuir uma variação de temperatura negativa equivalente aos elementos mencionados. Recorre-se à relação (4.1) para definir o valor de tensão correspondente à força de pré-esforço útil aplicada em cada tirante.

$$\begin{cases} \varepsilon = \frac{\sigma E}{\alpha} \\ \varepsilon = \alpha \Delta T \end{cases} \Leftrightarrow \Delta T_{eq} = \frac{\sigma E}{\alpha} \quad (4.1)$$

Sendo conhecido o valor da força aplicada a cada tirante, considerou-se um valor de  $1,2 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$  para o coeficiente de dilatação térmica do aço ( $\alpha$ ) e de 190 GPa para o módulo de elasticidade deste material. Os valores do pré-esforço útil em cada tirante e das variações de temperatura correspondentes estão descritos na Tabela B.3.



Alteraram-se também as solicitações atribuídas à estrutura, interessando agora a contabilização dos carregamentos definidos pelas acções gravíticas do peso próprio da estrutura e restantes cargas permanentes, ao invés das cargas concentradas devidas aos camiões. O peso próprio de cada elemento estrutural foi modelado através de um carregamento do tipo gravítico atribuído ao passo correspondente à entrada em carga dos mesmos elementos na fase construtiva. A aplicação das restantes cargas permanentes no modelo numérico tridimensional foi executada de forma simplificada, atribuindo-se uma pressão, resultante da soma de todas as componentes descritas na Tabela B.4, em toda a extensão da superfície superior do tabuleiro com  $3,08 \text{ kN/m}^2$  de intensidade no sentido descendente. Na Figura 4.16 encontram-se representadas as cargas permanentes consideradas no modelo numérico tridimensional.

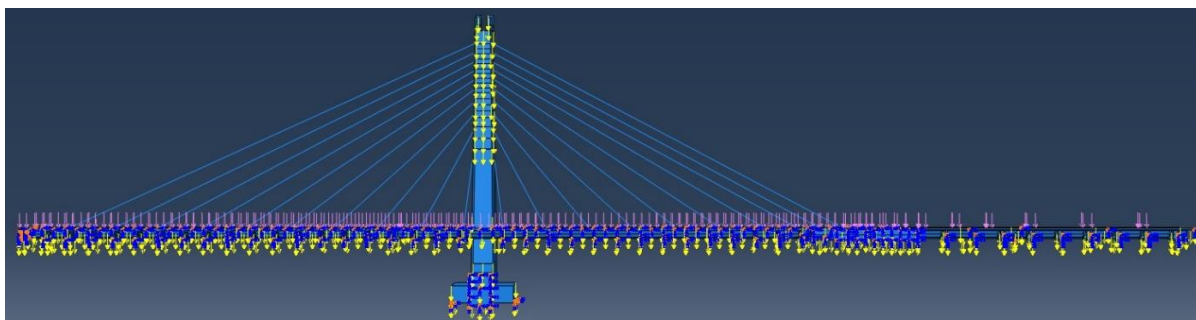


Figura 4.16 – Carregamentos aplicados no modelo numérico tridimensional.

A simulação do comportamento diferido do tabuleiro, devido à fluência do betão, foi definida através da divisão da extensão total diferida em extensão de retracção e de fluência.

Como foi referenciado no capítulo 4.1, a definição do comportamento viscoplástico atribuído ao material que simula o betão do tabuleiro foi implementado recorrendo a subrotinas em linguagem *Fortran*, definidas pelo utilizador. Foram escritos três códigos em *Fortran*, para simular a aplicação da abordagem preconizada nos regulamentos MC90, MC2010 e EC2. No caso do material atribuído à definição das carlingas, elementos estruturais onde se encontra incorporado o pré-esforço transversal do tabuleiro, optou-se por não incluir o comportamento viscoelástico, de forma a modelar a restrição ao deslocamento transversal atribuída ao tabuleiro por este tipo de armadura.

Para a implementação da retracção no modelo numérico da ponte seguiu-se uma metodologia semelhante à utilizada para definir o tensionamento nos tirantes, definindo um coeficiente de amplitude térmico ( $\alpha$ ) igual  $1,0 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$  para o material que modela o betão constituinte do tabuleiro. Aplicou-se, consoante a evolução da idade de cada aduela, uma variação de temperatura equivalente à extensão de retracção média extrapolada dos dados retirados da monitorização dos provetes ensaiados à retracção (ver capítulo 3.5.2.1).

A Figura 4.17 apresenta as extensões de retracção resultantes da média dos dados retirados de uma amostra de 3 e 6 provetes sujeitos a monitorização e que foram betonados no instante de betonagem das secções S1 e S2, respectivamente, sendo os resultados individuais fornecidos na Figura A.1 (Anexo A).

Tendo em conta a discrepância entre os valores de retracção média das duas secções, por ventura devida às diferentes condições higrotérmicas da época do ano em que foram betonadas,

procurou-se assemelhar ao máximo o comportamento estrutural ao comportamento material, atribuindo o comportamento médio dos provetes da secção S2 aos dez primeiros pares de aduelas a serem betonadas (aduela 0 até aduelas 10) e o comportamento dos provetes da secção S1 às restantes (aduelas 10 até à aduela de fecho central).

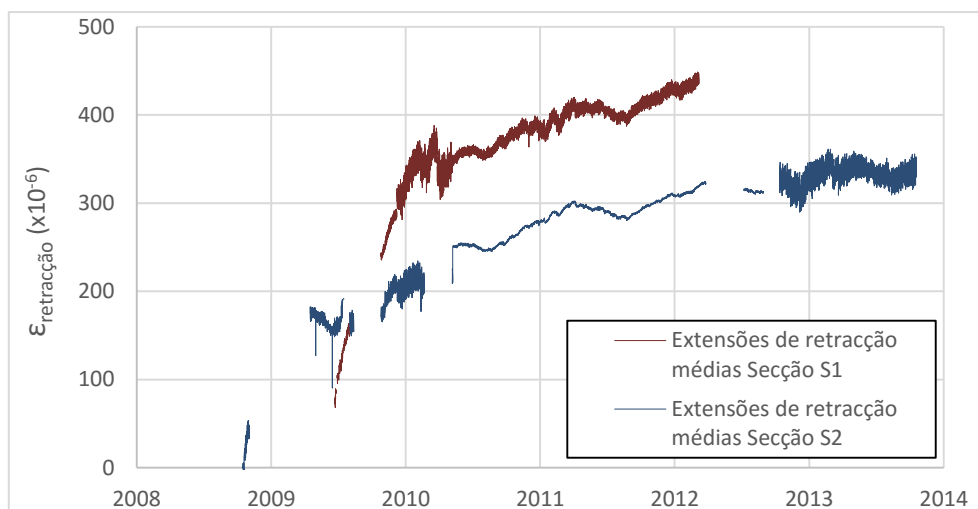


Figura 4.17 – Extensão de retracção média nos provetes das secções S1 e S2.

A inclusão do processo construtivo neste modelo numérico, aliada ao facto de se necessitar de medir o valor das extensões em pontos específicos da secção transversal do tabuleiro implicou a necessidade de uma malha de elementos finitos mais refinada do que a utilizada no modelo tridimensional para os carregamentos estáticos.

A Tabela 4.11 apresenta a discretização utilizada nos elementos estruturais de maior relevância, salientando-se a malha utilizada para os elementos do tabuleiro, com uma dimensão máxima de 1,00 m.

Tabela 4.11 – Dimensão dos elementos finitos atribuídos aos elementos estruturais do modelo numérico.

Elemento estrutural	Tabuleiro	Torres	Carlingas (tipo I)	Carlinga (tipo II)	Tirantes	Maçços das torres	Ligação entre maçços das torres
Dimensão máxima dos elementos finitos (m)	1,00	3,00	10,00	3,00	2,00	10,00	10,00

A Figura 4.18 apresenta o aspecto final da malha de elementos finitos do modelo tridimensional criada para correr a análise do comportamento diferido da estrutura, composta por um total de 15416 elementos e por 28239 nós.

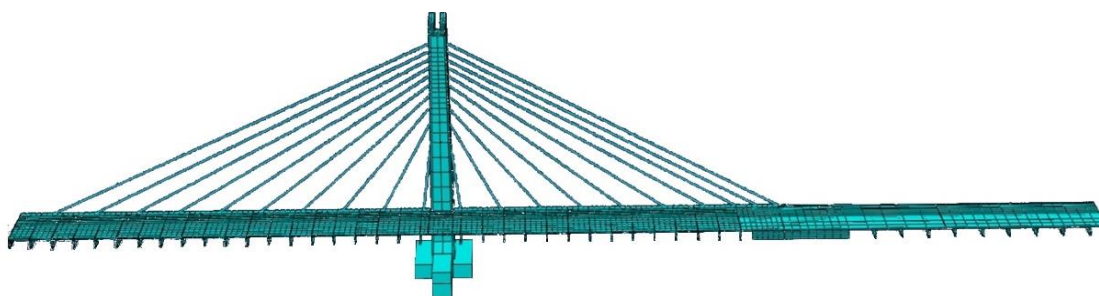


Figura 4.18 – Malha de elementos finitos do modelo tridimensional para a análise do comportamento diferido.

## 5. Apresentação e discussão de resultados

Na primeira parte deste capítulo são apresentados os resultados relativos ao comportamento material, comparando-se o andamento determinado experimentalmente a partir dos dados extraídos da monitorização de provetes em obra, com a análise numérica que consiste na previsão da evolução da fluência através da aplicação regulamentar. É ainda efectuado um ajuste de uma lei regulamentar de fluência à média dos resultados experimentais.

A segunda parte recai sobre a análise do comportamento diferido da estrutura, comparando-se as extensões totais nas secções monitorizadas do tabuleiro da ponte, com as obtidas numericamente considerando as leis regulamentares referidas e ainda a lei ajustada à média do comportamento material. As análises numéricas cobrem um intervalo de tempo de 20 anos, procurando-se assim estimar o valor das extensões nas fibras superiores e inferiores até o ano 2030.

É ainda feita referência à evolução dos efeitos estruturais nomeadamente ao desenvolvimento das tensões e à evolução do coeficiente de fluência, nas fibras superiores e inferiores, das duas secções do tabuleiro em análise. É ainda feita menção à evolução expectável do deslocamento vertical médio na secção do meio vão central.

### 5.1. Comportamento diferido do betão

No estudo do comportamento material, pretende-se avaliar numericamente as estimativas obtidas com as leis de fluência segundo os regulamentos MC90, MC2010 e EC2, relacionando-as com os dados experimentais retirados da monitorização de provetes colocados em obra para medir a retracção e a fluência do betão. Os dados experimentais relativos à parcela do comportamento diferido por retracção já foram debatidos em 4.2.1, e não são relevantes para a avaliação numérica da parcela relativa à fluência do betão, uma vez que o *software* permite a análise separada dos vários comportamentos diferidos de deformação.

Os dados experimentais relativos ao comportamento por fluência estão apresentados na Figura 4.2, e consistem na monitorização, durante cerca 1600 dias, das extensões de três provetes betonados simultaneamente com a aduela de fecho central e submetidos a um carregamento axial constante no tempo.

A Figura 5.1 é uma representação gráfica do andamento do coeficiente de fluência determinado experimentalmente e os valores obtidos numericamente. Para qualquer instante pertencente ao período analisado, os valores do coeficiente de fluência obtidos numericamente são superiores aos valores medidos, sendo a análise relativa ao EC2 a que apresenta melhores estimativas para a evolução deste parâmetro. A aplicação dos regulamentos MC90, MC2010 traduz-se em estimativas excessivamente conservativas, com uma sobrestimação muito elevada das extensões de fluência nas idades mais jovens do betão, sobretudo durante os 100 primeiros dias de carregamento axial da peça.

A sobrestimação dos regulamentos pode, em certa parte, ser devida ao facto de se estar a utilizar na definição da curva de fluência, um valor médio de temperatura, calculado a partir das várias medições dos diversos termómetros instalados no tabuleiro, enquanto os provetes monitorizados em



obra se situam no interior das torres, levando a que não estejam sujeitas às mesmas condições ambientais, nomeadamente ao nível da humidade relativa e da temperatura.

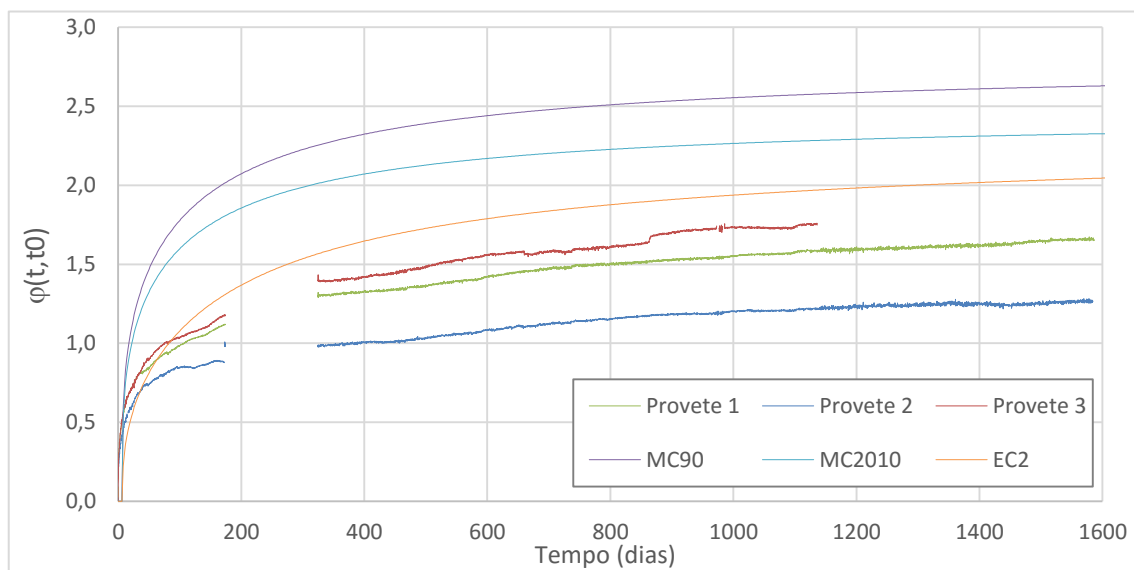


Figura 5.1 – Análise comparativa entre o coeficiente de fluência determinado experimentalmente e segundo os regulamentos.

Com o objectivo de utilizar o conhecimento adquirido, relativamente ao comportamento material, na modelação do comportamento diferido da ponte, procurou se definir uma lei de fluência que se ajustasse aos valores medidos, traduzidos pela média entre as extensões de fluência registada nos três provetes. Utilizou-se a formulação do EC2 como base para a definição desta lei de ajuste, adaptando coeficientes intrínsecos das equações da lei de fluência.

Na Figura 5.2 estão representados os coeficientes de fluência experimentais, os valores resultantes do modelo de previsão do EC2 e os valores que resultaram do ajuste deste modelo aos valores experimentais. O parâmetro que obrigou a um maior ajuste é relativo à fluência básica, concluindo-se ser responsável pela sobrestimação da extensão de fluência nas primeiras idades do carregamento axial do provete.

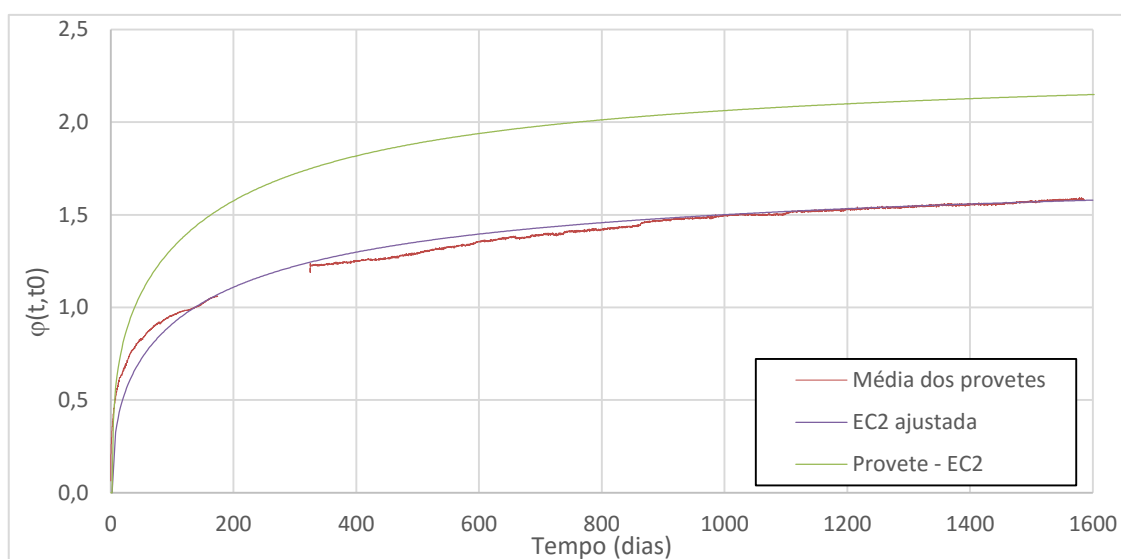


Figura 5.2 – Comparação entre a evolução do coeficiente de fluência segundo o EC2 e o ajuste deste regulamento ao comportamento médio material.

## 5.2. Comportamento da estrutura

No âmbito desta análise estrutural pretendia-se comparar os valores experimentais, medidos com os 9 extensómetros de cada secção, com os valores obtidos com as análises diferidas efectuadas com o modelo numérico para um horizonte temporal de 20 anos.

### 5.2.1. Resposta estrutural obtida experimentalmente

Esta obra, conforme mencionado em 3.5.2, encontra-se sujeita a um plano de monitorização estrutural, que permite o acesso às extensões longitudinais totais ( $\epsilon_{33}$ ) medidas nas secções S1 e S2 do tabuleiro. O início da recolha de dados coincidiu com a betonagem da secção correspondente – Junho de 2009 para a secção S1 e Outubro de 2008 para a secção S2 – e o fim da amostra é concordante com a última recolha de dados local, datando Outubro de 2012 para a secção S1 e Outubro de 2013 para a secção S2.

A localização dos extensómetros em ambas as secções segue o modelo apresentado na Figura 3.11, com 5 extensómetros dispostos nas fibras superiores do tabuleiro e os restantes 4 nas fibras inferiores das nervuras.

A Figura 5.3 apresenta os resultados das extensões medidas pelos extensómetros na direcção longitudinal do tabuleiro. Apesar de apenas existirem dados até ao início de 2012, a secção S1 apresenta, tanto nas fibras superiores (Figura 5.3-a), como nas inferiores (Figura 5.3-b), extensões superiores comparativamente à secção S2 (Figura 5.3-c e Figura 5.3-d), cujos últimos dados datam finais de 2013. Este valor superior de extensões poderá advir do facto de, depois do fecho, os efeitos diferidos do betão tenderem a transferir parte do esforço resultante do momento flector de zonas próximas das torres para o meio vão central, apenas constituído por pré-esforço de continuidade.

A análise dos resultados experimentais mostra uma dispersão considerável dos valores de extensão nas fibras inferiores das duas nervuras da secção S1, sendo que os extensómetros C1.8 e C1.9 (Figura 5.3-b) apresentam valores de deformação bem mais elevados do que os restantes. A equipa responsável pela monitorização desta obra informou a existência de uma anomalia no extensómetro C1.8, pelo que os valores referentes a este ponto da secção não foram considerados na comparação com os valores do modelo numérico. As extensões mais elevadas, registadas nas fibras inferiores das nervuras, poderão se dever à descompressão da zona central do tabuleiro, originada pelo encurtamento do tabuleiro, devido aos fenómenos diferidos, nas zonas progressivamente mais afastadas do meio vão. Esta descompressão, aliada ao facto de esta secção S1 estar sujeita a momentos flectores positivos, poderá levar ao aparecimento de tensões de tracção locais, conduzindo a uma possível fendilhação nesta zona da secção e, com isso, a um crescimento inesperado das extensões longitudinais. O mesmo não se verifica nas fibras superiores (Figura 5.3-a) desta secção, observando-se uma grande semelhança entre as medições efectuadas pelos 5 extensómetros.

