

- Este teste tem três grupos. Responda ao primeiro **no próprio enunciado**. Responda aos outros dois **em folhas separadas**.
- **Identifique todas as folhas**, incluindo o enunciado, com o seu número e com o seu primeiro e último nome. Não desagrafe o enunciado.
- O incumprimento das regras anteriores resultará numa **penalização de 0,5 valores** na sua nota.
- O teste decorre sem consulta, excetuando-se a consulta de um **máximo de seis páginas A4** (três folhas, frente e verso) trazidas pelo aluno.
- Não é permitido o uso de **calculadoras programáveis** (em caso de necessidade, o corpo docente reserva-se o direito de fazer reset à memória das calculadoras dos alunos).
- Em caso algum é permitido o uso de calculadoras com qualquer **capacidade gráfica**.
- Responda às questões de escolha múltipla com uma cruz \boxtimes no quadrado \square respetivo. Caso queira emendar uma resposta, risque completamente o quadrado \blacksquare e coloque à esquerda da opção que considera correta o símbolo \boxtimes .
- A cotação de cada pergunta está indicada no início de cada grupo. A cotação total é de 10 valores.
- Há questões cuja resposta depende do seu número de aluno do IST, com cinco dígitos (n_1, n_2, n_3, n_4 e n_5). A sua resposta **tem** de ser dada substituindo o valor da variável em questão, sob pena de ser considerada incorreta.

Número: Nome: _____
 n_1 n_2 n_3 n_4 n_5

Grupo I (6 perguntas, 3 valores)

Cada pergunta tem a cotação de 0,5 valores. Cada resposta errada desconta à cotação deste grupo $-\frac{0,5}{n}$ valores, onde n é o número de respostas possíveis. A cotação mínima do grupo é de 0 valores.

Considere um sistema descrito exatamente pela seguinte função de transferência:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{n_3 s^2 + (n_4 + 1)s + (n_5 + 3)}{n_5 s^4 + (n_1 + n_4)s^3 + (n_3 - n_1)s^2 + n_2 s + n_1} \quad (1)$$

1. O sistema é
 - de ordem 0
 - de ordem 1
 - de ordem 2
 - de ordem 3
 - de ordem 4
2. O sistema é
 - de tipo 0
 - de tipo 1
 - de tipo 2
 - de tipo 3
 - de tipo 4
3. O sistema tem
 - 0 zeros
 - 1 zeros

- 2 zeros
- 3 zeros
- 4 zeros

4. O sistema é
 - estável
 - marginalmente estável
 - instável
 - nenhuma das anteriores
5. O sistema é
 - de fase mínima
 - de fase não-mínima
 - nenhuma das anteriores
6. O sistema é
 - invariante no tempo
 - variante no tempo
 - nenhuma das anteriores

Grupo II (4 perguntas, 4 valores)

Cada pergunta tem a cotação de 1 valor.

1. Considere novamente a função de transferência (1). Escreva a equação diferencial que relaciona a entrada do sistema $u(t)$ com a saída do sistema $y(t)$. Apresente todos os cálculos com os valores de n_1, n_2, n_3, n_4 e n_5 já substituídos.
2. Esboce uma resposta ao degrau com as seguintes características:

- o valor final é $n_4 + 7$;
- o sobreimpulso é $n_1 \times 10\%$;
- o tempo de pico é $20 + n_3$ segundos;
- se n_5 for par, o tempo de estabelecimento a 2% é $30 + n_4 + n_5$ segundos; se n_5 for ímpar, o tempo de estabelecimento a 5% é $30 + n_4 + n_5$ segundos;

e explique se o sistema pode ser de primeira ordem com uma resposta assim. (Apresente o gráfico com os valores de n_1, n_2, n_3, n_4 e n_5 já substituídos, evidenciando o cumprimento das características pedidas.)

3. Ache a transformada de Fourier que corresponde à função de transferência

$$G(s) = \frac{1 + n_5}{s + 10 \times n_1} \quad (2)$$

e a partir daí ache a expressão analítica da saída em estado estacionário quando a entrada é

