

**Comportamento e Dimensionamento de Colunas de  
Aço de Secção em “T”**

**Carina Filipa Gomes Caldeira**

Dissertação para obtenção de Grau Mestre em

**Engenharia Civil**

**Orientadores**

Professor Doutor Pedro Manuel de Castro Borges Dinis

Professor Doutor Dinar Reis Zamith Camotim

**Júri**

Presidente: Professor Doutor Luís Manuel Coelho Guerreiro

Orientador: Professor Doutor Pedro Manuel de Castro Borges Dinis

Vogais: Professor Doutor Luís Manuel Calado de Oliveira Martins

**Outubro de 2016**



## **AGRADECIMENTOS**

Um agradecimento especial aos Professores Pedro Borges Dinis e Dinar Camotim por aceitarem orientar a minha dissertação, principalmente por todo o apoio e disponibilidade que mostraram, para me ajudar a ultrapassar todas as dificuldades que surgiram ao longo de todo este processo.

Aos meus colegas de curso, em especial ao Marcelo, ao Rodrigo, e aos Diogos por todos os momentos passados, por toda a amizade nestes anos e nos que virão.

Ao Pedro Santana pelo carinho e amizade, pela imensa paciência e pelo incentivo.

À minha família, particularmente à minha mãe pelo incansável apoio, pela compreensão, pela confiança e pela amizade ao longo de todo o meu percurso académico.



## RESUMO

Perfis de parede fina cujas linhas médias das paredes da secção transversal se intersectam num ponto (e.g., cantoneiras, secções em “T” ou cruciformes) não exibem empenamento primário - apenas secundário, resultando numa rigidez de torção muito baixa, tornando estes perfis extremamente suscetíveis a fenómenos de instabilidade envolvendo torção (torção/flexão-torção). Nestes perfis é difícil distinguir entre instabilidade local e global (devida à torção) – pois a configuração dos dois modos é semelhante. Estando estes fenómenos normalmente associados a comportamentos de pós-encurvadura bem distintos, identificar a natureza do modo pode ter implicações importantes na definição de modelos estruturais de dimensionamento destes perfis.

Após uma breve revisão bibliográfica sobre estudos recentes envolvendo perfis de aço com secção em “T”, objeto de estudo da presente dissertação, analisa-se a estabilidade de um conjunto alargado de perfis, uniformemente comprimidos, encastrados e de diferentes dimensões das secções transversais, recorrendo para o efeito ao programa GBTUL, baseado na Teoria Generalizada de Vigas. Este estudo possibilitou identificar a natureza do modo de instabilidade, e fundamentalmente permitiu selecionar as dimensões dos perfis a analisar.

Posteriormente, recorrendo ao programa ABAQUS, analisa-se o comportamento de pós-encurvadura, em regime elástico e elasto-plástico, dos perfis selecionados, exibindo uma gama de comprimentos curtos-a-intermédios e diferentes tensões de cedência. Finalmente, com base num estudo paramétrico para determinar um conjunto alargado de valores de cargas últimas de perfis de aço enformados a frio, encastrados e com secção em “T”, avalia-se a possibilidade das atuais curvas preconizadas pelo *Método da Resistência Directa* (MRD) estimarem a resistência última destes perfis.

### **Palavras Chave:**

Colunas de aço de secção de parede fina

Instabilidade local

Instabilidade global

Comportamento de pós-encurvadura

Método dos elementos finitos

Método da Resistência Directa



## ABSTRACT

Thin-walled members with cross-sections which have all their mid-lines intersecting at a single point (e.g., angle, T-section and cruciform members) exhibit no primary warping resistance – exclusively have secondary warping, as a result of low torsional stiffness. Thus rendering those thin-walled members highly susceptible to buckling phenomena involving torsion (torsional or flexural-torsional buckling). Moreover, in members with the above cross-section shape is difficult to distinguish between local and global buckling. These instability phenomena are usually associated with distinct post-buckling behavior, so identifying the nature of the instability has important implications for the structural models used in the design of those members.

After a brief bibliographic search of recent studies involving steel members with "T" sections, with this thesis we present and discuss the results of a study on the stability behavior of uniformly compressed T-sections with different dimensions, by means of GBTUL program based on the Generalized Beam Theory, identifying the nature mode instability.

The finite element program ABAQUS is used to study the elastic and elastic-plastic post-buckling behaviors of the T-section columns. The shell finite element model developed is employed to carry out a parametric study aimed at gathering significant numerical failure load data are obtained. These ultimate strength data are subsequently used to assess whether the ultimate strength of the columns analysed can be adequately predicted by the currently codified DSM strength curve.

### **Keywords:**

Cold formed steel columns

Local buckling

Global buckling

Post-buckling behaviour

Finite element method

Direct strength method



## Índice de texto

1	Introdução.....	1
1.1.	Considerações Gerais .....	1
1.2.	Motivação e Âmbito do Trabalho .....	5
1.3.	Estrutura do Trabalho.....	6
2	Estado de Arte .....	7
2.1	Introdução .....	7
2.2	Comportamento de Estabilidade.....	7
2.3	Comportamento de Pós-Encurvadura e Resistência Última.....	10
2.3.1	Estudos Numéricos .....	10
2.3.2	Estudos Experimentais.....	16
3	Análise Linear de Estabilidade.....	19
3.1	Introdução .....	19
3.2	Teoria Generalizada de Vigas – Programa GBTUL .....	19
3.3	Estudo Paramétrico .....	22
3.3.1	Metodologia.....	22
3.3.2	Análise dos Resultados .....	23
3.4	Geometria das Colunas Seleccionadas.....	36
4	Análise de Pós-Encurvadura .....	39
4.1	Introdução .....	39
4.2	Análise por Elementos Finitos – Programa ABAQUS .....	39
4.3	Pós-Encurvadura em Regime Elástico .....	40
4.4	Pós-Encurvadura em Regime Elasto-Plástico .....	47
5	Dimensionamento pelo Método da Resistência Directa.....	51
5.1	Introdução .....	51
5.2	O Método da Resistência Directa .....	51
5.3	Resistências últimas de colunas de secção em “T” .....	52
5.4	Estimativas de resistência última pelo MRD .....	53
6	Considerações Finais e Desenvolvimentos Futuros .....	57
7	Referências Bibliográficas .....	61
8	ANEXOS .....	63

## Índice de Figuras

Figura 1.1: Exemplo de utilização de perfis de secção em “T” num sistema de contraventamento de uma cobertura.....	4
Figura 1.2: Exemplo de utilização de perfis de secção em “T” numa treliça plana.....	4
Figura 1.3: Perfis de secção em “T” obtidos por (a) ligação de cantoneiras ou (b) corte de perfil de secção em “I” e (c) a geometria da secção.....	4
Figura 2.1: Comportamento de estabilidade de colunas: (a) curvas carga crítica em função do comprimento, (b) diagramas de participação modal e (c) modos de instabilidade de colunas com diferentes comprimentos [8]. .....	8
Figura 2.2: Resultados da análise de estabilidade obtidos por Dinis et al. [9]. .....	9
Figura 2.3: Secção transversal para modelos de compressão centrada [12]. .....	11
Figura 2.4: Secção transversal para modelos de compressão excêntrica [12]. .....	11
Figura 2.5: Variação da carga de crítica com o comprimento para colunas de secção em T quando (a) $I_x < I_y$ e (b) $I_x > I_y$ . [13]. .....	14
Figura 2.6: Secções T das séries (a) N e (b) M [13]. .....	15
Figura 2.7: Geometrias da secção transversal das colunas consideradas em [14]. .....	16
Figura 2.8: Propriedades médias dos materiais obtidas nos ensaios [14] .....	16
Figura 2.9: Detalhe de ligação de apoio a) rotulada, b) soldada e c) aparafusada para cantoneiras duplas. ....	17
Figura 2.10: Detalhes dos espécimes ensaiados [14]. .....	17
Figura 3.1: Configurações dos modos de instabilidade de colunas com secção em “T”. Modos (a) e (b) de flexão na maior e menor inércia, (c) de torção, (d) e (e) locais. ....	20
Figura 3.2: Imagem ilustrativa das quatro janelas do GBTUL, relativas às várias fases de utilização do programa. ....	21
Figura 3.3: Curva de estabilidade da coluna <b>T1</b> . .....	24
Figura 3.4: Fatores de participação modal no modo de instabilidade das colunas <b>T1</b> . .....	24
Figura 3.5: Curva de estabilidade e configuração deformada das secções <b>T1</b> para os comprimentos de 0,8 e 1,2m. ....	25
Figura 3.6: Curva de estabilidade da coluna <b>T3</b> . .....	26
Figura 3.7: Fatores de participação modal no modo de instabilidade das colunas <b>T3</b> . .....	26
Figura 3.8: Curva de estabilidade e configuração deformada das secções <b>T3</b> para os comprimentos de 1,9 e 2,45m. ....	27
Figura 3.9: Curva de estabilidade da coluna <b>T7</b> . .....	29
Figura 3.10: Fatores de participação modal no modo de instabilidade das colunas <b>T7</b> . .....	29
Figura 3.11: Curva de estabilidade e configuração deformada das secções <b>T7</b> para os comprimentos de 1,72 e 2,64m. ....	30
Figura 3.12: Flexão lateral: modo de deformação 3 para as secções <b>T1</b> , <b>T12</b> , <b>T3</b> e <b>T32</b> e modo 2 para as secções <b>T7</b> e <b>T72</b> . ....	30
Figura 3.13: Evolução da curva de estabilidade para diferentes comprimentos de banzo. ....	31

Figura 3.14: Curvas de estabilidade das colunas (a) <b>T1</b> e (b) <b>T12</b> .....	32
Figura 3.15: Fatores de participação modal no modo de instabilidade das colunas (a) <b>T1</b> e (b) <b>T12</b> .....	33
Figura 3.16: Curvas de estabilidade das colunas (a) <b>T3</b> e (b) <b>T32</b> .....	34
Figura 3.17: Fatores de participação modal no modo de instabilidade das colunas (a) <b>T3</b> e (b) <b>T32</b> .....	35
Figura 3.18: Curvas de estabilidade das colunas (a) <b>T7</b> e (b) <b>T72</b> .....	35
Figura 3.19: Fatores de participação modal no modo de instabilidade das colunas (a) <b>T7</b> e (b) <b>T72</b> .....	36
Figura 4.1: Colunas <b>T1</b> . Trajetórias de pós-encurvadura, P/Pcr vs. $\beta$ e deformada a meio vão <b>T1</b> ( <b>L = 600mm</b> ).....	42
Figura 4.2: Perfis longitudinais dos deslocamentos <b>dS/t</b> e <b>dP/t</b> da coluna <b>T1</b> ( <b>L = 600mm</b> ) para diferentes valores de P/Pcr.....	42
Figura 4.3: Perfis longitudinais dos deslocamentos <b>dS/t</b> e <b>dP/t</b> da coluna <b>T1</b> ( <b>L = 1400mm</b> ) para diferentes valores de P/Pcr.....	43
Figura 4.4: Cantoneiras encastradas: trajetórias de pós-encurvadura P/Pcr vs. $\beta$ de colunas de comprimentos curtos-a-intermédios [9]. .....	43
Figura 4.5: Cantoneiras encastradas: perfis longitudinais dos deslocamentos de flexão na (a) maior e (b) menor inércia para diferentes valores de P/Pcr [9]. .....	43
Figura 4.6: Deformada pós-crítica da secção de meio vão das colunas <b>T1</b> com (a) <b>L = 600mm</b> e (b) <b>L = 1400mm</b> .....	44
Figura 4.7: Distribuição das tensões normais na secção de meio vão da coluna <b>T1</b> ( <b>L = 600mm</b> ) para diferentes valores de P/Pcr. ....	44
Figura 4.8: Distribuição das tensões normais na secção de meio vão da coluna <b>T1</b> ( <b>L = 1400mm</b> ) para diferentes valores de P/Pcr. ....	45
Figura 4.9: Trajetórias de pós-encurvadura, P/Pcr vs. $\beta$ das colunas <b>T3</b> e <b>T32</b> , <b>T7</b> e <b>T72</b> .....	46
Figura 4.10: Perfis longitudinais dos deslocamentos <b>dS/t</b> e <b>dP/t</b> da coluna <b>T3</b> ( <b>L = 4100mm</b> ).....	46
Figura 4.11: Perfis longitudinais dos deslocamentos <b>dS/t</b> e <b>dP/t</b> da coluna <b>T7</b> ( <b>L = 8160mm</b> ).....	46
Figura 4.12: Distribuição das tensões normais na secção de meio vão da coluna <b>T3</b> ( <b>L = 4100mm</b> ) para diferentes valores de P/Pcr. ....	47
Figura 4.13: Distribuição das tensões normais na secção de meio vão da coluna <b>T7</b> ( <b>L = 8160mm</b> ) para diferentes valores de P/Pcr. ....	47
Figura 4.14: Trajetórias P/Pcr vs. $\beta$ para quatro valores da tensão de cedência das colunas <b>T12</b> ( <b>L=800mm</b> ) e <b>T12</b> ( <b>L=1400mm</b> ).....	48
Figura 4.15: Distribuição das deformações plásticas no colapso para colunas <b>T12</b> ( <b>L=800mm</b> ) com (a) <b>f<sub>y</sub> = 150MPa</b> e (b) <b>f<sub>y</sub> = 600MPa</b> .....	49
Figura 4.16: Distribuição das deformações plásticas no colapso para colunas <b>T12</b> ( <b>L=1400mm</b> ) com (a) <b>f<sub>y</sub> = 150MPa</b> e (b) <b>f<sub>y</sub> = 600MPa</b> .....	49
Figura 4.17: Trajetórias P/Pcr vs. $\beta$ das colunas <b>T32</b> ( <b>L=800mm</b> ) para quatro valores da tensão de cedência...	50
Figura 4.18: Distribuição das deformações plásticas no colapso para colunas <b>T32</b> ( <b>L=800mm</b> ) com (a) <b>f<sub>y</sub> = 150MPa</b> e (b) <b>f<sub>y</sub> = 600MPa</b> .....	50

Figura 5.1: Valores da relação $f_u/f_y$ em função da esbelteza das colunas. ....	53
Figura 5.2: Variação de $f_u/f_y$ com $\lambda_{cr}$ para colunas com secção em “T” .....	54
Figura 5.3: Variação de $f_u/f_y$ com $\lambda_e$ para colunas com secção em “T” .....	54
Figura 5.4: Variação de $f_u/f_{nl}$ com $\lambda_{cr}$ para colunas com secção em “T” .....	55
Figura 5.5: Variação de $f_u/f_{ne}$ com $\lambda_e$ para colunas com secção em “T” .....	56
Figura 5.6: Variação de $f_u/f_{nle}$ com $\lambda_{le}$ para colunas com secção em “T” .....	56

### *Índice de Tabelas*

Tabela 2.1: Resultados numéricos, comparação com resultados experimentais e previsões normativas – Rótula no eixo-x. ....	12
Tabela 2.2: Resultados numéricos, comparação com resultados experimentais e previsões normativas – Rótula no eixo-y. ....	13
Tabela 3.1: Propriedades das secções em estudo com espessura de 1,2mm. ....	22
Tabela 3.2: Propriedades das secções em estudo, com espessura da alma igual a 2,4mm e 1,2mm no banzo... ..	22
Tabela 3.3: Comprimentos seleccionados para as colunas <b>T1</b> a <b>T7</b> . ....	37
Tabela 3.4: Comprimentos seleccionados para as colunas <b>T12</b> , <b>T32</b> e <b>T72</b> . ....	37
Tabela 4.1: Valores da carga última obtidos pela análise elasto-plástica das colunas <b>T12</b> para L=800 e 1400mm. ....	49
Tabela 4.2: Valores da carga última obtidos pela análise elasto-plástica das colunas <b>T12</b> e <b>T32</b> para L=800mm .....	50
Tabela 5.1: DSM: média, desvio padrão e valores máximo e mínimo. ....	56

## Simbologia

### Caracteres Latinos

$b_w$	Comprimento da alma
$b_f$	Comprimento do banzo
$E$	Módulo de elasticidade do material
$f_{cr}$	Tensão crítica
$f_{crl}$	Tensão crítica local
$f_{cre}$	Tensão crítica global
$f_u$	Tensão última da coluna
$f_y$	Tensão de cedência do aço
$f_{nl}$	Estimativa de tensão última por instabilidade local
$f_{ne}$	Estimativa de tensão última por instabilidade global
$f_{nle}$	Estimativa de tensão última por instabilidade com interação local/global
$L$	Comprimento
$P$	Carga aplicada
$P_{cr}$	Carga crítica
$t$	Espessura

### Caracteres Gregos

$\lambda_l$	Esbelteza local
$\lambda_e$	Esbelteza global
$\lambda_{le}$	Esbelteza local-global
$\lambda_{cr}$	Esbelteza crítica

## Abreviaturas e Acrónimos

GBT	Teoria Generalizada de Vigas ( <i>Generalized Beam Theory</i> )
MEF	Método dos Elementos Finitos
MLE	Método da Largura Efectiva
MRD	Método da Resistência Directa



# 1 Introdução

## 1.1. Considerações Gerais

Desde o século XVIII, quando se iniciou a utilização de estruturas metálicas na construção civil, até aos dias atuais, o aço tem possibilitado soluções arrojadas, eficientes e de alta qualidade. Das primeiras obras (como a Ponte Ironbridge na Inglaterra, de 1779) aos ultramodernos edifícios das grandes cidades, a arquitetura em aço sempre esteve associada à ideia de modernidade, inovação e vanguarda, traduzida em obras de grande expressão arquitetónica. No entanto, as vantagens na utilização de sistemas construtivos em aço vão muito além da linguagem estética. De facto, o sistema construtivo em aço apresenta vantagens significativas sobre o sistema construtivo convencional, das quais podemos destacar as seguintes.

***Liberdade no projeto de arquitetura*** - A tecnologia do aço confere aos arquitetos total liberdade criadora, permitindo a elaboração de projetos arrojados e de expressão arquitetónica marcante;

***Maior área útil*** - As secções dos pilares e vigas de aço são substancialmente mais esbeltas do que as de betão equivalentes em termos de resistência, resultando em melhor aproveitamento do espaço interno e aumento da área útil;

***Flexibilidade*** - A estrutura metálica mostra-se especialmente indicada nos casos onde há necessidade de adaptações, ampliações, reformas e mudança de ocupação de edifícios. Além disso, torna mais fácil a passagem de utilidades como água, ar condicionado, eletricidade, esgoto, rede de telefones, informática, entre outros;

***Compatibilidade com outros materiais*** - O sistema construtivo em aço é perfeitamente compatível com qualquer tipo de material de fechamento, tanto vertical como horizontal, admitindo desde os mais convencionais (tijolos e blocos, lajes moldadas in loco) até componentes pré-fabricados (lajes e painéis de betão, etc);

***Menor prazo de execução*** - A fabricação da estrutura em paralelo com a execução das fundações, a possibilidade de se trabalhar em diversas frentes de serviços simultaneamente e o fato da montagem da estrutura não ser afetada pela ocorrência de chuvas, pode levar a uma redução de até 40% no tempo de execução quando comparado com os processos convencionais;

***Racionalização de materiais e mão-de-obra*** - Numa obra, através de processos convencionais, o desperdício de materiais pode chegar a 25% em peso. A estrutura metálica possibilita a adoção de sistemas industrializados, fazendo com que o desperdício seja muito reduzido;

***Alívio de carga nas fundações*** - Por serem mais leves, as estruturas metálicas podem reduzir em até 30% o custo das fundações;

**Garantia de qualidade** - A fabricação de uma estrutura metálica ocorre dentro de uma indústria e conta com mão-de-obra altamente qualificada, o que dá ao cliente a garantia de uma obra com qualidade superior devido ao rígido controle existente durante todo o processo industrial;

**Antecipação do ganho** - Em função da maior velocidade de execução da obra, haverá um ganho adicional pela ocupação antecipada do imóvel e pela rapidez no retorno do capital investido;

**Organização do estaleiro de obra** - Como a estrutura metálica é totalmente pré-fabricada, há uma melhor organização do estaleiro devido entre outros à ausência de grandes depósitos de areia, brita, cimento, madeiras e ferragens, reduzindo também o inevitável desperdício desses materiais. O ambiente limpo com menor geração de entulho, oferece melhores condições de segurança ao trabalhador contribuindo para a redução dos acidentes na obra;

**Reciclabilidade** - O aço é 100% reciclável e as estruturas podem ser desmontadas e reaproveitadas;

**Preservação do meio ambiente** - A estrutura metálica é menos agressiva para o meio ambiente pois além de reduzir o consumo de madeira na obra, diminui a emissão de material particulado e a poluição sonora geradas pelas serras e outros equipamentos destinados a trabalhar a madeira;

**Precisão construtiva** - Enquanto nas estruturas de betão a precisão é medida em centímetros, numa estrutura metálica a unidade empregada é o milímetro. Isso garante uma estrutura perfeitamente aprumada e nivelada, facilitando atividades como o assentamento de esquadrias, instalação de elevadores, bem como redução no custo dos materiais de revestimento.

No que diz respeito ao comportamento material, o aço destaca-se dos restantes materiais devido às suas características, nomeadamente em termos de resistência e de ductilidade, permitindo a conceção de elementos estruturais bastante esbeltos e conseqüentemente mais leves. Contudo, a elevada esbelteza, aliada à considerável resistência destes elementos, torna-os particularmente sensíveis a fenómenos de instabilidade, o que explica a importância da estabilidade no estudo do comportamento estrutural de elementos de aço, nomeadamente os com secção de parede fina.

De entre as várias soluções de parede fina, a enformação a frio tem vindo, nos últimos anos, a ter uma utilização crescente. Na origem dos processos de enformação a frio está a grande ductilidade do aço, a qual permite obter, a partir de chapas de espessura bastante reduzida, perfis e painéis estruturais com elevada eficiência estrutural (i.e., relação resistência/peso) e com grande versatilidade de fabrico (possibilidade de produzir, de uma forma económica, elementos estruturais com uma vasta gama de geometrias).

Recentemente, têm vindo a ser desenvolvidos, no Instituto Superior Técnico (IST), vários estudos sobre o comportamento de elementos estruturais de aço com secções de parede fina resultantes de enformagem a frio, envolvendo nomeadamente a análise de estabilidade, de pós-encurvadura e de resistência última destes perfis. Estes estudos visam contribuir para a compreensão desses comportamentos, a partir da qual será possível estabelecer metodologias de dimensionamento mais eficientes e seguras para este tipo de estruturas.

A generalidade dos regulamentos de estruturas de aço contém procedimentos para a determinação da resistência de perfis de parede fina baseados no *Método das Larguras Efectivas*. Contudo, dada a complexidade de algumas secções (nomeadamente as enformadas a frio) nem sempre a aplicação desses procedimentos é exequível, pois torna-se bastante complexa/morosa. No sentido de ultrapassar estas dificuldades e de conseguir estabelecer metodologias de dimensionamento mais eficientes e seguras, a comunidade técnico/científica ligada aos elementos estruturais de aço com secções de parede fina resultantes de enformagem a frio desenvolveu um conjunto significativo de estudos, os quais estiveram na origem de um novo método de dimensionamento, designado por *Método da Resistência Directa* (MRD – Direct Strength Method, na designação anglo-saxónica). O método (i) foi originalmente proposto por Schafer e Peköz [1] e (ii) tem sido continuamente desenvolvido desde então, sobretudo devido aos esforços de Schafer [2-4].

O MRD constitui atualmente uma metodologia importante no dimensionamento destes perfis, estando já incluído, com o estatuto de método alternativo, nas mais recentes versões da norma americana (AISI) [5], australiana/neo-zelandesa (SA-SNZ) [6] e brasileira [7]. O método permite obter estimativas da resistência última de colunas e vigas de aço enformadas a frio, cujo colapso ocorra em modos locais-de-placa (designadas no decurso desta dissertação apenas por “locais”), distorcionais e globais, ou com interação local-global, sendo a resistência última do perfil calculada a partir (i) dos valores das tensões de bifurcação locais, distorcionais e globais (fornecidas por análises de estabilidade efetuadas computacionalmente) e (ii) de curvas de dimensionamento calibradas experimental e/ou numericamente. Contudo, conforme tem sido referido por Schafer [4], é necessário desenvolver ainda uma considerável atividade de investigação antes que o MRD possa ser eficazmente utilizado para dimensionar elementos estruturais com secções diferentes das consideradas inicialmente (sobretudo secções em “C”, em “hat” (ou “cartola” na designação brasileira), e em “rack” – perfis habitualmente utilizados nas estruturas de armazenamento).

Uma das linhas de investigação desenvolvida no IST neste âmbito envolve os perfis de parede fina aberta em que as linhas médias das paredes da secção transversal se intersectam num ponto (e.g., cantoneiras ou perfis de secção em “T” ou cruciformes) – são exemplos os trabalhos desenvolvidos por Dinis, Silvestre e Camotim [8-10].

Devido à sua configuração, estas secções não apresentam rigidez de torção associada ao empenamento primário e são, por isso, suscetíveis a fenómenos de instabilidade envolvendo deformações por torção. Por outro lado, também o facto de estas secções serem constituídas por duas, três ou quatro placas “em consola”, e por ser difícil a distinção entre modos de deformação locais e de torção nessas secções (a sua configuração é semelhante), origina alguns problemas específicos de interpretação do seu comportamento. Estas dificuldades são particularmente importantes uma vez que as instabilidades local e global estão associadas a comportamentos de pós-encurvadura distintos (local com significativa resistência, global com diminuta) – a identificação da natureza do modo de instabilidade tem implicações importantes na definição dos modelos estruturais a utilizar no dimensionamento destes perfis.

Apesar de alguns dos trabalhos já realizados permitirem retirar conclusões importantes em termos do comportamento e dimensionamento de cantoneiras de aço enformadas a frio uniformemente comprimidas (e.g., [8-10]), existe ainda um caminho relativamente longo a percorrer no sentido de conseguir idênticos resultados para as colunas de secção em “T”. Estas secções, sendo de utilização menos comum que as

cantoneiras (nas Figura 1.1 e Figura 1.2 ilustram-se exemplos da sua utilização em termos estruturais), podem ser obtidas (i) ligando as abas de duas cantoneiras de aço (laminadas a quente ou enformadas a frio) ou (ii) seccionando um perfil laminado a quente de secção em “I” ou “H” – na Figura 1.3(a)-(b) ilustra-se precisamente estas duas formas de obtenção deste tipo de perfis.



Figura 1.1: Exemplo de utilização de perfis de secção em “T” num sistema de contraventamento de uma cobertura.



Figura 1.2: Exemplo de utilização de perfis de secção em “T” numa treliça plana.

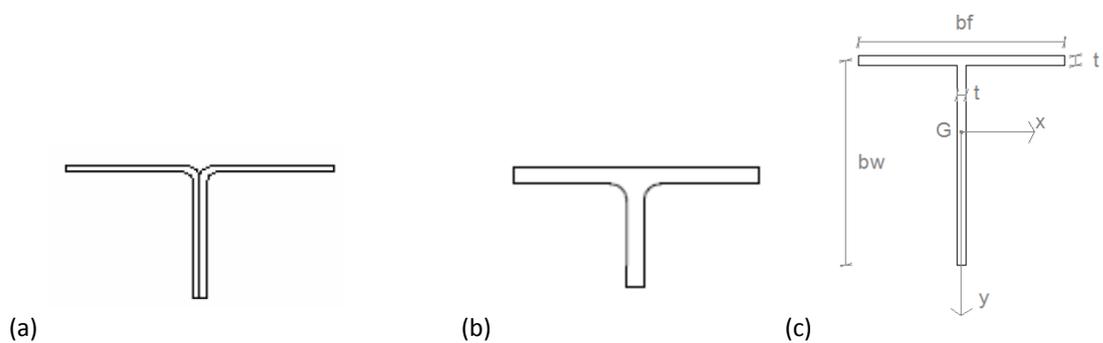


Figura 1.3: Perfis de secção em “T” obtidos por (a) ligação de cantoneiras ou (b) corte de perfil de secção em “I” e (c) a geometria da secção

Por fim, importa ainda notar que a determinação rigorosa do comportamento estrutural de perfis de aço de parede fina, sobretudo em regime elasto-plástico, só é possível através da utilização de métodos computacionais sofisticados, de entre os quais se destaca o método dos elementos finitos. Os extraordinários progressos que ocorreram nas últimas décadas ao nível da sofisticação das ferramentas de cálculo (*hardware* e *software*) permitiram a disseminação de diversos programas comerciais de elementos finitos, os quais efetuam análises geométrica e fisicamente não lineares de qualquer sistema estrutural – e.g., ABAQUS [11]. A comunidade técnico/científica ligada às estruturas de aço tem vindo a utilizar estes meios de forma crescente, nomeadamente porque (i) os estudos paramétricos efetuados através de simulações numérica apresentam grandes vantagens relativamente à realização de ensaios experimentais e (ii) a racionalidade e eficácia das metodologias de dimensionamento dependem de um conhecimento aprofundado dos comportamentos de pós-encurvadura dos elementos estruturais – as análises por elementos finitos de casca desempenham um papel importante na obtenção desse conhecimento, permitindo analisar, por exemplo, a influência da deformabilidade local na pós-encurvadura de perfis de parede fina.

## 1.2. Motivação e Âmbito do Trabalho

No seguimento do mencionado anteriormente, os comportamentos de estabilidade, de pós-encurvadura e de resistência última de perfis metálicos de secção em “T” uniformemente comprimidos é um assunto ainda em aberto, em particular no que se refere a elementos de aço enformados a frio. De facto, são relativamente escassos os trabalhos de investigação sobre o comportamento e dimensionamento destes perfis, devendo salientar-se os trabalhos de Dinis et al [8], Leal [12], Sena Cardoso & Rasmussen [13], assim como a investigação de índole experimental realizada por Vishnuvardhan & Samuel Knight [14]. Além disso, importa recordar o facto de este tipo de elementos estruturais ainda não se encontrar pré-qualificado para dimensionamento através do *Método da Resistência Directa* (MRD), o qual já está incluído, com o estatuto de método alternativo, na regulamentação Norte Americana de Estruturas de Aço Enformadas a Frio [5].

Esta dissertação tem, portanto, como principal objetivo, contribuir para um melhor conhecimento dos comportamentos de estabilidade, de pós-encurvadura, em regime elástico e elasto-plástico, e de resistência última de colunas encastradas e com secção em “T”. Para o efeito, define-se o seguinte conjunto de objetivos para a presente dissertação:

- Estudar a estabilidade deste tipo de elementos estruturais, avaliando nomeadamente a influência da geometria da secção e do comprimento, na natureza do modo de instabilidade da coluna (local ou global).
- Realizar análises de pós-encurvadura, em regime elástico e elasto-plástico, que permitam caracterizar o comportamento e resistência pós-crítica de colunas “imperfeitas”.
- Determinar um conjunto significativo de cargas de colapso que permitam aferir a adequabilidade das atuais curvas de dimensionamento do MRD para estimar a capacidade resistente destes elementos estruturais.

### 1.3. Estrutura do Trabalho

No presente capítulo fez-se uma apresentação de carácter introdutório ao tema da dissertação e indicam-se as motivações que estiveram na origem do trabalho realizado.