Relativamente à secção S2, que se perspectiva totalmente comprimida devido à componente horizontal do tensionamento dos diversos tirantes, é notória uma dispersão bem mais elevada nas

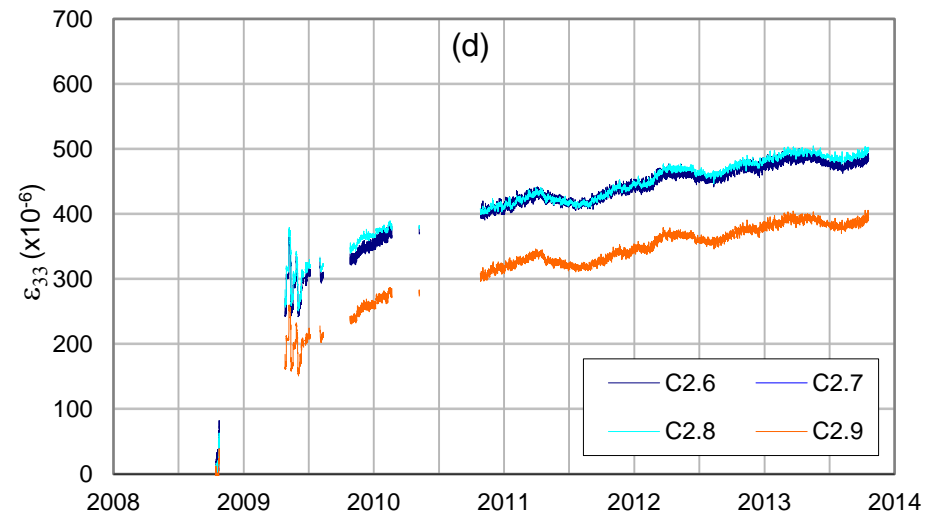
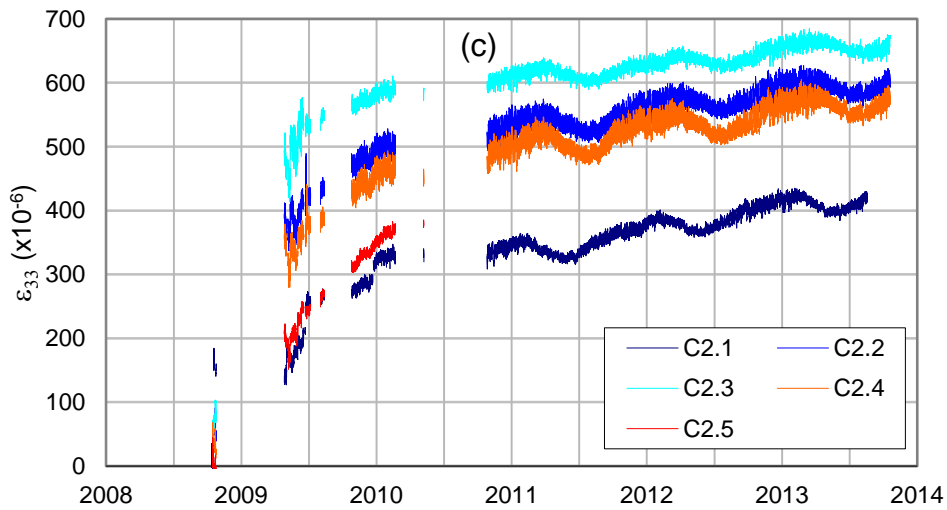
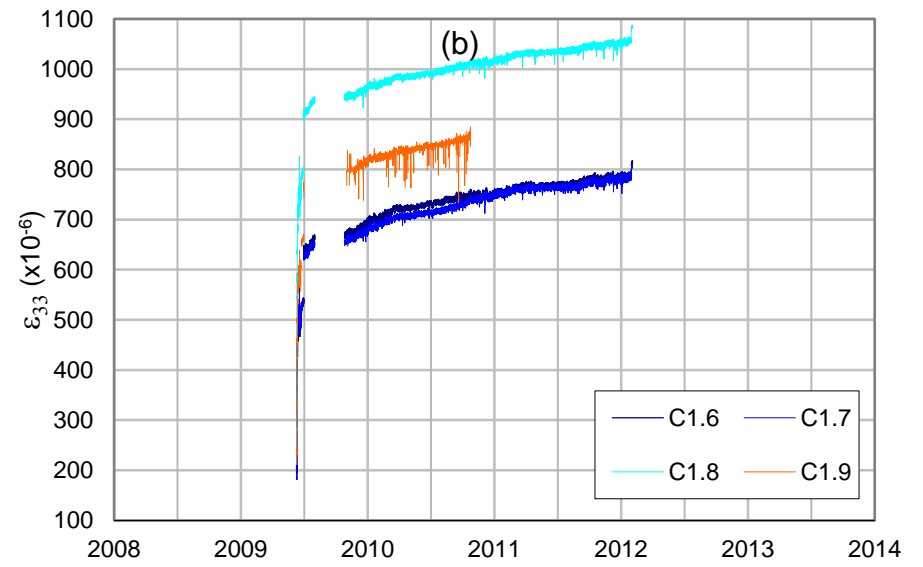
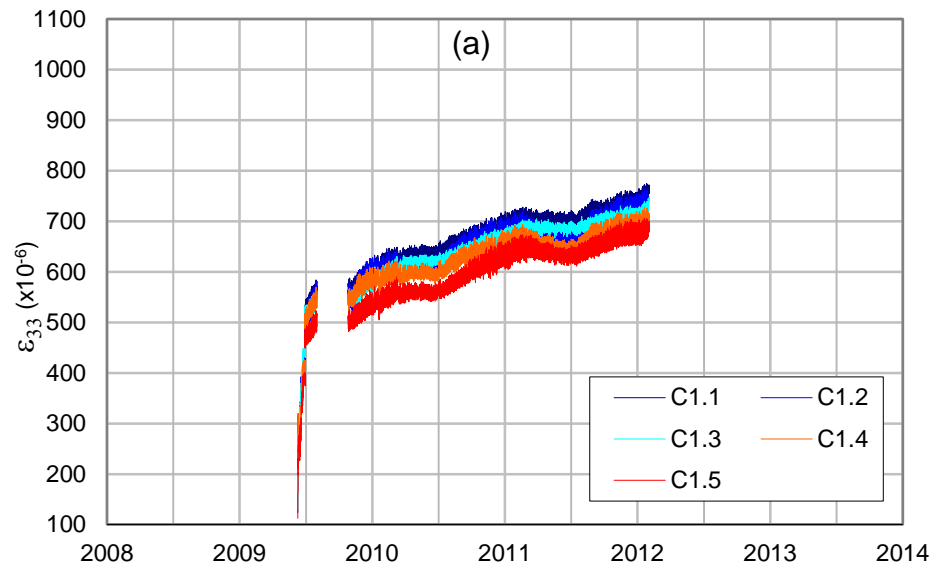


Figura 5.3 – Dados experimentais das extensões totais nas fibras superiores e inferiores da secção S1, (a) e (b) respectivamente, e (c) e (d) para as fibras da secção S2.

fibras superiores (Figura 5.3-c) relativamente às inferiores (Figura 5.3-d). Os extensómetros na parte superior do tabuleiro mediram extensões de intensidade superior, assumindo-se assim compressões mais elevadas nessas localizações. Ainda relativamente a esta secção, os valores mais elevados das extensões longitudinais foram verificados no extensómetro situado a meio da secção transversal (C2.3), coincidindo com a parte da secção que, por ser apenas constituída pela laje do tabuleiro, apresenta menor rigidez à flexão.

A evolução das extensões totais na secção S2 apresenta-se de forma gradual, tendo sido sujeita ao progresso do processo construtivo. O sistema de construção baseado em avanços de consolas sucessivas implica que os novos segmentos do tabuleiro, durante as idades mais jovens, se encontrem sujeitos a valores relativamente baixos de momentos flectores e, conseqüentemente, a um baixo crescimento das extensões devido à fluência do material.

A evolução referida na secção S2 não se reflecte no andamento das extensões na secção S1, que sofrem uma deformação elástica muito elevada ainda em idades jovens do betão. Esta secção pertence à aduela de fecho central, a qual encerra o processo construtivo da estrutura, sendo por isso sujeita à aplicação do carregamento devido à restante carga permanente em idades ainda jovens. A aduela de fecho central é também responsável pela ligação entre os dois lados da superestrutura, sujeitando-se instantaneamente a valores mais elevados de momentos positivos.

### 5.2.2. Resposta estrutural obtida numericamente

As análises numéricas do comportamento diferido da ponte tiveram por base a modelação do comportamento da fluência segundo a formulação do EC2, MC90, MC2010 e ainda usando uma quarta lei resultante do ajuste da lei do EC2 ao comportamento médio registado em obra, conforme descrito em 5.1, ilustrado na Figura 5.2.

Analisaram-se as duas secções transversais do tabuleiro no modelo numérico coincidentes com as secções S1 e S2 estudadas em 5.2.1. A imagem superior na Figura 5.4 representa a malha de elementos finitos atribuída a uma aduela genérica, e cujo corte transversal reproduz a distribuição dos nós nas secções analisadas. Os pontos vermelhos nessa imagem representam os nós, referentes às duas secções transversais referidas, seleccionados para a análise comparativa com os dados de monitorização. Procurou-se seleccionar pontos o mais próximos possível do posicionamento vertical dos extensómetros. A dupla simetria do modelo é tida em conta, comparando-se cada ponto com os registos do extensómetro correspondente e com os do extensómetro simétrico. Pretende-se assim mostrar a dispersão de resultados existente entre pontos simétricos do tabuleiro que, em teoria, deveriam apresentar valores aproximadamente iguais.

Apresenta-se na Figura 5.5 a comparação entre as extensões totais fornecidas pelos extensómetros colocados no interior da secção S1 desde o instante de betonagem da aduela de fecho central, e as extensões totais resultantes das quatro análises diferidas. A Figura 5.6 apresenta dados semelhantes, mas relativos à secção S2, pertencente à aduela 3, distando cerca de 14,5 m da torre Norte.

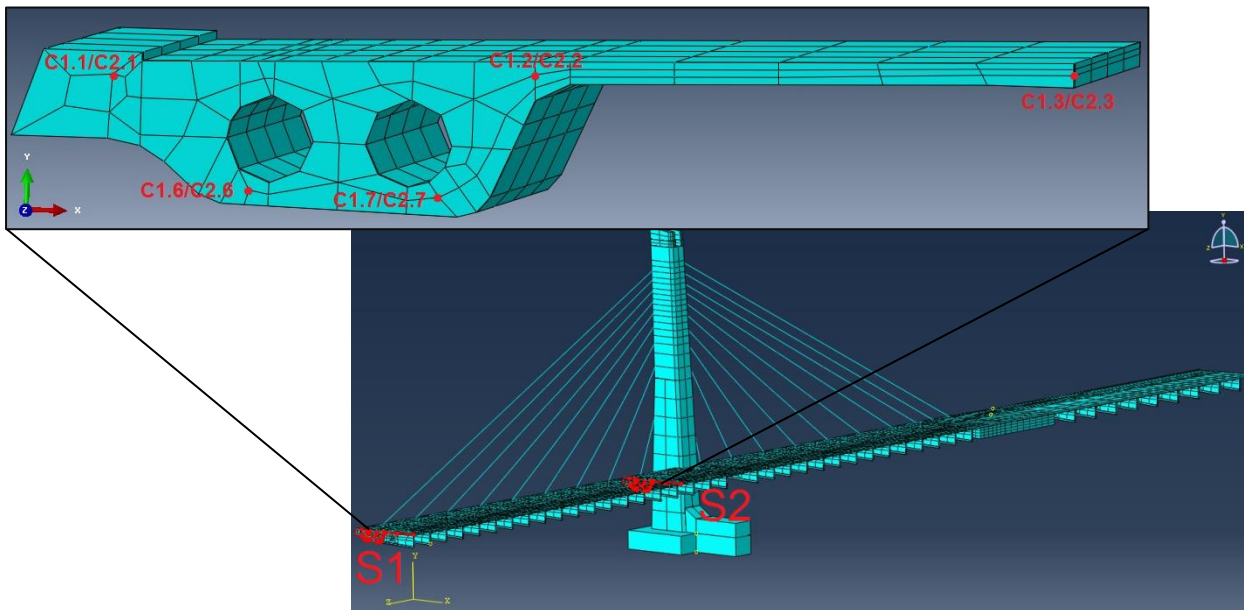


Figura 5.4 – Localização na secção transversal do tabuleiro dos pontos de medição no modelo numérico.

Uma vista geral sobre a Figura 5.5 indica que, na secção do meio vão suspenso, os resultados decorrentes das análises diferidas realizadas com o modelo numérico apresentam-se claramente subestimados relativamente aos valores registados em obra. As diversas leis de fluência apresentam resultados muito semelhantes em todos os extensómetros desta secção. No entanto, nas fibras superiores são os regulamentos EC2 e MC90 que fornecem as melhores e as piores aproximações, respectivamente. Relativamente às fibras inferiores, verifica-se uma inversão na aproximação das previsões vários regulamentos, associando-se as melhores estimativas à aplicação do regulamento MC2010, ficando o EC2 com os resultados mais afastados da realidade.

A discrepância mais acentuada entre resultados numéricos e os valores experimentais ocorre nas fibras inferiores desta secção (Figura 5.5-c e Figura 5.5-d) que, como já foi mencionado em 5.2.1, poderá estar a ser sujeita a uma descompressão devido aos efeitos diferidos em zonas adjacentes do tabuleiro. O modelo numérico não contempla o pré-esforço de continuidade existente na aduela de fecho central, o que poderá levar ao surgimento de tensões de tracção nas fibras inferiores, incapacitando a correcta avaliação da evolução das extensões nestas fibras a partir dos modelos de fluência utilizados.

A diferença entre os resultados obtidos e os expectáveis pode também ser devida a eventuais perdas diferidas de pré-esforço nos tirantes mais centrais, uma vez que o tensionamento aplicado no modelo numérico correspondente aos valores do esforço axial instalado nos tirantes após cada fase de tensionamento, por outras palavras, aos valores de tensão após perdas imediatas. As perdas diferidas de pré-esforço podem resultar da deformação por relaxação da armadura que constitui os tirantes que, geralmente, se traduzem em cerca de 12-15% da tensão de pré-esforço após perdas imediatas (Cruz e Azenha, 2013). Estudos relativos a pontes de tirantes indicam perdas médias de pré-esforço de 11% devido a efeitos dependentes do tempo (Khalil *et al.*, 1983).

Os estudos elaborados por Rito, em 2008, relativamente à Ponte da Régua são apresentados na Figura E.1 e mostram, para uma secção do apoio, a evolução do comportamento diferido determinado experimentalmente e o previsto segundo o EC2 durante o primeiro ano de

funcionamento da estrutura. É de salientar que a ponte ensaiada é constituída por um tabuleiro em caixão e com secção variável, tendo sido analisada a secção S4 correspondente uma zona apoiada num pilar. A comparação entre entres dados mostra, tal como nos dados registados na Figura 5.5, uma subestimação muito elevada por parte da lei de previsão adoptada neste regulamento (Rito, 2016).

Contrariamente aos resultados apresentados pela secção S1, a Figura 5.6 mostra melhores aproximações das análises diferidas à secção S2 do tabuleiro. As fibras superiores (Figura 5.6-a e Figura 5.6-b) exibem alguma irregularidade nos resultados, sobrestimando as extensões totais no caso do extensómetro C2.1 e subestimando a extensão a meio da secção transversal (C2.3). Para os dois casos, os valores da extensão total resultantes da aplicação do regulamento EC2 apresentam-se superiores aos do MC90 e MC2010, com a lei EC2 ajustada a fornecer valores intermédios.

Os resultados numéricos relativos às fibras inferiores desta secção (Figura 5.6-c e Figura 5.6-d) reproduzem de forma bastante aproximada os dados experimentais, sendo a lei ajustada ao comportamento material (EC2 ajustada), aquela que fornece valores mais elevados de extensão total, sendo a que melhor modela o comportamento estrutural.

A secção S2, por ser parte integrante de uma das primeiras aduelas a serem betonadas, acompanha a evolução de quase todo o processo construtivo da ponte, sendo sujeita, durante este procedimento, a uma variação de esforços, com influência na evolução das extensões de fluência. Tendo em conta os gráficos na Figura 5.6, observa-se que a evolução das extensões durante o processo construtivo acompanha de forma coerente os dados monitorizados, validando-se a modelação da fase construtiva. O paralelismo entre o andamento dos gráficos das extensões após a conclusão do processo construtivo (aproximadamente em Junho de 2009) valida a distribuição dos esforços na estrutura.

A subestimação das extensões no extensómetro C2.3 (Figura 5.6-b) poderá ser devida ao facto de não ter sido atribuído um comportamento diferido por fluência ao material que define as carlingas. Esta opção foi tomada de forma a ser contabilizada a diminuição da flecha no meio vão da secção transversal do tabuleiro resultante do pré-esforço transversal localizado no interior deste elemento estrutural.

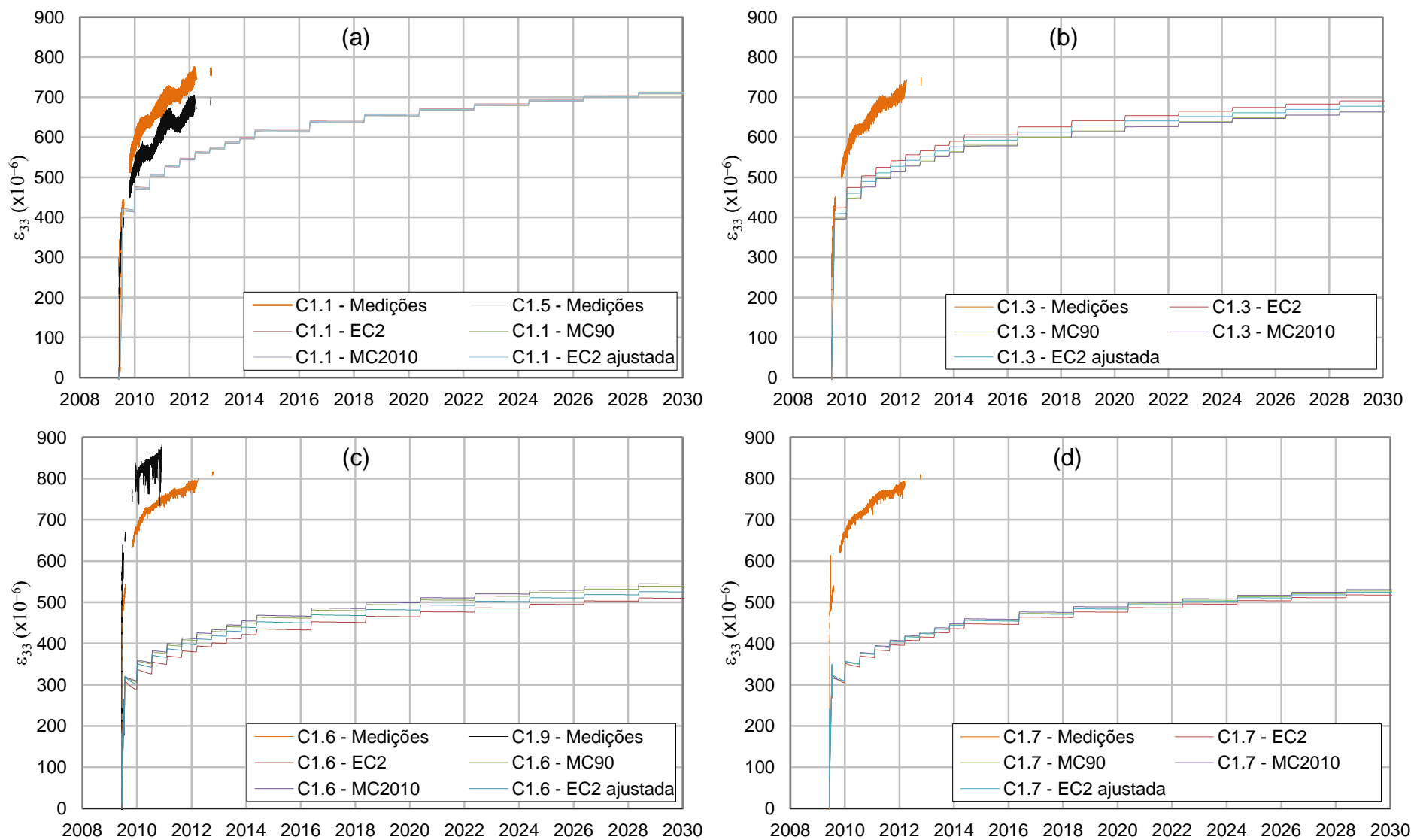


Figura 5.5 – Comparação entre os dados experimentais e as extensões totais nas fibras superiores, (a) e (b), e inferiores (c) e (d), da secção S1, determinadas pelas análises numéricas.