$$u(t) = (n_3 + 10) \sin((10 - n_4) \times 10^{-3}t) \quad (3)$$

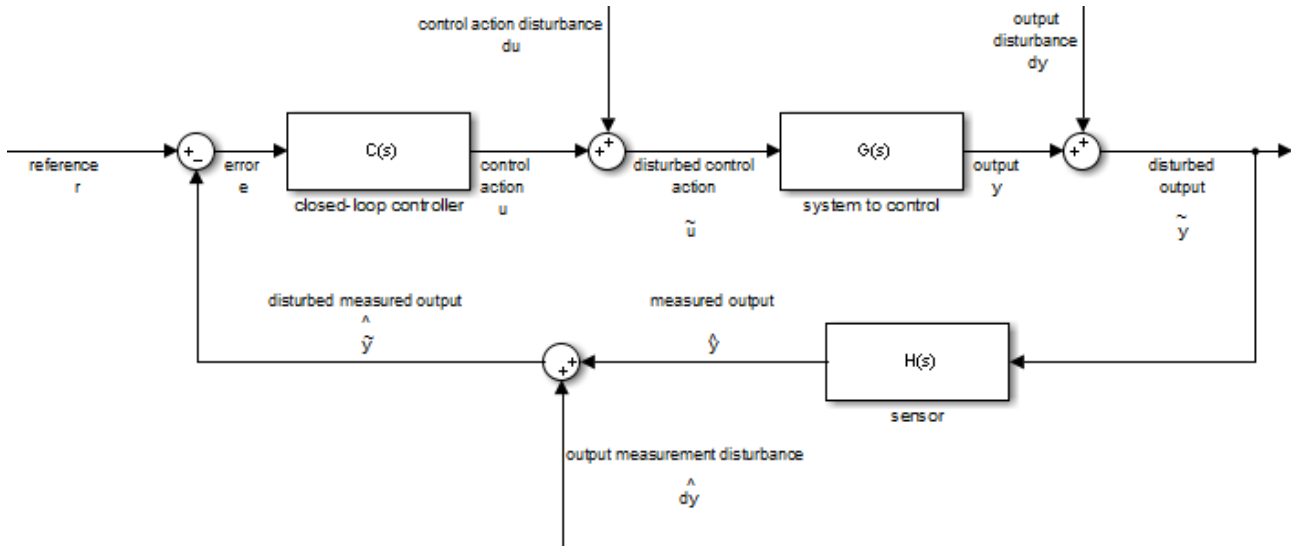
(Os ângulos são dados em radianos.)

4. Considere o diagrama de blocos da Figura 1. Ache a função de transferência que tem a entrada e a saída pedidas na figura, como função de C, G e H , simplificando o resultado.

Grupo III (1 pergunta, 3 valores)

A única pergunta tem a cotação de 3 valores.

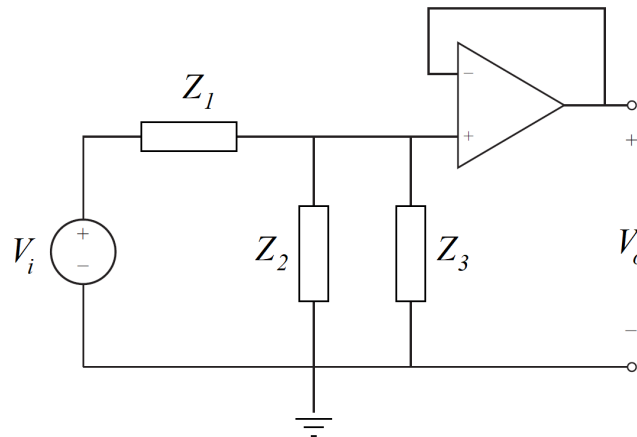
Considere o sistema da Figura 2. Ache as equações que descrevem a sua dinâmica, e a função de transferência $\frac{V_o(s)}{V_i(s)}$ do sistema. Apresente todos os cálculos sempre com os elementos correspondentes ao seu caso. Num sistema fluido, quais seriam os equivalentes da fonte de tensão e dos elementos com impedências Z_1, Z_2 e Z_3 ?



n_4	0, 1	2, 3, 4	5, 6	7, 8, 9
entrada	r	d_u	d_y	$d_{\hat{y}}$

n_5	0, 1	2	3	4, 5	6	7	8, 9
saída	e	u	\tilde{u}	y	\tilde{y}	\hat{y}	$\hat{\tilde{y}}$

Figura 1: Diagrama de blocos da pergunta II.4.



n_4	Z_1	Z_2	Z_3
0, 1	resistência R_1	condensador C_2	indutância L_3
2	resistência R_1	indutância L_2	condensador C_3
3, 4	condensador C_1	resistência R_2	indutância L_3
5	condensador C_1	indutância L_2	resistência R_3
6, 7	indutância L_1	resistência R_2	condensador C_3
8, 9	indutância L_1	condensador C_2	resistência R_3

Figura 2: Sistema do grupo III.

