

Desligue o telemóvel
 Identifique todas as folhas com o número e nome
 Entregue cada problema em folhas separadas
 Justifique adequadamente todas as respostas
 Duração: 2h30m

Problema 1 (11,0)

Considere o modelo estrutural de um edifício de betão armado representado na figura 1. As vigas são rígidas à flexão e todos os elementos são axialmente rígidos com exceção das bielas inclinadas (com rigidez axial da secção transversal EA_2). A massa encontra-se distribuída ao longo do comprimento das vigas. A estrutura tem um coeficiente de amortecimento de 5%.

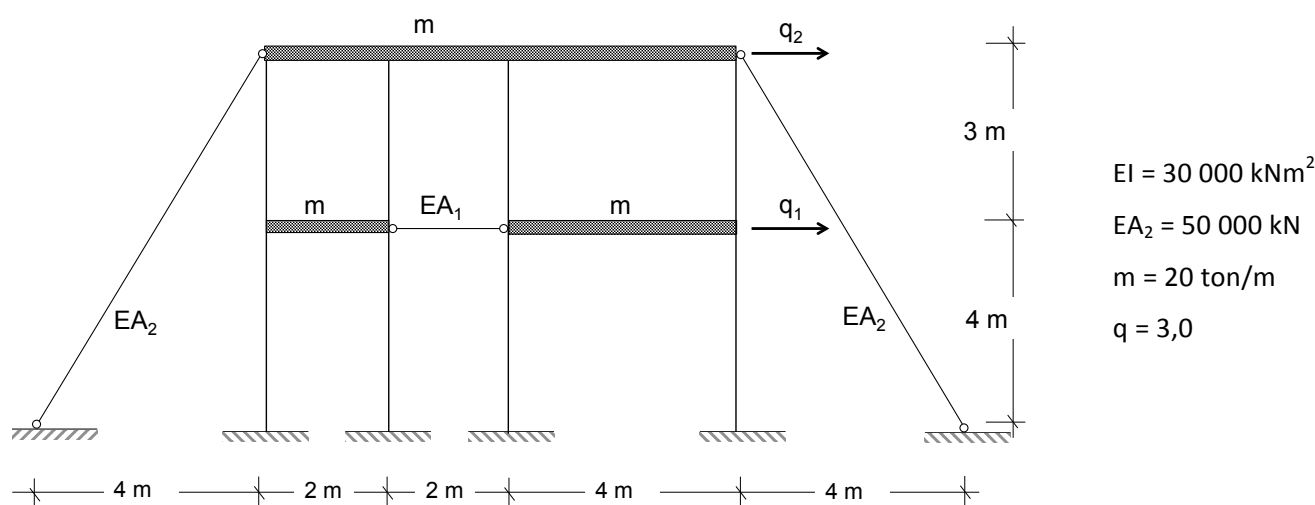


Figura 1: Modelo estrutural de edifício

- Calcule as matrizes de massa e rigidez considerando os graus de liberdade indicados. (1,5)
- Calcule os períodos e os modos de vibração do modelo estrutural ilustrado, utilizando a equação característica. (1,5)
- Calcule o período e o modo de vibração fundamental recorrendo ao método de Rayleigh. Compare o resultado obtido com o determinado na alínea b) e comente. (1,5)

No âmbito de uma análise dinâmica linear por espectros de resposta e de acordo com o EC8/Anexo Nacional, considere que a estrutura é de Classe de Importância II, se situa em Lisboa em solo do tipo C e é atuada por um sismo do tipo 1 (zona 1.3). Considere um coeficiente de comportamento (q) de 3,0.

- Calcule o valor do esforço transversal máximo dos pilares do 2º piso e o valor do alongamento/encurtamento das bielas inclinadas. (2,5)
- Calcule o valor da força de corte na base e o correspondente coeficiente sísmico. (1,5)
- Calcule o valor do esforço axial da biela horizontal. (1,5)

Se não resolveu a alíneas b) considere $T_1=0,7s$, $T_2=0,2s$, $v_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1,2 \end{Bmatrix}$ e $v_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -0,6 \end{Bmatrix}$

- Comente, de forma qualitativa, quais seriam as principais alterações no comportamento dinâmico da estrutura no caso de: i) todas as bielas serem rígidas ($EA_1 = EA_2 = \infty$); ii) nenhuma das bielas ser rígida. (1,0)

Problema 2 (4,0)

Considere o modelo estrutural representado na figura 2.