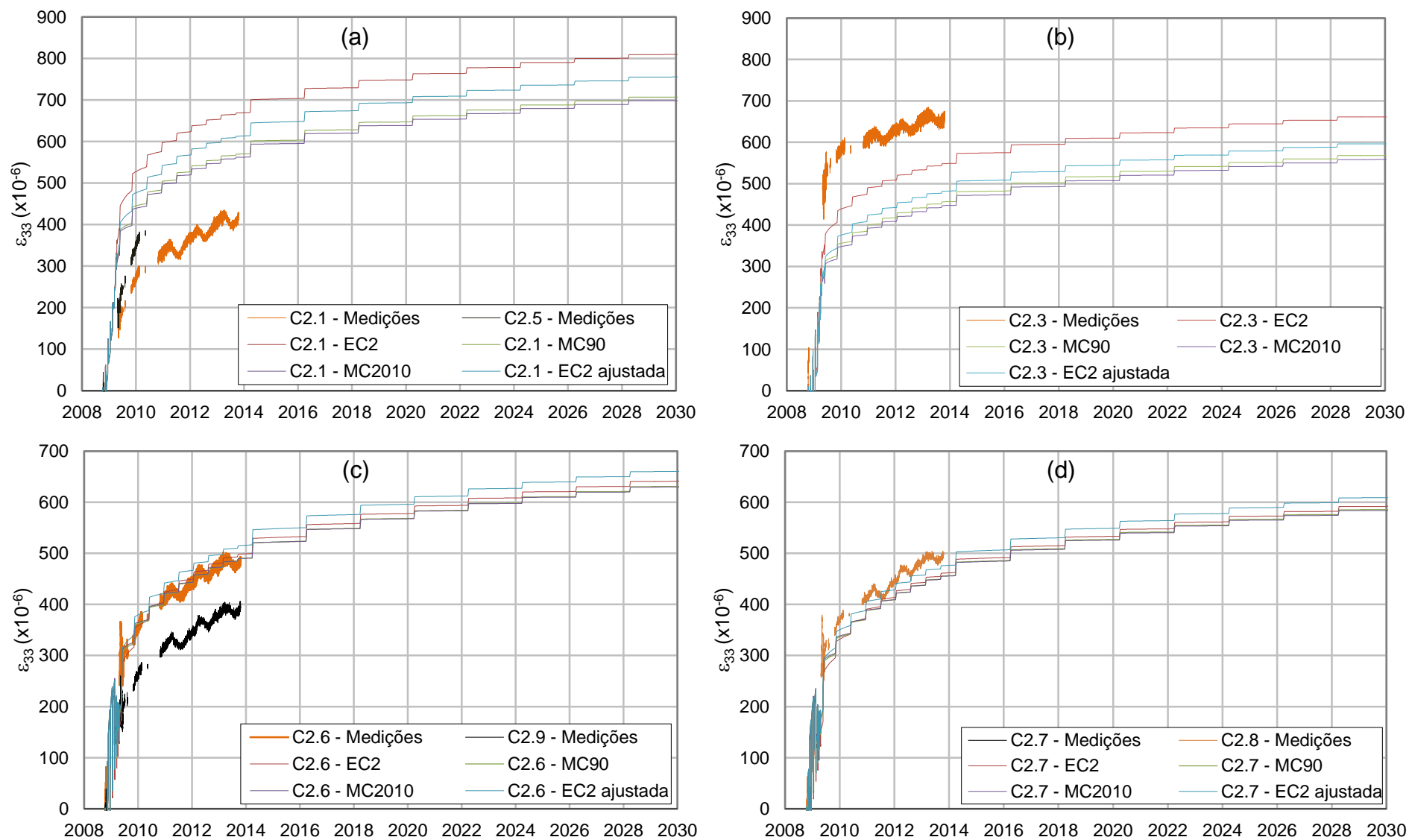


Figura 5.6 – Comparação entre os dados experimentais e as extensões totais nas fibras superiores, (a) e (b), e inferiores (c) e (d), da secção S2, determinadas pelas análises numéricas.



## 5.3. Efeitos estruturais do comportamento diferido

### 5.3.1. Coeficiente de fluência

O coeficiente de fluência pode ser facilmente determinado dividindo as extensões de fluência pelas extensões elásticas, constituindo um parâmetro adimensional que avalia a evolução da parte do comportamento diferido relativa a este fenómeno. Tendo em conta que os dados monitorizados em obra apenas reflectem leituras segundo a direcção longitudinal do tabuleiro, apenas são apresentadas as evoluções do coeficiente em questão segundo a direcção mencionada.

É expectável que a evolução do coeficiente de fluência apresente um andamento logarítmico, resultado de uma diminuição, no tempo, do valor incremental da extensão de fluência e de uma extensão elástica ligeiramente decrescente devido ao aumento do módulo de Young do betão ao longo do tempo. No entanto, por este parâmetro ter sido considerado constante no modelo numérico, esperam-se extensões elásticas sem grandes flutuações no tempo.

A Figura 5.7 e a Figura 5.8 ilustram o andamento do coeficiente de fluência previsto pelos regulamentos analisados, segundo a direcção longitudinal do tabuleiro ( $\varphi_{33}(t, t_0)$ ) nas secções S1 e S2, respectivamente. As estimativas apresentadas, quer nas fibras superiores, quer nas fibras inferiores, mostram-se claramente superiores na secção S2 (Figura 5.8), comparativamente com as verificadas na secção S1 (Figura 5.7). Este facto deve-se à maior magnitude de compressão segundo a direcção longitudinal da secção S2 do tabuleiro, decorrentes da soma das componentes horizontais do tensionamento dos tirantes (Figura 5.12).

Os valores relativos à evolução dos coeficientes de fluência longitudinais obtidos com base nas análises numéricas revelam, para a secção S2, estimativas bem mais similares aos valores obtidos na análise do comportamento diferido do betão utilizado na betonagem do tabuleiro da ponte.

Na Figura 5.7, referente à secção do meio vão central, os valores mais elevados do coeficiente de fluência estão associados à fibra superior do tabuleiro, medidos com o extensómetro C1.1 (Figura 5.7-a). A aplicação dos regulamentos fornecem estimativas para as extensões de fluência longitudinais até 1,4 vezes superior às elásticas. As fibras inferiores (Figura 5.7-c e Figura 5.7-d) apresentam evoluções do coeficiente de fluência semelhantes entre si, com valores sempre abaixo da unidade para as leis de previsão de fluência utilizadas.

A Figura 5.7 mostra que para todas as fibras analisadas na secção S1, as estimativas mais elevadas para o coeficiente de fluência resultam da aplicação da lei de previsão referente ao EC2, seguida da lei que advém do ajuste (efectuado com este mesmo regulamento) ao comportamento médio do material (EC2 ajustada). Relativamente às fibras superiores da secção S2, depende-se pela Figura 5.8 que as estimativas mais elevadas recaem sobre a lei referente ao EC2 e, nas fibras inferiores, sobre a EC2 ajustada.

Conforme ilustrado pela Figura 5.7-b, o extensómetro C1.3, referente ao ponto central da secção transversal do tabuleiro, exhibe uma evolução contrária à verificada nos restantes extensómetros da mesma secção. A explicação para esta observação pode estar relacionada com a forma como é feita a computação da incrementação da extensão de fluência ( $\Delta\varepsilon^{cr}$ ) pelo Abaqus, por

não se ajustar, em determinados casos, ao tensionamento sofrido por certos elementos. A dimensão transversal do tabuleiro da ponte, conjugada com a localização central do extensómetro C1.3, implica que os elementos finitos, que definem a laje na zona circundante ao nó correspondente ao extensómetro (Figura 5.4), se encontrem sujeitos a um tensionamento multiaxial sem uma intensidade preferencial na direcção longitudinal ( $\sigma_{33}$ ).

Para um betão com o comportamento viscoelástico definido recorrendo a subrotinas, o *software* Abaqus recorre à expressão (5.1) para atribuir a incrementação da extensão de fluência ( $\Delta\varepsilon_{cr}$ ) a cada elemento finito da malha (Dassault Systèmes Simulia, 2014).

$$\Delta\varepsilon_{cr} = \Delta\bar{\varepsilon}_{cr}n \quad (5.1)$$

com: 
$$n = \frac{\delta\tilde{q}}{\delta\sigma} \quad (5.2)$$

em que:  $\Delta\varepsilon_{cr}$  – incremento de extensão de fluência computado pelo Abaqus;

$\Delta\bar{\varepsilon}_{cr}$  – incremento de extensão de fluência uniaxial equivalente, no caso em questão, formulada por subrotinas em Fortran;

$n$  – gradiente da tensão potencial deviatórica;

$\tilde{q}$  – tensão deviatórica equivalente de Mises, definida por:

$$\tilde{q} = \sqrt{\frac{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2)}{2}} \quad (5.3)$$

$\sigma_{ij}$  – componente do tensor de tensões em ordem ao qual se deriva a tensão de Mises com  $i$  e  $j$  a poderem assumir os valores 1, 2 ou 3.

Analisando o cálculo efectuado pelo *software* Abaqus especificamente para o caso em que se pretende definir o incremento de extensão de fluência na direcção longitudinal do tabuleiro ( $(\Delta\varepsilon_{cr})_{33}$ ), conclui-se que o incremento da extensão de fluência ( $\Delta\bar{\varepsilon}_{cr}$ ), definido como *output* das subrotinas programadas em Fortran, é multiplicado pelo coeficiente resultante da expressão (5.4).

$$\frac{\delta\tilde{q}}{\delta\sigma_{33}} = \frac{2\sigma_{33} - (\sigma_{11} + \sigma_{22})}{\tilde{q}} \quad (5.4)$$

Para elementos sujeitos a tensões de compressão ( $\sigma_{33} < 0$ ), a computação da parcela viscoplástica ( $\Delta\varepsilon_{cr}$ ) por parte do *software* aguarda por um valor negativo do resultado da expressão (5.4). Este resultado ocorre apenas para tensões segundo a direcção longitudinal com o dobro do valor ( $2\sigma_{33}$ ) relativamente à soma das tensões nas direcções complementares ( $\sigma_{11} + \sigma_{22}$ ). Utilizando ainda como exemplo o extensómetro C1.3, uma análise aos dados ilustrados pela Figura 5.11-b, Figura C.1-b e Figura C.3-b, mostra que a condição anterior é violada, resultando assim incrementos positivos de extensão de fluência, explícitos na Figura C.5. Para um ponto situado numa fibra superior do tabuleiro, o sinal mencionado para o incremento contraria o comportamento por fluência expectável, i.e., o comportamento verificado para o extensómetro C1.1 (Figura 5.7-a e Figura C.5-a).

Apesar dos extensómetros C1.3 e C2.3 terem sido definidos numericamente em nós com uma localização transversal semelhante, o mesmo comportamento não se verifica para este último. A justificação advém do facto do nó representativo do extensómetro C2.3 se situar numa secção sujeita

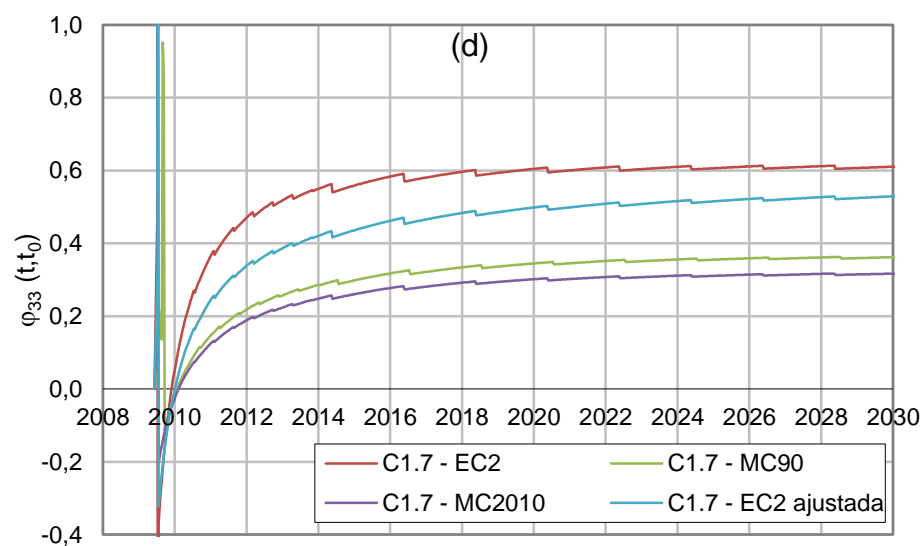
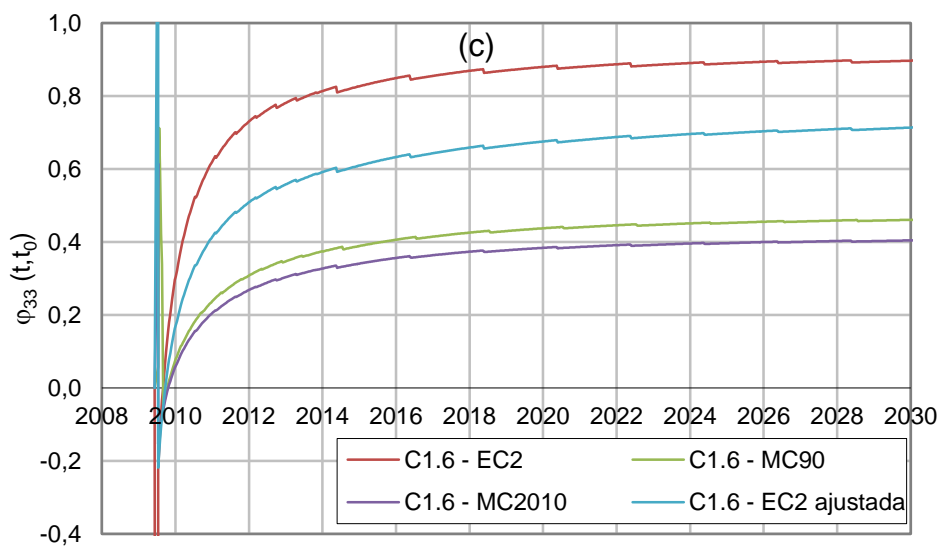
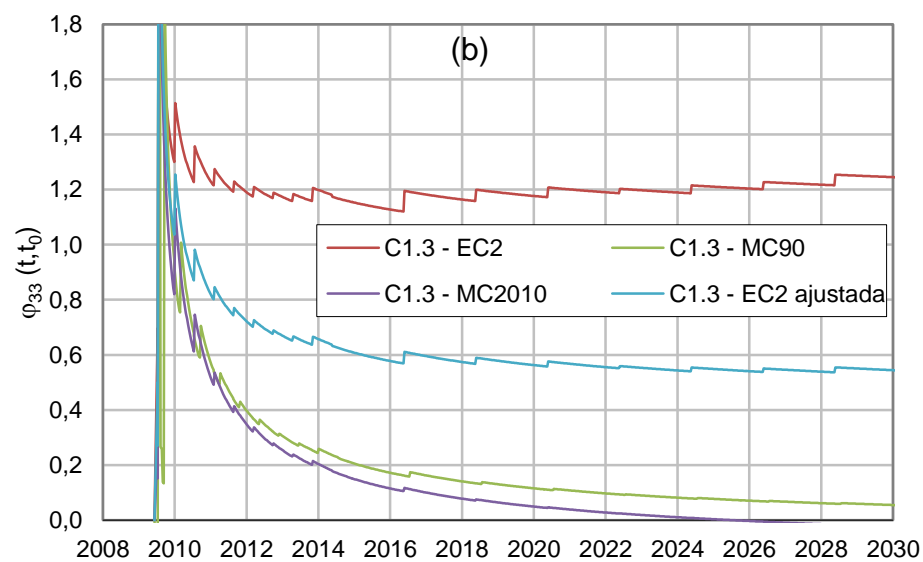
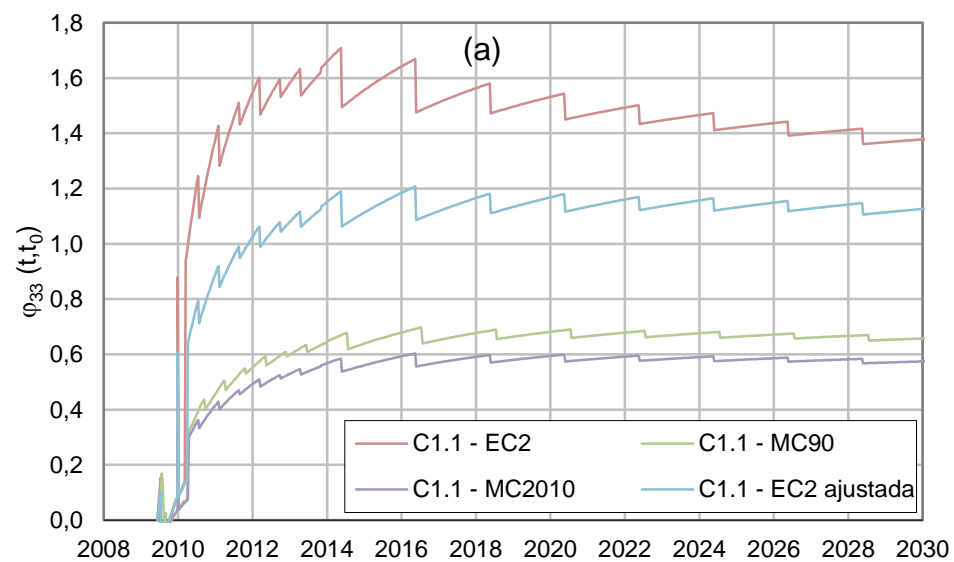


Figura 5.7 – Evolução do coeficiente de fluência nas fibras superiores, (a) e (b), e inferiores, (c) e (d), da secção S1, obtidos através das análises diferidas ao modelo numérico.