No capítulo seguinte descrevem-se de forma sucinta os trabalhos realizados anteriormente no contexto do tema da dissertação, nomeadamente os trabalhos de Dinis et al [8], Leal [12], Sena Cardoso & Rasmussen [13] e Vishnuvardhan & Samuel Knight [14].

Em seguida, no capítulo 3 analisa-se o comportamento de estabilidade de um conjunto de colunas encastradas de secção em “T” com dimensões variáveis – as análises de estabilidade são efetuadas recorrendo, sobretudo, ao programa GBTUL, baseado na Teoria Generalizada de Vigas. O estudo realizado possibilitou não só identificar a natureza do modo de instabilidade dos perfis, como também permitiu seleccionar as dimensões, nomeadamente da secção transversal e do comprimento, dos perfis a analisar nos capítulos seguintes.

O capítulo 4 é dedicado à análise por elementos finitos de casca do comportamento de pós-encurvadura dos perfis seleccionados no capítulo anterior. Descreve-se, numa primeira fase, o modelo de elementos finitos considerado nas análises de pós-encurvadura realizadas com recurso ao programa ABAQUS e, numa segunda fase e em separado, o estudo dos comportamentos dessas colunas, em regime elástico e elasto-plástico.

No capítulo 5 faz-se uma breve descrição sobre o dimensionamento de elementos estruturais de aço enformados a frio através do *Método da Resistência Directa*, indicando especificamente as expressões das curvas de resistência para colunas cujo colapso ocorra em modos locais, globais, ou com interação local-global. Finalmente, com base nos resultados do estudo paramétrico efetuado, avalia-se a possibilidade das atuais curvas de resistência preconizadas pelo *Método da Resistência Directa* (MRD) estimarem a resistência última destes perfis.

Por fim, o capítulo 6 é dedicado à apresentação dos principais resultados e das conclusões mais relevantes a que se chegou durante a realização desta dissertação. Expõem-se ainda alguns tópicos cujo desenvolvimento se considera de especial importância em trabalhos futuros.

## 2 Estado de Arte

### 2.1 Introdução

A característica principal da secção transversal de perfis de secção em “T” consiste no facto de as linhas médias dos elementos de parede fina se cruzarem todas num ponto. Este facto, tem como consequência uma constante de empenamento praticamente desprezável e uma rigidez de torção da secção muito reduzida, dando origem a elementos estruturais bastante sensíveis a fenómenos de instabilidade envolvendo a torção.

Em seguida, faz-se uma breve síntese de alguns estudos recentes sobre os comportamentos de estabilidade, de pós-encurvadura e de resistência última de perfis metálicos de secção em “T” uniformemente comprimidos. A revisão da literatura foca-se exclusivamente em colunas concentricamente carregadas, sendo referidos os trabalhos de investigação desenvolvidos por (i) Dinis et al [8], envolvendo cantoneiras e perfis com secções em “T” e cruciforme, (ii) Leal [12], sobre perfis com secções em “T” obtidos a partir de cantoneiras duplas ligadas por presilhas, (iii) Sena Cardoso & Rasmussen [13], envolvendo perfis laminados a quente, e, finalmente, (iv) a investigação de índole experimental realizada por Vishnuvardhan & Samuel Knight [14], envolvendo cantoneiras de aço enformadas a frio, cantoneiras duplas soldadas costas com costas (secção em “T”) e cantoneiras ligadas em formato cruciforme.

### 2.2 Comportamento de Estabilidade

Dinis et al. [8] utilizaram as propriedades da Teoria Generalizada das Vigas (Generalised Beam Theory – GBT) para estudar o comportamento de estabilidade de cantoneiras, perfis com secções em “T” e cruciforme quando submetidas a compressão centrada, a flexão pura ou composta. Os autores desenvolveram uma investigação sobre os mecanismos subjacentes ao comportamento de estabilidade local e global destes perfis apresentando-se na Figura 2.1 os resultados referentes ao comportamento de colunas, âmbito em que se insere a presente dissertação. Da observação destes resultados os autores retiraram as seguintes conclusões:

- i) Para toda a gama de comprimentos, o modo de instabilidade crítico das cantoneiras envolve apenas quatro modos de deformação (2, 3, 4, 6). Para colunas muito curtas ( $L < 30$  cm), a encurvadura ocorre em modos locais-torsional (4 + 6). Para comprimentos muito curtos a curtos ( $30 < L < 80$  cm), as colunas encurvam em modos de torção pura (4). Em colunas com comprimentos intermédios ( $80 < L < 400$  cm), a instabilidade ocorre em modos que combinam flexão e torção (2 + 4). Finalmente, as colunas longas ( $L > 400$  cm) encurvam em modos puros de flexão na direção de menor inércia (3).
- ii) No comportamento de colunas com secção em “T” intervêm igualmente apenas quatro modos de deformação (3, 4, 5, 8). Em colunas muito curtas ( $L < 30$  cm) ocorrem modos mistos locais-torsional (4 + 5 + 8). Para comprimentos muito curtos a curtos ( $30 < L < 120$  cm), as colunas instabilizam em modos locais com torção-flexão mistos (3 + 4 + 5). Para comprimentos intermédios a longos ( $120 < L < 1000$  cm) verifica-se instabilidade de flexão-torção, (3 + 4) - flexão na menor direção de inércia. Por último, para os

comprimentos muito grandes ( $L > 1000$  cm) a encurvadura ocorre em modos puros de flexão, na menor inércia (3).

iii) Para as colunas de secção cruciforme apenas três modos de deformação (3, 4, 8) são suficientes para caracterizar o comportamento de instabilidade das colunas. Em colunas muito curtas ( $L < 30$  cm) ocorre em modos locais-torsional mistos (4 + 8). Para curto a intermédio ( $30 < L < 400$  cm) as colunas instabilizam por torção pura (4). Finalmente, em colunas de grande comprimento ( $L > 400$  cm) a encurvadura ocorre em modos puros de flexão, na menor direção de inércia (3).

iv) Em resumo, (iv1) a carga crítica  $P_{cr}$  diminui sempre uniformemente com o comprimento e o modo crítico corresponde a uma única meia-onda, (iv2) os resultados da GBT praticamente coincidem com os obtidos com o programa de faixas finitas CUFSM2.6 (triângulos) e (iv3) o modo de torção 4 quase sempre desempenha um papel fundamental – participa nos modos de instabilidade todos com exceção das colunas muito longas.

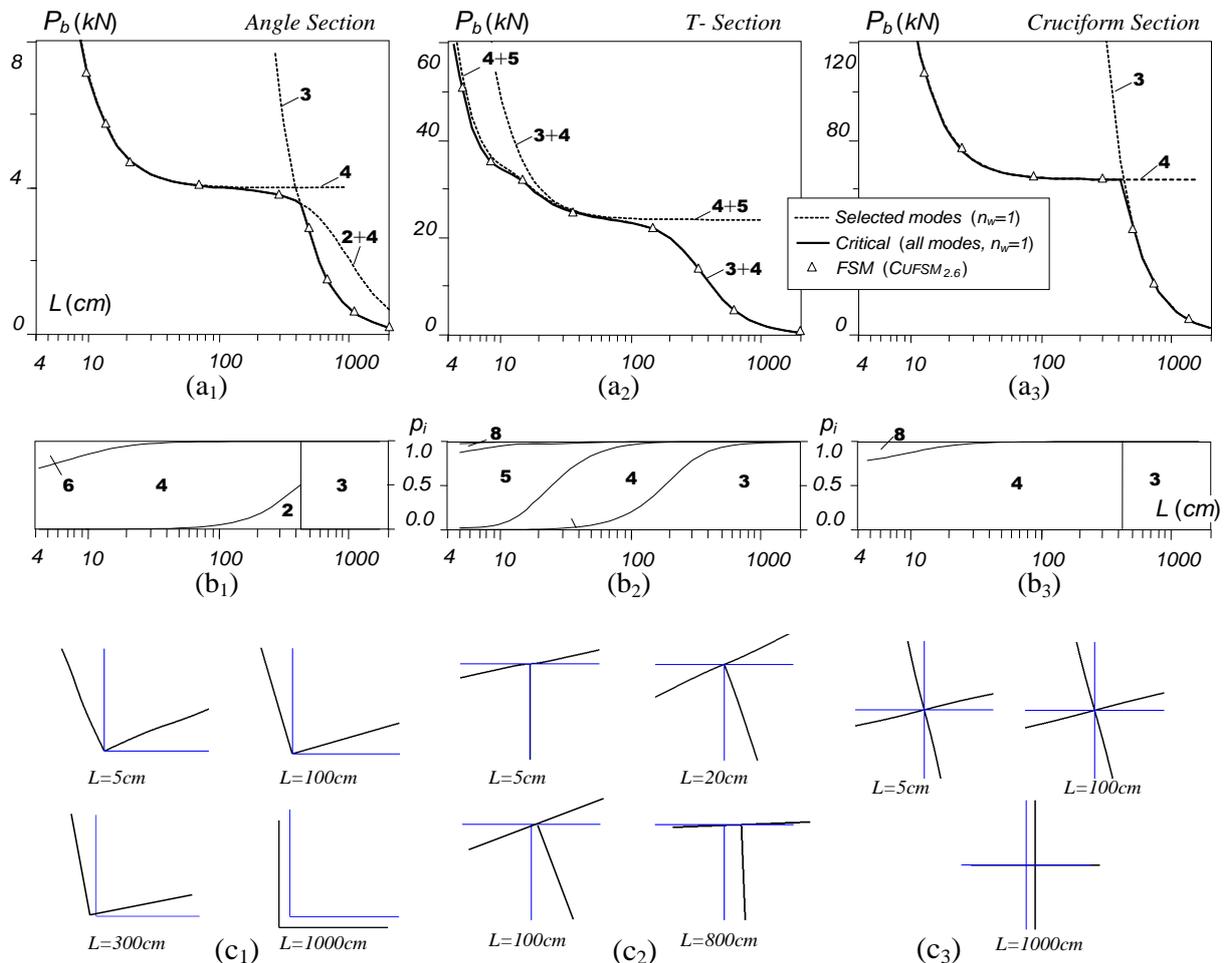


Figura 2.1: Comportamento de estabilidade de colunas: (a) curvas carga crítica em função do comprimento, (b) diagramas de participação modal e (c) modos de instabilidade de colunas com diferentes comprimentos [8].

Para além dos aspetos mencionados, os autores investigaram de forma mais aprofundada a natureza do modo de instabilidade destes perfis, nomeadamente para comprimentos curtos-a-intermédios (faz-se notar que a configuração associada a deformações locais e de torção é semelhante nestas secções). Os autores mostraram/recordaram que a instabilidade local está associada a um ponto mínimo do valor característico na curva  $P_{cr}$  vs  $L$  e à geração de múltiplas semiondas. Uma vez que esta característica não se observa na figura anterior, permitiu aos autores confirmar os resultados obtidos com a GBT, nomeadamente que as deformações associadas aos modos de instabilidade das várias secções devem ser vistos como um modo global de torção e não de um modo local, como sugeriu Rasmussen [15].

Na sequência deste trabalho, Dinar et al. [9] estudaram o comportamento de cantoneiras com dimensões da secção transversal de 70x70x1,2mm, diversos comprimentos curtos-a-intermédios, com três condições de apoio: (i) biencastradas (F), (ii) rótulas cilíndricas que impedem a flexão segundo o eixo de maior inércia, mas permitem a rotação segundo a menor inércia (PC), e (iii) rótulas esféricas (PS), que permitem a rotação nas duas direções. Na figura seguinte apresentam-se os resultados da análise de estabilidade levada a cabo pelos autores, onde se representa (i) a curva de  $P_{cr}$  em função de  $L$ , obtida pelo ABAQUS e alguns pontos obtidos com a GBT (na figura indicados por GBTUL), (ii) o diagrama de participação dos modos de deformação do modo crítico de instabilidade das colunas, (iii) o modo de deformação da secção de meio vão para uma coluna PC para os comprimentos de 100 e 364 cm e, finalmente, (iv) a representação dos seis primeiros modos de deformação (excetuando o modo 1 que representa a extensão axial).

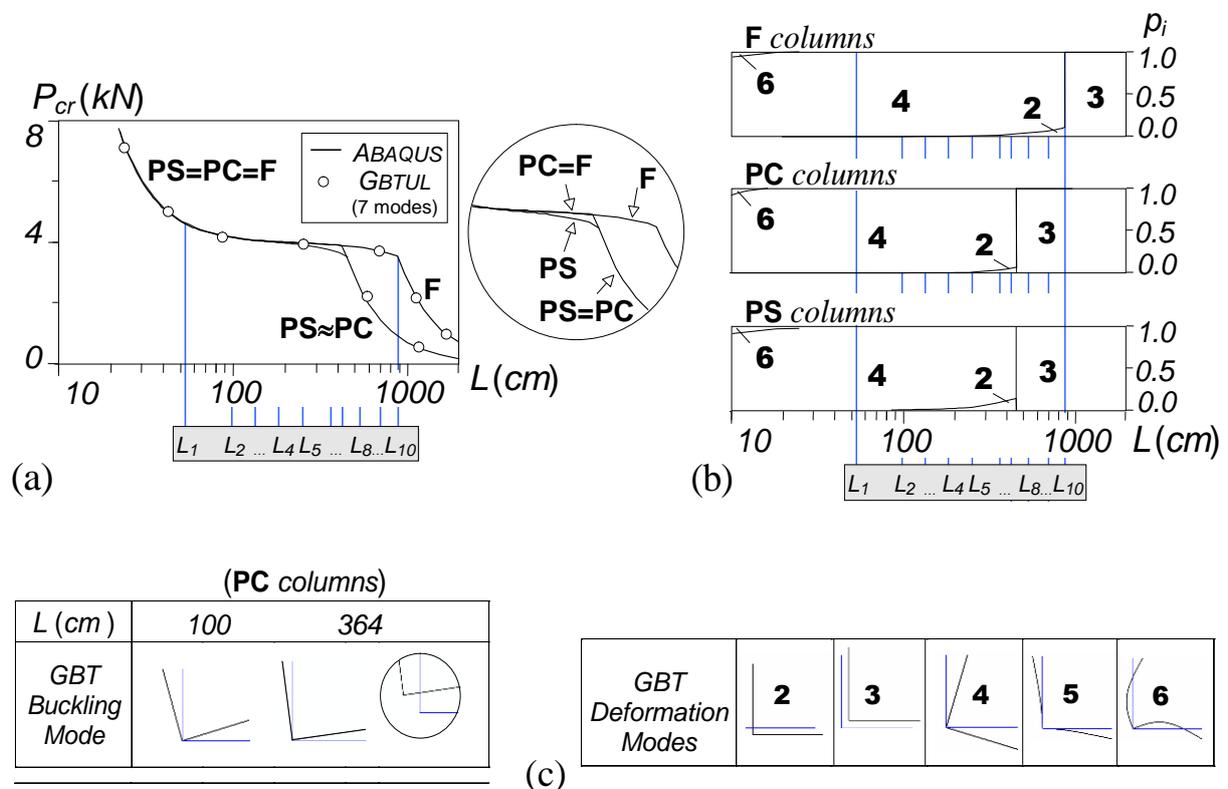


Figura 2.2: Resultados da análise de estabilidade obtidos por Dinis et al. [9].

Os autores observam que:

- (i) Para os comprimentos escolhidos, os modos relevantes envolvem flexão-torção (2+4) e flexão segundo o eixo de menor inércia (3). Ao primeiro modo corresponde o patamar horizontal na curva  $P_{cr}(L)$  e a participação da flexão segundo a maior inércia (2), que ocorre por haver simetria nesse plano, aumenta gradualmente com L.
- (ii) No caso das condições apoio PC e PS, a curva da carga crítica decresce de forma monótona e corresponde a uma função de aproximação dos modos de deformação de uma única semionda, sendo que os resultados obtidos com o programa ABAQUS e a GBT são praticamente coincidentes. O modo 4 está presente na encurvadura de todas as colunas à exceção das mais compridas, as quais instabilizam segundo o modo 3.
- (iii) Os comportamentos das colunas rotuladas (PS + PC) apenas se distanciam das biencastradas (F) para comprimentos superiores a 420 milímetros, sendo praticamente idênticos para comprimentos inferiores. No entanto, essas colunas diferem das F no que toca ao “leque” de comprimentos pertencentes ao “plateau” – de facto, regista-se uma queda de cerca de 25% da carga crítica de flexão segundo a menor inércia, donde resulta que o comprimento de transição do modo 4 para o modo 3 passe de L=420 cm (colunas PC) para L=890 cm (colunas F).
- (iv) Comparativamente com as colunas PC, as colunas PS apenas diferem na fase final do patamar de flexão-torção devido a uma maior participação da flexão na maior inércia.

Com base nestes resultados, Dinar et al. [9] procederam ao estudo do comportamento de pós-encurvadura de um conjunto de cantoneiras com diferentes comprimentos (embora as cargas críticas praticamente não variem – a curva apresenta um patamar de carga quase horizontal), cujos resultados vão ser importantes na compreensão do comportamento de pós-encurvadura de colunas de secção em “T” – optou-se por não apresentar na subsecção seguinte esses resultados para não dispersar o âmbito da presente revisão bibliográfica.

## 2.3 Comportamento de Pós-Encurvadura e Resistência Última

### 2.3.1 Estudos Numéricos

Descrevem-se seguidamente as principais conclusões de duas investigações, com importante componente numérica, relativas a perfis de aço com secções em “T” (i) obtidos a partir de duplas cantoneiras enformadas a frio, ligadas por presilhas [12], e (ii) envolvendo perfis laminados a quente [13].

#### ***Secções Enformadas a Frio***

Leal [12] realizou diversos estudos de índole experimental e numérico com o objetivo de caracterizar o comportamento estrutural de perfis de aço enformados a frio, compostos por secção transversal em forma de

“T” formados por dupla cantoneira, em temperatura ambiente ou em caso de incêndio. O objetivo da investigação consistiu em identificar fundamentalmente, as resistências últimas à compressão e os respectivos modos de instabilidade/colapso predominantes. O estudo visou, ainda, averiguar se os valores da força normal de compressão resistente, obtidos de acordo com as prescrições da norma brasileira ABNT NBR 14762:2010 [7], resultam satisfatórios.

Foram consideradas cantoneiras de  $60 \times 60 \times t$ , onde  $t$  corresponde à espessura da chapa, com diferentes presilhas de ligação entre as cantoneiras e diferentes espessuras de forma a analisar o comportamento quando a compressão é centrada e quando é excêntrica, como se pode ver nas Figura 2.3 e Figura 2.4 – tendo em conta o âmbito da presente dissertação, apenas se apresentam os resultados para o caso da compressão centrada. Por outro lado, o autor considerou também duas condições de apoio diferentes para as colunas: rótula cilíndrica no eixo-x (rotação livre na menor inércia) ou no eixo-y (rotação livre na maior inércia). Nas Tabela 2.1 e Tabela 2.2 apresentam-se os resultados obtidos experimentalmente e com o modelo numérico para estas duas condições de apoio.

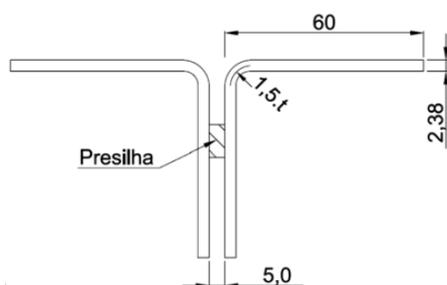


Figura 2.3: Seção transversal para modelos de compressão centrada [12].

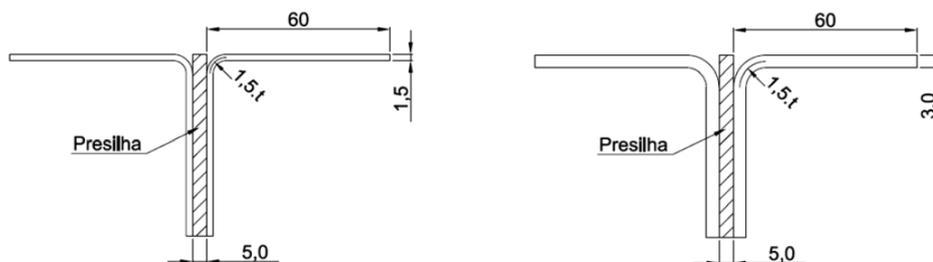


Figura 2.4: Seção transversal para modelos de compressão excêntrica [12].

O autor concluiu que, no caso de perfis com apoios que permitem apenas a rotação em torno do eixo de maior inércia da seção (rótula cilíndrica no eixo-y), os resultados das análises numéricas indicaram que as imperfeições geométricas iniciais locais e globais praticamente não influenciam a resistência e os modos de instabilidade referentes ao colapso dos perfis em estudo. Tal constatação pode ser de grande valia para fins de projeto, uma vez que a configuração das ligações na extremidade (i.e., encastrada ou tipo de rótula) pode tornar esse tipo de perfil mais ou menos sensível às imperfeições geométricas iniciais, o que afeta diretamente a fiabilidade do modelo e, conseqüentemente, o esforço de compressão resistente de cálculo.

Pela análise dos resultados anteriores e apesar da complexidade que envolve o assunto, o autor notou que os resultados numéricos apontam para certas tendências quanto aos modos de instabilidade nos perfis de dupla cantoneira (secção em “T”). Em geral, para o caso da compressão centrada, pode-se dizer que o modo de instabilidade global por flexão-torção da secção composta, associado a instabilidades localizadas (flexão-torção da cantoneira simples), é quem determina o colapso deste tipo de perfil, exceto para situações em que a esbelteza em relação ao eixo de menor inércia é muito elevada, que tendem a resultar em modos globais por flexão.

Tabela 2.1: Resultados numéricos, comparação com resultados experimentais e previsões normativas – Rótula no eixo-x.

Perfil 60x60x2,38mm - Rótula cilíndrica no eixo-x								
L <sub>perfil</sub> (mm)	N <sub>n,NBR</sub> (kN)	N <sub>exp</sub> (kN)	ANÁLISE NUMÉRICA				N <sub>n,NBR</sub> / N <sub>FEM</sub>	N <sub>exp</sub> / N <sub>FEM</sub>
			Imperfeições local e global	N <sub>FEM</sub> (kN)	Modo 2L	Modo L		
910 (λ <sub>x</sub> =55)	48,5	62,0	0,64t e -L/1500	91,6	F* + T + L	T	0,53	0,68
			0,94t e -L/1500	90,6	F* + T + L	T	0,54	0,68
			0,64t e -L/1000	91,5	F* + T + L	T	0,53	0,68
			0,94t e -L/1000	90,4	F* + T + L	T	0,54	0,69
1485 (λ <sub>x</sub> =85)	48,3	70,0	0,64t e -L/1500	77,7	F* + FT + L*	FT*	0,62	0,90
			0,94t e -L/1500	77,7	F* + FT + L	FT	0,62	0,90
			0,64t e -L/1000	77,5	F* + FT + L*	FT*	0,62	0,90
			0,94t e -L/1000	77,5	F* + FT + L	FT	0,62	0,90
2055 (λ <sub>x</sub> =115)	48,1	63,0	0,64t e -L/1500	64,2	F + FT* + L	FT	0,75	0,98
			0,94t e -L/1500	62,9	F + FT* + L	FT	0,76	1,00
			0,64t e -L/1000	63,7	F + FT* + L	FT	0,76	0,99
			0,94t e -L/1000	62,5	F + FT* + L	FT	0,77	1,01
2630 (λ <sub>x</sub> =145)	42,6	46,0	0,64t e -L/1500	48,6	F + L*	FT*	0,88	0,95
			0,94t e -L/1500	48,0	F + L*	FT*	0,89	0,96
			0,64t e -L/1000	47,6	F + L*	FT*	0,89	0,97
			0,94t e -L/1000	47,1	F + L*	FT*	0,90	0,98

t – espessura das chapas do perfil;  
L<sub>perfil</sub> – comprimento do perfil;  
λ<sub>x</sub> – índice de esbelteza do perfil;  
N<sub>n,NBR</sub> – força de compressão resistente (nominal) obtida conforme ABNT NBR 14762:2010;  
N<sub>exp</sub> – força de compressão resistente obtida em CHODRAUI (2006);  
N<sub>FEM</sub> – força de compressão resistente obtida na análise numérica (ANSYS);  
Modo 2L – modo de instabilidade referente ao perfil composto;  
Modo L – modo de instabilidade das cantoneiras isoladas entre presilhas;

F = instabilidade global por flexão em torno do eixo-x (de menor inércia);  
T = instabilidade global por torção;  
FT = instabilidade global por flexo-torção;  
L = instabilidade local (de chapa);  
\* Modo de instabilidade pouco pronunciado;  
NC = análise via MEF não convergiu.

A comparação dos resultados das análises numéricas, considerando as diferentes condições de apoio descritas previamente (rótula cilíndrica no eixo-x ou no eixo-y), permitiu ao autor concluir que, enquanto os modelos com rótula no eixo-x apresentaram uma intensa participação das cantoneiras simples isoladas entre presilhas, aqueles com a rótula disposta no eixo-y proporcionaram deformações que se aproximam mais do comportamento de uma peça única (como um perfil “T”). Tal diferença pode ser uma das explicações para a maior sensibilidade dos perfis com rótula no eixo-x à forma das imperfeições locais. No que se refere à distribuição de tensões nas paredes, o autor observou nos estudos numéricos que nenhum dos perfis atingiu valores de tensão acima do valor referente à tensão de cedência do aço considerado ( $f_y = 375N/mm^2$ ).

Tabela 2.2: Resultados numéricos, comparação com resultados experimentais e previsões normativas – Rótula no eixo-y.

Perfil 60x60x2,38mm - Rótula cilíndrica no eixo-y								
L <sub>perfil</sub> (mm)	N <sub>n,NBR</sub> (kN)	N <sub>exp</sub> (kN)	ANÁLISE NUMÉRICA				N <sub>n,NBR</sub> / N <sub>FEM</sub>	N <sub>exp</sub> / N <sub>FEM</sub>
			Imperfeições local e global	N <sub>FEM</sub> (kN)	Modo 2L	Modo L		
1355 (λ <sub>y</sub> =56)	47,5	71,0	0,64t e +L/1500	83,9	FT(T) + L*	T*	0,57	0,85
			0,94t e +L/1500	84,2	FT(T) + L*	T*	0,56	0,84
			0,64t e +L/1000	83,7	FT(T) + L*	T*	0,57	0,85
			0,94t e +L/1000	84,0	FT(T) + L*	T*	0,57	0,85
1885 (λ <sub>y</sub> =76)	46,2	63,0	0,64t e +L/1500	72,2	FT(T) + L*	T*	0,64	0,87
			0,94t e +L/1500	72,1	FT(T) + L*	T*	0,64	0,87
			0,64t e +L/1000	71,8	FT(T) + L*	T*	0,64	0,88
			0,94t e +L/1000	71,6	FT(T) + L*	T*	0,65	0,88
2415 (λ <sub>y</sub> =96)	44,2	53,0	0,64t e +L/1500	62,1	FT + L*	T*	0,71	0,85
			0,94t e +L/1500	62,3	FT + L*	T*	0,71	0,85
			0,64t e +L/1000	61,9	FT + L*	T*	0,71	0,86
			0,94t e +L/1000	62,1	FT + L*	T*	0,71	0,85
2925 (λ <sub>y</sub> =115)	41,3	48,0	0,64t e +L/1500	52,1	FT	T*	0,79	0,92
			0,94t e +L/1500	52,1	FT	T*	0,79	0,92
			0,64t e +L/1000	52,2	FT	T*	0,79	0,92
			0,94t e +L/1000	52,3	FT	T*	0,79	0,92

t – espessura das chapas do perfil;  
L<sub>perfil</sub> – comprimento do perfil;  
λ<sub>y</sub> – índice de esbeltez do perfil;  
N<sub>n,NBR</sub> – força de compressão resistente (nominal) obtida conforme ABNT NBR 14762:2010;  
N<sub>exp</sub> – força de compressão resistente obtida em CHODRAUI (2006);  
N<sub>FEM</sub> – força de compressão resistente obtida na análise numérica (ANSYS);  
Modo 2L – modo de instabilidade referente ao perfil composto;  
Modo L – modo de instabilidade das cantoneiras isoladas entre presilhas;  
F = instabilidade global por flexão em torno do eixo-x (de menor inércia);  
T = instabilidade global por torção;  
FT = instabilidade global por flexo-torção;  
FT(T) = instabilidade global por flexo-torção com predominância de torção;  
L = instabilidade local (de chapa);  
\* Modo de instabilidade pouco pronunciado;  
NC = análise via MEF não convergiu.

### Secções Laminadas a Quente

O comportamento de pós-encurvadura de colunas de secção em “T” foi estudado em detalhe por Sena Cardoso & Rasmussen [13]. A investigação de índole numérica envolveu análises não lineares geométricas e materiais (GMNIA) com o objetivo de identificar a resistência última de colunas rotuladas, exibindo uma gama variada de dimensões, quer da secção transversal quer de comprimentos. Neste estudo os autores consideraram secções laminadas a quente, com tensões residuais e imperfeições geométricas típicas deste tipo de perfis, tendo começado por estudar duas secções de geometria diferente, com o objetivo de fazer variar a direção de maior e menor inércia e assim perceber a influência na carga de instabilidade por torção e por flexão – ver Figura 2.5.

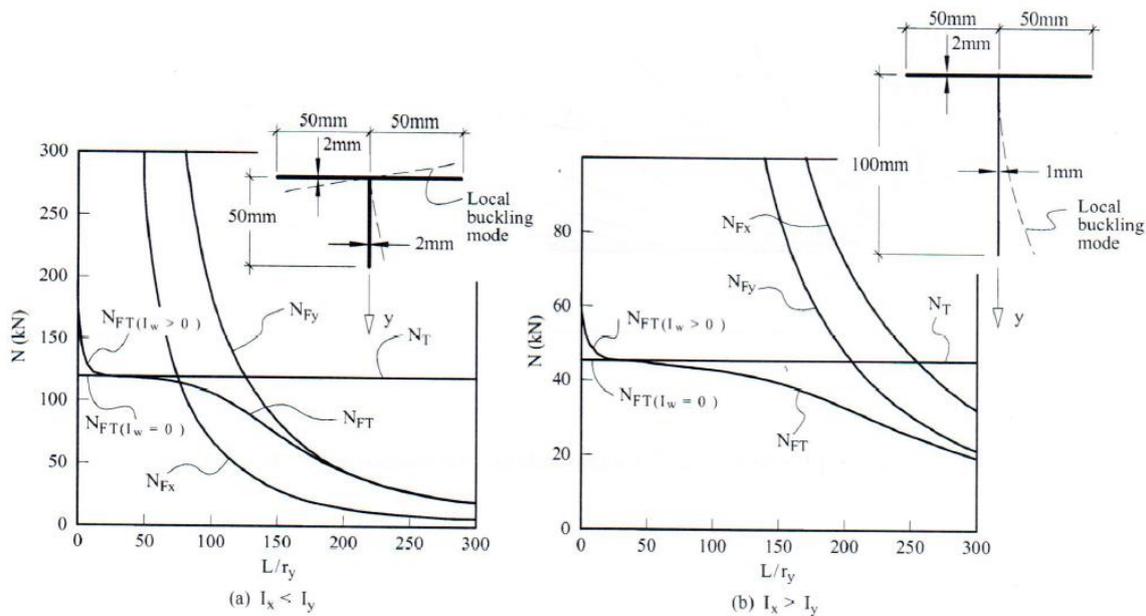


Figura 2.5: Variação da carga de crítica com o comprimento para colunas de secção em T quando (a)  $I_x < I_y$  e (b)  $I_x > I_y$ . [13]

Na análise da figura junta, para colunas encastadas os autores concluíram que:

- i) Para  $I_x < I_y$  e para colunas com comprimentos curtos-a-intermédios a carga crítica é uma carga de flexão-torção, sendo para comprimentos intermédios-a-longos de flexão no eixo de simetria. Havendo assim um comprimento de coluna para o qual o modo instabilidade passa de flexão-torção apenas para flexão. Este comprimento depende da geometria da secção e decresce à medida que o rácio  $I_x/I_y$  diminui também. Para  $I_x = I_y$  não há troca de modos de instabilidade.
- ii) Para  $I_x > I_y$ , em geral a carga crítica de encurvadura, para toda a gama de comprimentos, ocorre em modos de flexão-torção.