I 1 se $m_5 = 0$ é de ordem 3
 " $m_5 \neq 0$ " " ordem 4

2 tipo 0 (nunca há polos na origem)

3 se $m_3 = 0$ tem 1 zero
 " $m_3 \neq 0$ " 2 zeros

4 se $m_5 \neq 0$

s^4	m_5	$m_3 - m_1$	m_1
s^3	$m_1 + m_4$	m_2	
s^2	$m_3 - m_1 - \frac{m_2 m_5}{m_1 + m_4}$	m_1	
s	$m_2 - \frac{m_1^2 + m_1 m_4}{m_3 - m_1 - \frac{m_2 m_5}{m_1 + m_4}}$		
1	m_1		

e' ver se são os dois positivos; se sim, e' estável

se $m_5 = 0$

s^3	$m_1 + m_4$	m_2
s^2	$m_3 - m_1$	m_1
s	$m_2 - \frac{m_1^2 + m_1 m_4}{m_3 - m_1}$	
1	m_1	

só sobra esta condição

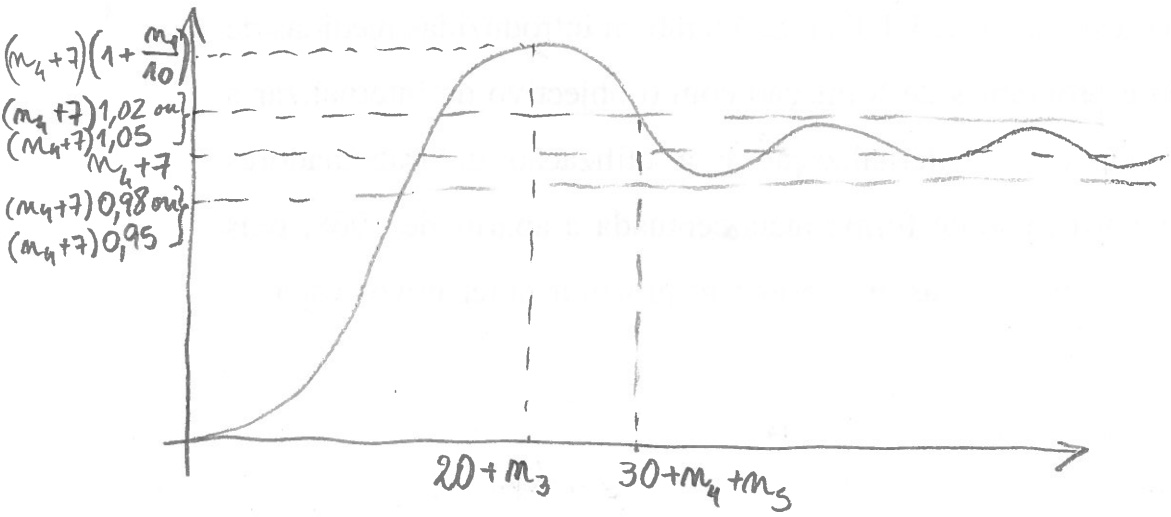
5 os zeros são de fase mínima

6 invariante no tempo

II 1 $m_5 Y(s) s^4 + (m_1 + m_4) Y(s) s^3 + (m_3 - m_1) Y(s) s^2 + m_2 Y(s) s + m_1 Y(s) =$
 $= m_3 U(s) s^2 + (m_4 + 1) U(s) s + (m_5 + 3) U(s)$

$m_5 y''''(t) + (m_1 + m_4) y''''(t) + (m_3 - m_1) y''(t) + m_2 y'(t) + m_1 y(t) =$
 $= m_3 u''(t) + (m_4 + 1) u'(t) + (m_5 + 3) u(t)$

2



É pelo menos de segunda ordem, pois os de primeira ordem não têm sobreimpulso.

$$3 \quad G(j\omega) = \frac{1+m_s}{j\omega + 10m_1} = \frac{(1+m_s)(+10m_1 - j\omega)}{(+10m_1 + j\omega)(+10m_1 - j\omega)} =$$

$$= \underbrace{\frac{+10m_1(1+m_s)}{100m_1^2 + \omega^2}}_{p. \text{ real}} + j \underbrace{\frac{-\omega(1+m_s)}{100m_1^2 + \omega^2}}_{p. \text{ imag.}}$$

p/ $\omega = (10 - m_u) 10^{-3}$ rem

$$|G((10 - m_u) 10^{-3} j)| = \sqrt{\left(\frac{+10m_1(1+m_s)}{100m_1^2 + (10 - m_u)^2 10^{-6}}\right)^2 + \left(\frac{-(10 - m_u) 10^{-3}(1+m_s)}{100m_1^2 + (10 - m_u)^2 10^{-6}}\right)^2}$$