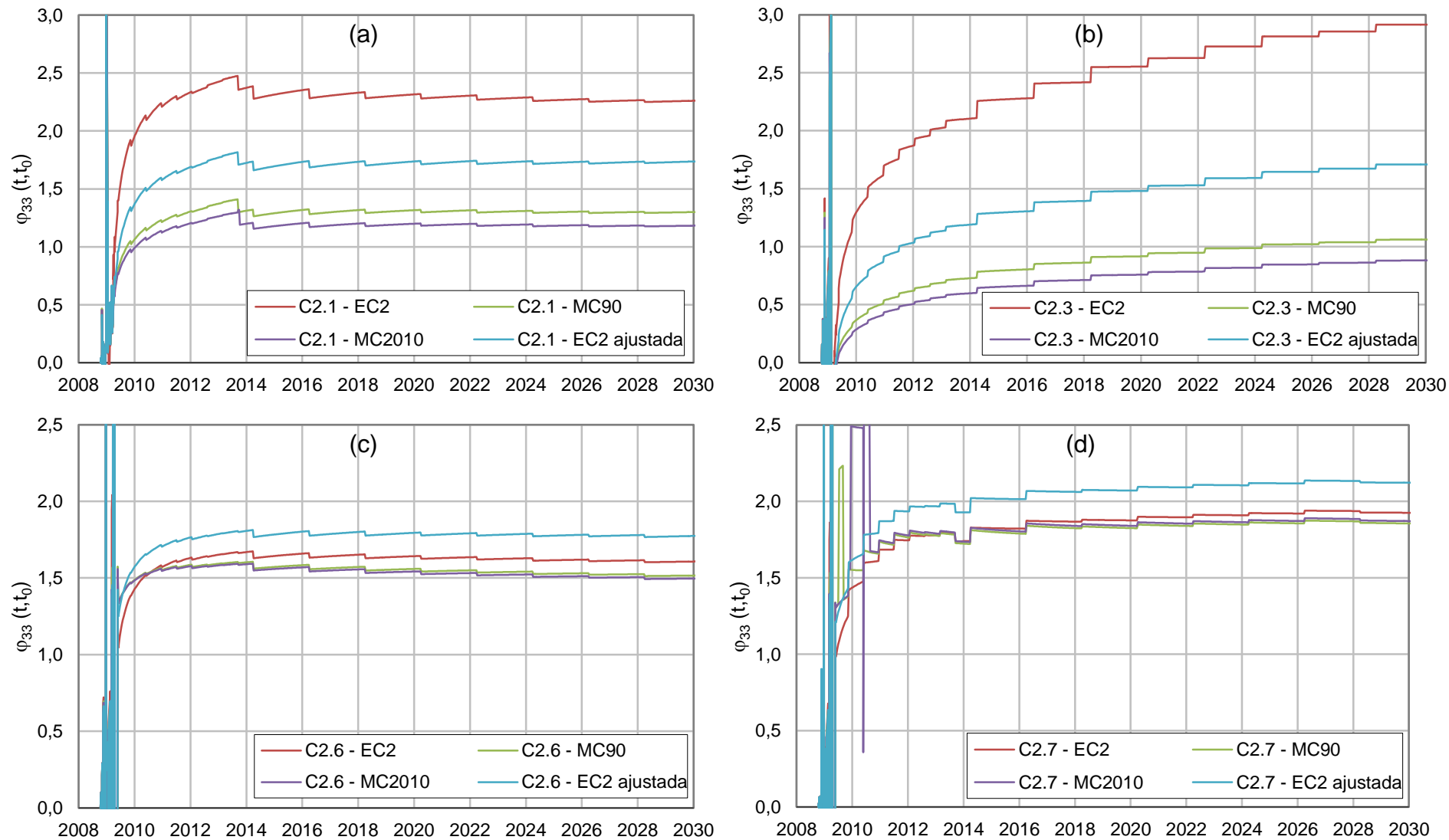


Figura 5.8 – Evolução do coeficiente de fluência nas fibras superiores, (a) e (b), e inferiores, (c) e (d), da secção S2, obtidos através das análises diferidas ao modelo numérico.

a uma tensão considerável de compressão, causada pela soma das componentes horizontais do tensionamento aplicado nos tirantes. Estes valores relativos à tensão na direcção longitudinal ( $\sigma_{33}$ ) – ilustrados na Figura 5.12-b – por serem superiores à media das tensões segundo as duas direcções complementares ( $\sigma_{11}$  e  $\sigma_{22}$ ) – representadas na Figura C.4-b e Figura C.5-b, respectivamente – resultam num gradiente de tensão ( $n$ ) negativo, verificando-se desta forma incrementos de extensão de fluência com sinal expectável.

### 5.3.2. Deslocamento vertical do tabuleiro

O aumento da flecha com o tempo é, provavelmente o efeito do fenómeno da fluência com maior relevância para elementos de betão estrutural sujeitos a flexão. Apesar de este não ser um dos parâmetros alvo de constante monitorização na Ponte 4 de Abril, considerou-se relevante analisar a sua evolução recorrendo ao modelo numérico e perspectivar a situação da estrutura ao fim de um período de cerca de 20 anos após a entrada em serviço.

A Figura 5.9 representa a deformada do modelo numérico, com um factor de escala de +100, sobreposta à sua posição indeformada no final da análise diferida, traduzindo a aplicação da lei de previsão de fluência segundo o regulamento EC2. Com base na deformada do modelo, é perceptível que a totalidade do vão suspenso da ponte apresenta seis pontos de inflexão e respectivamente três curvaturas com flecha positiva, sendo a de meio vão central a que exhibe maior valor de deslocamento vertical, uma vez que se encontra sujeita a valores de momentos flectores longitudinais positivos mais elevados.

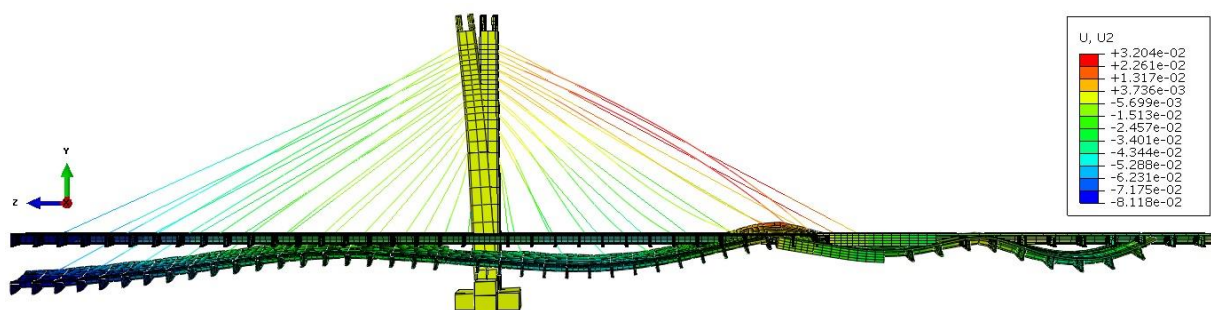


Figura 5.9 – Posição deformada (com um factor de escala de +100), no ano 2030, sobreposta à indeformada do modelo numérico no final da análise relativa à aplicação do EC2.

A Figura 5.10 exhibe a evolução do deslocamento vertical médio na secção S1, resultante das várias análises diferidas efectuadas ao modelo numérico. O valor do deslocamento é dado pela média entre as medições dos 5 extensómetros apresentados na Figura 5.4. De referir que, na Figura 5.10, um deslocamento vertical positivo corresponde a um posicionamento abaixo da configuração indeformada do modelo numérico.

Os dados ilustrados pela Figura 5.10 sugerem que, aquando da conclusão do processo construtivo, a secção S1, pertencente à aduela de fecho central, se encontra sujeita a um deslocamento vertical de aproximadamente 6 cm. Após a conclusão da construção, a evolução do valor deste parâmetro ocorre exclusivamente devido ao comportamento da retracção e da fluência. Prevê-se uma tendência crescente para o valor da flecha, estimando-se para 2030, um deslocamento vertical total na secção S1 entre os 7 e 8 cm. Tendo em conta que no dimensionamento de pontes é

habitual limitar as flechas a um valor correspondente a 1/1000 do vão, temos que os valores anteriores correspondem a valores entre 0,00044 e 0,00050, verificando-se assim que, passados 20 anos desde a finalização da sua construção, a estrutura continua a cumprir com esta exigência estrutural.

A análise da Figura 5.10 indica que o regulamento MC90 fornece a estimativa mais elevada, com uma flecha no vão central com cerca de 7,7 cm, apresentando a lei EC2 ajustada os resultados mais baixos, com cerca de 7 cm. As análises que resultam dos regulamentos EC2 e MC2010 fornecem estimativas intermédias, com flechas de 7,4 cm e 7,5 cm, respectivamente.

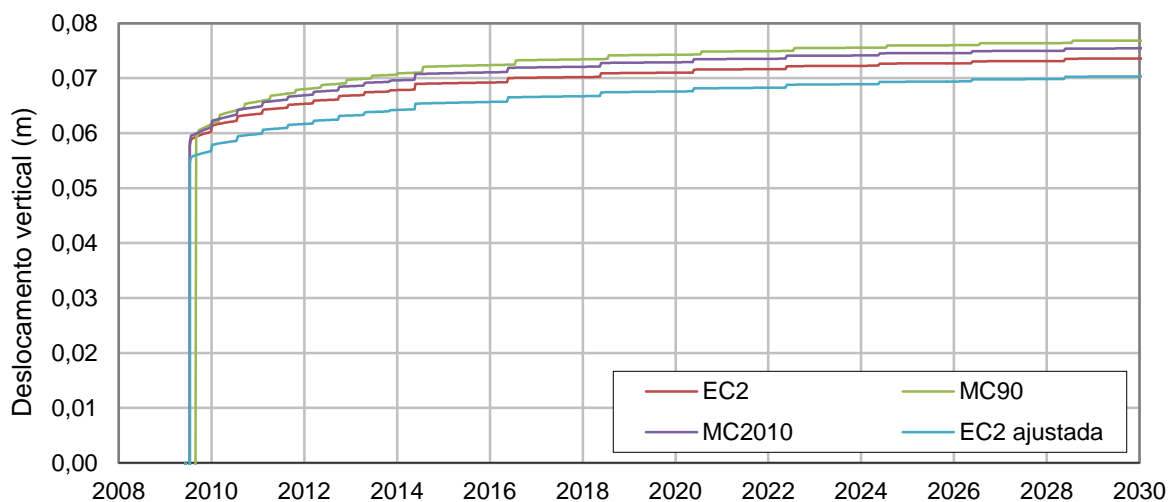


Figura 5.10 – Deslocamento vertical médio retirado das análises numéricas diferidas na secção S1.

Importa ainda referir que a Figura 5.9 e a Figura 5.10 apresentam apenas estimativas dos deslocamentos verticais que, na realidade, poderão ser superiores tendo em conta que, no modelo numérico, não se contabilizou o efeito do pré-esforço de continuidade na aduela de fecho central que, como é visto seguidamente com a análise das tensões longitudinais do tabuleiro, teria especial relevância nesta zona do meio vão central.

### 5.3.3. Tensões no tabuleiro segundo a direcção longitudinal

Neste ponto apresenta-se uma análise às tensões longitudinais no tabuleiro, resultantes das análises diferidas realizadas com o modelo numérico, com o objectivo de melhorar a compreensão do impacto trazido pelos fenómenos da retracção e fluência na evolução do comportamento estrutural.

Uma análise à Figura 5.11 demonstra a existência de compressões e tracções nas fibras superiores e inferiores da secção S1, respectivamente. Os resultados ilustrados na Figura 5.12 sugerem uma secção S2 integralmente sujeita à compressão, resultado da soma das componentes horizontais da tensão instalada nos tirantes.

Como já foi visto anteriormente, o facto de não ter sido modelado o pré-esforço de continuidade na aduela de fecho central conduz à não verificação da descompressão nesta zona do tabuleiro.

Uma observação mais detalhada à Figura 5.11 indica ligeiras oscilações no valor das tensões longitudinais ao longo do tempo, com um alívio das compressões nas fibras superiores (Figura 5.11-a

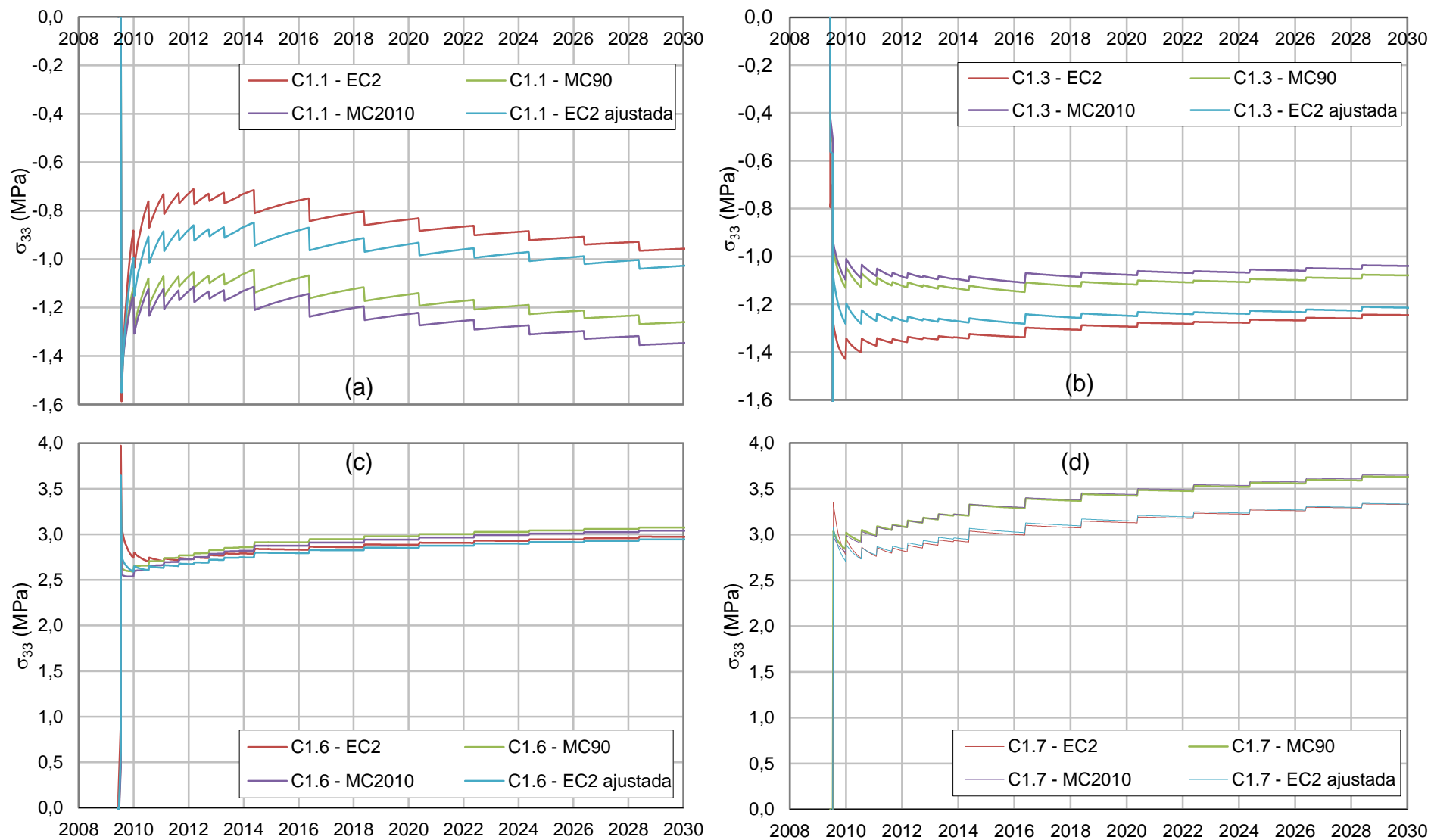


Figura 5.11 – Tensão na direcção longitudinal nas fibras superiores, (a) e (b), e inferiores, (c) e (d), da secção S1, obtidos através das análises diferidas ao modelo numérico.

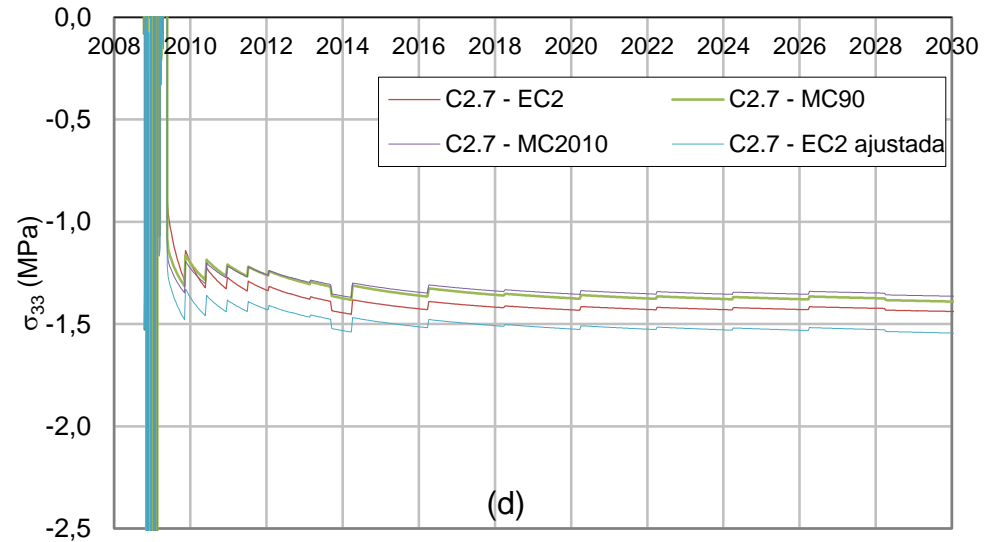
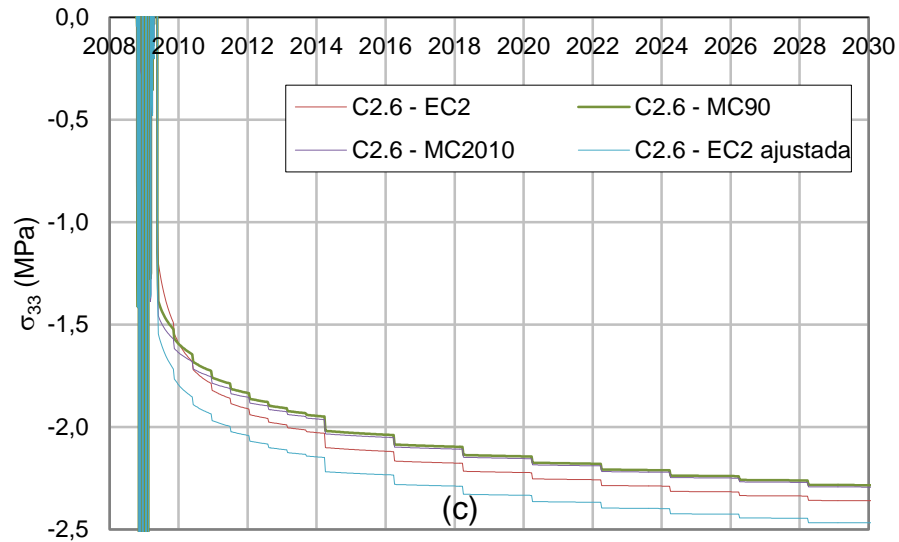
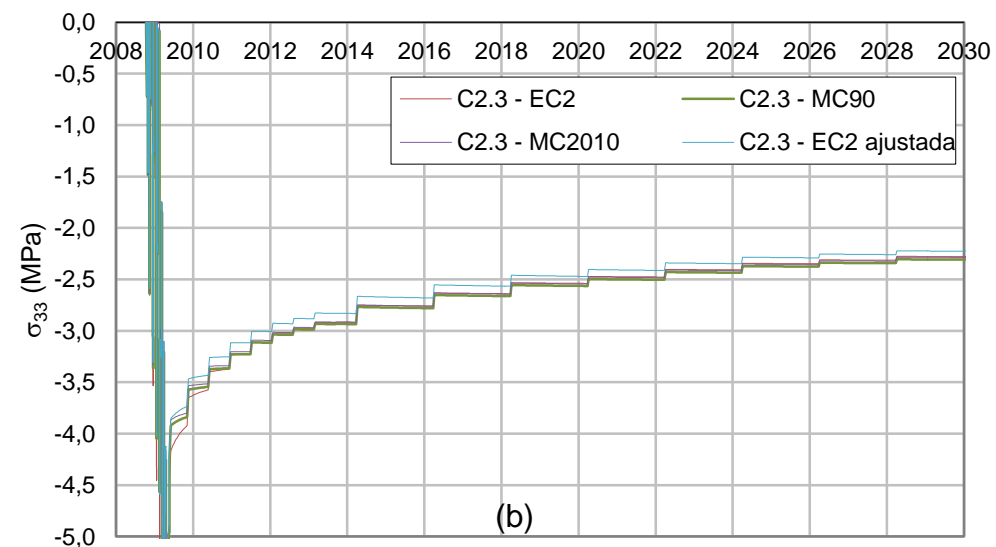
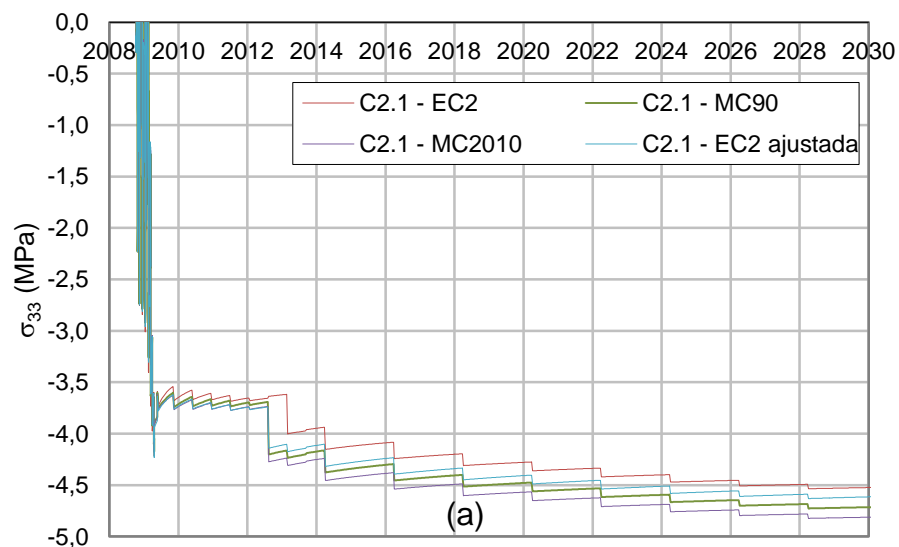


Figura 5.12 – Tensão na direcção longitudinal nas fibras superiores, (a) e (b), e inferiores, (c) e (d), da secção S2, obtidos através das análises diferidas ao modelo numérico.



e Figura 5.11-b) e um aumento das tracções nas fibras inferiores (Figura 5.11-c e Figura 5.11-d). Esta descompressão da zona central do tabuleiro resulta do encurtamento do tabuleiro, devido à evolução dos efeitos diferidos, nas zonas de maior compressão longitudinal.