Por sua vez, no caso de colunas rotuladas nas extremidades em que a alma e o banzo têm as mesmas dimensões, ambos os elementos instabilizam simultaneamente, quando sujeitas a compressão uniforme, verificando-se que a coluna instabiliza numa semionda longitudinal, independentemente do comprimento. Nos casos em que a alma e o banzo são diferentes, o elemento mais esbelto tende a ser elasticamente limitado pelo outro elemento, surgindo neste caso, fenómenos de encurvadura local e conseqüente redistribuição de tensões.

Os autores realizaram um segundo estudo, o qual consistiu em também duas séries de estudos paramétricos, envolvendo apenas colunas rotuladas, que designaram respetivamente por série M e por série N. Na série N foram escolhidas três secções genéricas, com diferentes dimensões da alma e do banzo, mas com igual espessura dos elementos. Na série M, por sua vez, as secções "T" resultam de secções standard em forma de "I" – geometrias representadas na Figura 2.6. Foram analisadas 124 colunas, 91 da série N e as restantes da série M, com comprimentos que variam de 33 mm até 14612 mm.

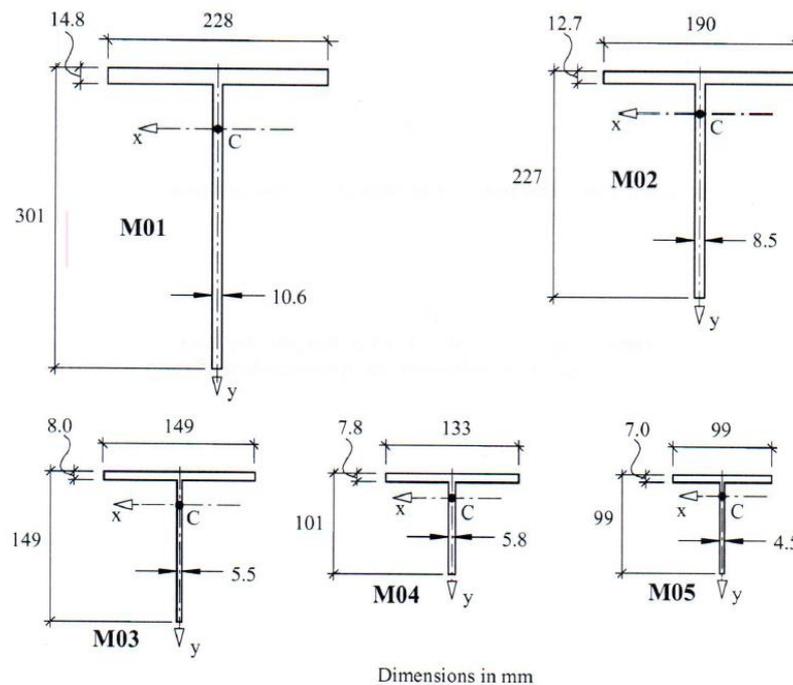
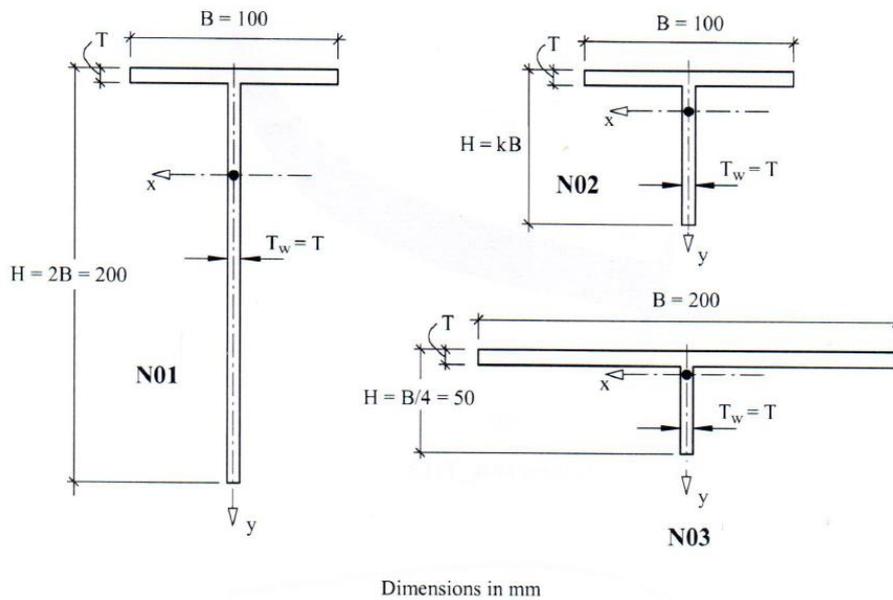


Figura 2.6: Seções T das séries (a) N e (b) M [13].

Tendo por referência os valores de resistências últimas obtidos numericamente para colunas de seção em “T” os autores avaliaram as disposições regulamentares Australianas, Europeias e Americanas para estruturas de aço laminados a quente. Os autores concluíram que as especificações Australianas forneceram previsões relativamente consistentes e precisas da resistência última das colunas, tendo as especificações Europeias e Americanas conduzido a estimativas mais conservadoras, estando também associadas a uma grande variabilidade, sobretudo para seções em “T” com espessuras mais reduzidas.

### 2.3.2 Estudos Experimentais

Estudos levados a cabo por diversos investigadores no passado revelaram que as especificações do regulamento Norte-Americano AISI [5] e Australiano/Neo-Zelandês AS/NZS 4600 [6] são por vezes muito conservativas para colunas de aço enformadas a frio de secção em “C”. No sentido de avaliar o desempenho dessas especificações no âmbito de cantoneiras de aço enformadas a frio, cantoneiras duplas soldadas costas com costas (secções em “T”) e cantoneiras ligadas em formato cruciforme, Vishnuvardhan & Samuel Knight [14] desenvolveram uma investigação de índole experimental onde avaliaram a resistência última destes perfis (ver Figura 2.7), com o intuito de propor eventuais alterações nas equações pré-estabelecidas.

Os exemplares utilizados na investigação foram produzidos a partir de diferentes chapas de aço, de duas espessuras diferentes, 2.00 e 3.15 mm, e com diferentes propriedades materiais – os aços foram preparados e testados de acordo com as normas ASTM A 370 [16], apresentando-se na tabela da Figura 2.8 as propriedades médias obtidas nos ensaios.

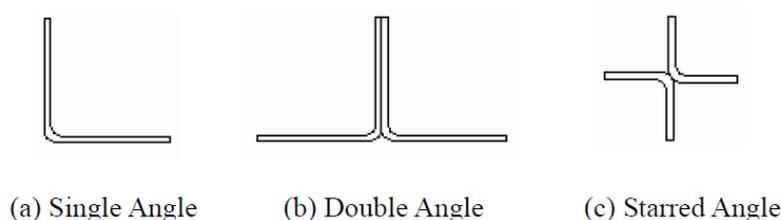


Figura 2.7: Geometrias da secção transversal das colunas consideradas em [14].

Type of Steel	Thickness (mm)	Modulus of Elasticity, MPa	Yield Stress ( $f_y$ ), MPa	Ultimate Stress ( $f_u$ ), MPa	$f_u/f_y$	% Elongation
1	2.00	182000	345	440	1.28	16
2	2.00	211000	415	495	1.20	10
3	3.15	201000	250	350	1.40	11
4	2.00	179000	205	300	1.46	13
5	2.00	210000	310	410	1.32	10
6	3.15	208000	250	365	1.46	26

Figura 2.8: Propriedades médias dos materiais obtidas nos ensaios [14]

Foram realizadas cinquenta e sete testes com perfis de diferentes configurações geométricas (cantoneiras simples, cantoneiras soldadas em forma de “T” e ligadas em formato cruciforme), admitindo três condições de apoio: rotulada, soldada e aparafusada – ver Figura 2.9. O estudo visou analisar a influência da esbelteza, da geometria da secção, do tipo do material, das condições de apoio e do efeito da simetria da secção na resistência última das colunas.

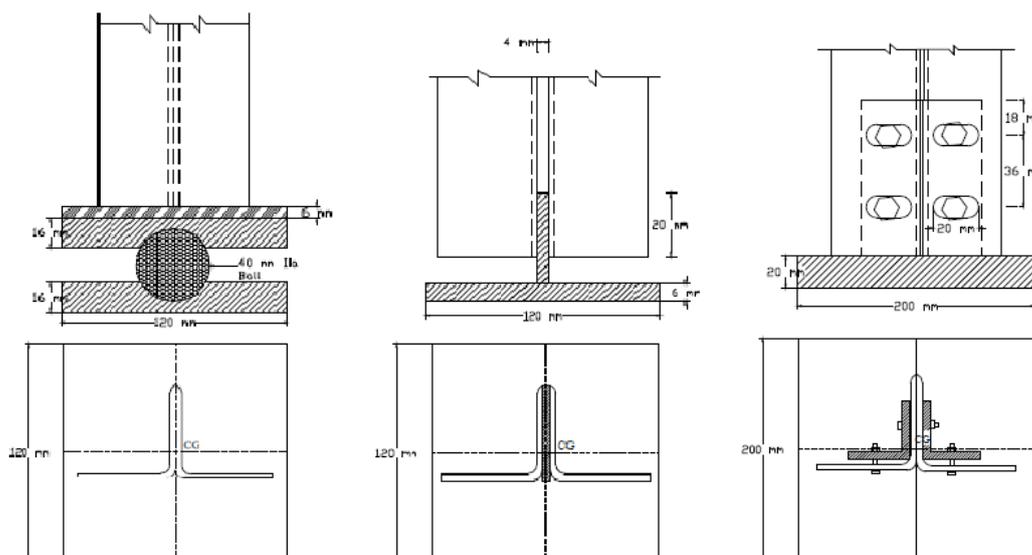


Figura 2.9: Detalhe de ligação de apoio a) rotulada, b) soldada e c) aparafusada para cantoneiras duplas.

Sl. No.	Section Size (mm)	(w/t)	(w/t) <sub>lim</sub>	Type of Steel	Slenderness Ratios	End Connection
1	35 × 35 × 2.00	15.00	9.02	1	15, 20, 25	Ball
2	45 × 45 × 2.00	20.00	9.02	1	15, 20, 25	Ball
3	40 × 40 × 2.00	17.50	8.23	2	15, 30	Ball
4	40 × 40 × 3.15	10.20	10.60	3	15, 30	Ball
5	50 × 50 × 2.00	22.50	11.71	4	10, 15, 20	Welded
6	60 × 60 × 2.00	27.50	9.52	5	20, 30	Bolted
7	60 × 60 × 3.15	16.55	10.60	6	20, 30	Bolted
8	70 × 70 × 3.15	19.72	10.60	6	20, 30	Bolted

Figura 2.10: Detalhes dos espécimes ensaiados [14].

Com base na investigação experimental levada a cabo os autores retiraram as seguintes conclusões.

- (i) No caso de cantoneiras com ligações de extremidade soldada, o aumento na proporção de esbelteza de 15 para 30 faz diminuir a capacidade máxima de carga de 15% no caso de cantoneiras simples e 10% no caso das secções em “T” e cruciformes.
- (ii) Para secções em “T” e cruciformes com ligação à extremidade soldada, as cargas últimas são 2,10 e 2,20 vezes maiores do que em cantoneiras simples.
- (iii) A rigidez inicial das colunas cruciformes é duas vezes maior do que a das cantoneiras simples e uma e meia vezes maior que a das secções em “T”, quando testados como colunas curtas com extremidade soldada.
- (iv) O coeficiente de ductilidade de cantoneiras com extremidades soldadas é 50% maior do que o coeficiente de extremidades com rótulas. Da mesma forma, o coeficiente de ductilidade para extremidades aparafusadas é duas vezes maior do que o coeficiente para as ligações rotuladas.

- (v) Para secções em “T” com ligações de extremidade soldadas, as tensões de compressão na extremidade livre do banzo variam para tensões de tração de cerca de 75% da carga última.
- (vi) Para secções em “T” com ligações de extremidade aparafusadas o colapso dá-se por instabilidade local na extremidade da secção ou a um quarto da altura e nas secções cruciformes com extremidades soldadas o colapso também ocorre por instabilidade local a meia altura da secção.
- (vii) Cantoneira curtas com extremidades aparafusadas colapsaram por flexão a um quarto da altura da secção e nas secções cruciformes por torção.

## 3 Análise Linear de Estabilidade

### 3.1 Introdução

Quando se estuda o comportamento de estruturas ideais (i.e., com elementos estruturais perfeitamente retilíneos, sem imperfeições geométricas) sujeitas a compressão, verifica-se que para determinados níveis de carregamento, designados por cargas de bifurcação (instabilidade ou encurvadura), os elementos estruturais passam a apresentar configurações deformadas caracterizadas por deslocamentos para fora do seu eixo e/ou rotações – essas configurações são designadas por modos de instabilidade e a carga de instabilidade mais baixa por carga crítica. O processo de determinação das cargas e modos de instabilidade de uma estrutura designa-se por análise linear de estabilidade.

O valor da carga/tensão crítica de um perfil e a natureza do modo de instabilidade correspondente dependem (i) da geometria do perfil (comprimento e forma/dimensão da secção transversal), (ii) das condições de apoio (restrições aos deslocamentos existentes em secções interiores ou de extremidade), (iii) do carregamento (e.g., flexão, compressão, flexão composta) e (iv) das constantes elásticas do material.

O *Método da Resistência Directa*, assim como as disposições do Eurocódigo 3 e de outras normas, baseia as suas expressões de dimensionamento no valor das cargas críticas de vigas ou colunas, uma vez que essas cargas têm impacto direto na resistência desses elementos. Este facto realça a importância (i) da caracterização correta dos modos de deformação envolvidos na instabilidade de perfis, para diferentes secções e condições de apoio, e (ii) do conhecimento das correspondentes cargas críticas. Por esse motivo, apresenta-se no presente capítulo o estudo do comportamento de estabilidade de perfis de aço de secção em “T”.

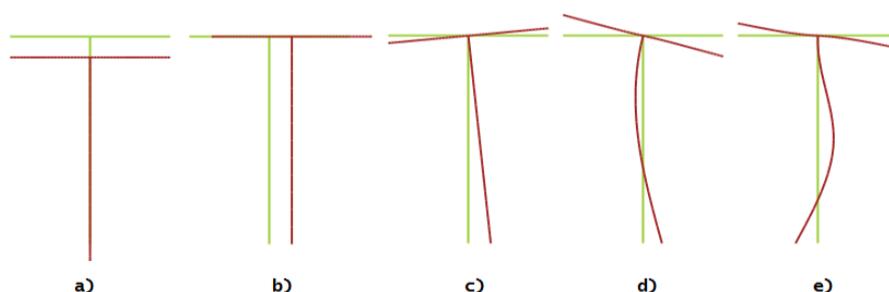
Para a análise de estabilidade dos perfis optou-se, neste trabalho, por empregar a Teoria Generalizada de Vigas (GBT), recorrendo para o efeito ao programa GBTUL. Esta opção resulta não só da facilidade com que este programa permite (i) determinar o valor da carga/tensão crítica de um perfil e (ii) identificar a natureza do correspondente modo de instabilidade, mas fundamentalmente devido ao facto de as secções extremas dos perfis analisados, se considerarem encastradas (outros programas de fácil utilização, como o programa de faixas finitas CUFM2.6, apenas permitem analisar perfis apoiados). Neste capítulo, após uma descrição das principais características do programa GBTUL, apresentam-se os resultados de um estudo paramétrico realizado tendo por objetivo caracterizar os mecanismos subjacentes ao comportamento de estabilidade de colunas de aço encastradas com secção em “T” – alguns dos resultados obtidos são validados mediante a análise de estabilidade por elementos finitos dos perfis recorrendo ao programa ABAQUS. O estudo paramétrico permitiu também seleccionar um conjunto de perfis (dimensões da secção transversal e comprimento), cujo comportamento de pós-encurvadura será analisado no capítulo seguinte.

### 3.2 Teoria Generalizada de Vigas – Programa GBTUL

O programa GBTUL foi desenvolvido por docentes e investigadores do Instituto Superior Técnico com base na Teoria Generalizada das Vigas e revela-se uma poderosa ferramenta na determinação de cargas e modos

críticos de perfis com secções de parede fina [17]. O programa começa por considerar deslocamentos nodais de determinados pontos da secção, a partir dos quais determina os respetivos modos de deformação que passam a constituir os graus de liberdade do problema. A resolução do sistema de equações diferenciais de equilíbrio permite determinar a combinação desses graus de liberdade associada à solução do problema de estabilidade (ou vibração) do elemento.

A GBT apresenta muitas semelhanças com as teorias clássicas de barras, de formulação unidimensional, mas com a vantagem adicional de incorporar as deformações das secções no seu plano (deformações locais). No entanto, a “imagem de marca” da GBT consiste no facto de aproximar o campo de deslocamentos por uma combinação linear de funções que (i) são definidas ao longo de toda a linha média da secção transversal (i.e., não exibem valor unitário num nó da secção e nulo nos restantes), e que (ii) correspondem a modos de deformação da secção transversal. Na Figura 3.1 representam-se alguns dos modos de deformação de uma coluna com secção em “T” de banzos curtos, correspondem (a), (b) e (c) a modos de corpo rígido (flexão na maior e menor inércia e torção) e (d) e (e) correspondem a modos locais.



**Figura 3.1:** Configurações dos modos de instabilidade de colunas com secção em “T”. Modos (a) e (b) de flexão na maior e menor inércia, (c) de torção, (d) e (e) locais.

De acordo com o referido anteriormente, a análise de um perfil com recurso à GBT envolve duas etapas. A primeira etapa corresponde à análise da secção, a qual consiste na identificação dos seus modos de deformação e na determinação das respetivas propriedades mecânicas modais. Numa segunda etapa, procede-se à análise de barra, começando por definir o carregamento e as condições de apoio, terminando com a resolução das equações de equilíbrio. Os graus de liberdade são os valores modais das amplitudes dos próprios modos de deformação da secção facto que torna as implementações numéricas da GBT muito versáteis e eficientes, não só porque envolvem um número reduzido de graus de liberdade, mas fundamentalmente porque permitem uma melhor interpretação dos resultados obtidos – por exemplo, numa análise linear da estabilidade é possível determinar qual a percentagem de cada modo de deformação (local ou global) no modo de instabilidade do perfil.

Refira-se que os avanços mais importantes neste domínio se devem ao trabalho de investigação que tem vindo a ser realizado no Instituto Superior Técnico, no qual se inclui a disponibilização de um programa para análise linear de estabilidade de perfis (GBTUL) [17], cujas características principais se indicam seguidamente.

A análise linear de estabilidade dos perfis com o Programa GBTUL é de fácil execução, não exigindo ao utilizador um conhecimento profundo da teoria que lhe está subjacente. O programa vai pedindo, de uma forma clara, os vários dados necessários à realização das análises, em quatro janelas diferentes (ver Figura 3.2). Numa primeira janela, o utilizador (i) escolhe a geometria da secção do perfil a analisar, tendo por base um conjunto pré-estabelecido de secções (e.g., em C, em Z, em I, cantoneira), (ii) introduz as dimensões da secção do perfil (dimensões da alma, banzo, reforço, espessura), (iii) indica as propriedades elásticas do material (módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson) e (iv) define o número de nós intermédios em cada elemento de parede fina da secção, o qual está relacionado com o número de modos de deformação local a considerar na análise.

Numa segunda janela, que surge após a análise da secção, definem-se os modos de deformação da secção a considerar na análise – o programa assume, por defeito, todos os modos de deformação definidos na janela anterior.

Numa terceira janela, procede-se à (i) escolha do tipo de análise a efetuar (solução analítica ou numérica), (ii) indicação das condições de apoio do perfil (e.g., simplesmente apoiado, bi-encastrado), (iii) definição do tipo de carregamento (e.g., compressão ou flexão pura, flexão desviada, flexão composta), (iv) escolha dos comprimentos dos perfis a analisar e (v) definição do número de modos de bifurcação a determinar para cada comprimento. A análise de perfis com as extremidades encastradas deve ser efetuada recorrendo a uma solução numérica do problema, admitindo o programa, por defeito, uma discretização do perfil em elementos finitos de barra – a discretização deve se feita convenientemente de forma a caracterizar os modos de instabilidade com um número considerável de semiondas.

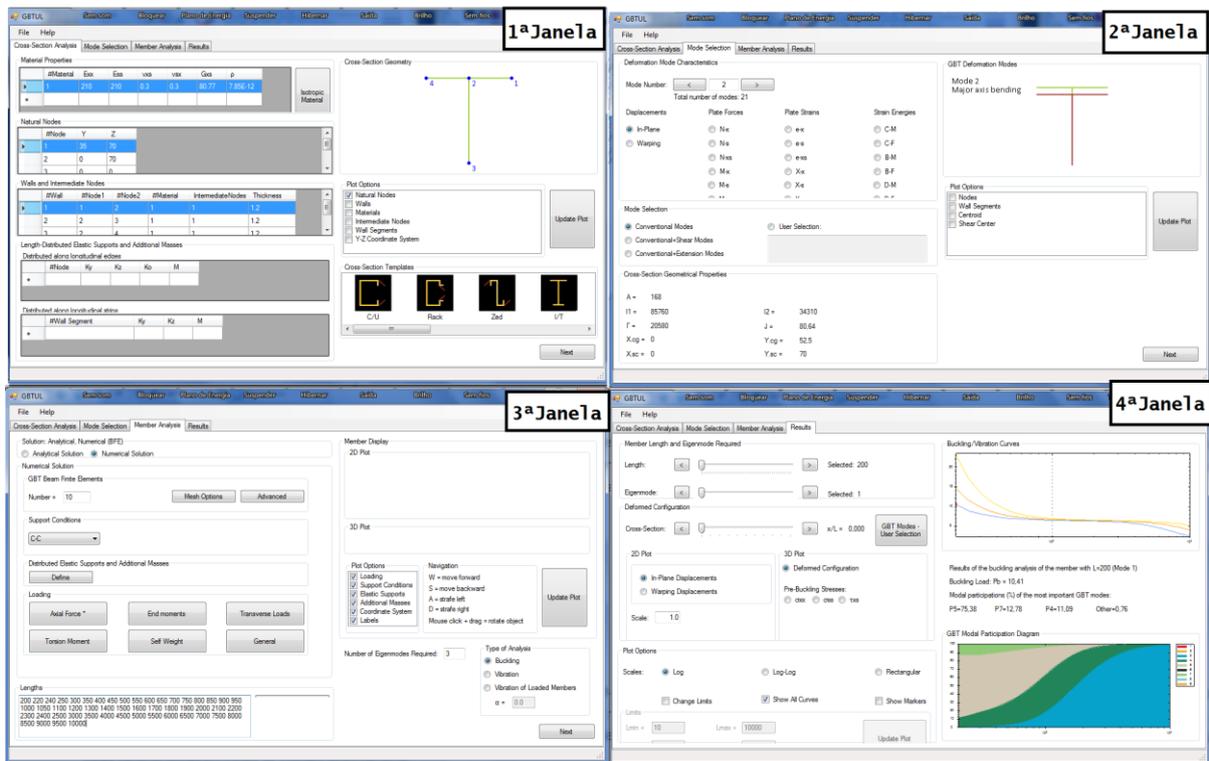


Figura 3.2: Imagem ilustrativa das quatro janelas do GBTUL, relativas às várias fases de utilização do programa.

Por último, são exibidos os resultados da análise, sendo possível visualizar (i) as curvas que traduzem a variação dos esforços/tensões de bifurcação com o comprimento dos perfis, bem como (ii) a natureza do correspondente modo de instabilidade, a qual é devidamente quantificada mediante a indicação da percentagem dos modos de deformação da GBT presentes no referido modo de instabilidade.

### 3.3 Estudo Paramétrico

#### 3.3.1 Metodologia

O estudo realizado e apresentado na presente dissertação, teve por objetivo analisar a influência da dimensão do banzo nos fenómenos de instabilidade de colunas de secção em “T”, bem como perceber qual a influencia da variação da espessura da alma. Neste sentido, definiu-se um conjunto representativo de secções, fazendo variar a dimensão do banzo deste  $b_f = 0,43$  até  $2,00b_w$  (ver Figura 1.3(c)) – esta última situação procura retratar o caso de duas cantoneiras de abas iguais ligadas na alma.

Partindo inicialmente de secções habituais no contexto dos perfis de aço enformados a frio, começou-se por fixar a altura da alma em 70 mm, tendo sido considerados para o banzo os valores 30, 50, 70, 90, 110, 130 e 140mm. Numa primeira análise admitiu-se para ambos os elementos uma espessura constante e igual a  $t=1,2$ mm. Na Tabela 3.1 apresenta-se de forma tabular a designação das secções e as correspondentes dimensões.

**Tabela 3.1: Propriedades das secções em estudo com espessura de 1,2mm.**

	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$T_5$	$T_6$	$T_7$
$b_f(mm)$	30	50	70	90	110	130	140
$b_w(mm)$	70	70	70	70	70	70	70

Posteriormente, apenas para três das secções consideradas ( $b_w = 70$  mm,  $b_f = 30, 70$  e  $140$  mm), fez-se variar a espessura da alma, admitindo para estas uma espessura de  $t=2,4$  mm, o dobro da espessura do banzo, de forma a analisar o efeito de juntar duas cantoneiras – na Tabela 3.2 apresenta-se de forma tabular a designação das secções a analisar e as correspondentes dimensões.

**Tabela 3.2: Propriedades das secções em estudo, com espessura da alma igual a 2,4mm e 1,2mm no banzo.**

	$T_{12}$	$T_{32}$	$T_{72}$
$b_f(mm)$	30	70	140
$b_w(mm)$	70	70	70

Descreve-se seguidamente a sequência de procedimentos adotados no estudo paramétrico sobre o comportamento de estabilidade de colunas de aço encastradas ( $E = 210\text{GPa}$  e  $\nu = 0,3$ ) de secção em “T” – no ANEXO I apresentam-se os resultados de todas as colunas analisadas.

- (i) Definir no GBTUL a secção transversal em “T” a partir da secção pré-definida em “I”, admitindo um valor nulo para o banzo inferior desta última (secções em “T” não constam do conjunto de secções pré-definidas).
- (ii) Para cada geometria indicada na Tabela 3.1, fazer variar o comprimento de coluna em pequenos intervalos compreendidos entre 200 e 10000mm para analisar a sua influência na instabilidade das colunas.
- (iii) Para cada coluna determinar as curvas que definem a variação da carga crítica ( $P_{cr}$ ) em função do comprimento do elemento ( $L$ ), registando as alterações em termos do andamento da curva  $P_{cr}$  vs  $L$ .
- (iv) Identificar a natureza dos correspondentes modos de instabilidade, observando as percentagens dos diferentes modos de deformação (ver Figura 3.1) das colunas (essas percentagens são indicadas automaticamente pelo programa).
- (v) Estudar a evolução do modo de torção com o comprimento da coluna, admitindo duas hipóteses distintas na análise de estabilidade: (v1) considerando todos os modos de deformação da secção (curva crítica) e (v2) admitindo apenas o modo de torção.
- (vi) Repetir o processo descrito acima para as colunas  $T_{12}$ ,  $T_{32}$  e  $T_{72}$ , fazendo duplicar a espessura da alma, para os mesmos comprimentos que as anteriores.

### 3.3.2 Análise dos Resultados

Apresentam-se seguidamente os resultados da análise de estabilidade (curvas  $P_{cr}$  vs  $L$ , diagramas de participação dos modos de deformação nos modos de instabilidade e configuração desses modos) obtidos para as secções  $T_1$ ,  $T_{12}$ ,  $T_3$ ,  $T_{32}$ ,  $T_7$  e  $T_{72}$ , adotando a seguinte sequência:

- i) Começa-se por expor os resultados referentes a uma coluna com os banzos curtos (coluna  $T_1$ ).
- ii) Em seguida, apresentam-se os resultados ilustrativos de uma coluna com os banzos intermédios (coluna  $T_3$ ).
- iii) Logo depois, os respeitantes a uma coluna com os banzos longos (coluna  $T_7$  – abas de dimensão igual à alma).
- iv) Posteriormente, os resultados conjuntos do efeito da variação da largura do banzo.
- v) Por fim, exibem-se os resultados relativos ao efeito da variação da espessura da alma.

### Coluna com banzos curtos

Nas Figura 3.3 à Figura 3.5 apresentam-se os resultados da análise de estabilidade obtidos para a coluna com os banzos curtos (coluna  $T_1$ ), nomeadamente (i) as curvas  $P_{cr}$  vs  $L$ , (ii) a evolução, em função do comprimento, dos fatores de participação dos modos de deformação da GBT no modo crítico de instabilidade das colunas e (iii) a configuração deformada do modo de instabilidade de duas colunas de comprimento curto-a-intermédio – estas configurações foram obtidas com o programa ABAQUS, considerando um modelo de elementos finitos de casca cujas características vão ser descritas no capítulo seguinte – está representada no ANEXO II a configuração dos modos de deformação para cada secção. Da análise destas figuras é possível retirar as seguintes conclusões:

- i) A carga crítica ( $P_{cr}$ ) das colunas diminui monotonicamente com o aumento do comprimento ( $L$ ).
- ii) Para comprimentos curtos, a coluna instabiliza num modo local-torsional (os modos de deformação predominantes no modo de instabilidade são os modos 5, 6 e 4), para comprimentos intermédios, num modo flexo-torsional (modos 4 e 3) e para comprimentos longos, a instabilidade dá-se no modo de flexão na menor inércia (modo 3).