$$\angle G((10 - m_u) 10^{-3} j) = \arctg \frac{-(10 - m_u) 10^{-3}(1+m_s)}{+10m_1(1+m_s)} = \arctg \frac{-10 + m_u}{10^4 m_1}$$

$$y(t) = (m_3 + 10) |G(j\omega)| \sin(\omega t + \angle G(j\omega))$$

$$4 \quad e = r - (d_{ij} + H(d_{ij} + G(d_u + Ce))) =$$

$$= r - d_{ij} - Hd_{ij} - HGd_u - HGCe \Rightarrow$$

$$e(1 + HGC) = r - d_{ij} - Hd_{ij} - HGd_u \Rightarrow$$

$$e = \underbrace{\frac{1}{1+HGC}}_{\frac{e}{r}} r + \underbrace{\frac{-1}{1+HGC}}_{\frac{e}{d_{ij}}} d_{ij} + \underbrace{\frac{-H}{1+HGC}}_{\frac{e}{d_{ij}}} d_{ij} + \underbrace{\frac{-HG}{1+HGC}}_{\frac{e}{d_u}} d_u$$

$$u = Ce = \underbrace{\frac{C}{1+HGC}}_{\frac{u}{r}} r + \underbrace{\frac{-C}{1+HGC}}_{\frac{u}{d_{ij}}} d_{ij} + \underbrace{\frac{-HC}{1+HGC}}_{\frac{u}{d_{ij}}} d_{ij} + \underbrace{\frac{-HGC}{1+HGC}}_{\frac{u}{d_u}} d_u$$

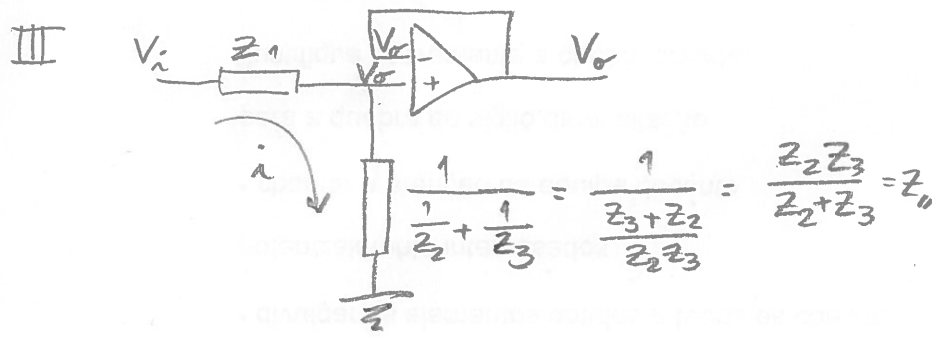
$$\tilde{u} = u + d_u = \underbrace{\frac{C}{1+HGC}}_{\frac{\tilde{u}}{r}} r + \underbrace{\frac{-C}{1+HGC}}_{\frac{\tilde{u}}{d_{ij}}} d_{ij} + \underbrace{\frac{-HC}{1+HGC}}_{\frac{\tilde{u}}{d_{ij}}} d_{ij} + \underbrace{\frac{1}{1+HGC}}_{\frac{\tilde{u}}{d_u}} d_u$$

$$y = \tilde{u} G = \underbrace{\frac{GC}{1+HGC}}_{\frac{y}{r}} r + \underbrace{\frac{-GC}{1+HGC}}_{\frac{y}{d_{ij}}} d_{ij} + \underbrace{\frac{-HGC}{1+HGC}}_{\frac{y}{d_{ij}}} d_{ij} + \underbrace{\frac{G}{1+HGC}}_{\frac{y}{d_u}} d_u$$

$$\tilde{y} = y + dy = \underbrace{\frac{GC}{1+HGC}}_{\tilde{y}/n} n + \underbrace{\frac{-GC}{1+HGC}}_{\tilde{y}/dy} dy + \underbrace{\frac{1}{1+HGC}}_{\tilde{y}/dy} dy + \underbrace{\frac{G}{1+HGC}}_{\tilde{y}/du} du$$

$$\hat{y} = H\tilde{y} = \underbrace{\frac{HGC}{1+HGC}}_{\hat{y}/n} n + \underbrace{\frac{-HGC}{1+HGC}}_{\hat{y}/dy} dy + \underbrace{\frac{H}{1+HGC}}_{\hat{y}/dy} dy + \underbrace{\frac{HG}{1+HGC}}_{\hat{y}/du} du$$

$$\hat{\tilde{y}} = \hat{y} + d\hat{y} = \underbrace{\frac{HGC}{1+HGC}}_{\hat{\tilde{y}}/n} n + \underbrace{\frac{1}{1+HGC}}_{\hat{\tilde{y}}/dy} dy + \underbrace{\frac{H}{1+HGC}}_{\hat{\tilde{y}}/dy} dy + \underbrace{\frac{HG}{1+HGC}}_{\hat{\tilde{y}}/du} du$$



$$Z = \frac{U}{I} \Rightarrow I = \frac{U}{Z}$$


logo


$$i = \frac{V_i - V_o}{Z_1} = \frac{V_o - 0}{Z_2 + Z_3} \Rightarrow Z_{in} = \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3}$$