Segundo os dados obtidos para estas últimas fibras verificam-se, no final do processo construtivo, tensões próximas da resistência à tracção do betão ( $f_{ctm}=3,2$  MPa para um betão da classe C35/45 como o utilizado no tabuleiro). Contudo, ao longo do tempo o valor das tensões ultrapassa este valor de referência, podendo-se assumir que, sem a implementação de pré-esforço de continuidade, as fibras inferiores da secção do meio vão fendilharão devido aos efeitos diferidos.

Os modelos de fluência aplicados indicam que a tensão longitudinal na fibra C2.7 (Figura 5.12-d) se mantém praticamente constante ao longo das análises diferidas, eventualmente devido à influência da carlinga mais próxima que, como foi mencionado em 4.3.2.6, foi modelada sem incluir comportamento viscoplástico. A Figura 5.13 ilustra a influência da presença de carlingas na distribuição das tensões longitudinais da aduela 3, e a proximidade da secção S2, representada pela linha vermelha, relativamente ao referido elemento estrutural.

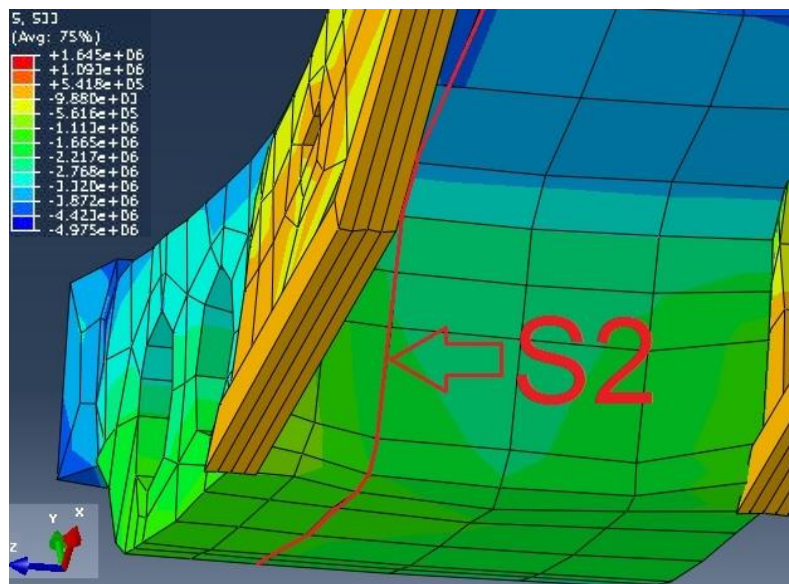


Figura 5.13 – Representação tridimensional das tensões longitudinais na aduela 3 e nas carlingas adjacentes.

A evolução das tensões longitudinais verificada nas Figura 5.11-a e Figura 5.12-a, que fazem referência aos extensómetros situados na viga de bordadura das secções S1 e S2, respectivamente segue um comportamento distinto, quando comparado com as restantes fibras analisadas. Tal poderá se dever ao facto de o tensionamento dos tirantes ser executado numa zona próxima do extensómetro mencionado, potenciando um diagrama de tensões auto-equilibradas ao longo das secções transversais.

## 6. Conclusões e desenvolvimentos futuros

### 6.1. Conclusões

A análise e previsão do comportamento diferido do betão evoluiu ao longo do tempo, com o aparecimento de várias teorias. Em todas estas, o fenómeno da fluência é explicado recorrendo à influência da água no estado evaporável. Bazant defende que, actualmente, a melhor definição constitutiva relativa ao estudo da fluência resulta da teoria da solidificação associada à relaxação da microtensão, conseguindo explicar não só o envelhecimento do betão, como também o efeito de Pickett resultante da retracção (Bazant, 2001).

O objectivo principal desta dissertação consistia em avaliar, de acordo com a abordagem adoptada nos principais regulamentos, o efeito da fluência em pontes de betão atirantadas, tomando como caso-de-estudo a Ponte 4 de Abril, em Angola. A metodologia seguida consistiu na construção de um modelo numérico, recorrendo ao *software* comercial Abaqus, calibrado com base em valores registados pelo sistema de monitorização instalado em obra, e simular o comportamento diferido da ponte, desde o início da fase construtiva até um horizonte temporal alargado (ano de 2030).

Concluiu-se que o Abaqus com a incorporação de subrotinas com as leis de previsão de fluência adoptadas pelos regulamentos MC90, MC2010 e EC2, é capaz de descrever, embora demasiado do lado da segurança, a deformação por fluência dos provetes sujeitos, em obra, a uma tensão uniaxial. Os resultados da análise segundo o EC2 foram os que melhores estimativas obtiveram relativamente à média dos valores registados. Conclui-se também que a utilização de um *software* complexo como o Abaqus apenas é viável em estruturas de menor complexidade, caso contrário acabará por ser necessário implementar simplificações na modelação, que poderão influenciar os resultados finais.

Relativamente à modelação dos ensaios de carga estáticos, realizada com vários camiões de três eixos, conclui-se que o modelo numérico tridimensional é mais preciso que o modelo bidimensional. Para tal contribui o maior rigor do modelo 3D, quer a nível da estrutura, quer no posicionamento dos carregamentos. Conclui-se ainda que a rota dos camiões se manteve centrada com as faixas de rodagem durante os ensaios de carga, uma vez que o modelo tridimensional com o carregamento concentrado forneceu resultados mais próximos dos medidos do que os modelos em que foram assumidos desvios (para montante ou para jusante) relativamente ao percurso definido.

Relativamente à modelação do comportamento diferido da ponte, concluiu-se que as previsões, resultantes da incorporação das leis de fluência modeladas, não são satisfatórias para zonas do tabuleiro que não se encontram sujeita exclusivamente a tensões de compressão.

A comparação dos resultados numéricos com os valores medidos indica que a imprecisão é maior na zona do meio vão central da estrutura (secção S1), sujeita a momentos flectores positivos. Este facto terá influência na evolução dos efeitos estruturais causados pelo comportamento diferido no modelo numérico. Assim, é expectável que os resultados relativos ao deslocamento vertical do tabuleiro no meio vão suspenso se encontrem subestimados.

Os resultados menos concordantes, obtidos para a secção S1, poderão também justificar-se pelo facto de estas leis de previsão terem sido calibradas em elementos sujeitos a uma tensão uniaxial uniforme, diferente do caso da referida secção transversal, situada numa zona da estrutura sujeita a momentos flectores positivos. A somar a este facto poderá ainda se considerar que, após o fecho da ponte, os efeitos diferidos do betão tendem a transferir parte do esforço (momento flector) da zona das torres para o meio vão central, conduzindo a um aumento das tensões de tracção nas fibras inferiores das nervuras, favorecendo o aumento das extensões longitudinais nesta secção.

É ainda possível considerar que a variação das condições atmosféricas, associada à grande variedade das propriedades do betão, estão também na base da discrepância verificada nos comportamentos estruturais.

A secção S2, pertencente à aduela 3, possui todas as fibras sujeitas a tensões negativas, resultantes da soma das componentes horizontais do tensionamento dos tirantes. Este facto conduz a que as previsões decorrentes das análises numéricas diferidas se aproximem consideravelmente dos valores medidos, podendo a formulação do EC2 ser considerada uma previsão mais consistente na previsão do comportamento diferido até 2030.

O ajuste efectuado à lei de previsão de fluência segundo o EC2, de forma a representar o comportamento material médio, não trouxe melhorias com a consistência desejada na previsão do comportamento estrutural diferido. É assim possível adiantar que a aplicação das leis de previsão de fluência utilizadas não é recomendada em modelos numéricos com a complexidade experimentada, muito devido ao facto de não serem capazes de determinar correctamente a evolução do comportamento diferido em elementos carregados multiaxialmente. Recomendam-se portanto modelos físicos materiais que reflectam a flutuação de tensões no betão.

É importante ter em conta que, dada a variabilidade da resposta do material e das condições ambientais, há um grau acrescido de dificuldade em prever com grande rigor a evolução do comportamento diferido. É de salientar que o projecto relativo ao caso-de-estudo ensaiado foi de encontro à minimização dos efeitos diferidos devido à retracção e à fluência, com a utilização da solução atirantada, garantindo valores baixos de momentos flectores positivos e assegurando a elevada compressão no tabuleiro. Sugeriria-se, no entanto, que se tivesse optado por um betão com sílica de fumo, minimizando assim a fluência de secagem.

Como síntese a todas as considerações anteriores, conclui-se que existe uma necessidade em melhorar os modelos de fluência preconizados pelos actuais regulamentos, alargando os seus espectros de aplicação, sugerindo-se melhorias na sensibilidade a cargas triaxiais.

## 6.2. Desenvolvimentos futuros

Partindo dos estudos desenvolvidos ao longo desta dissertação e procurando atingir melhores previsões do comportamento estrutural diferido em pontes de betão atirantadas, sugerem-se vários estudos numéricos.

No sentido de mitigar as considerações de que eventuais variações nas condições atmosféricas poderão ter tido influência na evolução da deformação por fluência nas idades mais jovens do betão, sugere-se a substituição dos valores médios da temperatura e humidade relativa, nos códigos que definem as subrotinas, por uma maior discretização destas variáveis, com base nos dados recolhidos em obra.

Considera-se ainda importante, no sentido de melhorar os resultados numéricos obtidos, estudar a possibilidade de incorporar mais do que uma subrotina em simultâneo no programa de elementos finitos Abaqus, viabilizando a consideração de leis de previsão da extensão de retracção e assim evitar defini-la através de variações de temperatura equivalentes.

A incorporação de modelos de fluência para tensão variável no modelo tridimensional poderá conduzir a melhores resultados, dado que em modelos numéricos desta complexidade sujeitos a um carregamento constante, o comportamento diferido acaba por alterar o valor das tensões, contrariando a teoria em volta das leis de previsão utilizadas.

Sugere-se igualmente o aumento da precisão do modelo numérico tridimensional, com a incorporação do pré-esforço transversal e longitudinal no tabuleiro, procurando-se aumentar o grau de aproximação à realidade. Alternativamente, propõe-se analisar a eventual vantagem de utilizar outros programas de elementos finitos, uma vez que a complexidade inerente à utilização do Abaqus implicou a consideração de várias simplificações no modelo numérico.

Prevê-se também útil averiguar a alegada incapacidade da aplicação das leis regulamentares de previsão de fluência para modelar o comportamento estrutural diferido de elementos sujeitos a tensões em mais do que uma direcção, com a análise, em Abaqus, de elementos estruturais mais simples.



## Referências bibliográficas

- ACI 209R-92. (1997). *Prediction of Creep, Shrinkage and Temperature Effects in Concrete Structures*. ACI Committee 209 Report. American Concrete Institute, Detroit: MI.
- ACI Committee 209. (1972). *Shrinkage and Creep in Concrete: 1966-1970 ACI Bibliography No.10*. ACI Journal, Vol. 69, pp. 522–524.
- Arthanari, S. & Yu, C. E. (1967). *Creep in Concrete under Uniaxial and Biaxial Stresses at Elevated Temperatures*. Magazine of Concrete Research (London). Vol.19 No. 60. pp 149-156 citado por (Videla, 2011a).
- Bazant, Z. P. (1972). *Prediction of Concrete Creep Effects Using Age-Adjusted Effective Modulus Method*. Journal Proceedings, 69(4), 212–219.
- Bazant, Z. P. (1975). *Theory of Creep and Shrinkage in Concrete Structures: A Précis of Recent Developments*.
- Bazant, Z. P. (1988). *Material Models for Structural Creep Analysis*. Mathematical Modeling of Creep and Shrinkage of Concrete.
- Bazant, Z. P. (2001). *Prediction of concrete creep and shrinkage: past, present and future*. Nuclear Engineering and Design, 203(1), 27–38.
- Bazant, Z. P., & Baweja, S. (2000). *Creep and Shrinkage Prediction Model for Analysis and Design of Concrete Structures: Model B3*. Michigan: American Concrete Institute.
- Bazant, Z. P., Baweja, S., Hauggaard, A. B., & Ulm, F.-J. (1997). *Microprestress-solidification Theory for Concrete Creep. I: Aging and Drying Effects*. Journal of Engineering Mechanics, 123, 1188–1194.
- Bazant, Z. P., & Kim, J.-K. (1991). *Consequences of Diffusion Theory for Shrinkage of Concrete*. Materials and Structures, 24(5), pp. 323–326.
- Bazant, Z. P., & Prasannan, S. (1989a). *Microprestress Solidification Theory for Concrete Creep II-Algorithm and Verification*.
- Bazant, Z. P., & Prasannan, S. (1989b). *Solidification Theory for Concrete Creep. 1: Formulation*. Journal of Engineering Mechanics, 115(8), 1961–1703.
- Bazant, Z. P., & Wittman, F. H. (1982). *Creep and Shrinkage in Concrete Structures*. Wiley-Interscience, Creep and Shrinkage Concrete Structures Mathematical Models for Creep and Shrinkage of Concrete, 164–256.
- Braga, Ó. L., & Lopes, F. (2009). *Ponte 4 de Abril, 4th of April Bridge*. Governo de Angola.
- Brooks, J. J., Cabrera, J. G., & Johari, M. M. (1999). *11 Factors Affecting the Autogenous Shrinkage of Silica Fume High-Strength Concrete*. Autogenous shrinkage of concrete: proceedings of the international workshop, organised by JCI (Japan Concrete Institute), Hiroshima.
- CEB. (1993). *Structural Effects of Time-dependent Behaviour of Concrete: Revision of the Design Aids of the CEB Design Manual in Accordance with the CEB-FIP Model Code 1990. le Comité*.

- CEB-FIP (Comite Euro-International du Beton). (1993). *Model Code 1990 - Design Code*. Lausanne, Switzerland: Thomas Telford House Ltd.
- CEB-FIP (Comite Euro-International du Beton). (2010). *Model Code 2010 - First complete draft* (1st ed.). Lausanne, Switzerland: International Federation for Structural Concrete (fib).
- CEN. (2005). *Eurocode 2 - Design of concrete structures - Concrete Bridges - Design and detailing rules*. Brussels: CEN - European Committee for Standardization.
- Coutinho, A. d. S., & Gonçalves, A. (1988). *Fabrico e propriedades do betão* (Volume 3.). Lisboa: LNEC.
- Cruz, S., & Azenha, M. (2013). *Estruturas de Betão II - 2012/2013*.
- De Larrard, F., Richard, P. and Acker. P. (1989). *Retrait et Fluage de Bétons à Hautes Performances – Influence de l'âge au Chargement*. Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics citado por (Videla, 2011a).
- Dassault Systèmes Simulia. (2014). *Abaqus 6.14 CAE User Guide*, 1146.
- Dias-da-Costa, D. (2006). Comportamento Diferido do Betão - *Modelação Numérica do Comportamento de Fluência de Vigas em Betão de Alta Resistência*. Tese de Mestrado em Engenharia Civil. Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra.
- England, G. L. (1967). *Numerical Creep Analysis Applied to Concrete Structures*. ACI Journal, Proceedings. Vol. 64, pp. 301-311 citado por (Dias-da-Costa, 2006).
- Fernandes, P. A. L. (2007). *Vigas de grande vão prefabricadas em betão de alta resistência pré-esforçado: viabilidade, dimensionamento, fabrico e comportamento*. Tese de Doutoramento em Engenharia Civil na Especialidade de Estruturas pela Universidade de Coimbra.
- Freyssinet, E. (1951). *The deformation of concrete*. Magazine of Concrete Research. Vol. 3, pp. 49-56 citado por (Dias-da-Costa, 2006).
- Ghosh, R. S. (1973). *A hypothesis on mechanism of maturing creep of concrete*. Matériaux et Constructions, 6(1), 23–27.
- Gamble, B. R. and Illston, J. M. (1976). *Rate of deformation of cement paste and concrete during regimes of variable stress, moisture content and temperature* citado por (Neville et al., 1983).
- Glanville W. H. and Thomas, F. G. (1939) *Further Investigations on the Creep of Flow of Concrete Under Load*. Building Research citado por (Dias-da-Costa, 2006).
- Glücklich, J. Ishai, O. (1962). *Creep Mechanism in Cement Mortar*. ACI Journal, Proceedings. Vol. 59, pp. 923-948 citado por (Dias-da-Costa, 2006).
- Hansen, T. C. and Mattock, A. H. (1966). *Influence of Size and Shape of Member on the Shrinkage and Creep of Concrete*. ACI Journal, Proceedings. Vol, 63, pp. 267-290 citado por (Dias-da-Costa, 2006).
- Hanson, J. A. (1964). *Prestress loss as affected by type of curing*. Portland Cement Association. Citado por (Videla, 2011a).
- Hatt, W.K. (1907). *Notes on the effect of tim element in loading concrete beams*. pp. 421-433 citado por (Neville et al., 1983).

- Hobbs, D. W. (1974). *Influence of Aggregate Restraint on the Shrinkage of Concrete*. Journal Proceedings, 71(9), 445–450.
- Ishai, Ori (1968) *The Time-dependent Deformational Behaviour of Cement Paste, Mortar and Concrete*. London. pp. 345-364 citado por (Smadi et al., 1987).
- Kesler, C. E., Wallo, E. M., Yuan, R. K., and Lott, J. L. (1965). *Prediction of creep in structural concrete for short-time tests*. University of Illinois, Urbana, Illinois citado por (Neville et al., 1983).
- Khalil, M. S., Dilger, W. H., & Ghali, A. (1983). *Time-Dependent Analysis of PC Cable-Stayed Bridges*. Journal of Structural Engineering, 109(8), 1980–1995.
- LNEC, I. P. (2009) *Ensaio de Carga da Ponte 4 de Abril sobre o Rio Catumbela na Via Rápida entre Benguela e Lobito em Angola*.
- Lyse, I. (1960). *Shrinkage and creep of concrete*. ACI Journal, Vol.31, pp.775–782.
- Monte, J. S., & Goodyear, D. (1988). *A Practical Look at Creep and Shrinkage in Bridge Design*. PCI Journal, 108–121.
- Monteiro, A., & LNEC. (2008). *Estudo da Fluência do Betão para a Obra de Construção da Ponte Sobre o Rio Catumbela*.
- Neville, A. M. (1955). *Theories of Creep in Concrete*. ACI Journal, Proceedings. Vol. 52-58, pp. 47-60 citado por (Dias-da-Costa, 2006).
- Neville, A. M., Dilger, L. H., & Brooks, J. J. (1983). *Creep of Plane & Structural Concrete*.
- Pickett, G., (1956). *Effect of Aggregate on Shrinkage of Concrete and a Hypothesis Concerning Shrinkage*. ACI Journal, Proceedings. Vol. 52-28, pp. 581-590 citado por (Bazant e Wittman, 1982)
- Portela, A., & Silva, A. (2006). *Mecânica dos materiais*. (Plátano-Eduções Técnicas, Ed.). Journal of Chemical Information and Modeling (1st ed.). Lisboa.
- Powers, T. C. (1959). *Causes and Control of Volume Change*. Research and Development Laboratories, pp. 29–39.
- Rito, A. (2016). *Concepção e Construção*. Armando Rito Engenharia SA, Jornadas de Civil, IST
- Rito, A., & Cabral, P. (2006). *Nova ponte sobre o rio Catumbela - Estudo prévio para concurso*
- Rito, A., Cabral, P., & Xavier, L. (2009). *A Nova Ponte sobre o rio Catumbela*, Armando Rito Engenharia SA 1–10
- Santos, L. O., Min, X., Silveira, P., & D’Abril, M. M. (2010). *Ensaio De Carga Da Ponte 4 De Abril Sobre O Rio Catumbela Na Via Rápida Entre Benguela E Lobito Em Angola*. BE2010 - Encontro Nacional Betão Estrutural. Lisboa.
- Seaman, F. E. (1957). *Determination of Creep Strain of Concrete Under Sustained Compressive Stress*. Journal Proceedings, 53(2), 803–810.
- Smadi, M. M., Slate, F. O., & Nilson, A. H. (1987). *Shrinkage and Creep of High, Medium, and Low-Strength Concretes, Including Overloads*. ACI Materials Journal, 224–234.