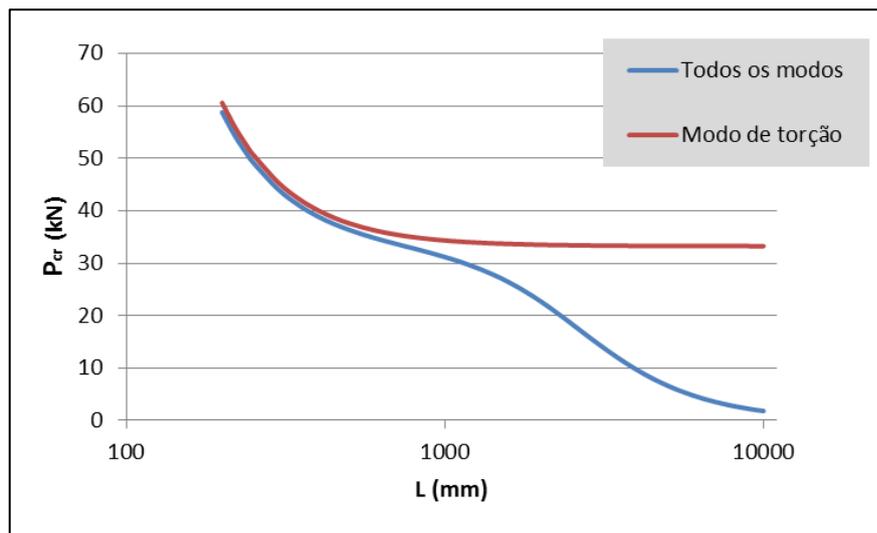


Figura 3.3: Curva de estabilidade da coluna  $T_1$ .

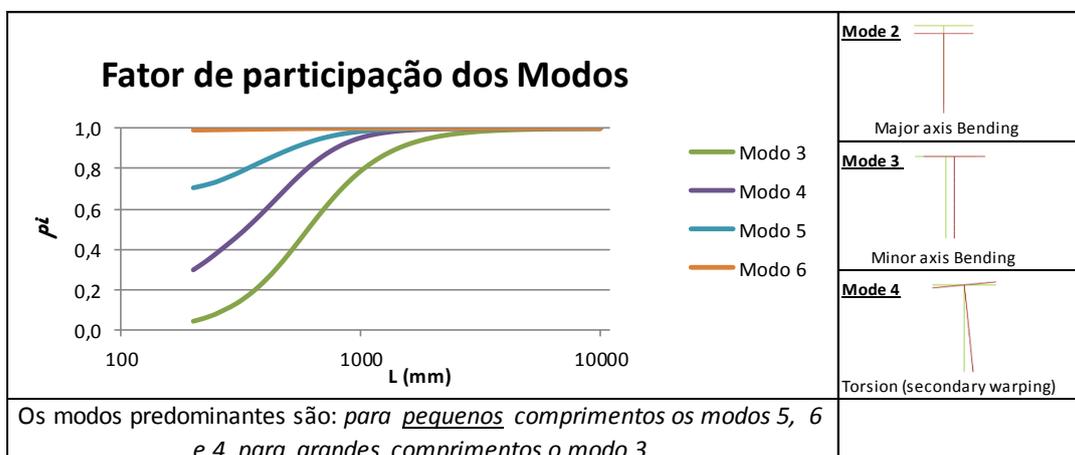


Figura 3.4: Fatores de participação modal no modo de instabilidade das colunas  $T_1$ .

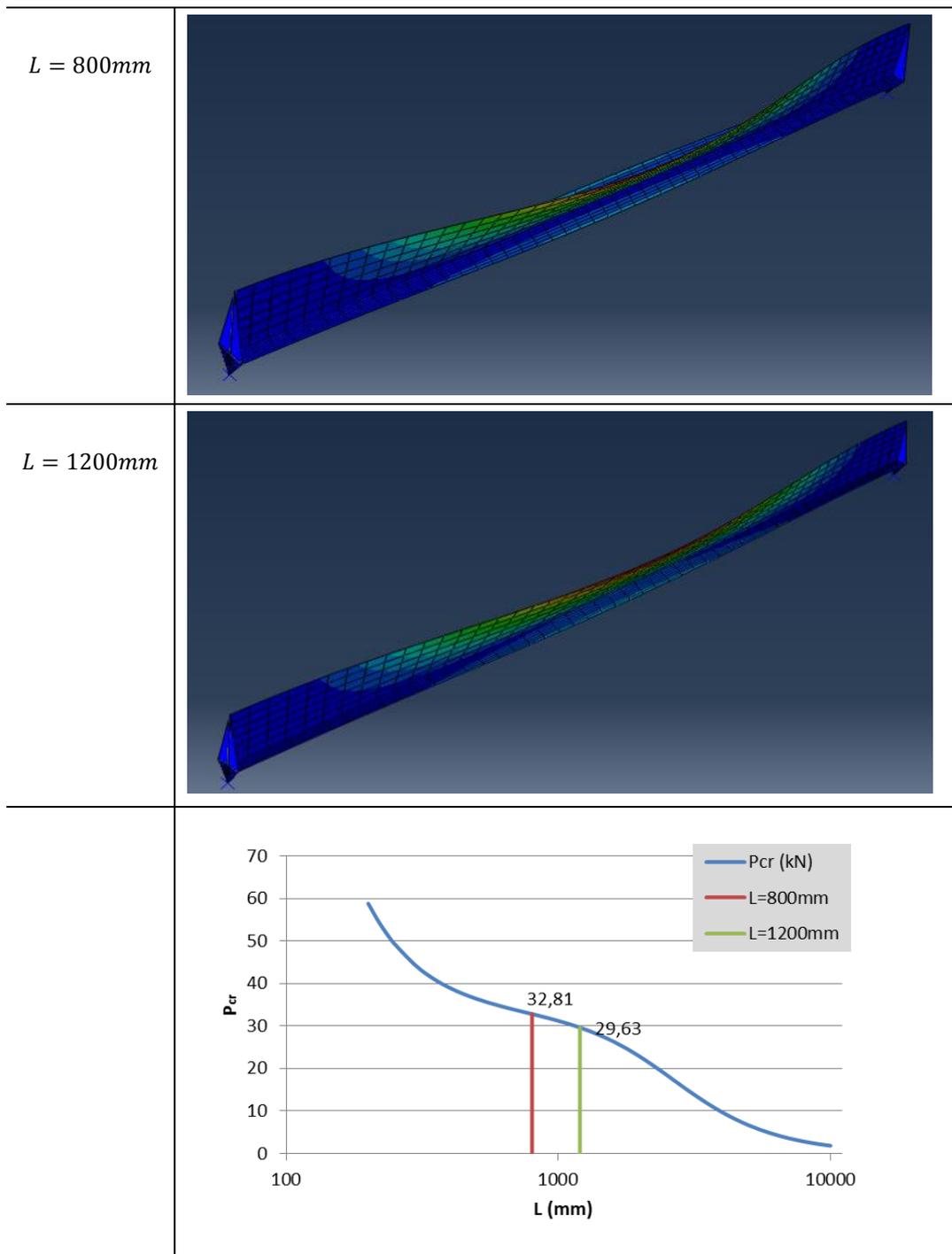


Figura 3.5: Curva de estabilidade e configuração deformada das secções  $T_1$  para os comprimentos de 0,8 e 1,2m.

- iii) Confirma-se a grande suscetibilidade deste tipo de colunas a fenómenos de instabilidade envolvendo torção – o modo 4 tem uma participação importante para comprimentos curtos-a-intermédios (ver Figura 3.5). Contudo, a curva da torção apenas se aproxima da curva crítica para colunas curtas (nas longas, há um claro afastamento das duas curvas devido à importância crescente dos modos de flexão - Figura 3.3).
- iv) Nas colunas muito curtas o modo de instabilidade tem uma forte componente de deformação local uma vez que a alma e o banço são diferentes – o elemento mais esbelto (neste caso, a alma) condiciona a estabilidade da secção.

- v) Notar que o modo de flexão associado à torção é o modo 3, contrariamente ao que ocorre nas cantoneiras (ver Figura 2.1 e Figura 2.2). Esta diferença resulta do facto de a instabilidade por flexão-torção em secções monossimétricas envolver sempre deslocamentos de flexão perpendiculares ao eixo de simetria da secção – nesta secção em “T” esses deslocamentos estão associados à flexão na menor inércia (modo 3).

### Coluna com banzos intermédios

Nas Figura 3.6 a Figura 3.8 apresentam-se resultados equivalentes, relativos ao comportamento de estabilidade da coluna com os banzos intermédios (coluna  $T_3$ ), designadamente (i) as curvas  $P_{cr}$  vs  $L$ , (ii) a evolução dos fatores de participação modal no modo crítico de instabilidade das colunas e (iii) a configuração deformada do modo de instabilidade de duas colunas de comprimento curto-a-intermédio. Da análise destas figuras é possível retirar as seguintes conclusões:

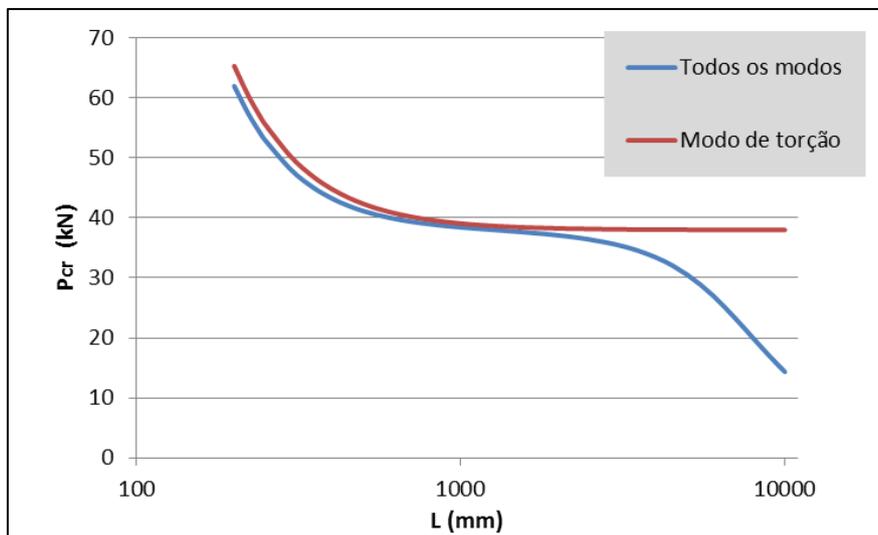


Figura 3.6: Curva de estabilidade da coluna  $T_3$ .

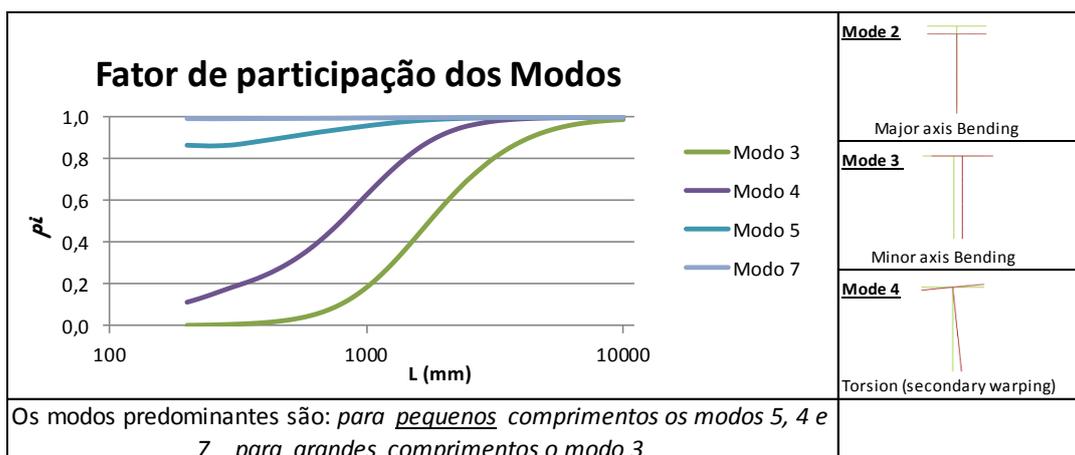


Figura 3.7: Fatores de participação modal no modo de instabilidade das colunas  $T_3$ .

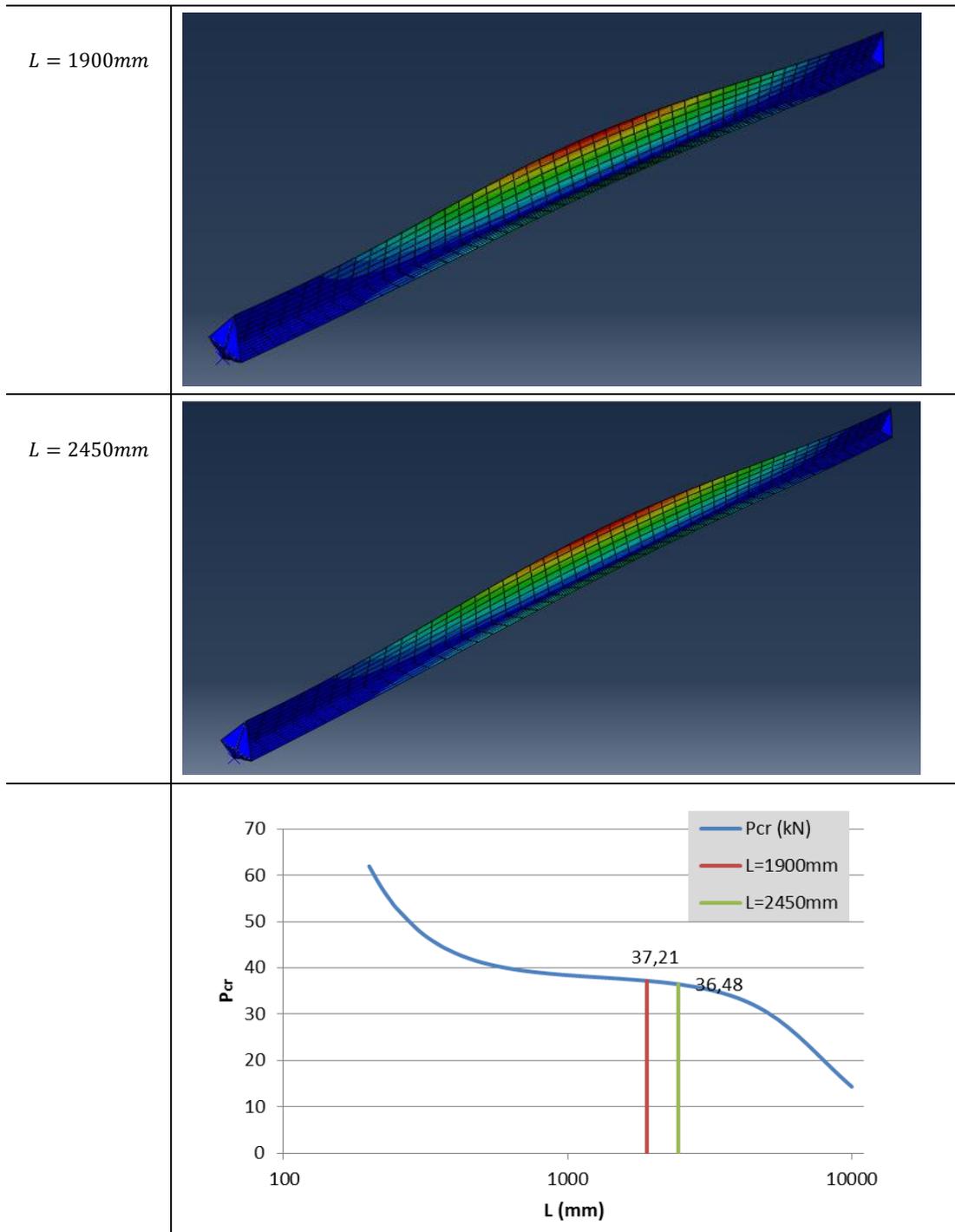


Figura 3.8: Curva de estabilidade e configuração deformada das secções  $T_3$  para os comprimentos de 1,9 e 2,45m.

- i) A curva de estabilidade da coluna de banzos intermédios exibe um andamento com características semelhantes à da coluna de banzos curtos: (i1) a carga crítica diminui monotonicamente com o comprimento, (i2) instabilizando a coluna em modos local-torsional, flexo-torsional e de flexão na menor inércia, para colunas curtas, intermédias e longas, respetivamente.
- ii) Contudo, existem diferenças significativas entre as curvas de estabilidade das duas colunas, destacando-se que na coluna de banzos intermédios (ii1) as curvas crítica e da torção estão próximas para uma gama de comprimentos maior e (ii2) existe um patamar de carga para colunas de comprimento intermédio.

- iii) A maior proximidade das duas curvas na coluna de banzos intermédios deve-se ao facto de o centro de gravidade estar mais próximo do centro de corte ou de torção da secção (coincide com o ponto de intersecção das linhas médias das paredes), fazendo reduzir a importância da flexão.
- iv) Por sua vez, a existência do referido patamar é uma característica de um comportamento predominantemente torsional, como foi estudado no âmbito das cantoneiras – e.g., comparando a Figura 2.2 com a Figura 3.6.
- v) Finalmente, chama-se a atenção para as consequências importantes que a existência de um patamar na curva  $P_{cr}$  vs  $L$  representou ao nível do comportamento de resistência última de cantoneiras uniformemente comprimidas. De facto, o processo habitual de associar a resistência das colunas à esbelteza crítica ( $\lambda$ ), onde

$$\lambda = \sqrt{\frac{f_y}{f_{cr}}} \quad (3.1)$$

e em que  $f_y$  é a tensão de cedência do aço e  $f_{cr}$  a tensão crítica de instabilidade, não permite ter em conta o decréscimo de resistência que resulta do aumento de comprimento das colunas (ver [9, 10]).

### **Coluna com banzos longos**

Nas Figura 3.9 à Figura 3.11 apresentam-se resultados semelhantes relativos ao comportamento de estabilidade de colunas com os banzos longos (coluna  $T_7$ ), especificamente (i) as curvas  $P_{cr}$  vs  $L$ , (ii) a evolução dos fatores de participação modal no modo crítico de instabilidade das colunas e (iii) a configuração deformada do modo de instabilidade de duas colunas de comprimento curto-a-intermédio. Da análise destas figuras é possível retirar as seguintes conclusões:

- i) A curva de estabilidade da coluna de banzos longos exhibe um andamento com características semelhantes à da coluna de banzos curtos: (i1) a carga crítica diminui monotonicamente com o comprimento, (i2) instabilizando a coluna em modos local-torsional e flexo-torsional para colunas curtas e intermédias, respetivamente – para a gama de comprimentos seleccionados a coluna ainda não instabiliza por flexão na menor inércia.
- ii) Contudo, existem diferenças significativas entre as curvas de estabilidade das duas colunas, nomeadamente na gama de comprimentos considerada para a coluna de banzos longos (ii1) as curvas crítica e da torção estão sempre próximas, (ii2) existe um patamar de carga claramente definido e (ii3) o modo de deformação da GBT associado à instabilidade flexo-torsional é agora o modo 2, em vez do modo 3.
- iii) As duas primeiras diferenças mencionadas no item anterior resultam da maior proximidade entre o centro de gravidade e o centro de corte da secção, aproximação que aumenta progressivamente das colunas de banzo curto para as de banzo longo.

- iv) Por sua vez, a última das diferenças mencionadas em (ii) deve-se ao facto de, em resultado da alteração das dimensões da secção, a maior inércia estar agora associada ao eixo de simetria da secção. Nestas condições, o modo de flexão associado à torção (flexão lateral) passou a ser o modo 2 (ver Figura 3.12), à semelhança do que ocorre nas cantoneiras (ver Figura 2.1 e Figura 2.2).
- v) É possível mostrar que, numa secção em “T” de paredes com igual espessura, a inversão mencionada no item anterior ocorre para uma relação entre as dimensões do banzo e da alma superior a  $b_f/b_w > 1,40$ .

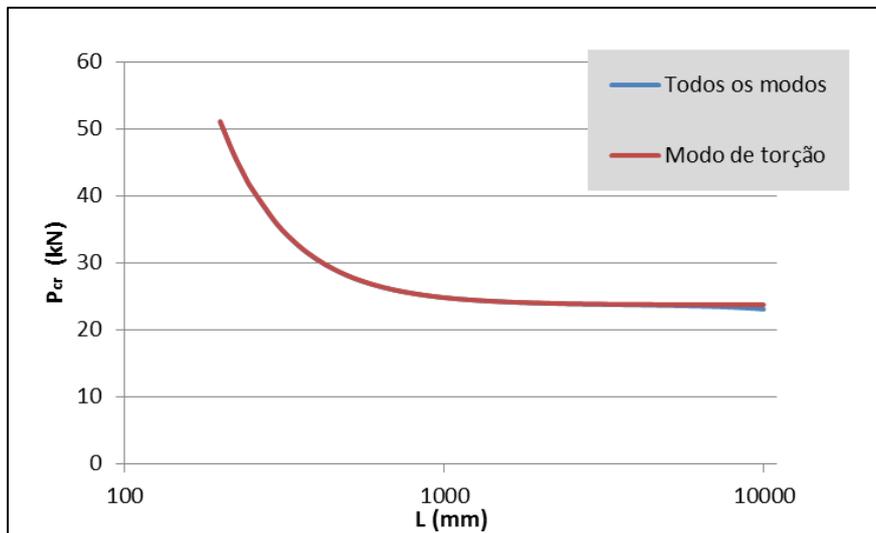


Figura 3.9: Curva de estabilidade da coluna T7.

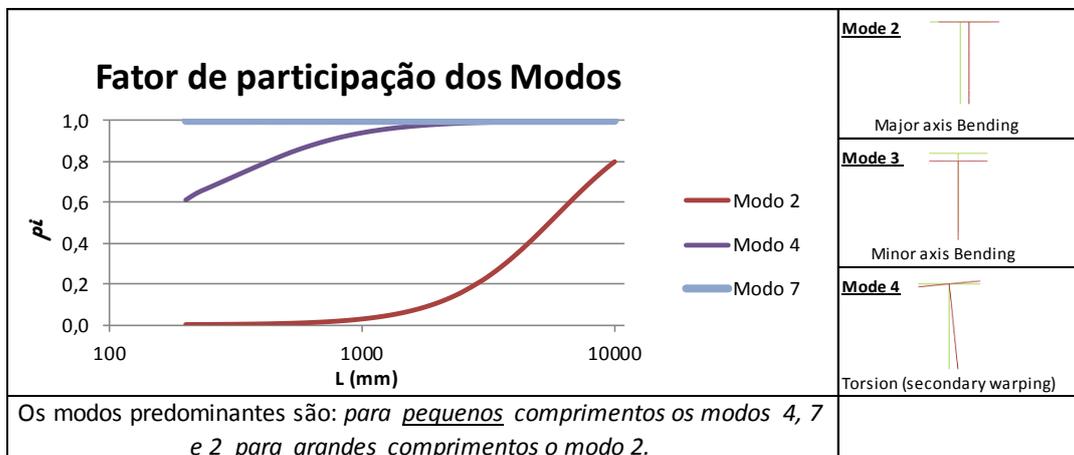


Figura 3.10: Fatores de participação modal no modo de instabilidade das colunas T7.

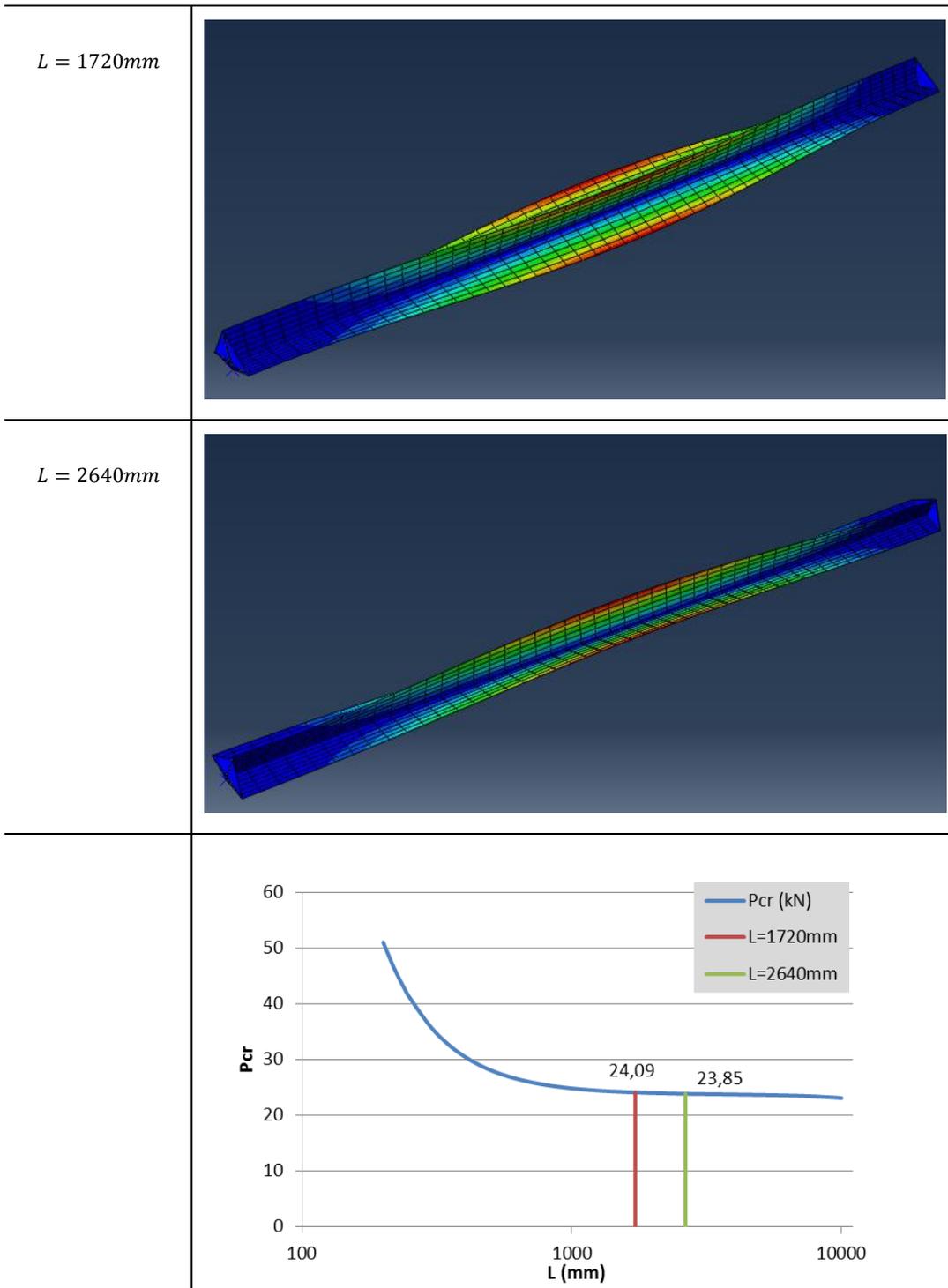


Figura 3.11: Curva de estabilidade e configuração deformada das secções  $T_7$  para os comprimentos de 1,72 e 2,64m.

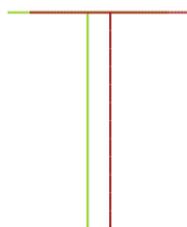


Figura 3.12: Flexão lateral: modo de deformação 3 para as secções  $T_1, T_{12}, T_3, T_{32}$  e  $T_{72}$  e modo 2 para a secção  $T_7$ .

### Influência das dimensões do banzo

Na Figura 3.13 apresentam-se a evolução das curvas de estabilidade, considerando as várias secções indicadas na Tabela 3.1, de forma a melhor compreender a influência do aumento do banzo no comportamento das colunas. Para tornar a comparação com significado, apresenta-se a evolução da tensão crítica ( $\sigma_{cr}$ ) com o comprimento  $L$ . Da observação desta figura pode concluir-se que (i) há um aumento do patamar de carga à medida que a dimensão do banzo aumenta, (ii) há um acréscimo da tensão crítica associada ao patamar da secção  $T_1$  até à secção de  $T_3$  (banzo com dimensão igual à da alma) e (iii) para maiores banzos essa tensão diminui progressivamente – notar que a redução da tensão pode ser significativa (redução de cerca de 35% quando o banzo aumenta de 70 para 140mm – valores medidos para  $L=2000$ mm).

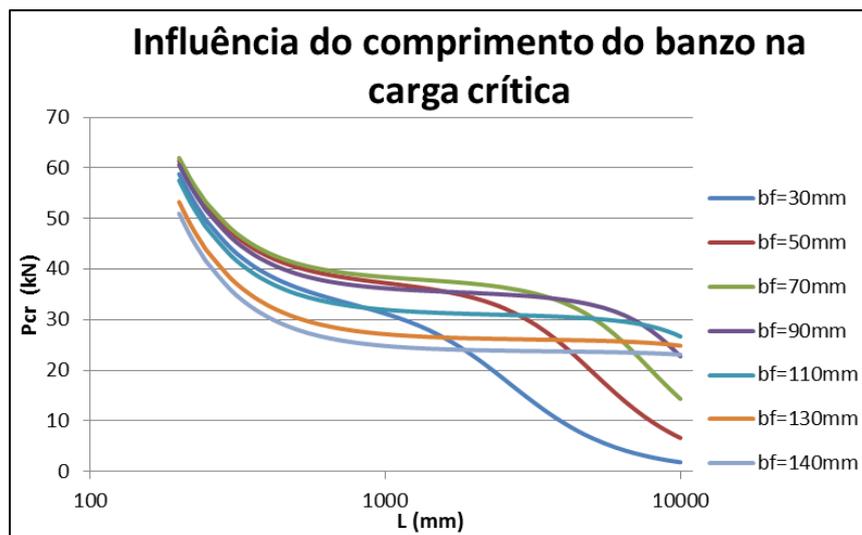


Figura 3.13: Evolução da curva de estabilidade para diferentes comprimentos de banzo.

### Influência das dimensões da alma

Seguidamente apresentam-se resultados relativos ao comportamento de estabilidade de duas colunas de banzos curtos ( $b_w = 70$  mm e  $b_f = 30$  mm) com almas de espessura  $t=1,2$  e  $2,4$  mm (colunas  $T_1$  e  $T_{12}$ , respetivamente), de forma a analisar o efeito de juntar duas cantoneiras com  $t=1,2$  mm de espessura. Na Figura 3.14 apresentam-se as curvas  $P_{cr}$  vs  $L$ , sendo indicada na Figura 3.15 a evolução dos fatores de participação modal no modo crítico de instabilidade das colunas – os resultados relativos à coluna  $T_1$  foram já apresentados anteriormente. Da observação destas figuras é possível retirar as seguintes conclusões:

- i) As duas curvas de estabilidade das colunas exibem um andamento com características semelhantes: (i1) a carga crítica diminui monotonicamente com o comprimento, (i2) instabilizando a coluna em modos local-torsional, flexo-torsional e flexão na menor inércia para colunas curtas, intermédias e longas, respetivamente.
- ii) Contudo, existem algumas diferenças significativas entre as curvas de estabilidade das duas colunas, nomeadamente para comprimentos curtos-a-intermédios, onde para a coluna  $T_{12}$  (ii1) o patamar é

praticamente inexistente e (ii2) a participação da flexão na menor inércia (modo 3) se faz sentir de forma mais acentuada – e.g., duas colunas com comprimento  $L=800$  mm exibem modos de instabilidade flexo-torsionais com as seguintes características: (ii1) coluna  $T_1$ , modos 3 e 4 com 67,8% e 22,8%, (ii2) coluna  $T_{12}$ , modos 3 e 4 com 94,76%, e 4,76%.