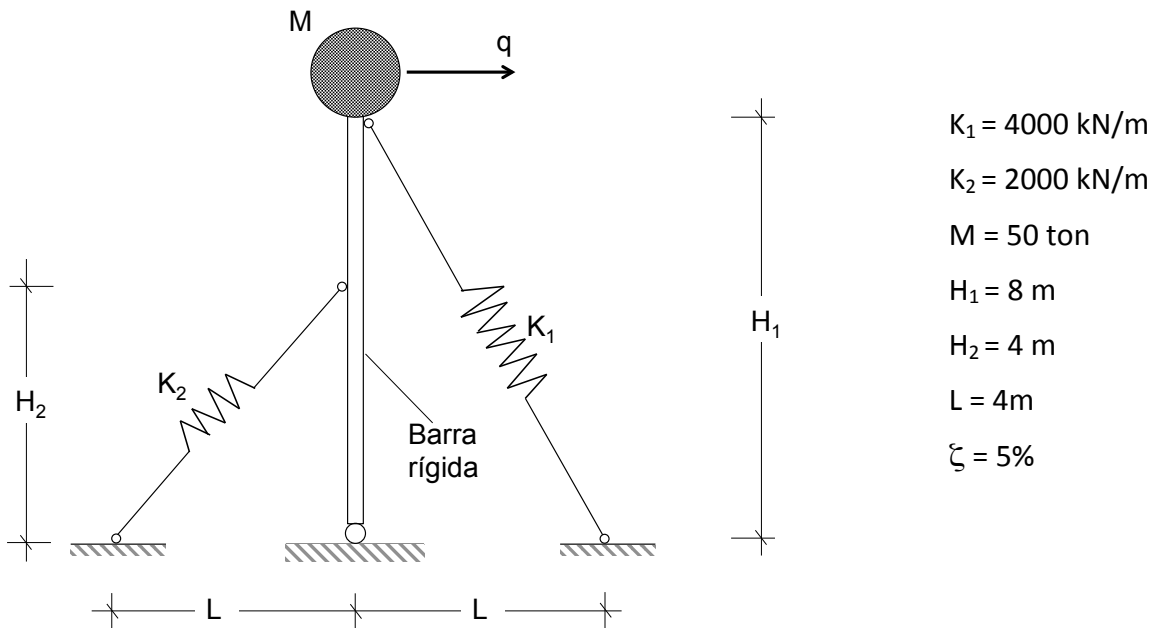


Figura 2: Modelo estrutural

- Calcule o período da estrutura. (1,0)
- Calcule a amplitude máxima de vibração da estrutura e a força máxima das molas se se aplicar uma força horizontal $F=15 \text{ sen}(5t)$ [kN] na massa M. (2,0)
- Defina a equação que traduz a resposta da estrutura em termos de deslocamentos se esta for sujeita a um impulso instantâneo de 10 kNs. (1,0)

Problema 3 (5,0)

- Qual a gama de alturas de edifícios (altos ou baixos) localizados em solos brandos tendem a ser mais afectados por uma ação sísmica de grande magnitude e epicentro afastado? Justifique a resposta. (1,0)
- Em que medida é que o solo influencia a ação sísmica à superfície? Descreva como é que o EC8 trata esta questão. (1,0)
- Admita que quer calcular a frequência fundamental da estrutura representada na figura pelo método de Rayleigh, usando funções de forma diferentes para cada tramo. Escreva as condições de fronteira cinemáticas e estáticas. (1,0)