- Swamy, R. N., and Anand, K. L. (1975). *Shrinkage and creep properties of high-strength structural concrete*. Materials and structures, Research and testing (RILEM, Paris), Vol. 8, No. 48, pp. 413-423 citado por (Smadi *et al.*, 1987).
- Trost, H. (1978). *Creep and creep recovery of very old concrete*. RILEM Colloquium on Creep of Concrete, Leeds, U.K. Trost, H. (1967). Citado por (Z. P. Bazant, 1972).
- Videla, C. (2011a). *Factors Affecting Shrinkage and Creep*. Chile: Pontificia Universidad Catolica de Chile.
- Videla, C. (2011b). *Shrinkage and Creep Prediction Models*. In International Centre for Mechanical Sciences (CISM) (pp. 1–40). Chile.
- White, A. H. (1911). *Destruction of cement mortars and concrete through expansion and contraction*. citado por (Neville *et al.*, 1983).
- Woolson, I. H. (1905). *Some remarkable tests indicating "flow" of concrete under pressure*, Engineering News 54, No. 18 citado por (Neville *et al.*, 1983).

## Anexo A – Comportamento material

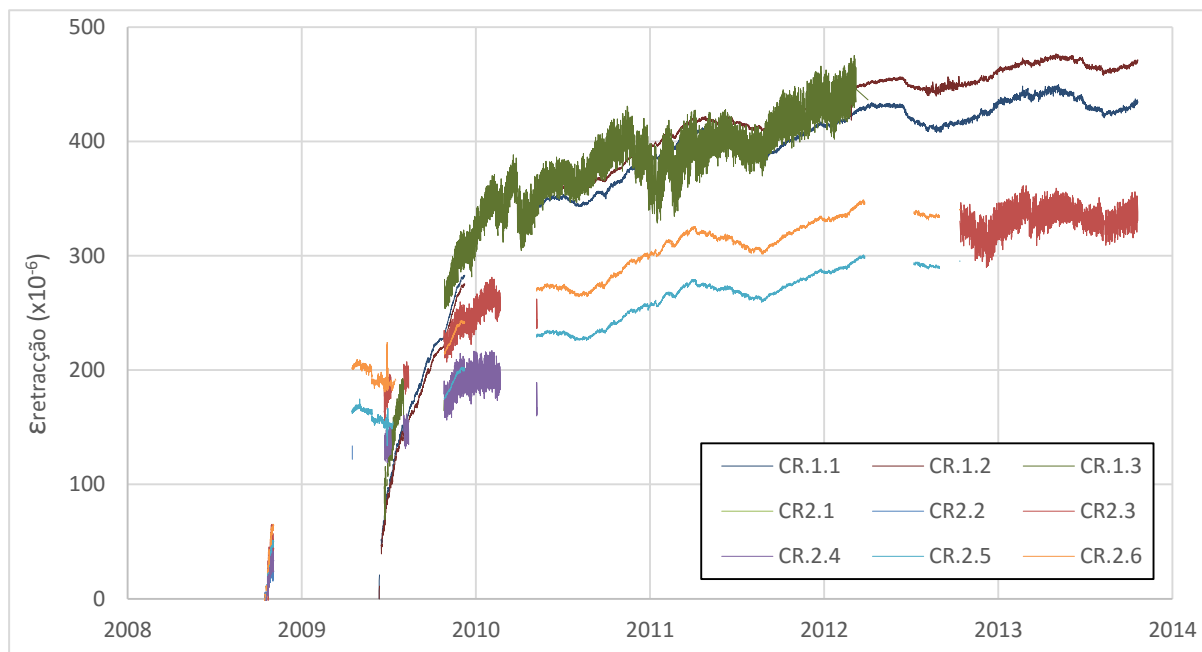


Figura A.1 – Extensão de retracção nos provetes betonados em conjunto com as secções S1 e S2.



Tabela B.2 – Passos de análise do modelo tridimensional para a reprodução da análise diferida.

Step	Nome	Step time		Step time acumulado	
		(dias)	(segundos)	(dias)	(segundos)
0	Initial	-	-	-	-
1	Estrut Zero	-	1	0	1
2	PP (Estrut Zero)	-	1	0	2
3	Aduela 0 +Tirantes 1	3	259200	3	259202
4	PP (aduelas 0 + tir 1)	-	1	3	259203
5	T (tir 1)	-	1	3	259204
6	Fluência (aduelas 0)	11	950400	14	1209604
7	Aduelas 1	-	1	14	1209605
8	PP (aduelas 1)	-	1	14	1209606
9	Fluência (aduelas 1)	7	604800	21	1814406
10	Aduelas 2	-	1	21	1814407
11	PP (aduelas 2)	-	1	21	1814408
12	Fluência (aduelas 2)	7	604800	28	2419208
13	Tirantes 2	-	1	28	2419209
14	T (tir 2)	-	1	28	2419210
15	Fluência (aduelas 2 (1))	3	259200	31	2678410
16	Aduelas 3	-	1	31	2678411
17	PP (aduelas 3)	-	1	31	2678412
18	Fluência (aduelas 3)	7	604800	38	3283212
19	Aduelas 4	-	1	38	3283213
20	PP (aduelas 4)	-	1	38	3283214
21	Fluência (aduelas 4)	7	604800	45	3888014
22	Tirantes 3	-	1	45	3888015
23	T (tir 3)	-	1	45	3888016
24	Fluência (aduelas 4 (1))	3	259200	48	4147216
25	Aduelas 5	-	1	48	4147217
26	PP (aduelas 5)	-	1	48	4147218
27	Fluência (aduelas 5)	7	604800	55	4752018
28	Aduelas 6	-	1	55	4752019
29	PP (aduelas 6)	-	1	55	4752020
30	Fluência (aduelas 6)	7	604800	62	5356820
31	Tirantes 4	-	1	62	5356821
32	T (tir 4)	-	1	62	5356822
33	Fluência (aduelas 6 (1))	3	259200	65	5616022
34	Aduelas 7	-	1	65	5616023
35	PP (aduelas 7)	-	1	65	5616024
36	Fluência (aduelas 7)	7	604800	72	6220824
37	Aduelas 8	-	1	72	6220825
38	PP (aduelas 8)	-	1	72	6220826
39	Fluência (aduelas 8)	19	1641600	91	7862426
40	Tramos 1 e 5	-	1	91	7862427
41	PP (tramos 1 e 5)	-	1	91	7862428
42	Fluência (tramos 1 e 5)	3	259200	94	8121628
43	Tirantes 5	-	1	94	8121629
44	T (tir 5)	-	1	94	8121630
45	Fluência (aduelas 8 (1))	3	259200	97	8380830
46	Aduelas 9	-	1	97	8380831
47	PP (aduelas 9)	-	1	97	8380832

48	Fluência (aduelas 9)	7	604800	104	8985632
49	Aduelas 10	-	1	104	8985633
50	PP (aduelas 10)	-	1	104	8985634
51	Fluência (aduelas 10)	19	1641600	123	10627234
52	Tramos 2 e 4	-	1	123	10627235
53	PP (tramos 2 e 4)	-	1	123	10627236
54	Fluência (tramos 2 e 4)	3	259200	126	10886436
55	Tirantes 6	-	1	126	10886437
56	T (tir 6)	-	1	126	10886438
57	Fluência (aduelas 10 (1))	3	259200	129	11145638
58	Aduelas 11	-	1	129	11145639
59	PP (aduelas 11)	-	1	129	11145640
60	Fluência (aduelas 11)	7	604800	136	11750440
61	Aduelas 12	-	1	136	11750441
62	PP (aduelas 12)	-	1	136	11750442
63	Fluência (aduelas 12)	22	1900800	158	13651242
64	Tirantes 7	-	1	158	13651243
65	T (tir 7)	-	1	158	13651244
66	Fluência (aduelas 12 (1))	3	259200	161	13910444
67	Aduelas 13	-	1	161	13910445
68	PP (aduelas 13)	-	1	161	13910446
69	Fluência (aduelas 13)	11	950400	172	14860846
70	Aduela fecho Norte	-	1	172	14860847
71	PP (aduela fecho Norte)	-	1	172	14860848
72	Fluência (aduela fecho Norte)	4	345600	176	15206448
73	Aduelas 14 (centrais)	-	1	176	15206449
74	PP (aduelas 14 centrais)	-	1	176	15206450
75	Fluência (aduelas 14 centrais)	7	604800	183	15811250
76	Tirantes 8	-	1	183	15811251
77	T (tir 8)	-	1	183	15811252
78	Fluência (aduelas 14 centrais (1))	3	259200	186	16070452
79	Aduelas 15 (centrais)	-	1	186	16070453
80	PP (aduelas 15 centrais)	-	1	186	16070454
81	Fluência (aduelas 15 centrais)	7	604800	193	16675254
82	Aduelas 16 (centrais)	-	1	193	16675255
83	PP (aduelas 16 centrais)	-	1	193	16675256
84	Fluência (aduelas 16 centrais)	7	604800	200	17280056
85	Tirantes 9	-	1	200	17280057
86	T (tir 9)	-	1	200	17280058
87	Fluência (aduelas 16 centrais (1))	3	259200	203	17539258
88	Aduelas 17 (centrais)	-	1	203	17539259
89	PP (aduelas 17 centrais)	-	1	203	17539260
90	Fluência (aduelas 17 centrais)	7	604800	210	18144060
91	Aduelas 18 (centrais)	-	1	210	18144061
92	PP (aduelas 18 centrais)	-	1	210	18144062
93	Fluência (aduelas 18 centrais)	7	604800	217	18748862
94	Tirantes 10	-	1	217	18748863
95	T (tir 10)	-	1	217	18748864
96	Fluência (aduelas 18 centrais (1))	3	259200	220	19008064
97	Aduela fecho	-	1	220	19008065
98	PP (aduela fecho)	-	1	220	19008066
99	Fluência (aduela fecho)	33	2851200	253	21859266

100	RCP	-	1	253	21859267
101	Fluência 1	167	14428800	420	36288067
102	Fluência 2	200	17280000	620	53568067
103	Fluência 3	200	17280000	820	70848067
104	Fluência 4	200	17280000	1020	88128067
105	Fluência 5	200	17280000	1220	105408067
106	Fluência 6	200	17280000	1420	122688067
107	Fluência 7	200	17280000	1620	139968067
108	Fluência 8	200	17280000	1820	157248067
109	Fluência 9	200	17280000	2020	174528067
110	Fluência 10	730	63072000	2750	237600067
111	Fluência 11	730	63072000	3480	300672067
112	Fluência 12	730	63072000	4210	363744067
113	Fluência 13	730	63072000	4940	426816067
114	Fluência 14	730	63072000	5670	489888067
115	Fluência 15	730	63072000	6400	552960067
116	Fluência 16	730	63072000	7130	616032067
117	Fluência 17	730	63072000	7860	679104067

Tabela B.3 – Valor de tensionamento real dos tirantes e da variação de temperatura equivalente.

	Tirante	T (kN)	T <sub>média</sub> (kN)	A (m <sup>2</sup> /tirante)	σ (MPa)	ΔT <sub>eq</sub> (°C)
Tirantes 1	10	987	987	0,0033	2,9894E+08	131
	11	987				131
	50	986				131
	51	986				131
Tirantes 2	9	1933	1909	0,0036	5,3021E+08	236
	12	1884				230
	49	1938				236
	52	1880				229
Tirantes 3	8	2441	2397	0,0039	6,1455E+08	275
	13	2351				264
	48	2445				275
	53	2350				264
Tirantes 4	7	2730	2760	0,00435	6,3437E+08	275
	14	2787				281
	47	2734				276
	54	2787				281
Tirantes 5	6	3058	3077	0,0048	6,4094E+08	279
	15	3093				283
	46	3062				280
	55	3093				283
Tirantes 6	5	3441	3408	0,00525	6,4914E+08	287
	16	3374				282
	45	3443				288
	56	3374				282
Tirantes 7	4	3917	3835	0,0057	6,7276E+08	301
	17	3753				289
	44	3916				301
	57	3753				289
Tirantes 8	3	4701	4362	0,006	7,2700E+08	344
	18	4019				294
	43	4708				344
	58	4020				294
Tirantes 9	2	5176	4872	0,00645	7,5539E+08	352
	19	4565				310
	42	5183				352
	59	4565				310
Tirantes 10	1	5387	5184	0,00675	7,6800E+08	350
	20	4976				323
	41	5397				351
	60	4976				323

Tabela B.4 – Valores de projecto das sobrecargas aplicadas ao tabuleiro do modelo numérico.

Sobrecargas (kN/m)	Guarda-corpos	2,0
	Passeios	3,0
	Betuminoso	51,0
	Guarda rodas	7,0
	Separador central	12,5
RCP (kN/m)		75,5
RCP (kN/m <sup>2</sup> )		3,08

## Anexo C – Comportamento estrutural

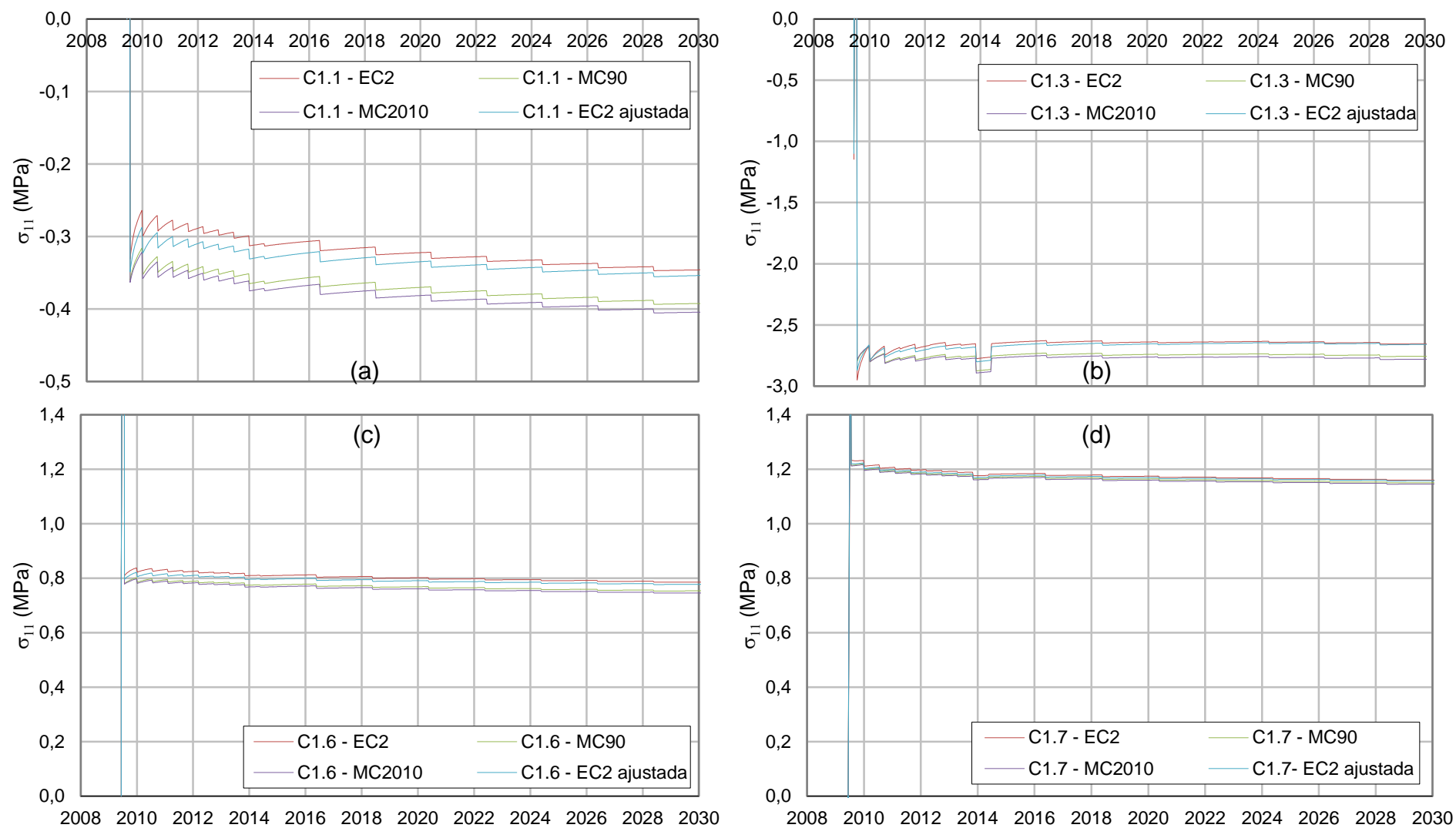


Figura C.1 – Tensão na direcção transversal nas fibras superiores, (a) e (b), e inferiores, (c) e (d), da secção S1, obtidos através das análises diferidas ao modelo numérico.