- iii) Finalmente, o aumento da espessura da alma aumenta claramente a carga crítica da coluna, verificando-se para colunas com  $L=800$  mm um aumento da carga crítica de 42% quando a espessura sobe de  $t=1,2$  para  $t=2,4$  mm.

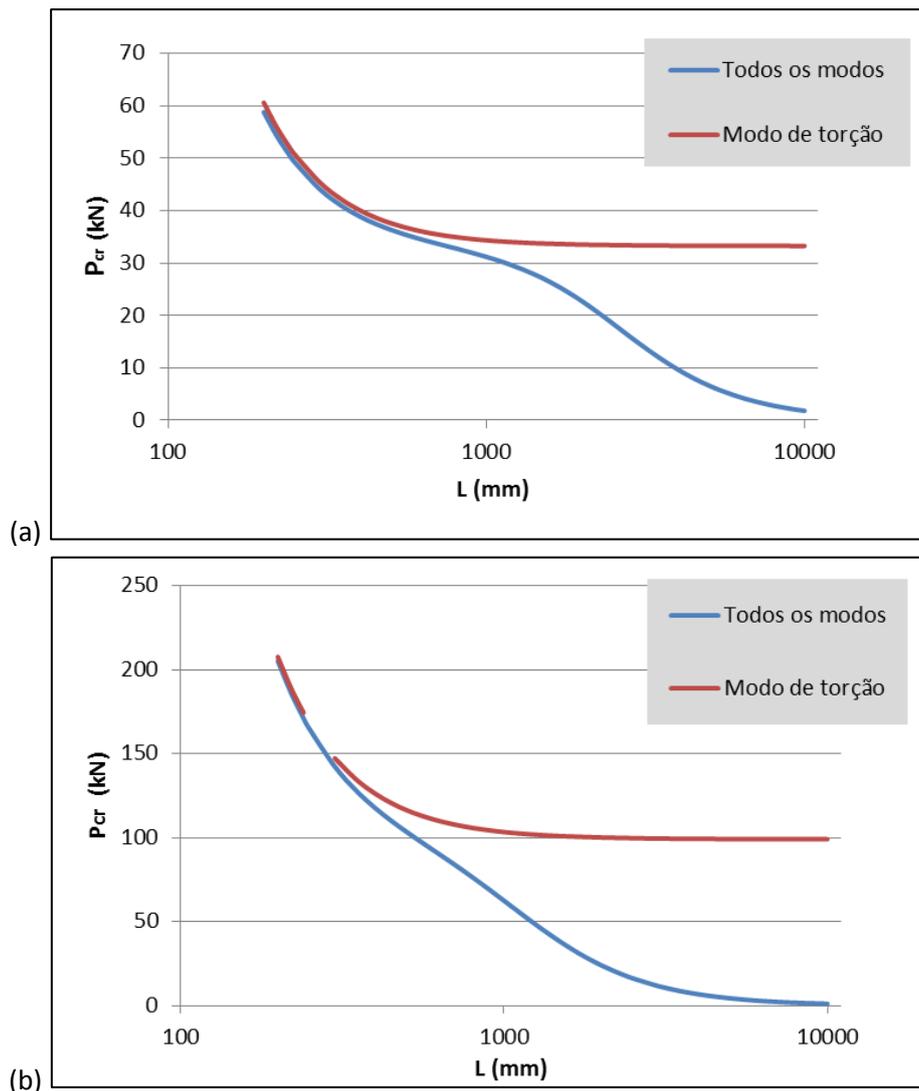


Figura 3.14: Curvas de estabilidade das colunas (a)  $T_1$  e (b)  $T_{12}$ .

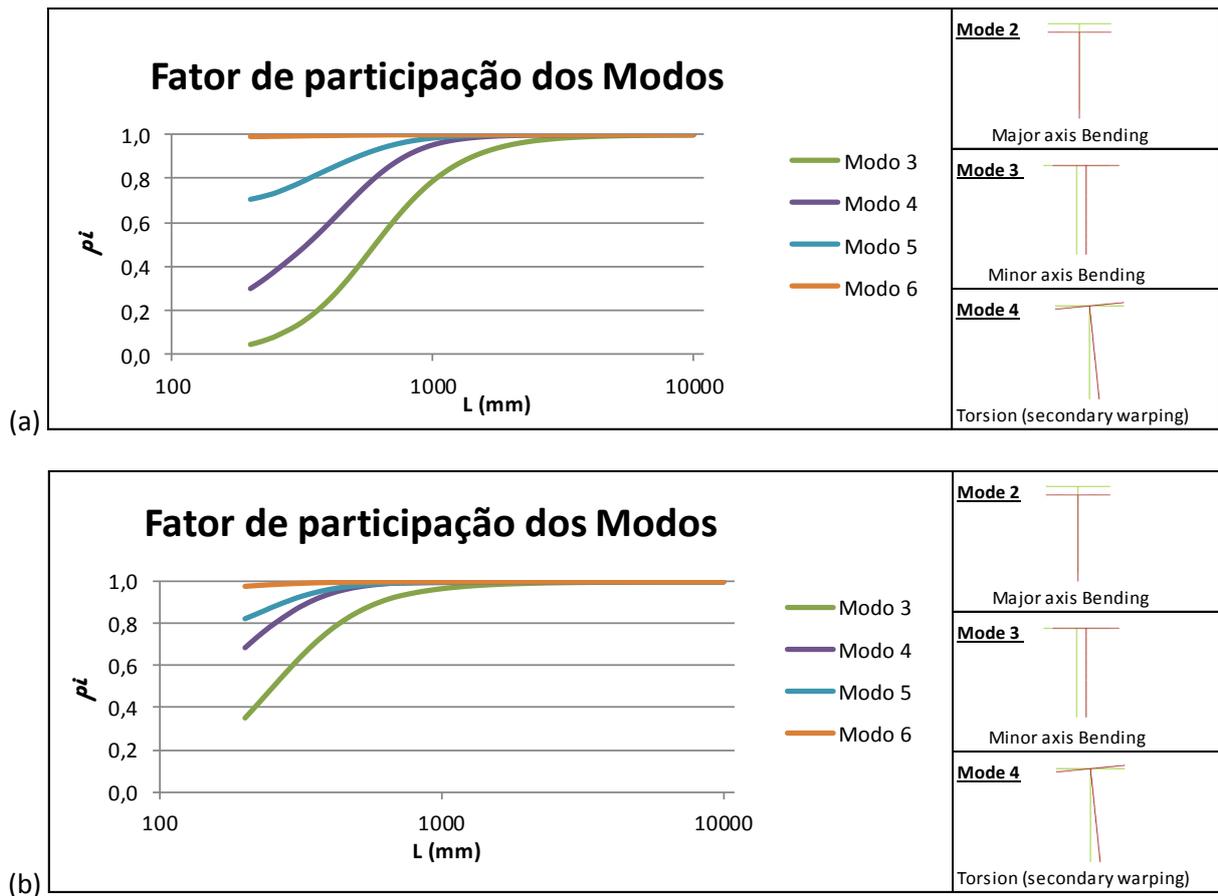


Figura 3.15: Fatores de participação modal no modo de instabilidade das colunas (a)  $T_1$  e (b)  $T_{12}$ .

Seguidamente apresentam-se resultados semelhantes relativos ao comportamento de estabilidade de (i) duas colunas de banzos intermédios ( $b_w = 70 \text{ mm}$  e  $b_f = 70 \text{ mm}$ ) com almas de espessura  $t=1,2$  e  $2,4 \text{ mm}$  (colunas  $T_3$  e  $T_{32}$ , respetivamente), e (ii) duas colunas de banzos longos ( $b_w = 70 \text{ mm}$  e  $b_f = 140 \text{ mm}$ ) com idênticas espessuras nas almas (colunas  $T_7$  e  $T_{72}$ ). Nas Figura 3.16 e Figura 3.18 apresentam-se as curvas  $P_{cr}$  vs  $L$ , indicando-se nas Figura 3.17 e Figura 3.19 a evolução dos fatores de participação modal no modo crítico de instabilidade das colunas – os resultados relativos às colunas  $T_3$  e  $T_7$  já foram apresentados anteriormente. Da observação destas figuras é possível retirar as seguintes conclusões:

- i) As curvas de estabilidade das colunas com banzos de igual dimensão exibem um andamento com características semelhantes, observando-se o mesmo tipo de diferenças mencionadas para colunas com banzos curtos.
- ii) Efetivamente, no que se refere à curva de estabilidade da coluna  $T_3$  a sua congénere  $T_{32}$  apresenta (ii1) ausência de patamar flexo-torsional e (ii2) uma participação da flexão na menor inércia (modo 3) mais acentuada – e.g., duas colunas com comprimento  $L=1000 \text{ mm}$  exibem modos de instabilidade flexo-torsionais com as seguintes características: (ii1) coluna  $T_3$ , modos 3 e 4 com 18,32% e 44,42% (modo 5 – 33,18%), (ii2) coluna  $T_{32}$ , modos 3 e 4 com 63,84%, e 31,16%.

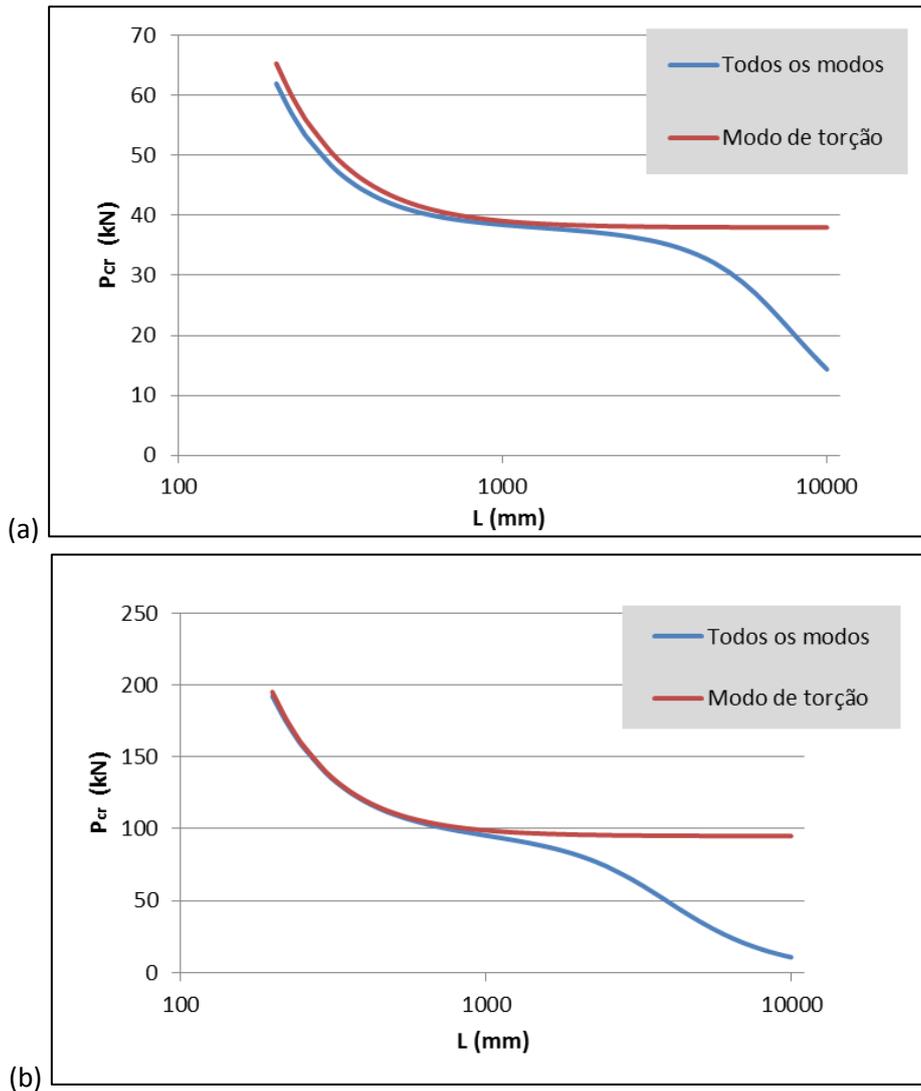
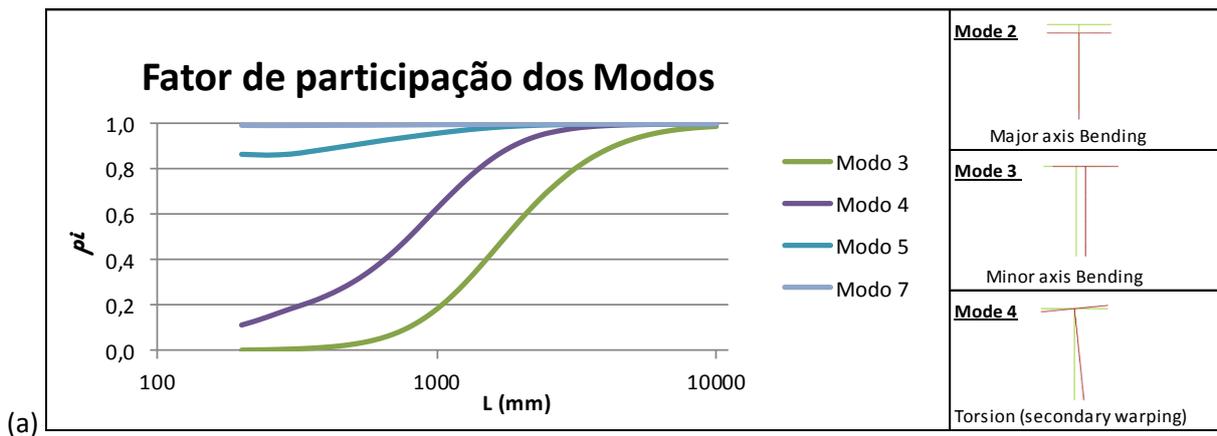


Figura 3.16: Curvas de estabilidade das colunas (a)  $T_3$  e (b)  $T_{32}$ .



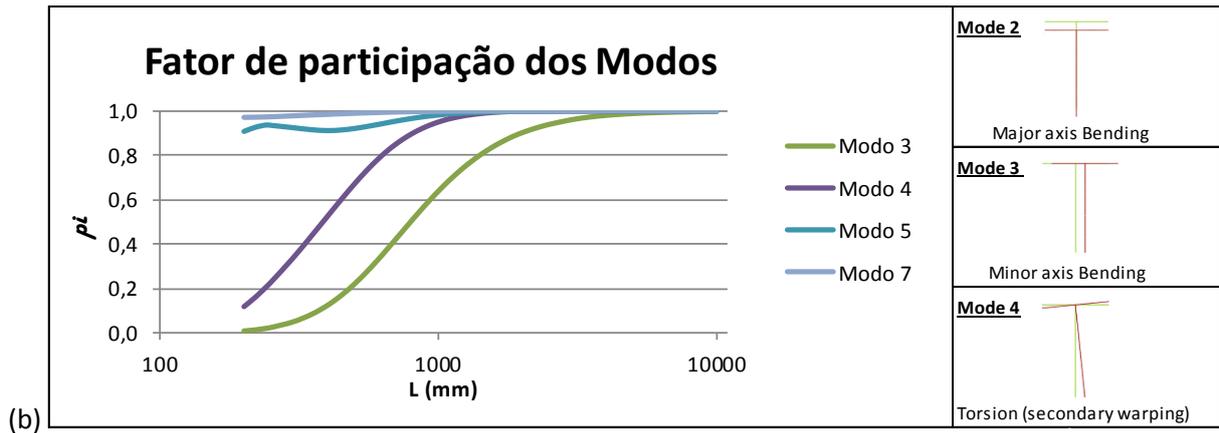


Figura 3.17: Fatores de participação modal no modo de instabilidade das colunas (a)  $T_3$  e (b)  $T_{32}$ .

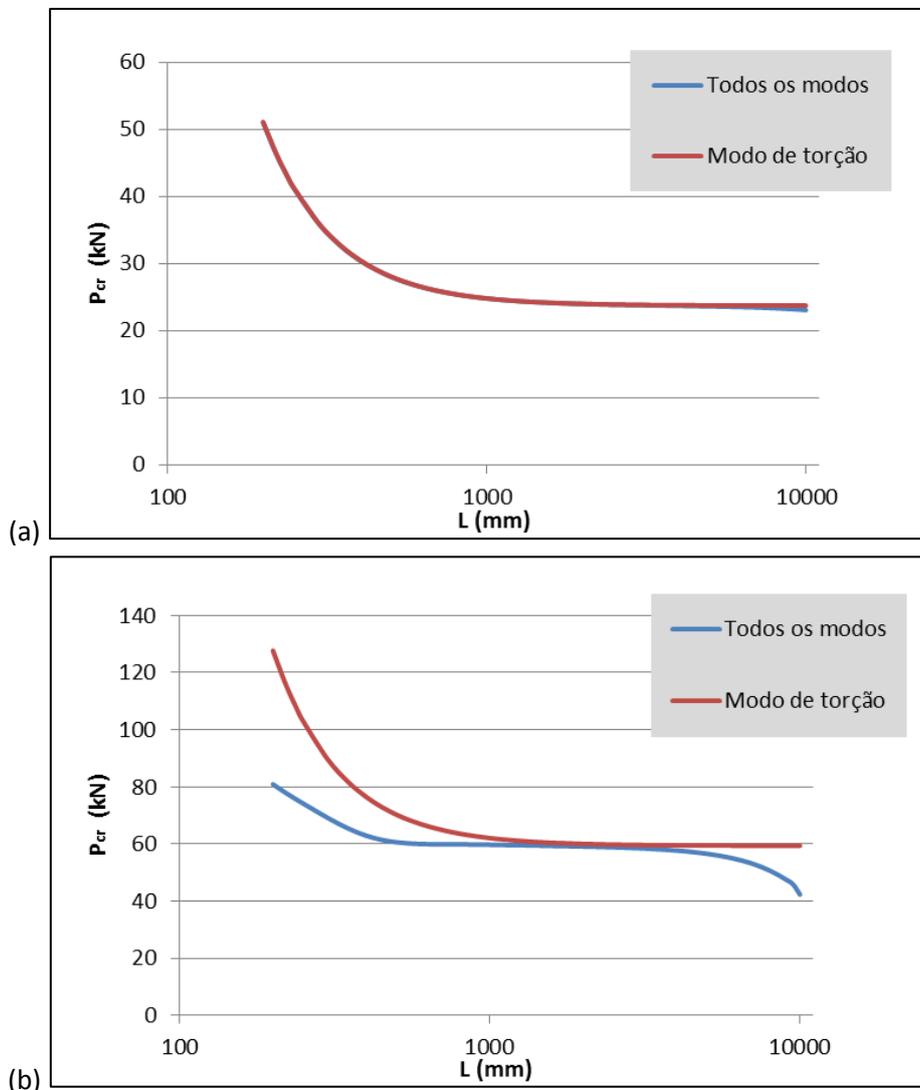


Figura 3.18: Curvas de estabilidade das colunas (a)  $T_7$  e (b)  $T_{72}$ .

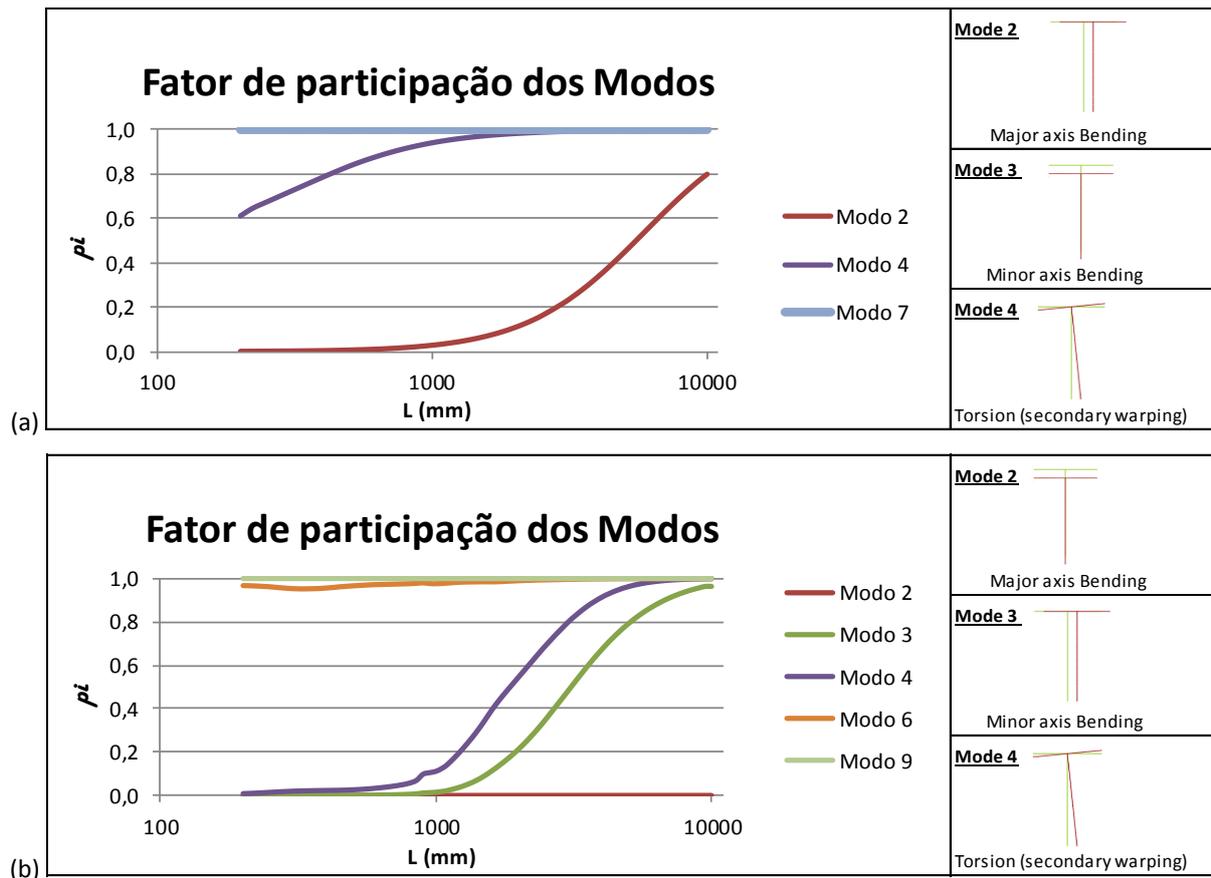


Figura 3.19: Fatores de participação modal no modo de instabilidade das colunas (a)  $T_7$  e (b)  $T_{72}$ .

- iii) Por sua vez, relativamente à curva de estabilidade da coluna  $T_7$  a sua congénere  $T_{72}$  apresenta (iii1) um patamar flexo-torsional de menor dimensão e (iii2) uma participação significativa dos modos locais no modo de instabilidade de colunas de comprimento intermédio – e.g., duas colunas com comprimento  $L=1000$  mm exibem modos de instabilidade com as seguintes características: (iii1) coluna  $T_7$ , modos 4 e 5 com 91,33% e 5,7%, (iii2) coluna  $T_{72}$ , modos 4 e 6 com 9,62%, e 86,51%.
- iv) Finalmente, chama-se a atenção para o facto de na coluna  $T_{72}$  a flexão lateral corresponde à flexão na menor inércia (modo de deformação 3 da GBT), enquanto que o da sua congénere  $T_7$  corresponde à flexão na maior inércia (modo 2). É possível mostrar que, numa secção em “T” cuja alma tem uma espessura dupla do banzo, a inversão ocorre para uma relação entre as dimensões do banzo e da alma superior a  $b_f/b_w > 1,67$ .

### 3.4 Geometria das Colunas Seleccionadas

A análise linear de estabilidade foi também importante para seleccionar a geometria das colunas, cujo comportamento de pós-encurvadura e de resistência última vão ser objeto de análise nos capítulos seguintes. Os perfis exibem as dez secções transversais referidas anteriormente, nomeadamente (i) sete com espessura de 1,2mm, designadas por  $T_1$ - $T_7$ , e (ii) 3 exibindo almas com o dobro da espessura do banzo, designadas por

$T_{12}$ ,  $T_{32}$  e  $T_{72}$ . O conjunto de comprimentos selecionados teve em conta as curvas de estabilidade apresentadas nas figuras anteriores, sendo os seus valores escolhidos para permitirem caracterizar o comportamento de colunas nos eventuais patamares das curvas  $P_{cr}$  vs  $L$ . Os valores selecionados encontram-se indicados nas Tabela 3.3 e Tabela 3.4.

**Tabela 3.3: Comprimentos selecionados para as colunas  $T_1$  a  $T_7$ .**

	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$T_5$	$T_6$	$T_7$
$L(mm)$	600	800	800	800	800	800	800
	800	1100	1350	1600	1720	1720	1720
	1000	1300	1900	2400	2640	2640	2640
	1200	1700	2450	3200	3560	3560	3560
	1400	2000	3000	4000	4480	4480	4480
		2300	3550	4800	5400	5400	5400
		2600	4100	5600	6320	6320	6320
		2900	4650	6400	7240	7240	7240
				7200	8160	8160	8160
					9080	9080	9080
					10000	10000	9500

**Tabela 3.4: Comprimentos selecionados para as colunas  $T_{12}$ ,  $T_{32}$  e  $T_{72}$ .**

	$T_{12}$	$T_{32}$	$T_{72}$
$L(mm)$	600	800	800
	800	1350	1720
	1000	1900	2640
	1200	2450	3560
	1400	3000	4480
		3550	5400
		4100	6320
		4650	7240
			8160
			9080
			9500



## 4 Análise de Pós-Encurvadura

### 4.1 Introdução

No presente capítulo analisa-se o comportamento de pós-encurvadura de perfis de aço de secção em “T”, encastrados em ambas as extremidades, quando submetidas a compressão centrada. As análises foram efetuadas com recurso ao programa ABAQUS, cujas características principais do modelo de elementos finitos utilizado, se começa por apresentar.

De seguida, investiga-se o comportamento de pós-encurvadura elástico de um sub-conjunto de colunas selecionado no término do capítulo anterior (colunas  $T_1$ ,  $T_3$ ,  $T_7$ ,  $T_{12}$ ,  $T_{32}$  e  $T_{72}$ ). O estudo foi efetuado mediante a monitorização de parâmetros considerados importantes para a compreensão do comportamento das mesmas, nomeadamente (i) a rotação de torção ( $\beta$ ) na secção de meio vão ( $\beta > 0$  no sentido horário) e (ii) os perfis longitudinais dos deslocamentos do centro de corte/torção da secção, devidos à flexão na maior e menor inércia, para diferentes níveis de carregamento – uma vez que estas direções dependem da dimensão do banzo, os referidos deslocamentos vão ser identificados por  $d_s$  (deslocamento segundo o eixo de simetria da secção – para uma secção de banzo curto corresponde ao deslocamento de flexão na maior inércia) e  $d_p$  (deslocamento segundo a direção perpendicular ao referido eixo – para uma secção de banzo curto corresponde ao deslocamento de flexão na menor inércia). Para clarificar o comportamento de algumas colunas apresenta-se também a distribuição de tensões normais (axiais) de membrana na secção de meio vão para diferentes valores de  $P/P_{cr}$ .

Posteriormente, procede-se à análise do comportamento pós-encurvadura elasto-plástico das mesmas colunas, tendo sido consideradas colunas de aço com os seguintes valores da tensão de cedência:  $f_y = 150, 300, 450$  e  $600 MPa$ , as quais foram escolhidas para ter em consideração uma gama variada de esbeltezas (no presente caso,  $\lambda = \sqrt{f_y/f_{cr}}$  a variar entre 1 e 4). O objetivo deste estudo consiste em averiguar a eventual existência de reserva de resistência elasto-plástica, assim como perceber a evolução das deformações plásticas e respetivos mecanismos de colapso das colunas.

### 4.2 Análise por Elementos Finitos – Programa ABAQUS

O estudo do comportamento de pós-encurvadura das colunas foi efetuado com recurso ao programa ABAQUS [11], abordando-se seguidamente e de forma sucinta, os aspetos mais relevantes associados ao modelo de elementos finitos considerado neste estudo.

- (i) Discretização: Os planos médios dos perfis foram discretizados em elementos finitos S4 (terminologia do ABAQUS para elementos de casca isoparamétricos com quatro nós e rigidez de corte obtida por meio de uma regra de integração completa). Estudos anteriores (e.g., [9]) confirmam que estes elementos são adequados para levar a cabo esta tarefa.

- (ii) Condições de Apoio: Nesta investigação consideram-se todas as secções extremas dos perfis como encastradas. Estas condições foram modeladas através de placas rígidas (elementos R3D3 na designação do programa ABAQUS), ligadas rigidamente a cada secção extrema e tendo por nó de referência o centróide da secção.
- (iii) Carregamento: Para estas condições de apoio o carregamento de compressão das colunas pode ser aplicado de duas formas: aplicando (iii1) uma força no nó de referência das placas de extremidade ou (iii2) um conjunto de forças de compressão, equivalentes a uma distribuição uniforme de tensões normais (e.g., 1MPa), em cada um dos nós das secções extremas das colunas. Neste caso, o valor de carga actuante é obtido multiplicando a tensão pela área da secção dos perfis. No presente trabalho optou-se pela segunda condição.
- (iv) Modelação do Comportamento Material: Assumiu-se que o material que constitui as colunas (aço estrutural) (iv1) exhibe um comportamento homogéneo e isotrópico e (iv2) é modelado através de relações constitutivas elásticas lineares ou elásticas-perfeitamente plásticas. No segundo caso, adotou-se o conhecido modelo de Prandtl-Reuss, o qual combina o critério de cedência de Von-Mises com a regra de escoamento associada. Estas leis constitutivas encontram-se disponíveis na biblioteca de comportamentos materiais do programa ABAQUS, sendo apenas necessário fornecer os valores de módulo de Elasticidade, coeficiente de Poisson e tensão de cedência do aço.
- (v) Imperfeições Geométricas Iniciais: Admitiu-se uma imperfeição com a configuração do modo crítico de instabilidade, de pequena amplitude (rotação no sentido anti-horário com 30% do valor da espessura das paredes), a qual é incluída nas análises através de um comando específico do programa ABAQUS.
- (vi) Técnicas de Resolução Numérica: As trajetórias não lineares de equilíbrio (i.e., de pós-encurvadura) foram determinadas utilizando uma técnica incremental-iterativa que envolve o método de Newton-Raphson e a estratégia do comprimento de arco devida a Riks. Por sua vez, a resolução do problema de valores próprios associado às análises lineares de estabilidade (necessárias para determinar as imperfeições geométricas) é resolvido recorrendo ao método da iteração por sub-espacos.