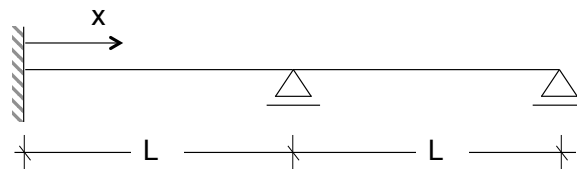


Figura 3: Viga continua

- Porque razão é que a sismicidade histórica é importante nos estudos de risco sísmico e não se usa apenas a sismicidade instrumental, que caracteriza com mais rigor os sismos registados? Justifique a resposta. (1,0)
- O que é o que Coeficiente de Importância usado no EC8 para calcular a aceleração de pico na rocha pretende ter em conta e como é que se relaciona com a probabilidade de rotura e o período de vida útil da estrutura. Ordene os tipos de estruturas seguintes por ordem crescente do Coeficiente de Importância: edifícios agrícolas, hospitais e edifícios de habitação. (1,0)

FORMULÁRIO

$$|K - p^2 M| = 0 \quad D = FM \quad DV = \frac{1}{p^2} V$$

$$V_i^T M V_j = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ M_j & i = j \end{cases}$$

$$V_i^T K V_j = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ M_j p_j^2 & i = j \end{cases}$$

$$\phi_i = \frac{V_i}{\sqrt{V_i^T M V_i}} \quad \bar{P}_{ix} = \phi_i^T M \mathbf{1}_x$$

$$\ddot{q}_{i_e}^{\max} = \bar{P}_{i_e} S_{a i_e} \phi_i \quad q_{i_e}^{\max} = \bar{P}_{i_e} S_{d i_e} \phi_i$$

$$S_{d j} = \frac{S_{a j}}{4 \pi^2 f_j^2} \quad r^{\max} = \sqrt{\sum_j (r_j^{\max})^2}$$

$$p^2 = g \frac{\int_0^{\ell} m(x) q_G(x) dx + \sum_i M_i q_G(x_i)}{\int_0^{\ell} m(x) [q_G(x)]^2 dx + \sum_j M_j [q_G(x_j)]^2}$$

$$p^2 = \frac{\int_0^{\ell} EI(x) [\psi''(x)]^2 dx + \sum_i K_i [\psi(x_i)]^2 + \sum_j K_j [\psi'(x_j)]^2}{\int_0^{\ell} m(x) [\psi(x)]^2 dx + \sum_m M_m [\psi(x_m)]^2 + \sum_n I_n [\psi'(x_n)]^2}$$

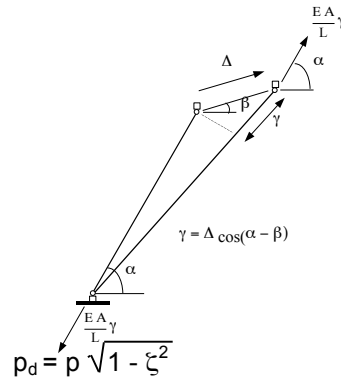
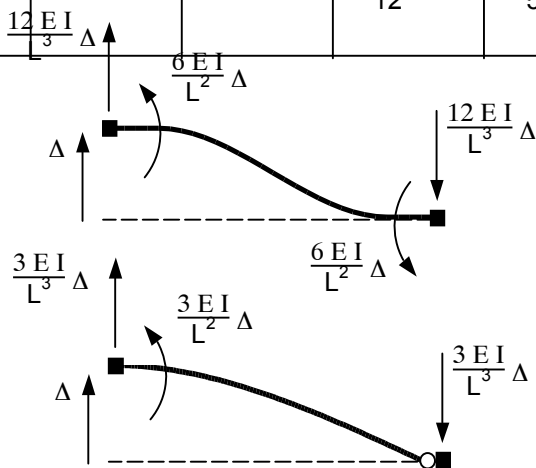
$$\beta_1 = \frac{1}{\sqrt{(1 - \bar{\omega}^2)^2 + (2 \zeta \bar{\omega})^2}} \quad \bar{\omega} = \frac{\omega}{p}$$

$$\beta_2 = \sqrt{1 + (2 \zeta \bar{\omega})^2} \times \beta_1 \quad \beta_3 = \beta_1 \times \bar{\omega}^2$$

$$q(t) = e^{-\zeta p t} (q_0 \cos(p_d t)) + \frac{\dot{q}_0 + \zeta p q_0}{p_d} \text{sen}(p_d t) + \frac{e^{-p t}}{M p_d} \int_0^t e^{\zeta p \tau} Q(\tau) \text{sen}(p_d (t - \tau)) d\tau$$

$$q(t) = \beta_1 \frac{Q}{k} \cos(\omega t - \phi) \quad \phi = \text{arctg}\left(\frac{2 \zeta \bar{\omega}}{1 - \bar{\omega}^2}\right)$$