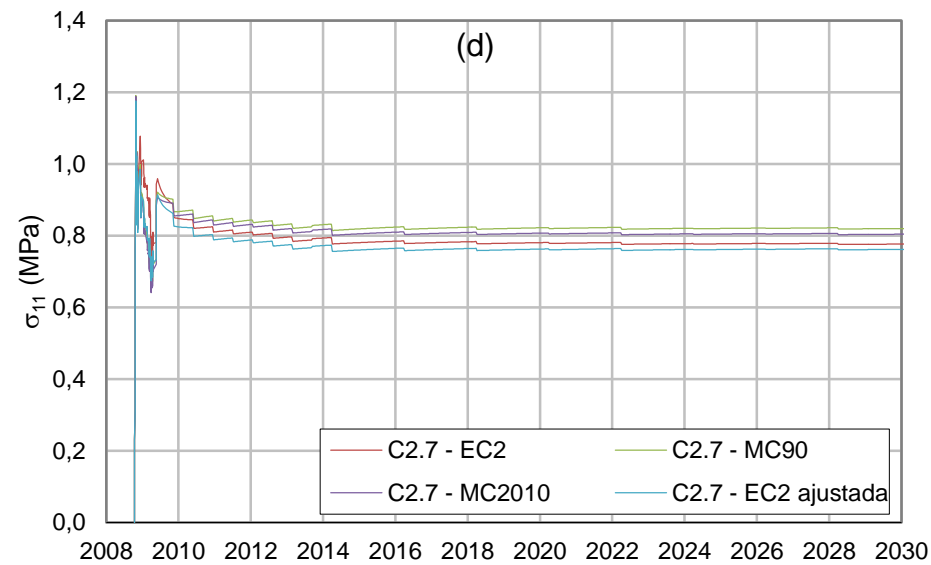
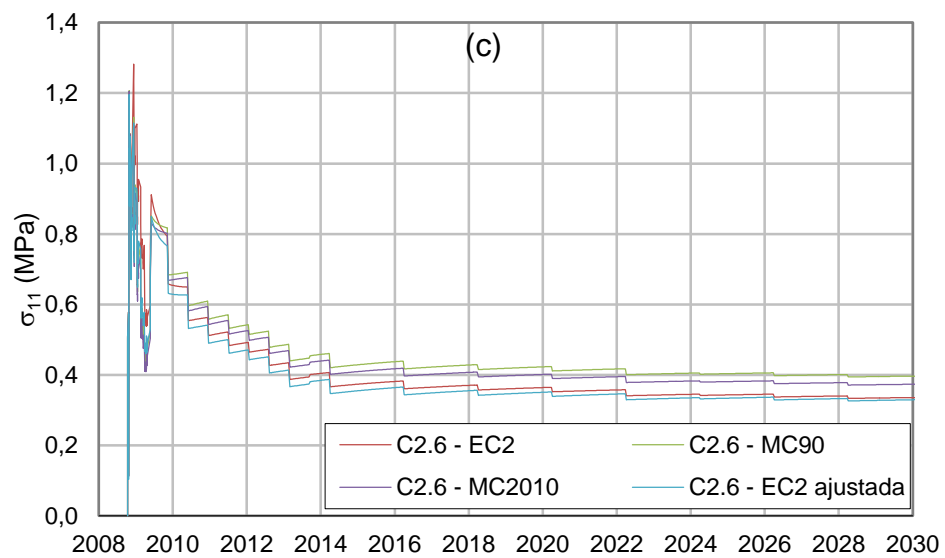
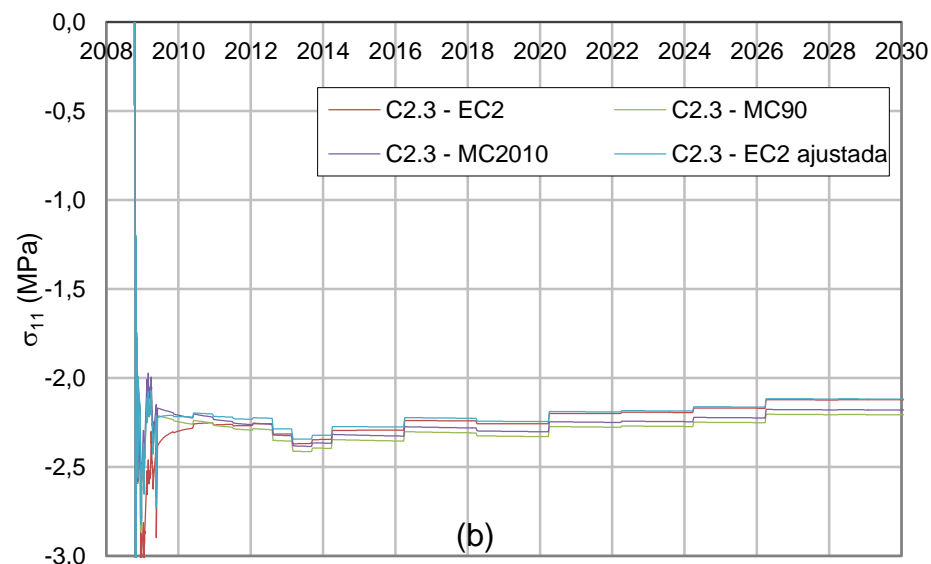
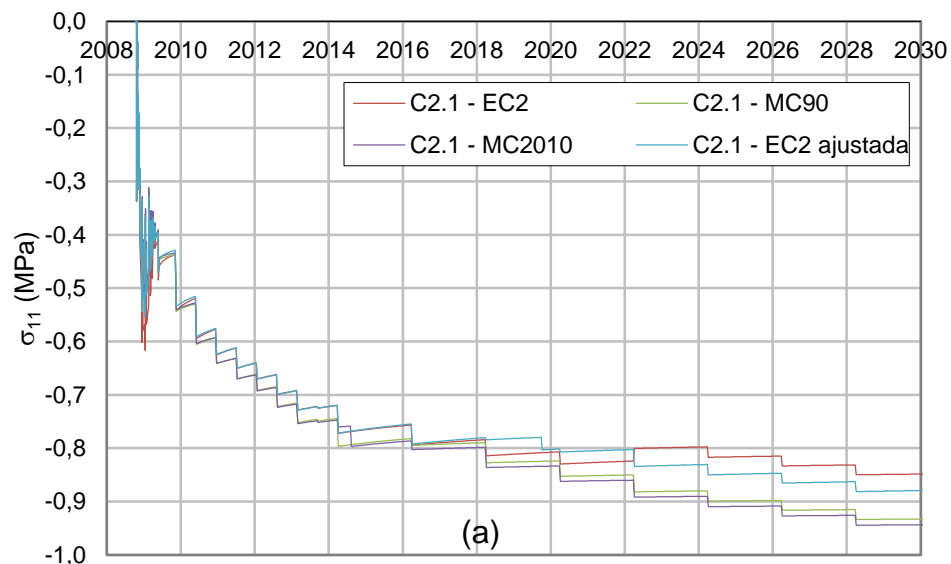


Figura C.2 – Tensão na direcção transversal nas fibras superiores, (a) e (b), e inferiores, (c) e (d), da secção S2, obtidos através das análises diferidas ao modelo numérico.

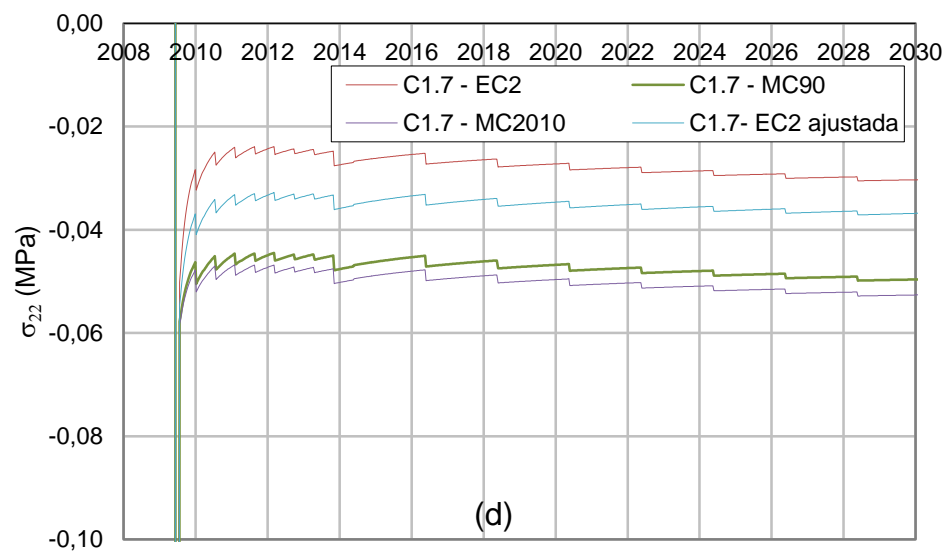
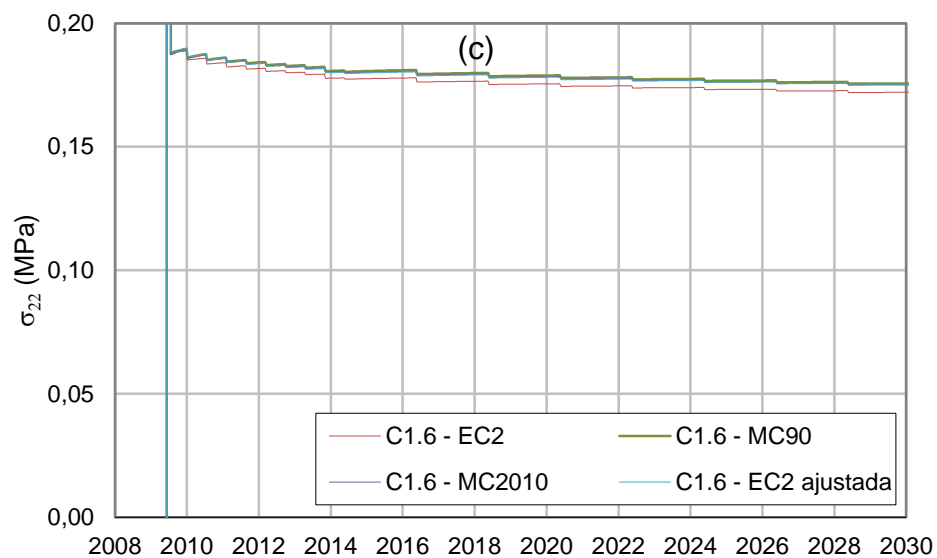
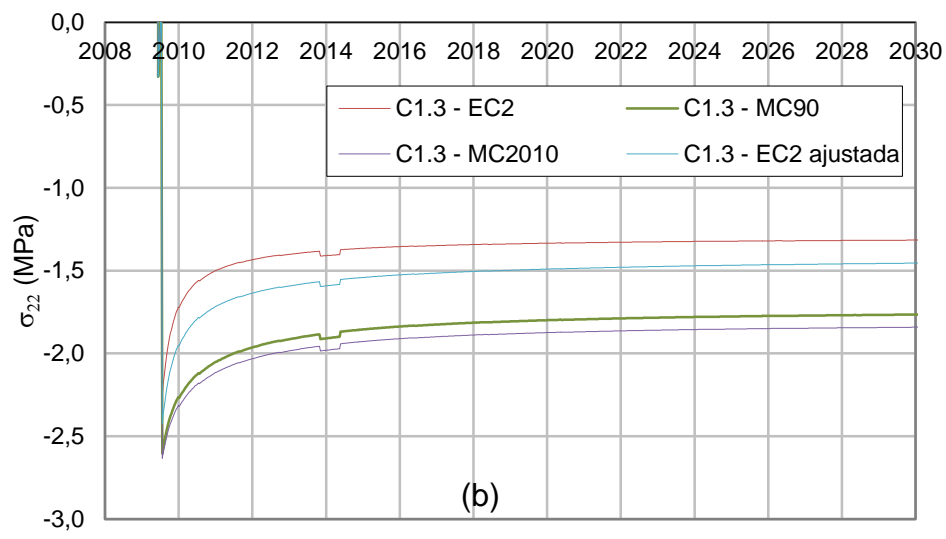
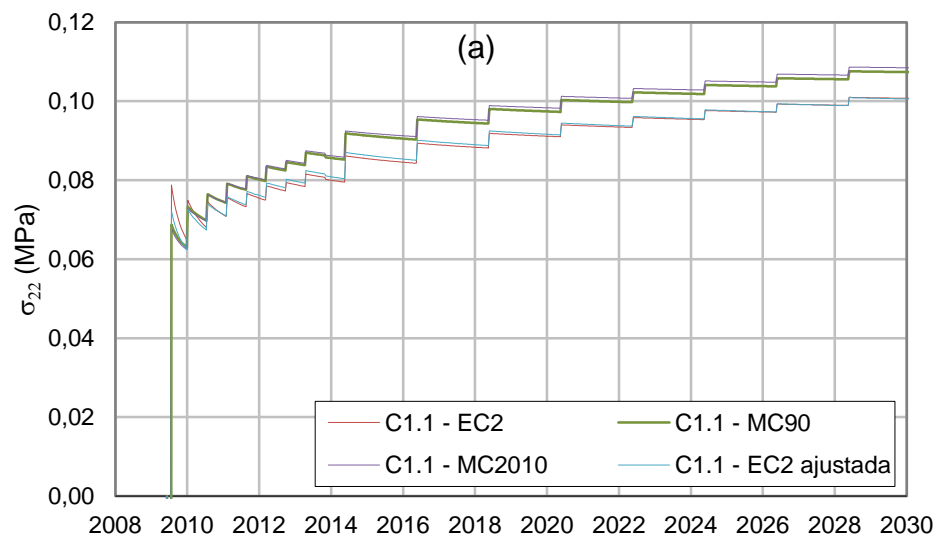


Figura C.3 – Tensão na direcção vertical nas fibras superiores, (a) e (b), e inferiores, (c) e (d), da secção S1, obtidos através das análises diferidas ao modelo numérico.

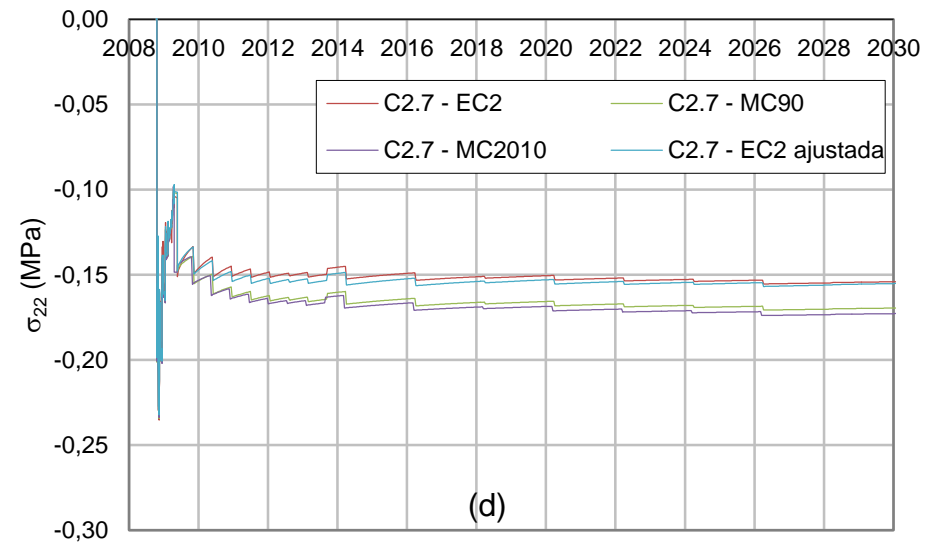
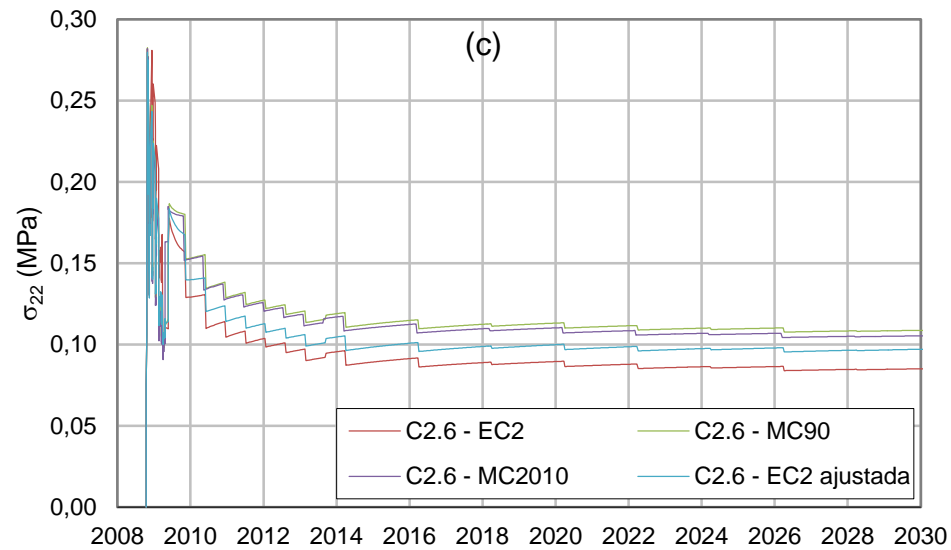
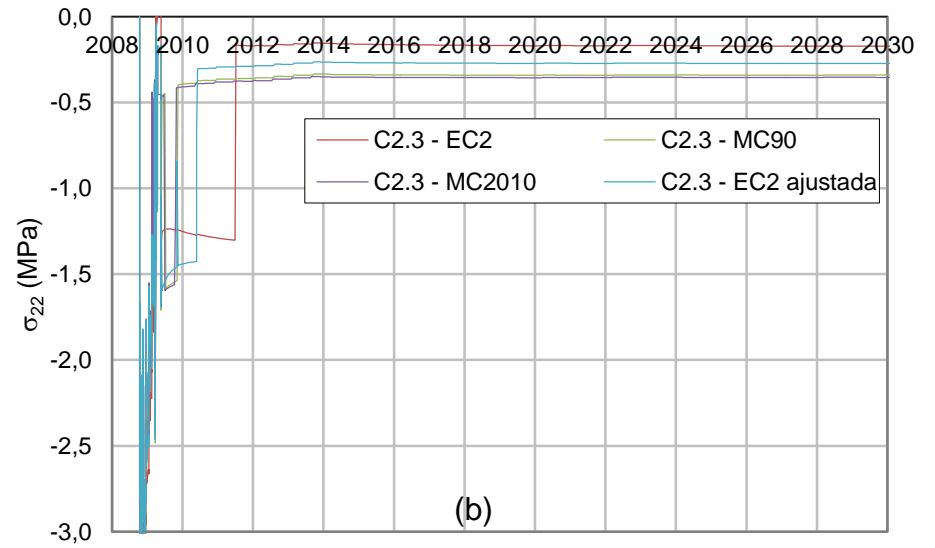
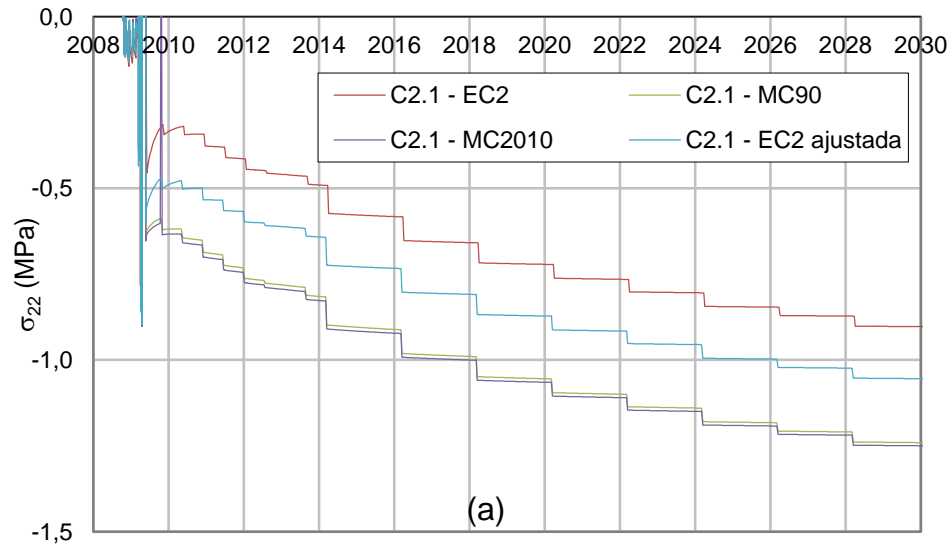


Figura C.4 – Tensão na direcção vertical nas fibras superiores, (a) e (b), e inferiores, (c) e (d), da secção S2, obtidos através das análises diferidas ao modelo numérico.