### 4.3 Pós-Encurvadura em Regime Elástico

Apresentam-se seguidamente os resultados da análise de pós-encurvadura, em regime elástico, obtidos para as colunas de secção em “T”. Uma vez que se observou um comportamento semelhante para um conjunto variado de perfis, nomeadamente para as colunas de banzos curtos e intermédios, com espessura simples ou dupla na alma, optou-se por adotar a seguinte metodologia na apresentação dos resultados:

- (i) Começa-se por apresentar os resultados referentes às colunas de banzos curtos (colunas  $T_1$ ).
- (ii) Em seguida, apresenta-se um conjunto variado de resultados que ilustraram as semelhanças e as diferenças dos comportamentos observados nos restantes grupos de secções (colunas  $T_3$ ,  $T_7$ ,  $T_{12}$ ,  $T_{32}$  e  $T_{72}$ ).

### Colunas de banzos curtos

Nas Figura 4.1 a Figura 4.3 apresentam-se os resultados obtidos para a coluna  $T_1$ , nomeadamente (i) as trajetórias de equilíbrio  $P/P_{cr}$  vs.  $\beta$  ( $\beta$  é a rotação de torção na secção de meio vão), (ii) a deformada pós-crítica ( $P/P_{cr} \approx 1,2$ ) da secção de meio vão da coluna com  $L=600\text{mm}$ , (iii) os perfis longitudinais dos deslocamentos do centro de corte segundo o eixo de simetria ( $d_s/t$ ) e perpendicular a esse eixo ( $d_p/t$ ), para as colunas com  $L=600\text{mm}$  e  $L=1400\text{mm}$  (deslocamentos positivos de acordo com o referencial da Figura 1.3(c)). Da análise destas figuras é possível retirar as seguintes conclusões:

- (i) Todas as colunas exibem comportamentos estáveis e significativa resistência de pós-encurvadura. Contudo, à medida que o comprimento da coluna aumenta, as trajetórias de equilíbrio  $P/P_{cr}$  ( $\beta$ ) tornam-se progressivamente mais flexíveis.
- (ii) Os perfis longitudinais dos deslocamentos  $d_p/t$  e  $d_s/t$ , relativos à coluna de comprimento  $L=600\text{mm}$  exibem uma evolução contínua. As curvas dos primeiros apresentam a forma da deformada de uma coluna encastrada, i.e., uma onda central com “quartos de onda” exteriores para anular o declive nas extremidades. Esta componente tem origem na componente de flexão na menor inércia, a qual está associada à torção, caracterizando o modo flexo-torsional das colunas de secção em “T” com banzos curtos (o correspondente modo de instabilidade combina os modos 4 e 3 da GBT).
- (iii) Por sua vez, os perfis dos deslocamentos  $d_s/t$  da referida coluna exibem também declive nulo nas extremidades (consequência dos encastramentos), mas apresentam três semiondas centrais e valores claramente inferiores a  $d_p/t$  – este perfil de deslocamentos é característico do comportamento flexo-torsional (e.g., ver [9]).
- (iv) Contudo, não se observa a evolução contínua mencionada nos itens anteriores para a coluna de comprimento  $L=1400\text{mm}$ . De facto, para valores de carga relativamente baixos, o perfil dos deslocamentos  $d_s/t$  muda de três semiondas centrais para apenas uma, exibindo valores substancialmente superiores (cinco a dez vezes) aos observados para a coluna curta – apesar disso, continuam a ser muito inferiores aos seus congéneres  $d_p/t$ . Esta característica do comportamento será objeto de análise posterior.
- (v) O comportamento descrito anteriormente exhibe características semelhantes ao observado por Dinis et al. [9] em cantoneiras encastradas de abas iguais e comprimentos curtos-a-intermédios, quando submetidas a compressão centrada – as Figura 4.4 e Figura 4.5 mostram (v1) as trajetórias de equilíbrio  $P/P_{cr}$  vs.  $\beta$  e (v2) os perfis longitudinais dos deslocamentos de flexão na maior e menor inércia referentes a cantoneiras que instabilizam em modos flexo-torsionais. Os autores mostraram que este comportamento traduz um fenómeno de interação entre dois modos de instabilidade globais: o modo flexo-torsional (nas cantoneiras, os modos 4 e 2 da GBT) e o modo de flexão na menor inércia (modo 3) – esta interação ocorre em resultado da proximidade entre os dois modos nas colunas longas.

- (vi) Assim, o comportamento das colunas de secção em “T” de banzos curtos e  $L=1400\text{mm}$  está associado a um fenómeno de interação com características semelhantes, só que, para estas dimensões do banzo, o modo de flexão-torção envolve o modo de flexão na menor inércia (modos 4 e 3 da GBT).
- (vii) Contudo, há uma característica no comportamento das cantoneiras que não se observa nas colunas em “T”: na gama de valores da carga representados ( $P/P_{cr} < 1,2$ ), não ocorrem pontos limite nas trajetórias de equilíbrio referentes às colunas mais longas.

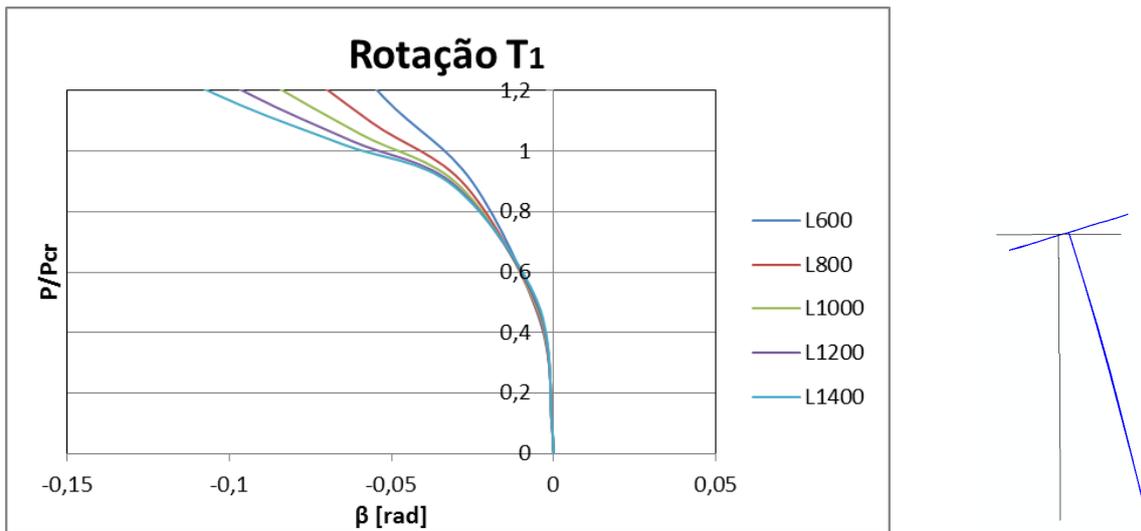


Figura 4.1: Colunas  $T_1$ . Trajetórias de pós-encurvadura,  $P/P_{cr}$  vs.  $\beta$  e deformada a meio vão  $T_1$  ( $L = 600\text{mm}$ ).

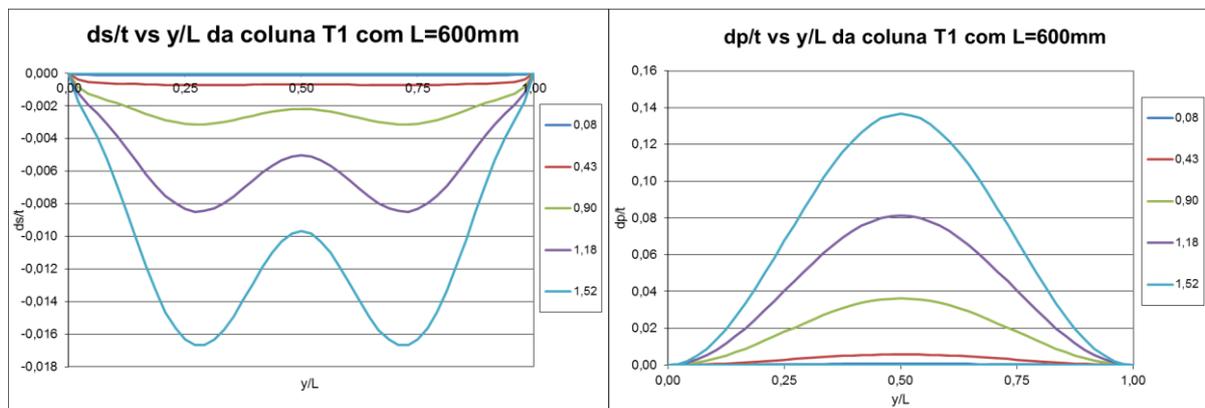


Figura 4.2: Perfis longitudinais dos deslocamentos  $d_s/t$  e  $d_p/t$  da coluna  $T_1$  ( $L = 600\text{mm}$ ) para diferentes valores de  $P/P_{cr}$ .

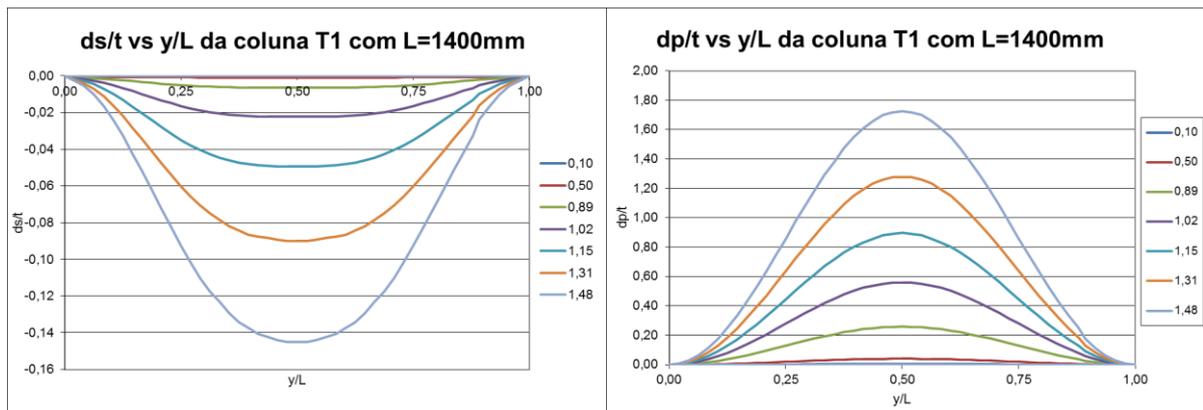


Figura 4.3: Perfis longitudinais dos deslocamentos  $d_s/t$  e  $d_p/t$  da coluna  $T_1$  ( $L = 1400\text{mm}$ ) para diferentes valores de  $P/P_{cr}$ .

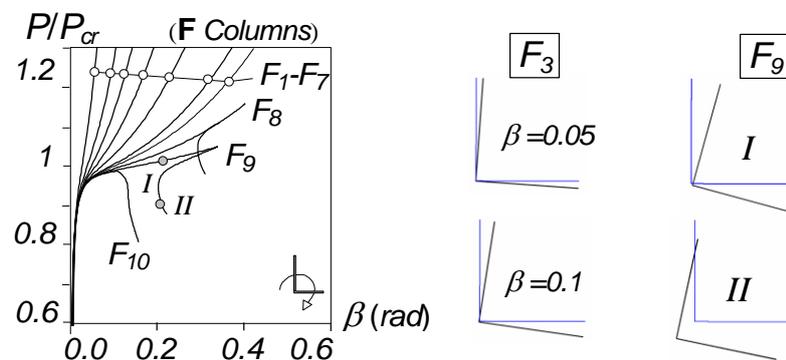


Figura 4.4: Cantoneiras encastradas: trajetórias de pós-encurvadura  $P/P_{cr}$  vs.  $\beta$  de colunas de comprimentos curtos-a-intermédios [9].

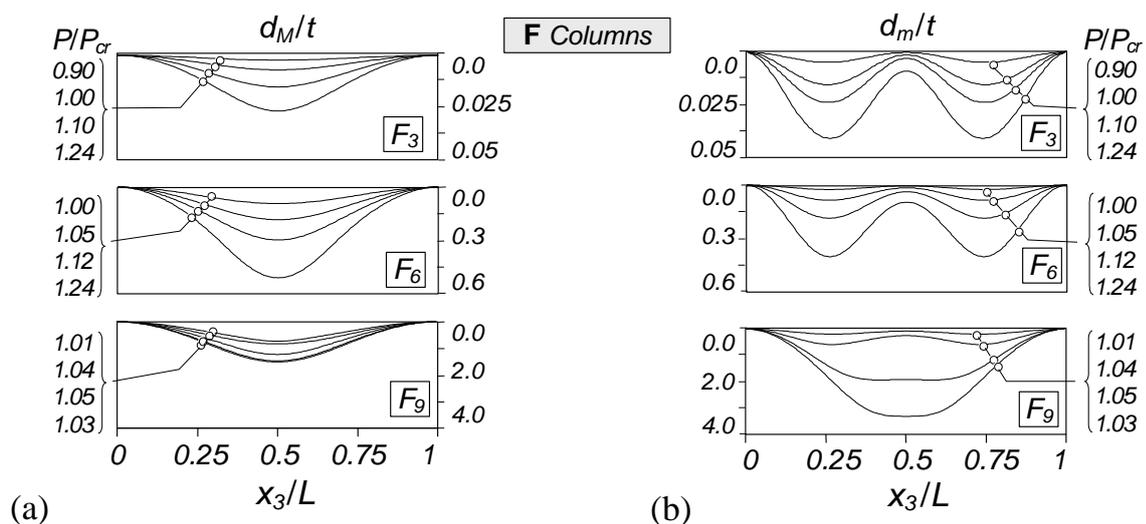


Figura 4.5: Cantoneiras encastradas: perfis longitudinais dos deslocamentos de flexão na (a) maior e (b) menor inércia para diferentes valores de  $P/P_{cr}$  [9].

No sentido de clarificar a alteração do perfil dos deslocamentos  $d_s/t$  mencionada no item (iv) dos comentários anteriores, apresenta-se nas Figura 4.6 a Figura 4.8 (i) a deformada pós-crítica ( $P/P_{cr} \approx 1,2$ ) da secção de meio vão das colunas com  $L=600\text{mm}$  e  $L=1400\text{mm}$ , e (ii) a distribuição de tensões normais (axiais) de membrana na secção de meio vão com idênticos comprimentos, para diferentes valores de  $P/P_{cr}$ . Da observação conjunta das Figuras 4.1-4.3 e 4.6-4.8 é possível retirar as seguintes conclusões:

- (i) A comparação das deformadas pós-críticas das duas colunas permite constatar que a interação com o modo de flexão na menor inércia origina um acréscimo significativo dos deslocamentos  $d_p$ , o qual faz (i1) quase duplicar a rotação da secção de meio vão e, conseqüentemente, (i2) deslocar o centróide da secção para cima, i.e., originando deslocamentos  $d_s$  negativos (ver pormenor da Figura 4.6(b)).
- (ii) Sendo esta parcela de  $d_s$  provocada pelos deslocamentos  $d_p$  é natural que (ii1) exiba o andamento destes últimos (uma onda central com “quartos de onda” exteriores para anular o declive nas extremidades) e (ii2) o seu valor “cresça” rapidamente, “esmagando” as três semiondas devidas à torção (de valor reduzido).
- (iii) A existência dos deslocamentos  $d_p$  e  $d_s$  significa a presença de componentes, mais ou menos importantes, de flexão na menor e maior inércia, respetivamente. A sua presença pode ser detectada pelo andamento linear do diagrama das tensões normais, tanto no banzo como na alma da coluna de secção em “T”, o qual é típico de um problema de flexão desviada.

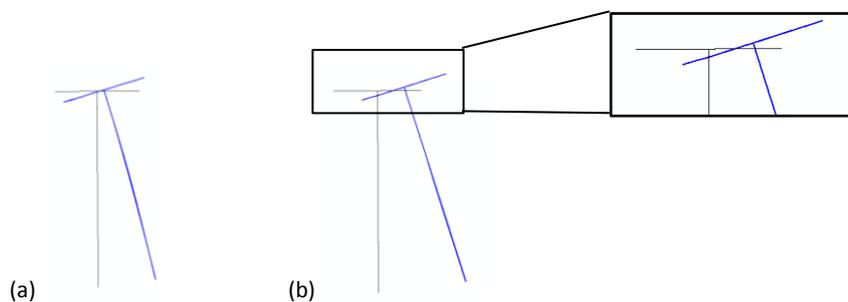


Figura 4.6: Deformada pós-crítica da secção de meio vão das colunas  $T_1$  com (a)  $L = 600\text{mm}$  e (b)  $L = 1400\text{mm}$ .

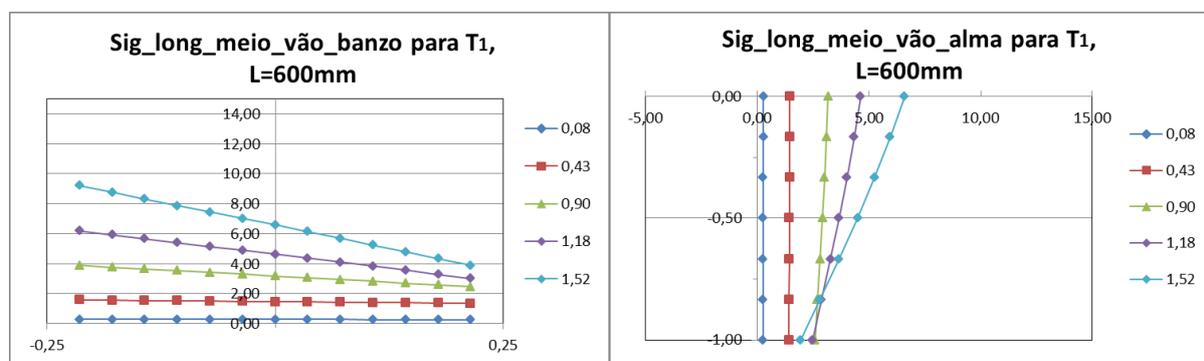


Figura 4.7: Distribuição das tensões normais na secção de meio vão da coluna  $T_1$  ( $L = 600\text{mm}$ ) para diferentes valores de  $P/P_{cr}$ .

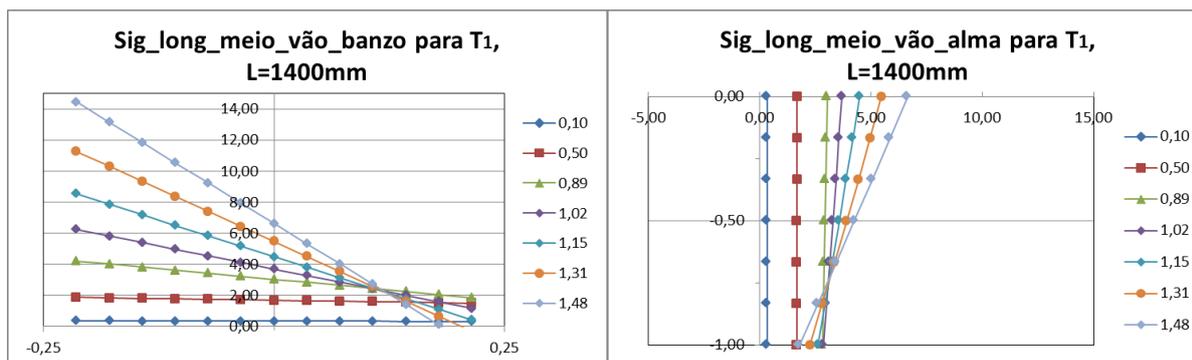


Figura 4.8: Distribuição das tensões normais na secção de meio vão da coluna  $T_1$  ( $L = 1400mm$ ) para diferentes valores de  $P/P_{cr}$ .

### Restantes colunas

Seguidamente apresenta-se um conjunto variado de resultados relativos aos outros grupos de colunas, nomeadamente as (i) com banzos intermédios e longos, e (ii) com espessura simples ou dupla na alma (i.e., para as colunas  $T_3$ ,  $T_{32}$ ,  $T_7$  e  $T_{72}$ ), conjunto esse que ilustra semelhanças e diferenças de comportamento relativamente às colunas de banzos curtos estudadas anteriormente (colunas  $T_1$ ). As Figura 4.9 a Figura 4.13 mostram (i) trajetórias de equilíbrio  $P/P_{cr}$  vs.  $\beta$ , (ii) perfis longitudinais dos deslocamentos do centro de corte,  $d_s/t$  e  $d_p/t$ , e (iii) distribuições de tensões normais (axiais) de membrana na secção de meio vão para diferentes colunas. Da análise destas figuras é possível retirar as seguintes conclusões:

- i) De um modo geral, as colunas exibem um comportamento semelhante ao descrito para as congéneres  $T_1$ , nomeadamente, (i1) comportamento estável, (i2) trajetórias de equilíbrio  $P/P_{cr}(\beta)$  progressivamente mais flexíveis com o aumento do comprimento e (i3) um comportamento pós-crítico caracterizado pela interação entre o modo de flexão-torção com o modo de flexão na menor inércia.
- ii) Contudo, observam-se algumas diferenças significativas, designadamente em termos (ii1) das trajetórias  $P(\beta)$  para as colunas com espessura dupla na alma e (ii2) das distribuições de tensões normais na secção de meio vão destas colunas.
- iii) A diferente distribuição de tensões no banzo da coluna  $T_7$  ( $L = 8160mm$ ), deve-se ao maior ao menor efeito que a flexão na menor inércia tem neste perfil devido à proximidade entre o centróide e o centro de corte da secção. O reduzido efeito traduz-se por uma distribuição de tensões que passa a uma variação linear com transferência de compressões da extremidade para o canto da secção, em que os elementos mais curtos ( $F_3$ ) apresentam uma distribuição de tensões simétrica (associado a um estado de flexão composta com flexão na menor inércia) e as colunas mais longas ( $F_9$ ) apresentam uma distribuição de tensões assimétricas (associada a flexão desviada).

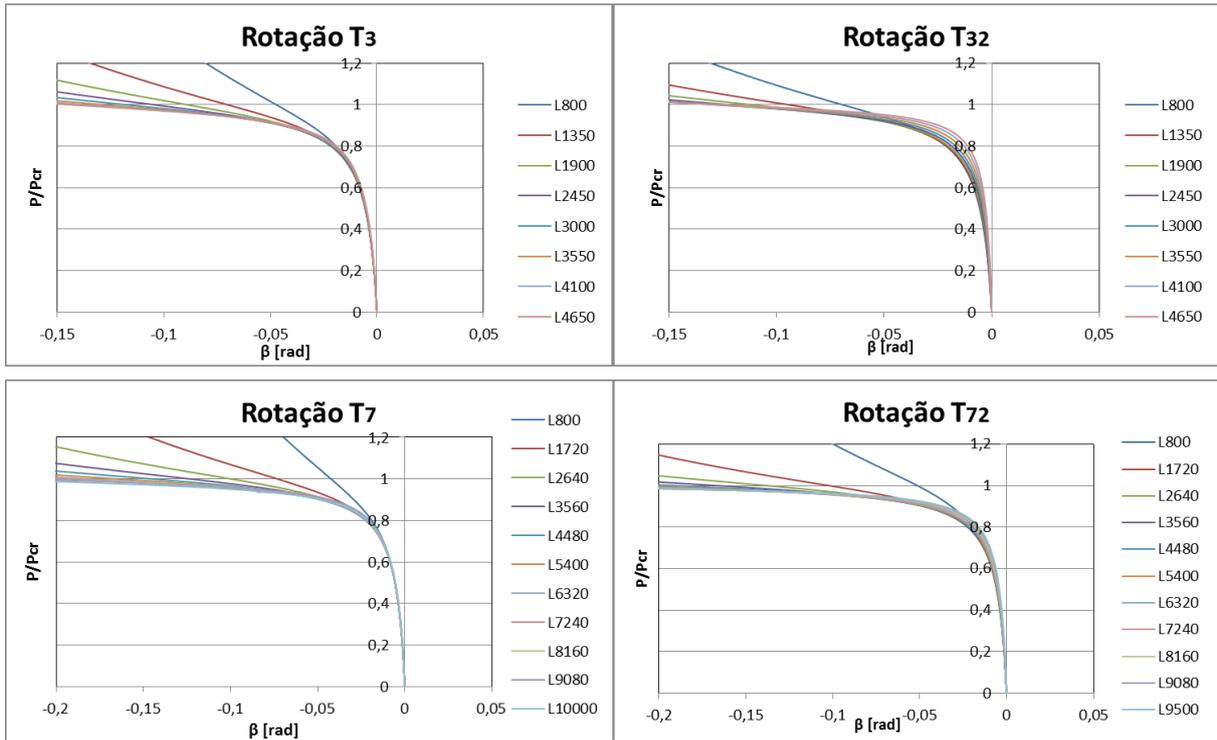


Figura 4.9: Trajetórias de pós-encurvadura,  $P/P_{cr}$  vs.  $\beta$  das colunas  $T_3$  e  $T_{32}$ ,  $T_7$  e  $T_{72}$ .

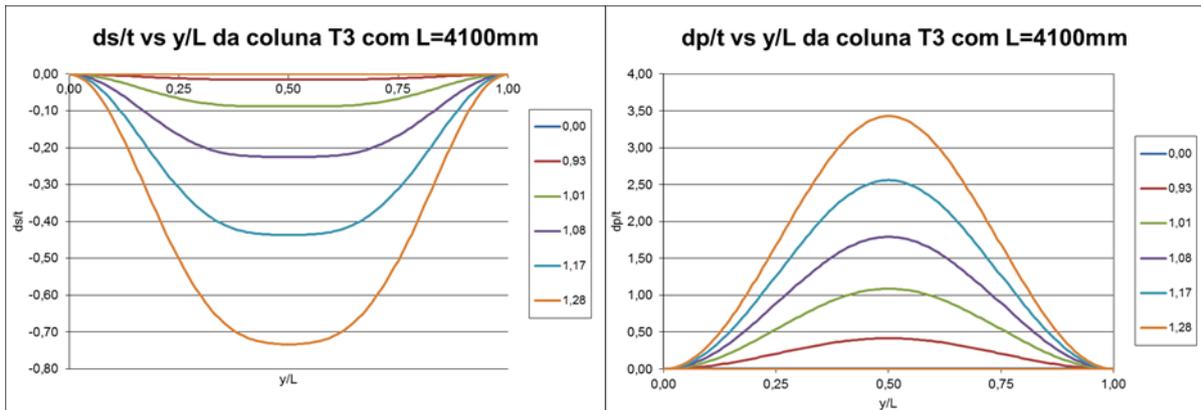


Figura 4.10: Perfis longitudinais dos deslocamentos  $d_s/t$  e  $d_p/t$  da coluna  $T_3$  ( $L = 4100\text{mm}$ ).

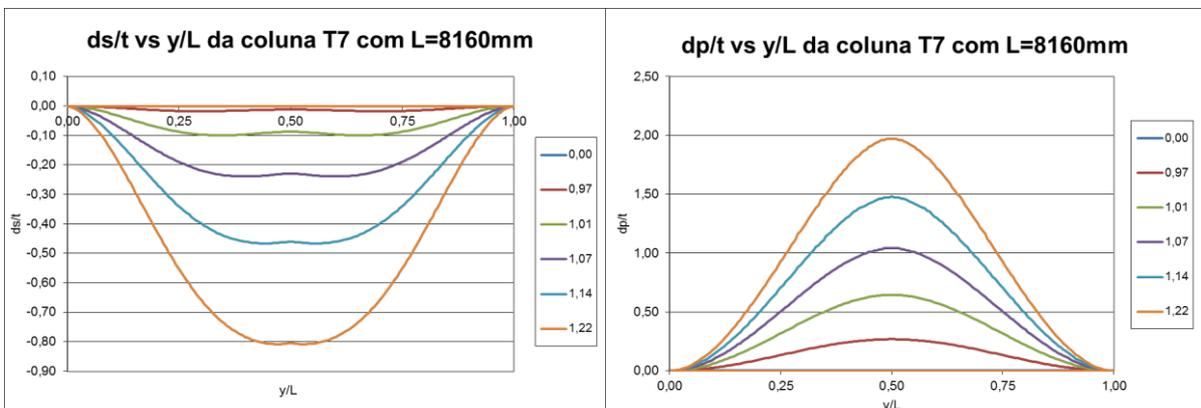


Figura 4.11: Perfis longitudinais dos deslocamentos  $d_s/t$  e  $d_p/t$  da coluna  $T_7$  ( $L = 8160\text{mm}$ ).

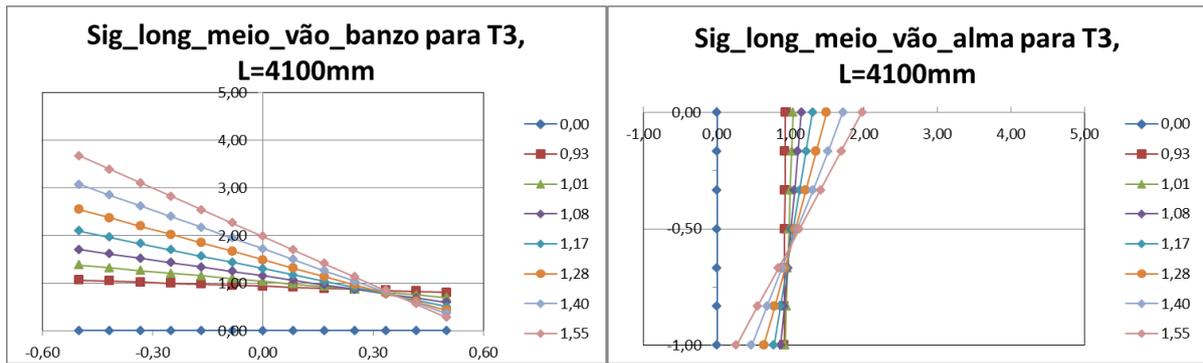


Figura 4.12: Distribuição das tensões normais na secção de meio vão da coluna  $T_3$  ( $L = 4100\text{mm}$ ) para diferentes valores de  $P/P_{cr}$ .

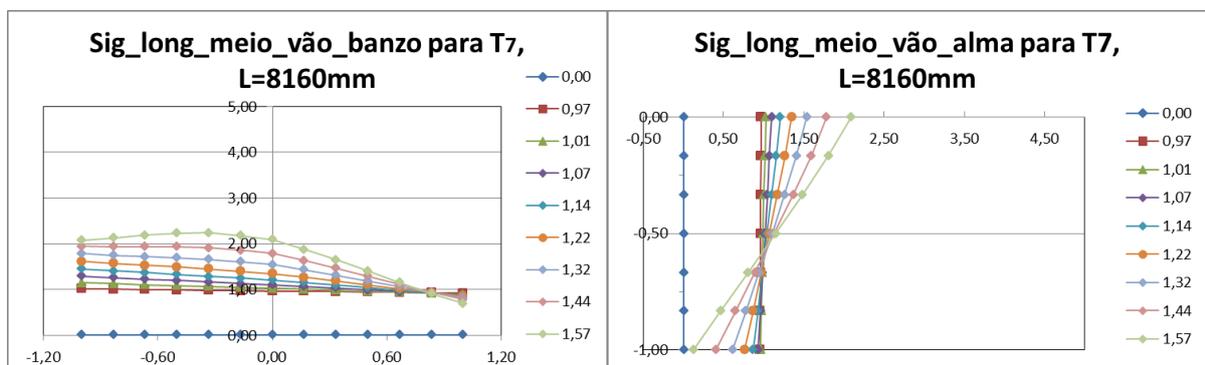


Figura 4.13: Distribuição das tensões normais na secção de meio vão da coluna  $T_7$  ( $L = 8160\text{mm}$ ) para diferentes valores de  $P/P_{cr}$ .

