FICHA DE TRABALHO 13 **Primitivas**

NOME: _____ N.º: _____ TURMA: _____ DATA: _____

1 **Indique a expressão analítica de duas funções de domínio $\mathbb{R}$ cuja função derivada seja definida por $f(x) = 2x + 1$.**

2 **Indique duas primitivas da função f de domínio $\mathbb{R}$ definida por $f(x) = e^{2x}$.**

3 **Indique duas primitivas da função f de domínio $\mathbb{R}^+$ definida por $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2x}}$.**

4 **Determine uma primitiva F de cada uma das funções seguintes:**

a) $\int 1\,dx$

b) $\int -2x\,dx$

c) $\int\left(\frac{x}{4} + 0{,}2\right)dx$

d) $\int\left(\frac{x-2}{3}\right)dx$

e) $\int (x^2 - 1)dx$

f) $\int x(x-1)dx$

g) $\int\left(\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}\right)dx$

h) $\int (x-2)(x+1)\,dx$

i) $\int (\pi x - x^2)dx$

j) $\int (10 - 8x + 3x^2)dx$

k) $\int 3\sqrt{x}\,dx$

l) $\int x^{-3}\,dx$

m) $\int (x^{-4} - x^{-2} + x^{-1})dx$

n) $\int e^{3x}\,dx$

o) $\int (2x^3 - 5x)dx$

p) $\int (6x^2 + 4x - 1)dx$

q) $\int (e^x - x)dx$

r) $\int (1 + \cos x)dx$

s) $\int 3\cos x\, e^{\sin x}\,dx$

t) $\int 2\sin x\,dx$

u) $\int -\frac{2}{x}dx$

v) $\int (6e^{2x} + 3\cos x)dx$

w) $\int \frac{1}{4x}dx$, com $x > 0$

x) $\int \frac{6}{x^2}dx$

y) $\int x^2(2x^2 - x)dx$

z) $\int \frac{x^2 - 5}{x}dx$, com $x > 0$

aa) $\int (x + 2\sqrt{2})(x - \sqrt{2})dx$

bb) $\int \sqrt[3]{(x+1)\sqrt{x+1}}\,dx$

cc) $\int \frac{x^2 + 3x - 2}{\sqrt{x}}dx$

dd) $\int (2^x - e^x)dx$

ee) $\int \frac{1}{e^{5x-1}}dx$

5 **Determine a primitiva F de cada uma das funções seguintes, sabendo que o ponto de coordenadas $(1, -1)$ pertence ao gráfico de F:**

a) $a(x) = 7$

b) $b(x) = -3x$

c) $c(x) = x^2$

d) $d(x) = e^x$

e) $e(x) = \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)$

f) $f(x) = \sqrt[3]{x+1}$

g) $g(x) = \sin(2\pi x)$

6 **Determine a primitiva de $f(x) = 2x$ cujo gráfico contém o ponto $A(1, 2)$.**

7 **Determine a e b, de modo que $F(x) = ax^4 + bx^3$ seja uma primitiva de $f(x) = 3x^3 - 2x^2$.**

8 **Determine a e b, de modo que $F(x) = a\sin 3x + b\cos 2x$ seja uma primitiva de $f(x) = 6\cos 3x - 4\sin 2x$.**

9 **Determine a e b, de modo que $F(x) = a\ln|x| + \frac{b}{x}$ seja uma primitiva de $f(x) = \frac{2x+1}{x^2}$.**

10 **Determine a, b e c, de modo que $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$ seja uma primitiva de $f(x) = 2x^2e^x$.**

11 **Considere a função f de domínio $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, tal que $f(x) = \frac{x^2+3}{x^2}$.**

11.1 Justifique que a função F de domínio $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ definida por $F(x) = x - \frac{3}{x}$ é uma primitiva de f.

11.2 Defina analiticamente uma função G, primitiva de f, de domínio $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, tal que $G(-1) = 1$.

12 **Calcule, em intervalos convenientes, as seguintes primitivas:**

a) $\int 3\cos(3x)dx$

b) $\int 2\sin(4x)dx$

c) $\int 4e^{2x}\,dx$

d) $\int\left(e^{3x} + \frac{3}{x}\right)dx$

e) $\int(4\sqrt{3x} + 3x^5)dx$

f) $\int 6\sin x\cos^2 x\,dx$

g) $\int\frac{3x}{x^2-1}dx$, com $x > 1$

h) $\int x^2e^{x^3}dx$

i) $\int 6x^2(x^3+2)^5dx$

j) $\int\frac{e^{\frac{2}{x}}}{x^2}dx$

13 **Determine a primitiva F de uma função f, sabendo que:**

- $F'(x) = 3x^2 - 6x + 2$
- $F(2) = 3$

14 **Seja F uma primitiva de uma função f. Sabe-se que:**

- $F'(x) = 1 - 2x$
- $F(1) = 2$

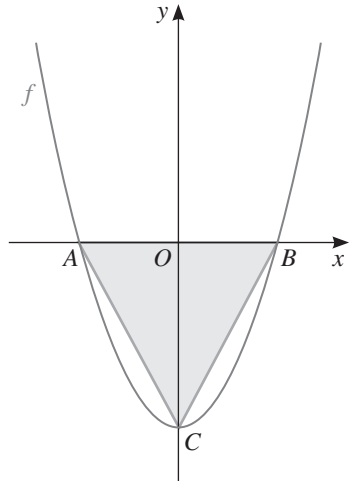
14.1 Determine a expressão analítica de F.

14.2 Determine uma constante C, de modo que o maior valor de $G(x) = F(x) + C$ seja 0.

15 **No referencial xOy da figura, encontra-se representado o gráfico de uma função quadrática f e o triângulo equilátero $[ABC]$.**

Sabe-se que:
- **f é uma função par;**
- **$f(0) = 3$**
- **A e B são pontos de interseção do gráfico de f com Ox;**
- **C é o ponto de interseção do gráfico de f com Oy.**

Determine a expressão analítica de F, primitiva de f, tal que $F(\sqrt{3}) = 2\sqrt{3}$.



16 **Seja f uma função definida por $f(x) = ae^{bx} + c$, em que $a, b, c \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$. Sabe-se que:**
- **$f(0) = 2$**
- **$y = x + 2$ é a equação da reta tangente ao gráfico de f em $x = 0$;**
- **$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 1$**

Determine a expressão analítica de F, primitiva de f, tal que $2F(1) = f(1) + 3$.