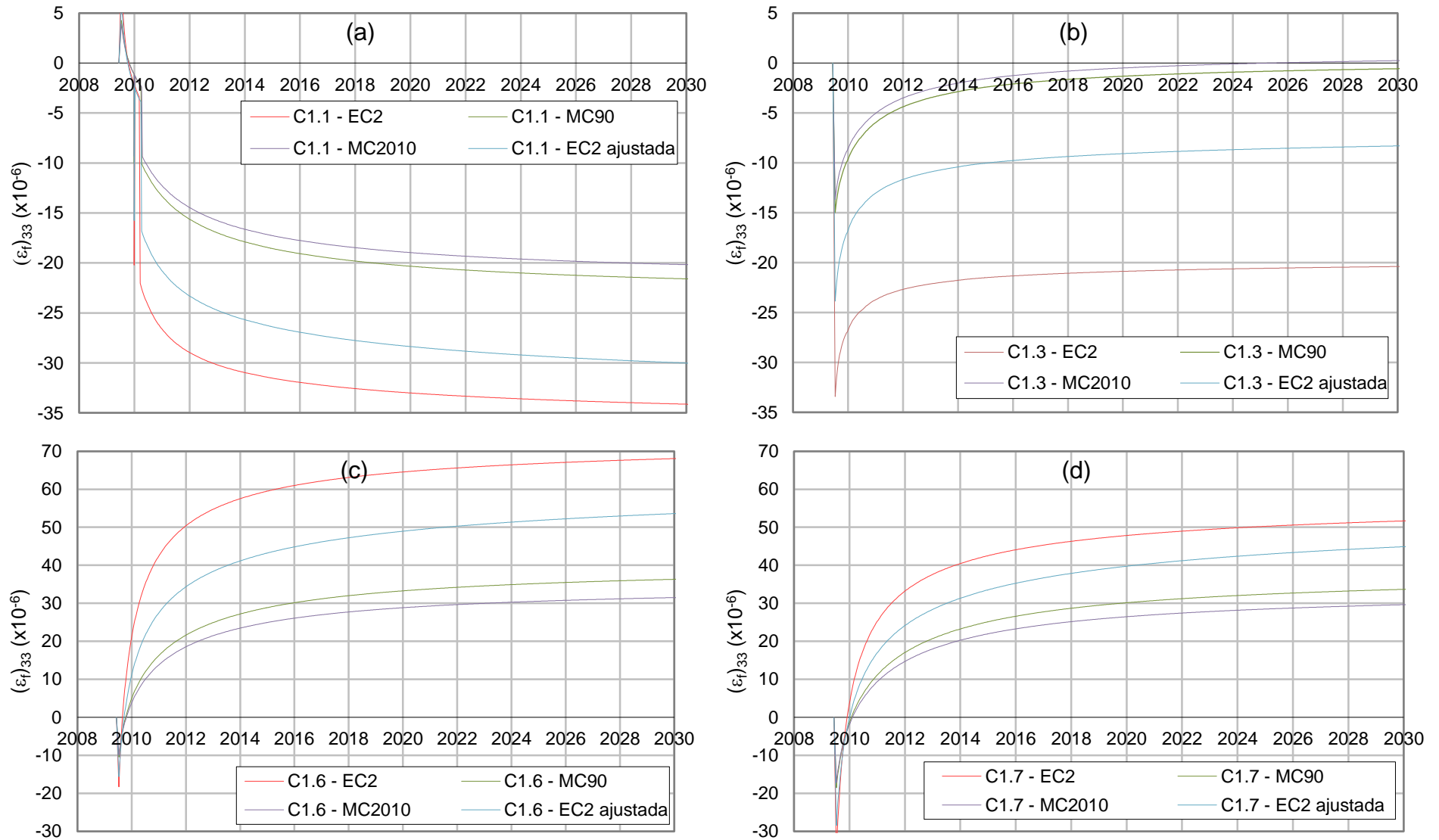


Figura C.5 – Extensão de fluência na direcção longitudinal nas fibras superiores, (a) e (b), e inferiores, (c) e (d), da secção S1, obtidos através das análises diferidas ao modelo numérico.

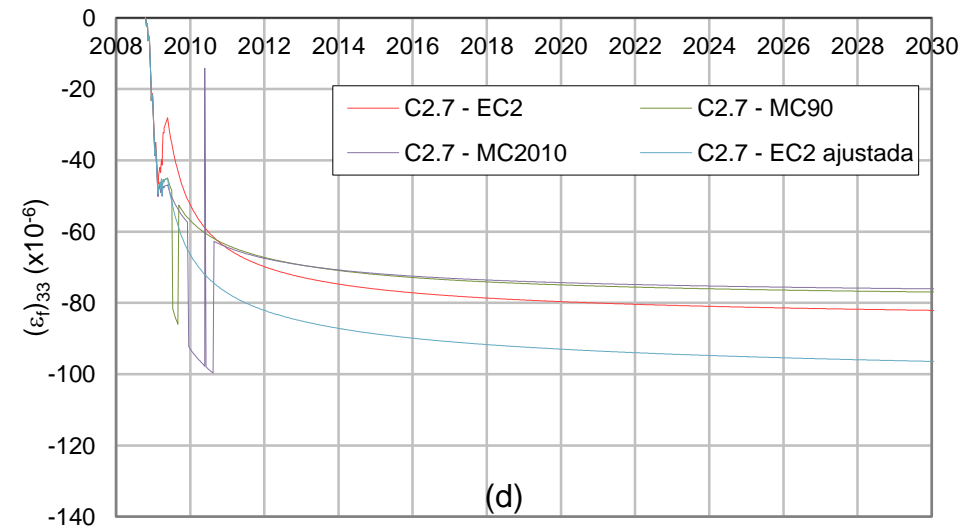
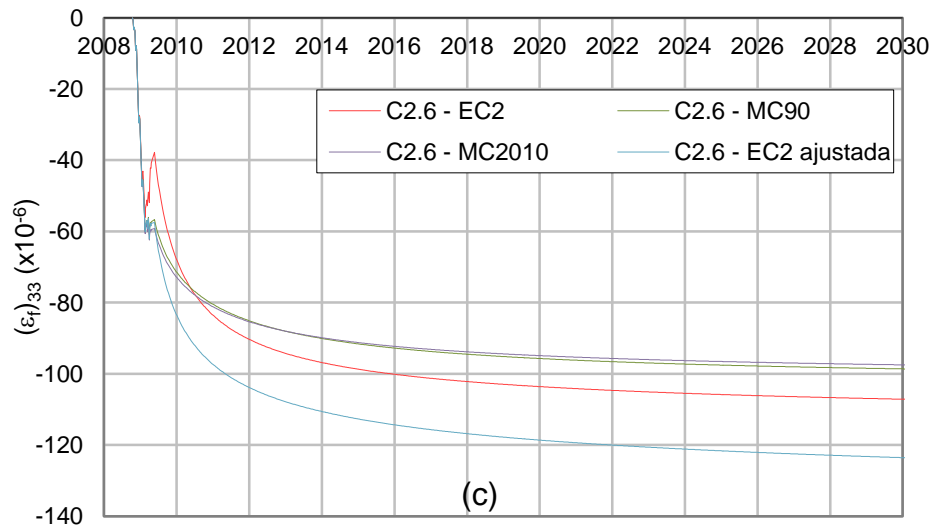
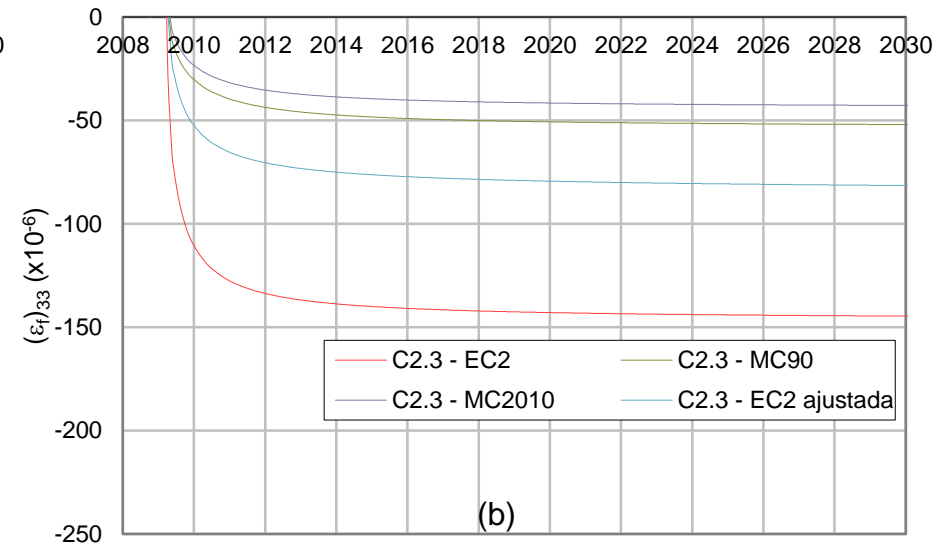
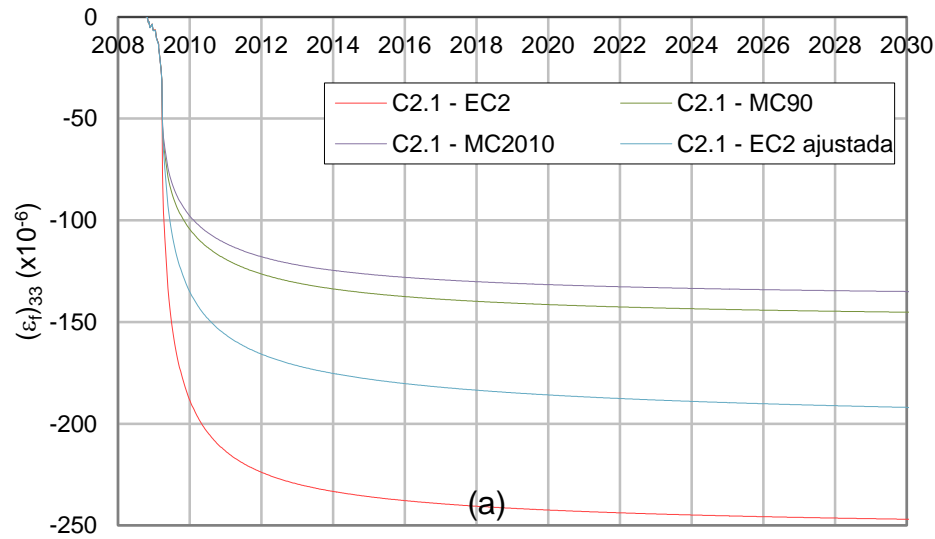


Figura C.6 – Extensão de fluência na direcção longitudinal nas fibras superiores, (a) e (b), e inferiores, (c) e (d), da secção S2, obtidos através das análises diferidas ao modelo numérico.

## Anexo D – Exemplo de uma subrotina em *Fortran* para a definição do comportamento viscoplástico do betão segundo o Eurocódigo 2

```

SUBROUTINE CREEP(DECRA, DESWA, STATEV, SERD, EC, ESW, P, QTILD,
1  TEMP, DTEMP, PREDEF, DPRED, TIME, DTIME, CMNAME, LEXIMP,
2  LEND, COORDS, NSTATV, NOEL, NPT, LAYER, KSPT, KSTEP, KINC)
INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'
CHARACTER*80 CMNAME
DIMENSION DECRA (5), DESWA (5), STATEV (*), PREDEF (*),
1  DPRED (*), TIME (3), COORDS (*), EC (2), ESW (2)
REAL*8 E28, fcmnt0, fcm, fck, t0, ts, Betab, Fib0, Fib, Fib1,
Fib2,
1  Fid0, Kfck, Betad, RH, s, Edt1, Edt2, Edt0, Fid, Fid1, Fid2,
2  Fi1, Fi2, Ec1, Ec2, Ec11, Ec22, Betacc1, Betacc2, fcmnt1,
3  fcmnt2, Eat1, Eat2, Es1, Es2

! Definição de constantes
E28=35652780669.95
fcmnt0=30.232
fck=37.6
fcm=45.6
Fib0=1.4
Fid0=3200.
Kfck=18.
Betad=0.021
RH=70.5
s=0.2

! Definição de t0 das aduelas
ts=t0+86400.

! Cálculo da fluência
IF ((TIME(2)-t0)<=1) THEN

Ec1=(QTILD/E28)*(0.0066976*(TIME(2)-DTIME-t0)/86400.)
Ec2=(QTILD/E28)*(0.0066976*(TIME(2)-t0)/86400.)

Ec11=(1./E28)*(0.0066976*(TIME(2)-DTIME-t0)/86400.)
Ec22=(1./E28)*(0.0066976*(TIME(2)-t0)/86400.)

ELSE

! Fluência básica
Betab=0.4*dexp(3.1*fcmnt0/fck)
Fib1=Fib0*(dsqrt((TIME(2)-DTIME-t0)/86400.)/(dsqrt((TIME(2)
1  -DTIME-t0)/86400.))+Betab))
2  Fib2=Fib0*(dsqrt((TIME(2)-t0)/86400.)/(dsqrt((TIME(2)-t0)
/86400.))+Betab))

! Fluência de secagem
Edt1=(Kfck*(72.*dexp(-0.046*fck)+75.-RH))*((TIME(2)-DTIME-ts)
1  /86400.)*10.**(-6))/(((TIME(2)-DTIME-ts)/86400.))+Betad*100
**2)
2  Edt2=(Kfck*(72.*dexp(-0.046*fck)+75.-RH))*((TIME(2)-
ts)/86400.)*
1  *10.**(-6))/(((TIME(2)-ts)/86400.))+Betad*100**2)
1  Edt0=(Kfck*(72.*dexp(-0.046*fck)+75.-RH))*((t0-ts)/86400.)
*10.**(-6))/(((t0-ts)/86400.))+Betad*100**2)

Fid1=Fid0*(Edt1-Edt0)
Fid2=Fid0*(Edt2-Edt0)

! Coef fluência total = Coef Fluência Básica + Coef Fluência
Secagem
Fi1=Fib1+Fid1
Fi2=Fib2+Fid2

! Equivalent (uniaxial) creep strain
Ec1=(QTILD/E28)*Fi1
Ec2=(QTILD/E28)*Fi2
Ec11=(1./E28)*Fi1
Ec22=(1./E28)*Fi2

ENDIF

! Equivalent (uniaxial) creep strain increment
DECRA(1)=(Ec2-Ec1)
IF (LEXIMP.EQ.1) THEN
DECRA(5)=(Ec22-Ec11)
ENDIF

RETURN
END

```

```

! Definição de t0 das aduelas
!Aduela 0
IF (NOEL>=1 .AND. NOEL<=546) THEN
t0=259202.

!Aduelas 1
ELSEIF (NOEL>=547 .AND. NOEL<=1058) THEN
t0=1209606.

!Aduelas 2
ELSEIF (NOEL>=1059 .AND. NOEL<=1570) THEN
t0=1814408.

!Aduelas 3 (Aduela 4m monitorizada1 -Secção S2)
ELSEIF (NOEL>=1571 .AND. NOEL<=2206) THEN
t0=2678412.

!Aduelas 4
ELSEIF (NOEL>=2207 .AND. NOEL<=2718) THEN
t0=3283214.

!Aduelas 5
ELSEIF (NOEL>=2719 .AND. NOEL<=3230) THEN
t0=4147218.

!Aduelas 6
ELSEIF (NOEL>=3231 .AND. NOEL<=3742) THEN
t0=4752020.

!Aduelas 7.
ELSEIF (NOEL>=3743 .AND. NOEL<=4254) THEN
t0=5616024.

!Aduelas 8
ELSEIF (NOEL>=4255 .AND. NOEL<=4766) THEN
t0=6220826.

!Aduelas 9
ELSEIF (NOEL>=4767 .AND. NOEL<=5278) THEN
t0=8380832.

!Aduelas 10
ELSEIF (NOEL>=5279 .AND. NOEL<=5790) THEN
t0=8985634.

!Aduelas 11
ELSEIF (NOEL>=5791 .AND. NOEL<=6302) THEN
t0=11145640.

!Aduelas 12
ELSEIF (NOEL>=6303 .AND. NOEL<=6814) THEN
t0=11750442.

!Aduelas 13
ELSEIF (NOEL>=6815 .AND. NOEL<=7326) THEN
t0=13910446.

!Aduela fecho lateral Norte
ELSEIF (NOEL>=7327 .AND. NOEL<=7886) THEN
t0=14860848.

!Aduela 14 central
ELSEIF (NOEL>=7887 .AND. NOEL<=8142) THEN
t0=15206450.

!Aduela 15 central
ELSEIF (NOEL>=8143 .AND. NOEL<=8398) THEN
t0=16070454.

!Aduela 16 central
ELSEIF (NOEL>=8399 .AND. NOEL<=8654) THEN
t0=16675256.

!Aduela 17 central
ELSEIF (NOEL>=8655 .AND. NOEL<=8910) THEN
t0=17539260.

!Aduela 18 central
ELSEIF (NOEL>=8911 .AND. NOEL<=9166) THEN
t0=18144062.

!Aduela fecho central - Secção S1 check
ELSEIF (NOEL>=9167 .AND. NOEL<=9622) THEN
t0=19080866.

!Viaduto 30m-1 (tramo 5)
ELSEIF (NOEL>=9623 .AND. NOEL<=10477) THEN
t0=7862428.

!Viaduto 30m-2(tramo 4) +viga variavel+
carlingaII
ELSEIF (NOEL>=10478 .AND. NOEL<=11546) THEN
t0=10627236.

ENDIF

```



## Anexo E – Estudos comparativos anteriores entre o comportamento estrutural monitorizado e o previsto segundo o EC2

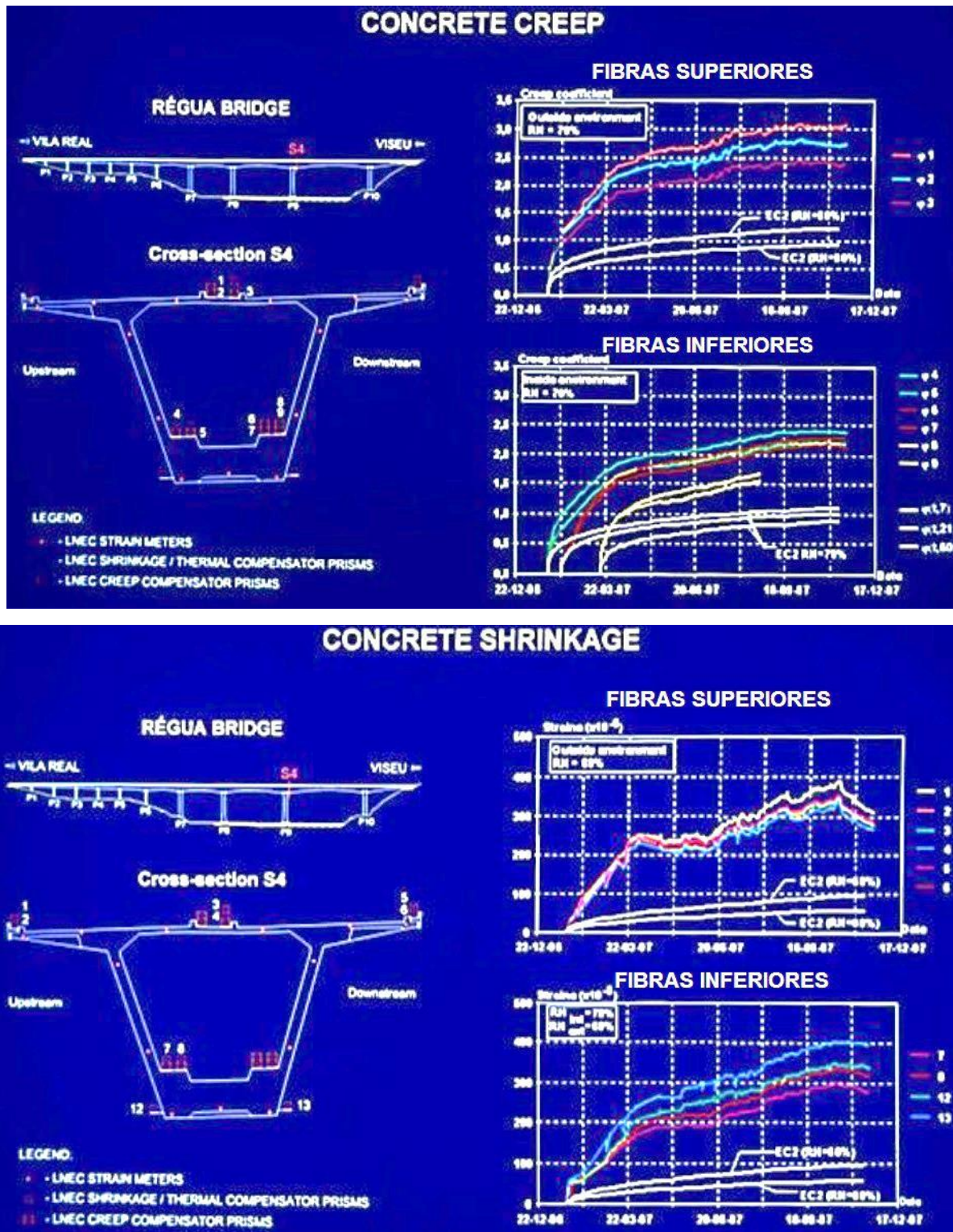


Figura E.1 – Comparação entre os dados monitorizados de retracção e fluência e a previsão segundo o EC2 no estudo efeito durante o primeiro ano de funcionamento da ponte da Régua (Rito, 2016).