#### 4.4 Pós-Encurvadura em Regime Elasto-Plástico

Nesta subsecção procede-se ao estudo do comportamento dos perfis já descritos, agora em regime elasto-plástico. As colunas analisadas exibem (i) as geometrias seleccionadas na subsecção 3.4 e (ii) almas com o dobro da espessura do banzo, de forma a analisar o efeito de unir duas cantoneiras – a avaliação do desempenho das atuais curvas de dimensionamento do MRD, a realizar no próximo capítulo, incide apenas sobre este tipo de perfis. Admite-se um comportamento elástico-perfeitamente plástico para o aço (sem ter em conta o endurecimento, nem o efeito das tensões residuais) e quatro valores diferentes para a tensão de cedência:  $f_y = 150, 300, 450$  e  $600\text{MPa}$  – valores escolhidos para ter uma gama de valores da esbelteza ( $\lambda = \sqrt{(f_y/f_{cr})}$ ) entre 1 e 4. Contudo, apenas se apresentam com detalhe os resultados referentes a dois conjuntos de colunas considerados representativos do comportamento do conjunto: uma coluna com banzos curtos (coluna  $T_{12}$ ) e uma outra com banzos intermédios (coluna  $T_{32}$ ).

##### Colunas com banzos curtos

A Figura 4.14 mostra a trajetória de pós-encurvadura  $P/P_{cr}$  vs  $\beta$  de colunas  $T_{12}$  com  $L=800\text{mm}$  e  $L=1400\text{mm}$ , quando a tensão de cedência toma os quatro valores atrás referidos – na figura ilustra-se também a trajetória

relativa ao comportamento elástico. Por sua vez, nas Figura 4.15 e Figura 4.16 mostram-se as deformações plásticas no colapso das colunas com  $L=800\text{mm}$  e  $L=1400\text{mm}$  para uma tensão de cedência de 150 e 600MPa. Finalmente, a

Tabela 4.1 apresenta a variação da relação  $f_u/f_y$  (onde  $f_u$  corresponde à resistência/tensão última obtida pelo ABAQUS) com a esbelteza das colunas. Da análise destes resultados é possível retirar as seguintes conclusões:

- i) Para colunas com banzos curtos ( $T_{12}$ ) e  $f_y/f_{cr} > 1$ , existe alguma reserva de resistência elasto-plástica e ductilidade, nomeadamente para os valores mais baixos da tensão de cedência – neste caso, observa-se algum incremento das deformações entre o início da cedência e o colapso, ocorrendo este de forma abrupta para valores superiores de  $f_y$ .
- ii) Para a coluna  $L=800\text{mm}$  observa-se um ganho significativo de resistência com o aumento da tensão de cedência – ocorre um aumento de 33% e 57% da tensão última quando a tensão  $f_y$  sobe 100% (para 300 MPa) e 300% (para 450 MPa), respetivamente.
- iii) Contudo, este efeito é menos significativo em colunas mais longas – para as colunas com  $L=800\text{mm}$  e  $L=1400\text{mm}$ , o ganho de resistência é, respetivamente, de 33% e 20% quando se duplica o valor da tensão de cedência (de 150 para 300MPa).
- iv) Os diagramas das deformações plásticas no colapso das colunas  $T_{12}$  com  $L=800\text{mm}$  e  $L=1400\text{mm}$  mostram que a plastificação se localiza sobretudo na extremidade do banzo das secções próximas do meio vão, onde as tensões normais devido à flexão são maiores.
- v) Finalmente, refira-se que a inversão da rotação que se observa na trajetória elástica deve-se a um fenómeno de interação, o qual ocorre para tensões de cedência superiores às consideradas neste estudo.

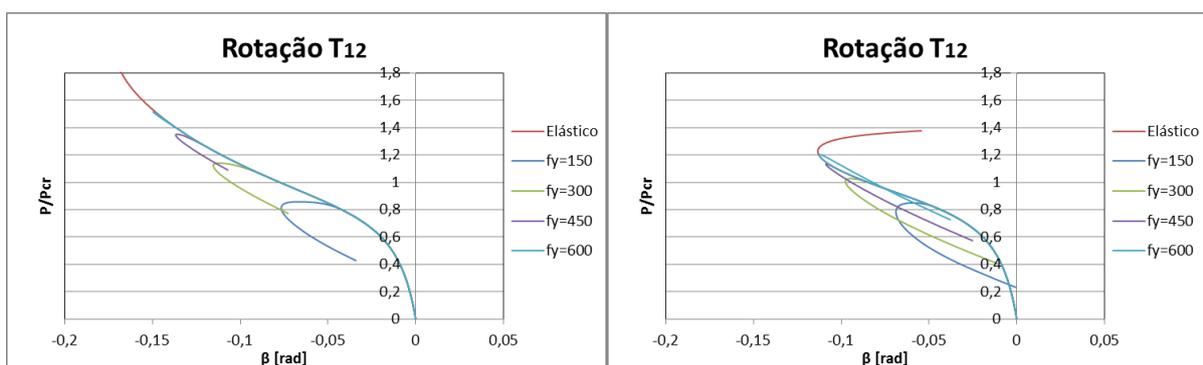


Figura 4.14: Trajetórias  $P/P_{cr}$  vs.  $\beta$  para quatro valores da tensão de cedência das colunas  $T_{12}$  ( $L=800\text{mm}$ ) e  $T_{12}$  ( $L=1400\text{mm}$ )

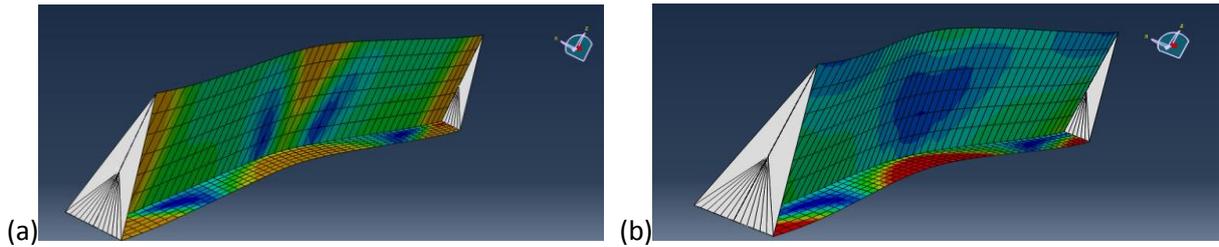


Figura 4.15: Distribuição das deformações plásticas no colapso para colunas  $T_{12}$  ( $L=800\text{mm}$ ) com (a)  $f_y = 150\text{MPa}$  e (b)  $f_y = 600\text{MPa}$ .

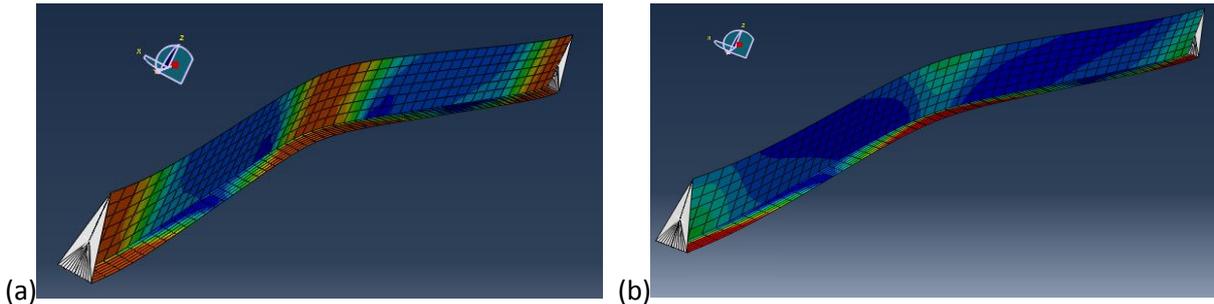


Figura 4.16: Distribuição das deformações plásticas no colapso para colunas  $T_{12}$  ( $L=1400\text{mm}$ ) com (a)  $f_y = 150\text{MPa}$  e (b)  $f_y = 600\text{MPa}$ .

Tabela 4.1: Valores da carga última obtidos pela análise elasto-plástica das colunas  $T_{12}$  para  $L=800$  e  $1400\text{mm}$ .

$f_y$	$T_{12}$ e $L=800\text{mm}$				$T_{12}$ e $L=1400\text{mm}$			
	$f_u$	$f_u/f_y$	$f_{crit}$	$\lambda_{cr}$	$f_u$	$f_u/f_y$	$f_{crit}$	$\lambda_{cr}$
150	65,0	0,86	75,8	1,41	35,6	0,24	41,9	1,89
300	86,5	0,29		1,99	43,0	0,14		2,68
450	102,0	0,23		2,44	47,5	0,11		3,28
600	115,0	0,19		2,81	50,4	0,08		3,79

### Colunas com banzos intermédios

Realizou-se um estudo semelhante para as colunas com banzos intermédios (coluna  $T_{32}$ ). A Figura 4.17 mostra a trajetória de pós-encurvadura  $P/P_{cr}$  vs  $\beta$  de colunas com  $L=800\text{mm}$ , quando a tensão de cedência toma os quatro valores atrás referidos. Por sua vez, na Figura 4.18 mostram-se as deformações plásticas no colapso da coluna para uma tensão de cedência de 150 e 600MPa. Finalmente, na Tabela 4.2 faz-se a comparação da resistência última de duas colunas com  $L=800\text{mm}$ , uma com banzos curtos (coluna  $T_{12}$ ) e outra com banzos intermédios (coluna  $T_{32}$ ). Da análise destes resultados é possível retirar as seguintes conclusões:

- (i) De um modo geral, o conjunto de conclusões referido para as colunas de banzos curtos mantém-se válido também para colunas com banzo intermédio.

- (ii) As diferenças mais significativas que se observam prendem-se com a maior ductilidade e resistência última das colunas com banzo – para as colunas com tensão de cedência de 600MPa, o ganho de resistência duplica ( $f_u/f_y$  sobe de 0,19 para 0,41).

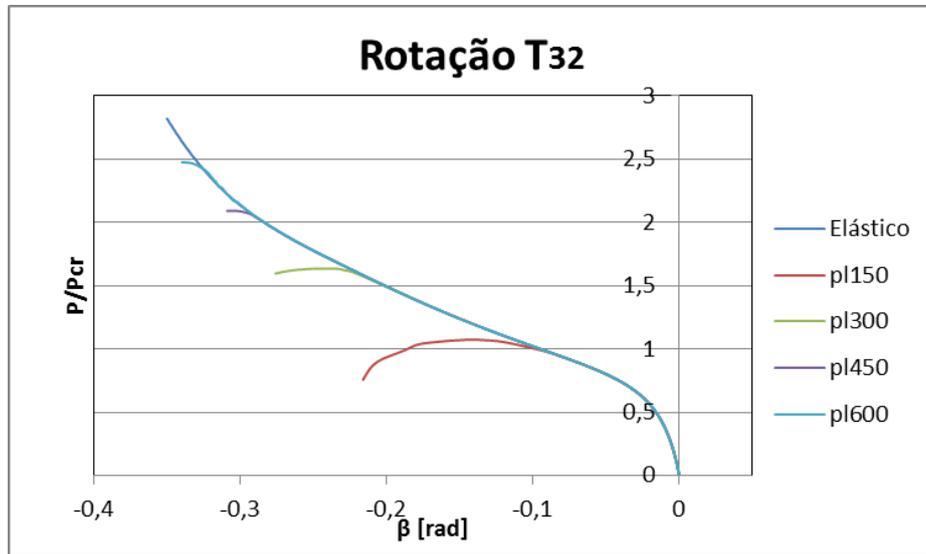


Figura 4.17: Trajetórias  $P/P_{cr}$  vs.  $\beta$  das colunas  $T_{32}$  ( $L=800\text{mm}$ ) para quatro valores da tensão de cedência.

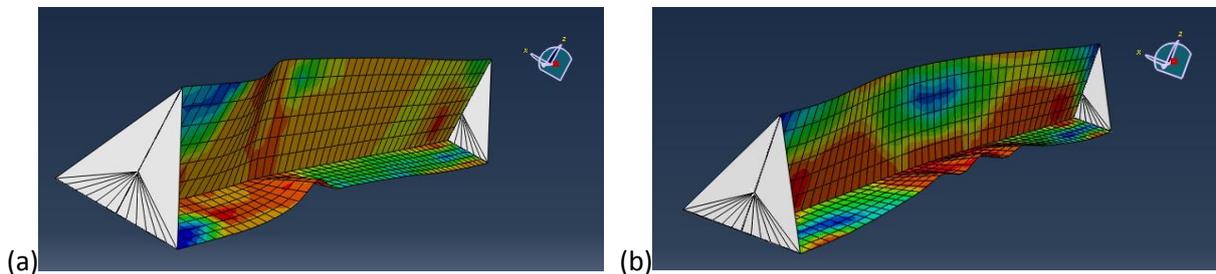


Figura 4.18: Distribuição das deformações plásticas no colapso para colunas  $T_{32}$  ( $L=800\text{mm}$ ) com (a)  $f_y = 150\text{MPa}$  e (b)  $f_y = 600\text{MPa}$ .

Tabela 4.2: Valores da carga última obtidos pela análise elasto-plástica das colunas  $T_{12}$  e  $T_{32}$  para  $L=800\text{mm}$

$f_y$	$T_{12}$ e $L=800\text{mm}$				$T_{32}$ e $L=800\text{mm}$			
	$f_u$	$f_u/f_y$	$f_{crit}$	$\lambda_{cr}$	$f_u$	$f_u/f_y$	$f_{crit}$	$\lambda_{cr}$
150	65,0	0,43	75,8	1,41	105,2	0,70	98,1	1,24
300	86,5	0,29		1,99	160,3	0,53		1,75
450	102,0	0,23		2,44	205,0	0,46		2,14
600	115,0	0,19		2,81	243,0	0,41		2,47

## 5 Dimensionamento pelo Método da Resistência Directa

### 5.1 Introdução

Os capítulos anteriores tiveram por objetivo estudar os comportamentos de estabilidade e de pós-encurvadura de colunas encastradas de secção em “T” que instabilizam por flexão-torção. O presente capítulo procura, com base nos conhecimentos obtidos, avaliar o desempenho das atuais curvas de dimensionamento do *Método da Resistência Directa* (MRD) para estimar a resistência última destes perfis – notar que estes elementos estruturais ainda não estão pré-qualificados para dimensionamento através do MRD. As características do método (Direct Strength Method, na designação anglo-saxónica [1-4]) são resumidamente apresentadas após esta introdução.

Para concretizar esse objetivo, começa-se por apresentar os resultados de um estudo paramétrico alargado, no qual se calcularam as cargas de colapso de colunas com diferentes dimensões da secção transversal, comprimentos e tensões de cedência – todas as análises foram efetuadas utilizando o programa de elementos finitos ABAQUS, adotando o modelo de elementos finitos de casca descrito no capítulo anterior. Os valores de resistência última determinados constituem uma "base de dados" que permite, posteriormente, estabelecer um conjunto (preliminar) de recomendações sobre a utilização do MRD para prever a capacidade resistente de colunas com secção em “T”, cujo colapso é afetado pela interação entre dois modos de instabilidade globais (modos flexo-torsional e de flexão lateral).

### 5.2 O Método da Resistência Directa

O *Método da Resistência Directa* consiste num conjunto de curvas de dimensionamento de tipo Winter, calibradas com base num número substancial de resultados experimentais e numéricos, que providenciam estimativas da resistência última de colunas e vigas de aço enformadas a frio, cujo colapso ocorra em modos locais, distorcionais, globais ou com interação local-global.

O MRD foi originalmente proposto por Schafer e Peköz [1-4] e constitui atualmente numa metodologia para dimensionamento de perfis de aço enformados a frio, figurando com o estatuto de método alternativo nas mais recentes versões da norma americana (AISI) [5], australiana/neo-zelandesa (SA-SNZ) [6] e brasileira [7].

Em comparação com a tradicional abordagem baseada no conceito de largura efetiva (MLE), o MRD exhibe três vantagens importantes: (i) toma em consideração os efeitos das restrições às rotações das paredes que constituem a secção, (ii) evita a determinação das larguras efetivas das paredes (tarefa árdua em secções com múltiplos reforços) e (iii) fornece estimativas de resistência para elementos estruturais cujo colapso ocorra em modos distorcionais e/ou com interação local-global.

A grande vantagem do MRD incide no facto de determinar a resistência dos perfis apenas com base nas tensões críticas de instabilidade local ( $f_{crl}$ ), distorcional ( $f_{crd}$ ) e global ( $f_{cre}$ ) e na tensão de cedência ( $f_y$ ) do aço. No contexto deste estudo sobre colunas de secção em “T”, onde não ocorrem colapsos distorcionais, o método estabelece que as resistências nominais de colunas em relação a colapsos locais ( $f_{nl}$ ), globais ( $f_{ne}$ ) e com interação local-global ( $f_{nle}$ ) são determinadas a partir das seguintes expressões:

$$f_{nl} = \begin{cases} f_y & \text{se } \lambda_l \leq 0,776 \\ f_y \left(\frac{f_{crl}}{f_y}\right)^{0,4} \left[1 - 0,15 \left(\frac{f_{crl}}{f_y}\right)^{0,4}\right] & \text{se } \lambda_l > 0,776 \end{cases} \quad \text{com } \lambda_l = \sqrt{\frac{f_y}{f_{crl}}} \quad (5.1)$$

$$f_{ne} = \begin{cases} f_y (0,658 \lambda_e^2) & \text{se } \lambda_e \leq 1,5 \\ f_y \left(\frac{0,877}{\lambda_e^2}\right) & \text{se } \lambda_e > 1,5 \end{cases} \quad \text{com } \lambda_e = \sqrt{\frac{f_y}{f_{cre}}} \quad (5.2)$$

$$f_{nle} = \begin{cases} f_{ne} & \text{se } \lambda_{le} \leq 0,776 \\ f_{ne} \left(\frac{f_{crl}}{f_{ne}}\right)^{0,4} \left[1 - 0,15 \left(\frac{f_{crl}}{f_{ne}}\right)^{0,4}\right] & \text{se } \lambda_{le} > 0,776 \end{cases} \quad \text{com } \lambda_{le} = \sqrt{\frac{f_{ne}}{f_{crl}}} \quad (5.3)$$

onde  $\lambda_l$ ,  $\lambda_e$  e  $\lambda_{le}$  são, respetivamente, a esbelteza local, global e local-global. Refira-se que faz sentido considerar as estimativas relativas a colapsos locais em colunas de secção em “T” (que se viu instabilizarem em modos flexo-torsionais) porque a distinção entre deformações locais e torsionais particularmente difícil neste tipo de perfis.

### 5.3 Resistências últimas de colunas de secção em “T”

Para aferir a adequabilidade das atuais curvas de dimensionamento do MRD para estimar a capacidade resistente de elementos estruturais de aço enformados a frio é necessário obter um conjunto significativo de cargas últimas de perfis cujo colapso ocorra num determinado modo – o “banco de dados” deverá incluir tanto resultados experimentais como numéricos.

No presente estudo, sobre colunas de secção em “T”, apenas se consideraram os resultados numéricos obtidos no decurso da atual investigação – as resistências últimas determinadas nos estudos desenvolvidos por Sena Cardoso & Rassmussen [13] e por Vishnuvardhan & Samuel Knight [14] envolvem colunas rotuladas, as quais estão fora do âmbito da presente dissertação.

As colunas consideradas exibem (i) as geometrias selecionadas na subsecção 3.4, com almas com o dobro da espessura do banzo (feito de juntar duas cantoneiras – colunas  $T_{12}, T_{32}, T_{42}, T_{52}$  e  $T_{72}$ ), e (ii) imperfeições geométricas iniciais correspondentes à combinação de dois modos: o modo crítico flexo-torsional e o de flexão na menor inércia, com amplitudes iguais a 10% da espessura e  $L/1000$ , respetivamente – valores habitualmente considerados neste tipo de estudos. Por outro lado, admite-se um comportamento elástico-perfeitamente plástico para o aço (sem ter em conta o endurecimento, nem o efeito das tensões residuais – estudos anteriores mostraram que o efeito conjunto é desprezável [18]) e quatro valores diferentes para a tensão de cedência:  $f_y = 150, 300, 450$  e  $600 \text{MPa}$  – valores escolhidos para ter uma gama de valores da esbelteza crítica ( $\lambda_{cr} = \sqrt{(f_y/f_{cr})}$ ) entre 1 e 4.

Os resultados obtidos nas simulações numéricas através do programa ABAQUS encontram-se representados na Figura 5.1, onde se apresentam os valores de  $f_u/f_y$  em função da esbelteza  $\lambda_{cr}$  – os valores relativos às simulações numéricas podem ser consultados no ANEXO III.

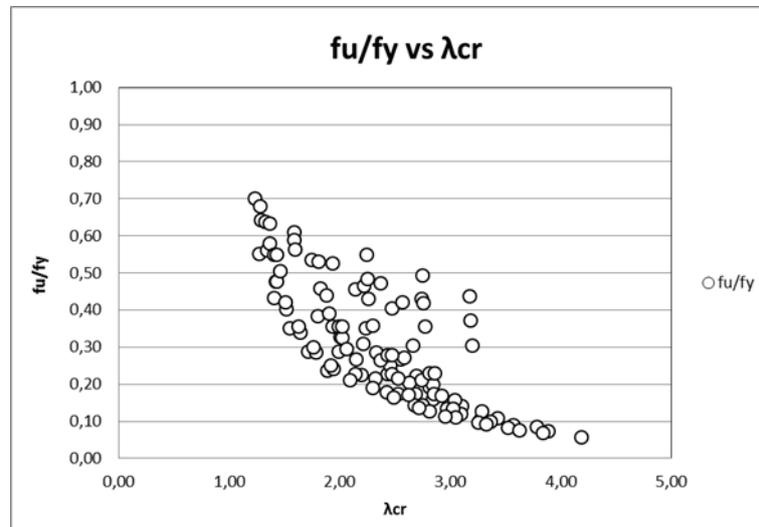


Figura 5.1: Valores da relação  $f_u/f_y$  em função da esbelteza das colunas.

#### 5.4 Estimativas de resistência última pelo MRD

A Figura 5.2 mostra a relação  $f_u/f_y$  vs.  $\lambda_{cr}$  obtida para o conjunto das colunas seleccionadas, sendo também representada a curva local do MRD. Por sua vez, a Figura 5.3 mostra a variação de  $f_u/f_y$  mas agora em função da esbelteza global ( $\lambda_e = \sqrt{f_y/f_{cre}}$ ) das colunas, estando também representada a curva global do MRD. A observação destas figuras permite retirar as seguintes conclusões:

- (i) De um modo geral, os valores  $f_u/f_y$  (i1) decrescem com o aumento de  $\lambda_{cr}$ , (i2) apresentam valores do rácio que variam entre 0,06 e 0,70 e (i3) exibem uma dispersão considerável, em particular para esbeltezas inferiores a 2,0.
- (ii) A grande “dispersão vertical” dos valores  $f_u/f_y$  permite concluir que não existe uma curva Winter que consiga prever com segurança e precisão todos os valores. Além disso, é claro que existe uma vasta gama de valores que se encontra abaixo das curvas de resistência local e global do MRD, o que significa que os valores correspondentes às cargas de colapso são sobrestimados consideravelmente por estas curvas.
- (iii) O pior desempenho da curva de resistência global para valores reduzidos de esbelteza global permite antever que a estratégia local-global possa ser a mais adequada para estimar a resistência última destas colunas.

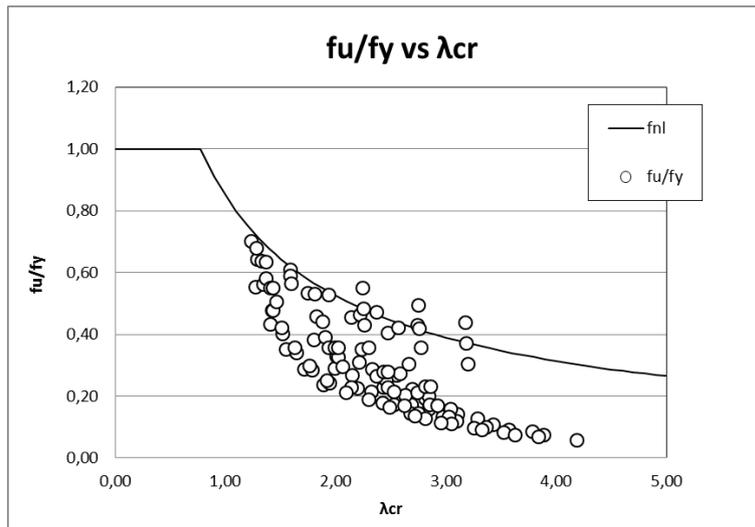


Figura 5.2: Variação de  $f_u/f_y$  com  $\lambda_{cr}$  para colunas com secção em "T".

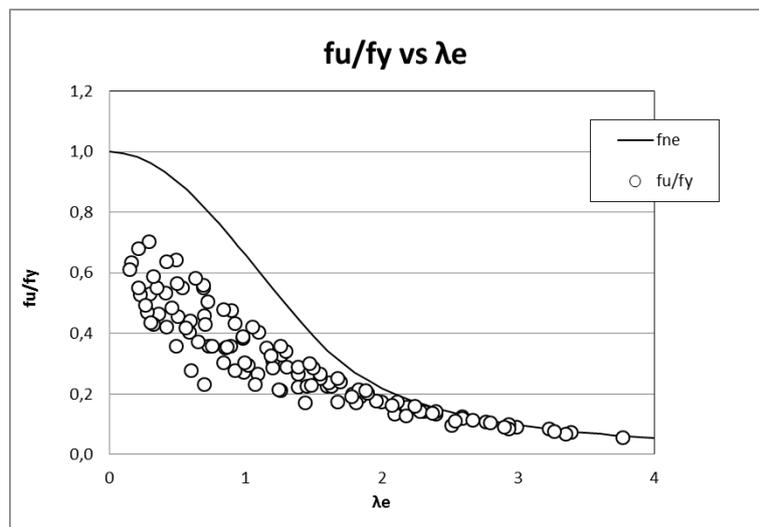


Figura 5.3: Variação de  $f_u/f_y$  com  $\lambda_e$  para colunas com secção em "T".

No sentido de avaliar de forma mais precisa o desempenho das várias estratégias de dimensionamento do MRD, representam-se nas figuras seguintes as relações entre as resistências últimas, ditas como "exatas" e obtidas com o programa ABAQUS, e as estimativas fornecidas por cada uma das três estratégias do MRD consideradas, designadamente  $f_u/f_{nl}$  vs.  $\lambda_{cr}$  (Figura 5.4),  $f_u/f_{ne}$  vs.  $\lambda_e$  (Figura 5.5) e  $f_u/f_{nle}$  vs.  $\lambda_{cr}$  (Figura 5.6). Da observação destas figuras podem retirar-se as seguintes conclusões:

- i) Os valores estimados pela curva local do MRD apresentam, na sua maioria, valores de resistência superiores aos valores considerados como "exatos", o que significa que esta estimativa não é adequada e que os fenómenos de instabilidade local não justificam o colapso das colunas.
- ii) Este facto é confirmado pela Figura 5.4, que mostra claramente que a relação  $f_u/f_{nl}$  apresenta valores, na sua grande maioria, abaixo de 1,0, o que significa que o valor da resistência estimado

por  $f_{nl}$  é superior à carga última “real” da coluna. Neste caso verificou-se um valor médio de 0,61 com um desvio padrão de 0,25.

- iii) Também se verificou que os valores estimados pela curva global do MRD se apresentam acima dos valores “reais” obtidos com o ABAQUS. As estimativas (ver Figura 5.5) sobrestimam de forma também substancial a resistência das colunas, nomeadamente para valores de esbelteza baixos – com média de 0,65 e desvio-padrão de 0,17 (resultados ligeiramente melhores do que os obtidos com a curva local).
- iv) A estratégia do MRD relativa a colapsos com interação local-global é claramente a mais adequada para estimar a resistência última de colunas de secção em “T” – existe um número considerável de resultados acima de 1,0.
- v) Contudo, embora a média dos valores de  $f_u/f_{nle}$  seja de 0,98 e exiba um desvio padrão de 0,13, existe ainda um número significativo de valores inferiores a 0,80 – valor considerado como limite inferior aceitável neste contexto.
- vi) Face ao exposto, pode afirmar-se que o desenvolvimento de curvas de resistência do MRD específicas para colunas de aço enformadas a frio de secção em “T” deve ser considerado como um tópico para futura investigação.

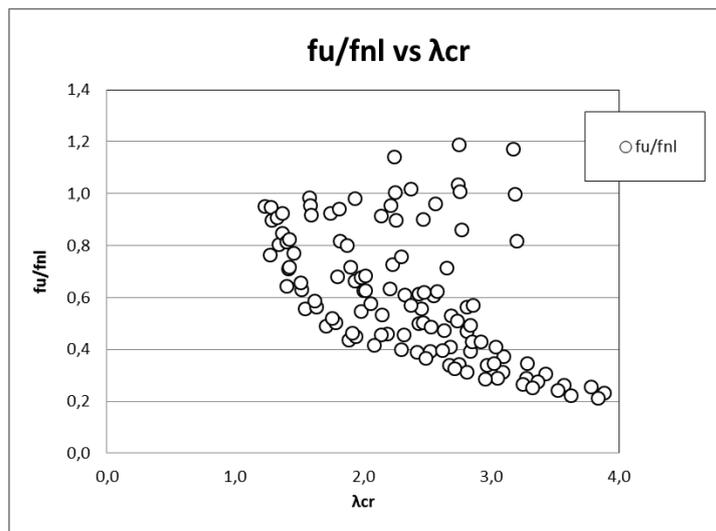


Figura 5.4: Variação de  $f_u/f_{nl}$  com  $\lambda_{cr}$  para colunas com secção em “T”.

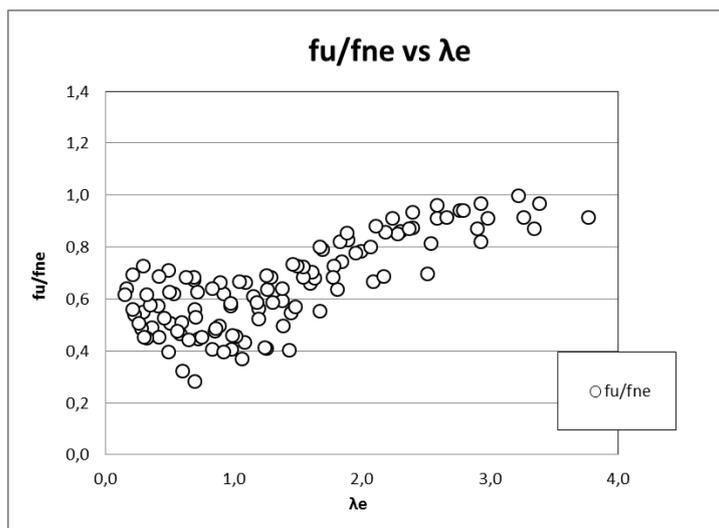


Figura 5.5: Variação de  $f_u/f_{ne}$  com  $\lambda_e$  para colunas com secção em “T”.