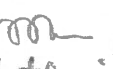
$$\Rightarrow V_i Z_1 - V_o Z_1 = V_o Z_2 \Rightarrow V_i Z_1 = V_o (Z_1 + Z_2) \Rightarrow \frac{V_o}{V_i} = \frac{Z_{in}}{Z_1 + Z_{in}}$$

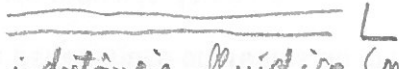
n_4	Z_1	Z_2	Z_3	Z_{in}	$\frac{V_o}{V_i}$
0,1	R_1	$\frac{1}{C_2 \Delta}$	$L_3 \Delta$	$\frac{\frac{L_3}{C_2}}{\frac{1}{C_2 \Delta} + L_3 \Delta} = \frac{L_3 \Delta}{L_3 C_2 \Delta^2 + 1}$	$\frac{\frac{L_3 \Delta}{L_3 C_2 \Delta^2 + 1}}{R_1 + \frac{L_3 \Delta}{L_3 C_2 \Delta^2 + 1}} = \frac{L_3 \Delta}{R_1 L_3 C_2 \Delta^2 + L_3 \Delta + R_1}$
2	R_1	$L_2 \Delta$	$\frac{1}{C_3 \Delta}$	$\frac{L_2 \Delta}{L_2 C_3 \Delta^2 + 1}$	$\frac{L_2 \Delta}{R_1 L_2 C_3 \Delta^2 + L_2 \Delta + R_1}$
3,4	$\frac{1}{C_1 \Delta}$	R_2	$L_3 \Delta$	$\frac{R_2 L_3 \Delta}{R_2 + L_3 \Delta}$	$\frac{\frac{R_2 L_3 \Delta}{R_2 + L_3 \Delta}}{\frac{1}{C_1 \Delta} + \frac{R_2 L_3 \Delta}{R_2 + L_3 \Delta}} = \frac{\frac{R_2 L_3 C_1 \Delta^2}{R_2 + L_3 \Delta}}{1 + \frac{R_2 L_3 C_1 \Delta^2}{R_2 + L_3 \Delta}} = \frac{R_2 L_3 C_1 \Delta^2}{R_2 L_3 C_1 \Delta^2 + L_3 \Delta + R_2}$
5	$\frac{1}{C_1 \Delta}$	$L_2 \Delta$	R_3	$\frac{R_3 L_2 \Delta}{R_3 + L_2 \Delta}$	$\frac{R_3 L_2 C_1 \Delta^2}{R_3 L_2 C_1 \Delta^2 + L_2 \Delta + R_3}$

M_n	Z_1	Z_2	Z_3	Z_{11}	$\frac{V_o}{V_i}$
6,7	$L_1 \Delta$	R_2	$\frac{1}{C_3 \Delta}$	$\frac{\frac{R_2}{C_3 \Delta}}{R_2 + \frac{1}{C_3 \Delta}} = \frac{R_2}{R_2 C_3 \Delta + 1}$	$\frac{\frac{R_2}{1 + R_2 C_3 \Delta}}{L_1 \Delta + \frac{R_2}{1 + R_2 C_3 \Delta}} = \frac{R_2}{R_2 C_3 L_1 \Delta^2 + L_1 \Delta + R_2}$
8,9	$L_1 \Delta$	$\frac{1}{C_2 \Delta}$	R_3	$\frac{R_3}{R_3 C_2 \Delta + 1}$	$\frac{R_3}{R_3 C_2 L_1 \Delta^2 + L_1 \Delta + R_3}$

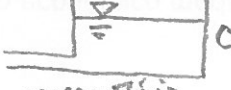
ΔV  fonte de potencial
fonte de tensão

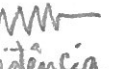
 Δp
bomba que fornece pressão constante (p/ todos os caudais)


L  acumulador de potencial
indutância

 L
indutância fluidica (mum como muito comprido)

C  acumulador de fluxo
condensador


reservatório

R  dissipador
resistência

 R
resistência ao escoamento