	M				
$\frac{M}{L}$					
		abL	$\frac{1}{2} abL$	$\frac{1}{2} abL$	$\frac{1}{3} abL$
			$\frac{1}{3} abL$	$\frac{1}{6} abL$	$\frac{1}{4} abL$
				$\frac{1}{12} abL$	$\frac{1}{5} abL$



Quadro NA.I – Aceleração máxima de referência a_{gR} (m/s^2) nas várias zonas sísmicas

Acção sísmica Tipo 1		Acção sísmica Tipo 2	
Zona Sísmica	a_{gR} (m/s^2)	Zona Sísmica	a_{gR} (m/s^2)
1.1	2,5	2.1	2,5
1.2	2,0	2.2	2,0
1.3	1,5	2.3	1,7
1.4	1,0	2.4	1,1
1.5	0,6	2.5	0,8
1.6	0,35	–	–

f) NA-3.2.2.2(2)P

Em Portugal, para a definição dos espectros de resposta elásticos o valor do parâmetro S deve ser determinado através de:

$$\begin{aligned} \text{para } a_g \leq 1 \text{ m/s}^2 & \quad S = S_{\max} \\ \text{para } 1 \text{ m/s}^2 < a_g < 4 \text{ m/s}^2 & \quad S = S_{\max} - \frac{S_{\max} - 1}{3} (a_g - 1) \\ \text{para } a_g \geq 4 \text{ m/s}^2 & \quad S = 1,0 \end{aligned}$$

em que:

a_g valor de cálculo da aceleração à superfície de um terreno do tipo A, em m/s^2 ;

S_{\max} parâmetro cujo valor é indicado nos Quadros NA-3.2 e NA-3.3.

Em Portugal, para a definição dos espectros de resposta elásticos para a Acção sísmica Tipo 1 devem adoptar-se os valores do Quadro NA-3.2 em vez do Quadro 3.2.

Quadro NA-3.2 – Valores dos parâmetros definidores do espectro de resposta elástico para a Acção sísmica Tipo 1

Tipo de Terreno	S_{\max}	T_B (s)	T_C (s)	T_D (s)
A	1,0	0,1	0,6	2,0
B	1,35	0,1	0,6	2,0
C	1,6	0,1	0,6	2,0
D	2,0	0,1	0,8	2,0
E	1,8	0,1	0,6	2,0

h) NA-4.2.5(5)P

Em Portugal, os coeficientes de importância a adoptar são os indicados no Quadro NA.II.

Quadro NA.II – Coeficientes de importância γ

Classe de Importância	Acção sísmica Tipo 1	Acção sísmica Tipo 2	
		Continente	Açores
I	0,65	0,75	0,85
II	1,00	1,00	1,00
III	1,45	1,25	1,15
IV	1,95	1,50	1,35

(4)P Para as componentes horizontais da acção sísmica, o espectro de cálculo, $S_d(T)$, é definido pelas seguintes expressões:

$$0 \leq T \leq T_B : S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \left[\frac{2}{3} + \frac{T}{T_B} \cdot \left(\frac{2,5}{q} - \frac{2}{3} \right) \right] \quad (3.13)$$

$$T_B \leq T \leq T_C : S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \quad (3.14)$$

$$T_C \leq T \leq T_D : S_d(T) \begin{cases} = a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \cdot \left[\frac{T_C}{T} \right] \\ \geq \beta \cdot a_g \end{cases} \quad (3.15)$$

$$T_D \leq T : S_d(T) \begin{cases} = a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \cdot \left[\frac{T_C T_D}{T^2} \right] \\ \geq \beta \cdot a_g \end{cases} \quad (3.16)$$

Excertos da NP EN 1998-1 (Anexo Nacional NA, 2009)

$$a_g = a_{gR} \gamma_I$$

$$\beta = 0,2$$