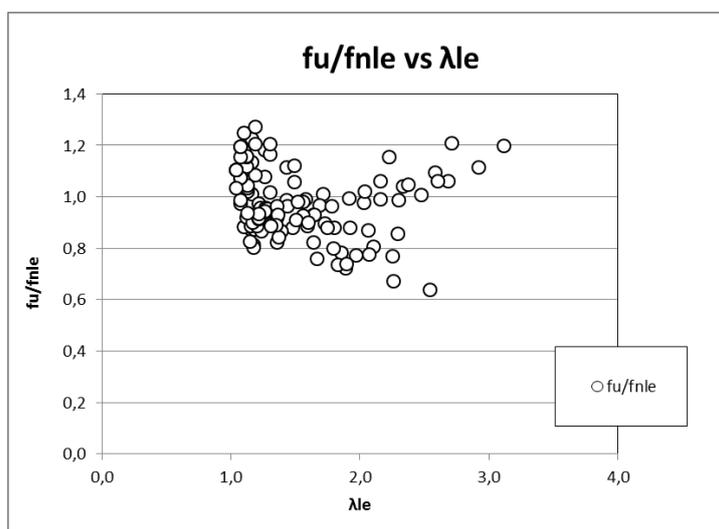


Figura 5.6: Variação de  $f_u/f_{nle}$  com  $\lambda_{le}$  para colunas com secção em “T”.

Tabela 5.1: DSM: média, desvio padrão e valores máximo e mínimo.

MRD	Média	D. Padrão	Máximo	Mínimo
fu/fnl	0,61	0,25	1,19	0,19
fu/fne	0,65	0,17	1,00	0,28
fu/fnle	0,98	0,13	1,27	0,64

## 6 Considerações Finais e Desenvolvimentos Futuros

No âmbito da elaboração da atual dissertação apresenta-se agora uma síntese da atividade de investigação desenvolvida, de forma a identificar os principais resultados e conclusões a que este trabalho conduziu.

1. A presente dissertação teve como objetivo o estudo dos comportamentos de estabilidade, de pós-encurvadura e de resistência última de colunas encastradas e com secção em “T”, em particular de aço enformadas a frio. O estudo visou fundamentalmente identificar a resposta estrutural das colunas descritas, nomeadamente em termos do (i) comportamento de pós-encurvadura, em regime elástico e elasto-plástico, (ii) resistência última e (iii) dimensionamento através do *Método da Resistência Directa* (MRD).
2. Numa primeira fase, fez-se um resumo de um conjunto de trabalhos de investigação recentemente publicados sobre estes elementos estruturais.
3. Em seguida realizou-se a análise de estabilidade de um conjunto de perfis através do programa GBTUL (programa desenvolvido no IST e que se baseia na Teoria Generalizada de Vigas), o qual permitiu analisar a influência do comprimento do banzo e da espessura da alma no comportamento destes elementos e seleccionar um conjunto de geometrias a serem utilizadas nos estudos seguintes.
4. Posteriormente procedeu-se ao estudo do comportamento de pós-encurvadura dos perfis seleccionados, admitindo um comportamento elástico e elasto-plástico. O estudo em regime elástico permitiu identificar (i) um conjunto de trajetórias de pós-encurvadura e (ii) configurações deformadas de algumas colunas analisadas. O estudo em regime elasto-plástico, no qual se admitiu diferentes valores para a tensão de cedência do aço, possibilitou a determinação de (i) trajetórias de pós-encurvadura, (ii) diagramas de deformação plástica e (iii) valores de resistências últimas das colunas analisadas.
5. Por último, com base num estudo paramétrico realizado, foi possível obter um conjunto de cargas últimas de colunas com as características descritas, o qual permitiu retirar um conjunto de conclusões sobre a qualidade das estimativas fornecidas pelo *Método da Resistência Directa* (MRD) para a resistência última destes perfis.

Em seguida apresentam-se as principais conclusões a extrair dos vários estudos efetuados sobre os comportamentos de estabilidade, pós-encurvadura, resistência última de colunas de aço enformadas a frio de secção em “T”.

1. Na análise de estabilidade verificou-se que a generalidade dos perfis com comprimentos curtos-a-intermédios instabiliza por flexão-torção, com o modo de flexão associado à torção a envolver sempre deslocamentos de flexão perpendiculares ao eixo de simetria da secção (notar que as secções são monossimétricas).
2. Em secções de banzos curtos a flexão lateral associada à torção é a flexão na direção de menor inércia. Em secções de banzos com igual dimensão à alma, a flexão lateral corresponde à maior inércia. É possível mostrar que, numa secção em “T” de paredes com igual espessura, a inversão ocorre para uma relação entre as dimensões do banzo e da alma superior a  $b_f/b_w > 1,40$ . Numa secção em que a alma tem uma

espessura dupla do banzo, a inversão ocorre para uma relação entre as dimensões do banzo e da alma superior a  $b_f/b_w > 1,67$ .

3. Nas colunas de menores comprimentos a instabilidade ocorre essencialmente localmente, enquanto que para os comprimentos de maior expressão se verifica a tendência para a instabilidade na direção de menor inércia. Contrariamente ao observado nas restantes secções em que os fenómenos de instabilidade mais evidentes eram a torção e a flexão, a secção  $T_{72}$  apresenta uma grande percentagem de fenómenos de instabilidade local, cerca de 40%.
4. Na análise de pós-encurvadura, para colunas com banzos pequenos todas as trajetórias de equilíbrio são estáveis uma vez que não apresentam, na gama de valores estudados ( $-0,15 < \beta < 0$ ), pontos de “inversão” elástica.
5. O aumento do comprimento do banzo e da coluna contribui para o aumento da flexibilidade pós-crítica. Para as secções  $T_{72}$ , de banzos longos e para os maiores comprimentos, é possível verificar uma alteração do comportamento observado nas restantes secções. Para comprimentos das colunas superiores a 5m ocorre aumento da flexibilidade pós-crítica sem que haja aumento da carga. Tal deve-se à perda de capacidade da secção de resistir a carregamento continuando a deformar.
6. À medida que a tensão de cedência aumenta, a carga última aumenta também, no entanto, este aumento não ocorre sempre na mesma proporção. De notar ainda que para  $f_y = 150MPa$  a carga última é inferior à carga crítica, no entanto, para os restantes valores a carga última é sempre superior à carga crítica.
7. A metodologia do MRD que fornece estimativas mais precisas para a resistência última das colunas com secções em “T” corresponde à que considera a interação local-global. Com um valor médio de 0,98 e um desvio padrão de 0,13, constitui uma hipótese válida para o dimensionamento de colunas de secção em “T”, de acordo com os valores de carga última determinados no estudo paramétrico efetuado. No entanto, existem ainda alguns resultados para os quais as estimativas se revelam pouco fiáveis, devendo ser objeto de futura investigação a identificação de uma nova proposta para este tipo de colunas.

Sendo este estudo um primeiro contributo para a compreensão dos comportamentos de pós-encurvadura e de resistência última de perfis de aço enformados a frio de secção em “T”, o mesmo é passível de vários desenvolvimentos futuros. Neste sentido considera-se que existe todo o interesse em abordar os seguintes aspetos:

1. Estudar o comportamento de perfis obtidos a partir de chapas de outras espessuras, no sentido de avaliar o efeito desta em termos, nomeadamente, da resistência última das colunas de secção em “T” enformadas a frio.
2. Considerar outras condições de apoio, nomeadamente perfis com secções extremas rotuladas (mas com empenamento impedido).

3. Alargar a análise a perfis laminados a quente, tendo nomeadamente em atenção o efeito que as tensões residuais têm neste tipo de perfis.
4. Finalmente, conseguir um conjunto de resistências últimas obtidas a partir de ensaios experimentais e envolvendo colunas encastradas de secção em “T”, em particular de aço enformados a frio. Esses resultados permitiriam confirmar os resultados numéricos obtidos na presente dissertação.



## 7 Referências Bibliográficas

- [1] Schafer BW, Pekoz T. Direct Strength prediction of cold formed steel members using elastic buckling solutions, *Thin Walled Structures – Research and development*, Elsevier, 137- 144, 1998.
- [2] Schafer BW. Progress on the direct strength method, *Proc. of 16th International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures (Orlando, 17-18/10)*, 647-662, 2002.
- [3] Schafer BW. Cold-formed steel design by the direct strength method: bye-bye effective width, *Proc. of SSRC Annual Technical Session & Meeting (Baltimore, 2-5/4)*, 357-377, 2003.
- [4] Schafer BW. Review: the direct strength method of cold-formed steel member design, *Journal of Constructional Steel Research*, 64(7–8), 766–778, 2008.
- [5] North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members (AISI-S100-07), American Iron and Steel Institute (AISI), Washington DC, 2007.
- [6] *Cold-Formed Steel Structures, Standards of Australia and Standards of New Zealand*, Sydney-Wellington, 2005.
- [7] NBR 14762:2010. Design of cold-formed steel structures. Associação Brasileira de Normas Técnicas.
- [8] Dinis PB, Camotim D, Silvestre N. On the local and global buckling of angle, T-section and cruciform thin-walled members. *Thin-Walled Structures*, 48, 786-797, 2010.
- [9] Dinis PB, Camotim D, Silvestre N. On the mechanics of thin-walled angle column instability. *Thin-Walled Structures*, 52, 80-89, 2012.
- [10] Dinis PB, Camotim D. A novel DSM-based approach for the rational design of fixed-ended and pin-ended short-to-intermediate thin-walled angle columns. *Thin-Walled Structures*, 87(February), 158-182, 2015.
- [11] Simulia Inc. (2008). Abaqus Standard (vrs. 6.7-5).
- [12] Leal D. *Perfis de aço formados a frio compostos por dupla cantoneira com seção “T” submetidos à compressão*. Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2011.
- [13] Sena Cardoso F, Rasmussen KJR. The Behaviour and design of concentrically loaded T-section steel columns, *Journal of Structural Engineering (ASCE)*, 140, 7(July), 1-17, 2014.
- [14] Vishnuvardhan S, Samuel Knight GM. Behaviour of cold-formed steel single and compound plain angles in compression. *Advanced Steel Construction*, 4(1), 46-58, 2008.
- [15] Rasmussen KJR. Design of angle columns with locally unstable legs. *Journal of Structural Engineering (ASCE)*, 131(10), 1553–60, 2005.
- [16] ASTM: 370 - 92, “Standard Test Methods and Definitions for Mechanical Testing of Steel Products”, 1996.

- [17] Bebiano R, Pina P, Silvestre N, Camotim D. GBTUL – A GBT-Based Code for Thin-Walled Member Analysis, Proc. of 5th Conference on Thin-Walled Structures – Recent Innovations and Developments (ICTWS 2008 – Brisbane, 18-20/6), Vol. 2, 1173-1180, 2008.
- [18] Ellobody E, Young B. Behavior of cold-formed steel plain angle columns. Journal of Structural Engineering (ASCE), 131(3), 457–66, 2005.

## 8 ANEXOS

ANEXO I - Comportamento de Estabilidade de Colunas Encastradas

L (mm)	GBTUL		ABAQUS	
	P (kN)	$\sigma$ (N/mm <sup>2</sup> )	P (kN)	$\sigma$ (N/mm <sup>2</sup> )
600	4,18	34,83	4,16	34,65
800	3,93	32,75	3,92	32,68
1000	3,74	31,17	3,73	31,11
1200	3,55	29,58	3,55	29,58
1400	3,35	27,92	3,36	27,98
600	18,98	93,04	18,77	92,01
800	15,59	76,42	15,47	75,84
1000	12,76	62,55	12,71	62,33
1200	10,41	51,03	10,41	51,02
1400	8,51	41,74	8,54	41,85
800	5,47	37,99	5,45	37,86
1100	5,32	36,96	5,31	36,87
1300	5,20	36,13	5,19	36,05
1700	5,08	35,26	5,07	35,21
2000	4,94	34,28	4,93	34,25
2300	4,78	33,19	4,78	33,17
2600	4,60	31,96	4,60	31,96
2900	4,41	30,60	4,41	30,63
800	6,55	38,96	6,53	38,86
1350	6,37	37,89	6,35	37,82
1900	6,25	37,21	6,25	37,18
2450	6,13	36,48	6,12	36,45
3000	5,98	35,58	5,97	35,56
3550	5,79	34,48	5,79	34,48
4100	5,57	33,15	5,56	33,11
4650	5,31	31,61	5,30	31,58
800	24,92	98,89	24,71	98,07
1350	22,83	90,60	22,70	90,07
1900	20,94	83,10	20,86	82,77
2450	18,76	74,44	18,71	74,26
3000	16,37	64,96	16,36	64,91
3550	14,01	55,60	14,02	55,63
4100	11,86	47,06	11,83	46,95
4650	10,02	39,76	10,01	39,70
800	7,06	36,75	7,04	36,68
1600	6,82	35,54	6,82	35,50
2400	6,73	35,06	6,73	35,04
3200	6,64	34,58	6,64	34,57
4000	6,52	33,97	6,51	33,92
4800	6,37	33,19	6,37	33,15
5600	6,18	32,20	6,18	32,18
6400	5,95	30,97	5,94	30,96
7200	5,66	29,49	5,66	29,47

A (mm <sup>2</sup> )	120
bf(mm)	30
bw(mm)	70
e(mm)	1,20

A (mm <sup>2</sup> )	204
bf(mm)	30
bw(mm)	70
ef(mm)	1,20
ew(mm)	2,40

A (mm <sup>2</sup> )	140
bf(mm)	50
bw(mm)	70
e(mm)	1,20

A (m <sup>2</sup> )	168
bf(mm)	70
bw(mm)	70
e(mm)	1,20

A (m <sup>2</sup> )	252
bf(mm)	70
bw(mm)	70
ef(mm)	1,20
ew(mm)	2,40

A (mm <sup>2</sup> )	192
bf(mm)	90
bw(mm)	70
e(mm)	1,20

L (mm)	GBTUL		ABAQUS	
	P (kN)	$\sigma$ (N/mm <sup>2</sup> )	P (kN)	$\sigma$ (N/mm <sup>2</sup> )
800	7,03	32,56	7,03	32,53
1720	6,75	31,24	6,74	31,22
2640	6,68	30,93	6,68	30,92
3560	6,63	30,69	6,63	30,68
4480	6,57	30,42	6,56	30,39
5400	6,50	30,09	6,49	30,07
6320	6,41	29,68	6,41	29,66
7240	6,30	29,16	6,29	29,14
8160	6,16	28,50	6,15	28,49
9080	5,98	27,69	5,98	27,67
10000	5,76	26,68	5,76	26,67
800	6,66	27,75	6,66	27,74
1720	6,34	26,41	6,34	26,40
2640	6,28	26,16	6,28	26,16
3560	6,25	26,04	6,25	26,04
4480	6,22	25,93	6,22	25,91
5400	6,20	25,82	6,19	25,80
6320	6,17	25,69	6,16	25,68
7240	6,13	25,54	6,13	25,52
8160	6,09	25,35	6,08	25,34
9080	6,03	25,13	6,03	25,12
10000	5,97	24,86	5,96	24,85
800	6,41	25,43	6,41	25,43
1720	6,07	24,09	6,07	24,08
2640	6,01	23,85	6,01	23,85
3560	5,99	23,75	5,99	23,75
4480	5,97	23,68	5,96	23,66
5400	5,95	23,61	5,95	23,60
6320	5,93	23,54	5,93	23,52
7240	5,91	23,45	5,91	23,44
8160	5,88	23,35	5,88	23,34
9080	5,85	23,23	5,85	23,22
10000	5,82	23,09	5,82	23,08
800	20,11	59,85	20,00	59,53
1720	19,91	59,26	19,85	59,07
2640	19,74	58,75	19,69	58,62
3560	19,52	58,10	19,49	58,00
4480	19,23	57,23	19,15	56,99
5400	18,83	56,04	18,77	55,87
6320	18,33	54,55	18,28	54,39
7240	17,68	52,62	17,63	52,46
8160	16,87	50,21	16,83	50,09
9080	15,90	47,32	15,87	47,23
9500	14,22	42,32	15,38	45,79

A (mm <sup>2</sup> )	216
bf(mm)	110
bw(mm)	70
e(mm)	1,20

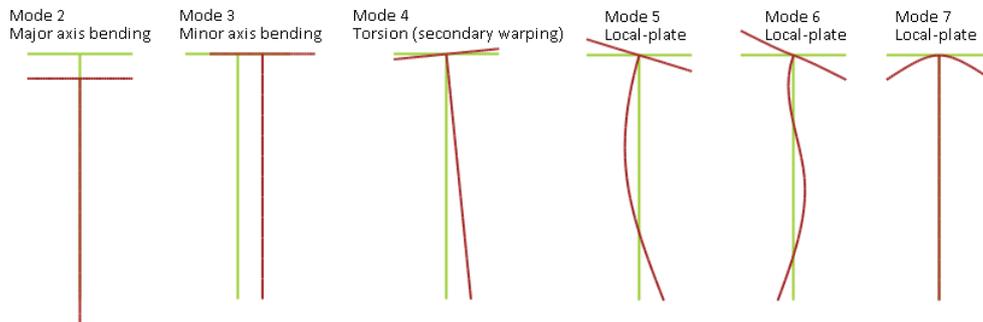
A (mm <sup>2</sup> )	240
bf(mm)	130
bw(mm)	70
e(mm)	1,20

A (mm <sup>2</sup> )	252
bf(mm)	140
bw(mm)	70
e(mm)	1,20

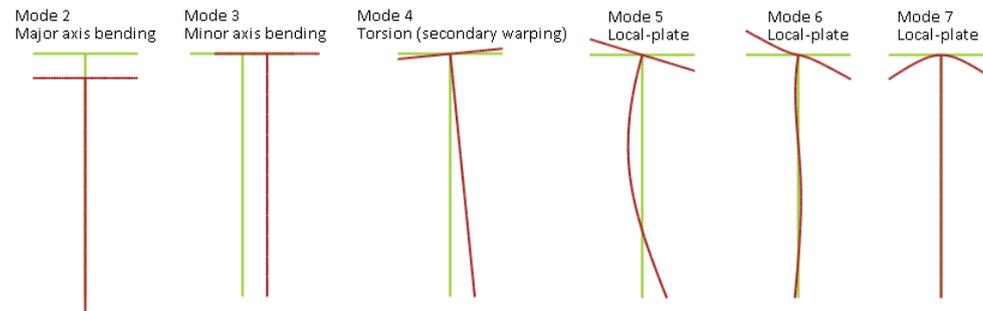
A (mm <sup>2</sup> )	336
bf(mm)	140
bw(mm)	70
ef(mm)	1,20
ew(mm)	2,40

ANEXO II - Configurações dos modos de instabilidade de colunas com secção em "T"

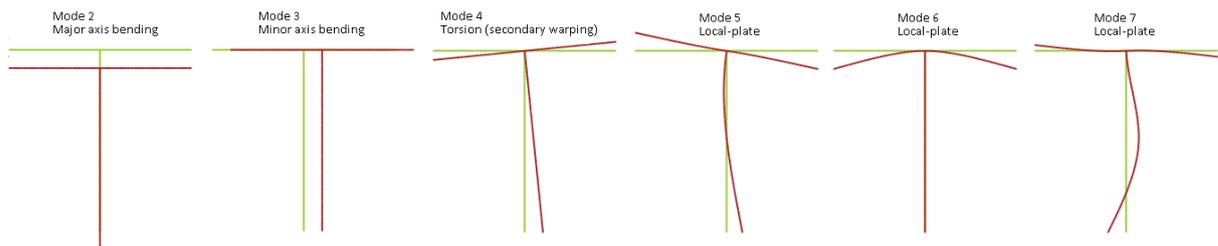
• Coluna  $T_1$



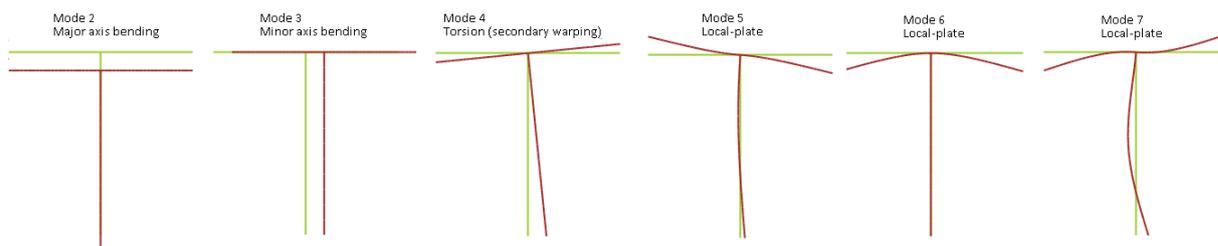
• Coluna  $T_{12}$



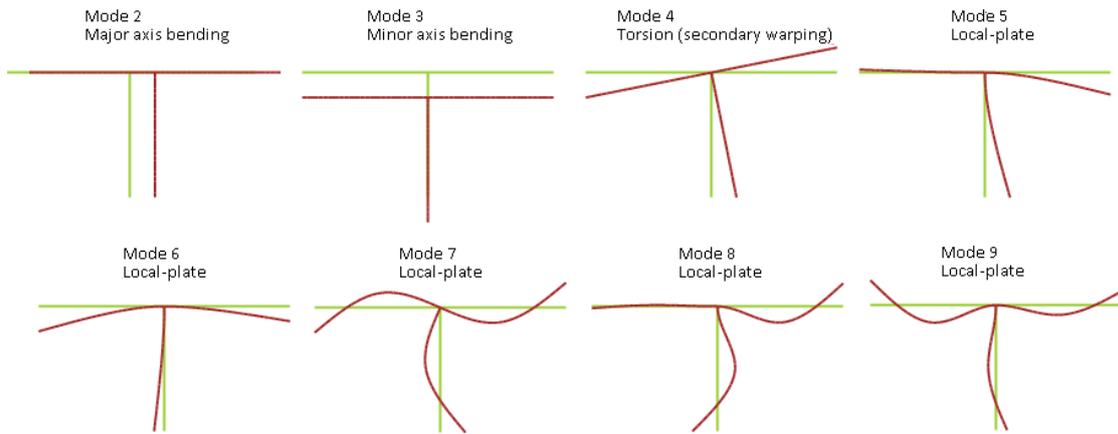
• Coluna  $T_3$



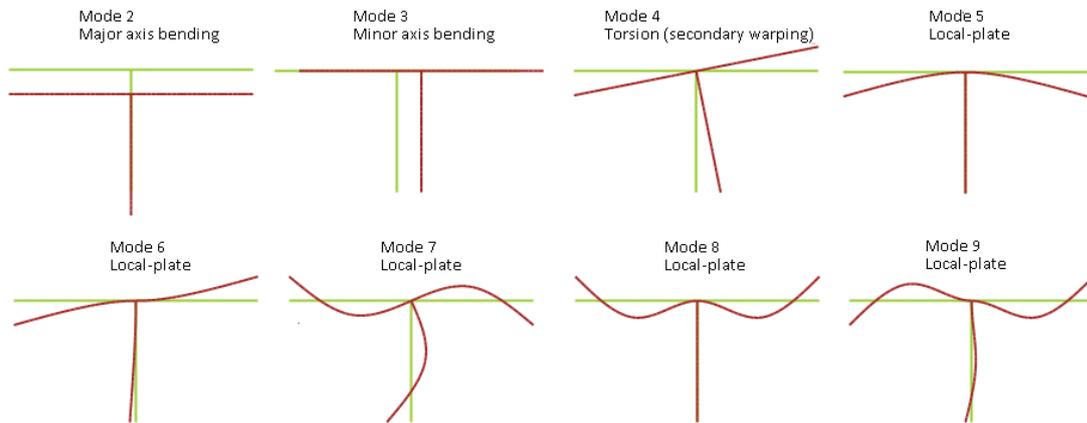
• Coluna  $T_{32}$



- Coluna  $T_7$



- Coluna  $T_{72}$



ANEXO III - Simulações Numéricas de acordo com o MRD

L(mm)	A(mm <sup>2</sup> )	I(mm <sup>4</sup> )	E(MPa)	f <sub>cr</sub> (MPa)	f <sub>cr.e</sub> (MPa)	f <sub>y</sub>	f <sub>u</sub>	f <sub>u</sub> /f <sub>y</sub>	λ <sub>cr</sub>	f <sub>nl</sub>	f <sub>u</sub> /f <sub>nl</sub>	λ <sub>cr.e</sub>	f <sub>ne</sub>	f <sub>u</sub> /f <sub>ne</sub>	λ <sub>le</sub>	f <sub>nl</sub> e	f <sub>u</sub> /f <sub>nl</sub> e
600	204	2781	210000	92,01	313,94	150	82,70	0,55	1,28	108,15	0,76	0,69	122,81	0,67	1,16	94,79	0,87
600	204	2781	210000	92,01	313,94	300	115,00	0,38	1,81	169,51	0,68	0,98	201,10	0,57	1,48	130,95	0,88
600	204	2781	210000	92,01	313,94	450	139,00	0,31	2,21	219,53	0,63	1,20	246,98	0,56	1,64	149,58	0,93
600	204	2781	210000	92,01	313,94	600	160,00	0,27	2,55	263,34	0,61	1,38	269,62	0,59	1,71	158,27	1,01
800	204	2781	210000	75,84	176,59	150	65,00	0,43	1,41	101,15	0,64	0,92	105,12	0,62	1,18	80,11	0,81
800	204	2781	210000	75,84	176,59	300	86,50	0,29	1,99	158,09	0,55	1,30	147,34	0,59	1,39	99,97	0,87
800	204	2781	210000	75,84	176,59	450	102,00	0,23	2,44	204,50	0,50	1,60	154,87	0,66	1,43	103,27	0,99
800	204	2781	210000	75,84	176,59	600	115,00	0,19	2,81	245,12	0,47	1,84	154,87	0,74	1,43	103,27	1,11
1000	204	2781	210000	62,33	113,02	150	52,60	0,35	1,55	94,42	0,56	1,15	86,07	0,61	1,18	65,67	0,80
1000	204	2781	210000	62,33	113,02	300	67,40	0,22	2,19	147,21	0,46	1,63	99,12	0,68	1,26	72,07	0,94
1000	204	2781	210000	62,33	113,02	450	77,70	0,17	2,69	190,19	0,41	2,00	99,12	0,78	1,26	72,07	1,08
1000	204	2781	210000	62,33	113,02	600	85,20	0,14	3,10	227,82	0,37	2,30	99,12	0,86	1,26	72,07	1,18
1200	204	2781	210000	51,02	78,49	150	43,10	0,29	1,71	87,95	0,49	1,38	67,40	0,64	1,15	52,21	0,83
1200	204	2781	210000	51,02	78,49	300	53,40	0,18	2,42	136,79	0,39	1,96	68,83	0,78	1,16	52,94	1,01
1200	204	2781	210000	51,02	78,49	450	60,10	0,13	2,97	176,55	0,34	2,39	68,83	0,87	1,16	52,94	1,14
1200	204	2781	210000	51,02	78,49	600	64,80	0,11	3,43	211,34	0,31	2,76	68,83	0,94	1,16	52,94	1,22
1400	204	2781	210000	41,85	57,66	150	35,60	0,24	1,89	81,92	0,43	1,61	50,57	0,70	1,10	40,36	0,88
1400	204	2781	210000	41,85	57,66	300	43,00	0,14	2,68	127,14	0,34	2,28	50,57	0,85	1,10	40,36	1,07
1400	204	2781	210000	41,85	57,66	450	47,50	0,11	3,28	163,93	0,29	2,79	50,57	0,94	1,10	40,36	1,18
1400	204	2781	210000	41,85	57,66	600	50,40	0,08	3,79	196,12	0,26	3,23	50,57	1,00	1,10	40,36	1,25
800	252	34380	210000	98,07	1767,28	150	105,22	0,70	1,24	110,54	0,95	0,29	144,76	0,73	1,21	107,98	0,97
800	252	34380	210000	98,07	1767,28	300	160,30	0,53	1,75	173,42	0,92	0,41	279,42	0,57	1,69	165,67	0,97
800	252	34380	210000	98,07	1767,28	450	205,00	0,46	2,14	224,70	0,91	0,50	404,51	0,51	2,03	209,96	0,98
800	252	34380	210000	98,07	1767,28	600	243,00	0,41	2,47	269,61	0,90	0,58	520,52	0,47	2,30	246,44	0,99
1350	252	34380	210000	90,07	620,61	150	96,20	0,64	1,29	107,36	0,90	0,49	135,57	0,71	1,23	100,45	0,96
1350	252	34380	210000	90,07	620,61	300	137,34	0,46	1,83	168,21	0,82	0,70	245,05	0,56	1,65	147,70	0,93
1350	252	34380	210000	90,07	620,61	450	158,03	0,35	2,24	217,82	0,73	0,85	332,21	0,48	1,92	179,56	0,88
1350	252	34380	210000	90,07	620,61	600	163,16	0,27	2,58	261,27	0,62	0,98	400,33	0,41	2,11	202,23	0,81
1900	252	34380	210000	82,77	313,31	150	83,96	0,56	1,35	104,27	0,81	0,69	122,76	0,68	1,22	91,42	0,92
1900	252	34380	210000	82,77	313,31	300	117,00	0,39	1,90	163,17	0,72	0,98	200,94	0,58	1,56	126,10	0,93

L(mm)	A(mm <sup>2</sup> )	I(mm <sup>4</sup> )	E(MPa)	f <sub>cr</sub> (MPa)	f <sub>cr,e</sub> (MPa)	f <sub>y</sub>	f <sub>u</sub>	f <sub>u/fy</sub>	λ <sub>cr</sub>	f <sub>nl</sub>	f <sub>u/fnl</sub>	λ <sub>cr,e</sub>	f <sub>ne</sub>	f <sub>u/fne</sub>	λ <sub>le</sub>	f <sub>nl,e</sub>	f <sub>u/fnl,e</sub>
1900	252	34380	210000	82,77	313,31	450	129,00	0,29	2,33	211,18	0,61	1,20	246,68	0,52	1,73	143,93	0,90
1900	252	34380	210000	82,77	313,31	600	134,00	0,22	2,69	253,22	0,53	1,38	269,18	0,50	1,80	152,23	0,88
2450	252	34380	210000	74,26	188,43	150	71,40	0,48	1,42	100,41	0,71	0,89	107,50	0,66	1,20	80,72	0,88
2450	252	34380	210000	74,26	188,43	300	98,30	0,33	2,01	156,89	0,63	1,26	154,07	0,64	1,44	102,17	0,96
2450	252	34380	210000	74,26	188,43	450	113,00	0,25	2,46	202,92	0,56	1,55	165,25	0,68	1,49	106,93	1,06
2450	252	34380	210000	74,26	188,43	600	120,00	0,20	2,84	243,21	0,49	1,78	165,25	0,73	1,49	106,93	1,12
3000	252	34380	210000	64,91	125,67	150	60,40	0,40	1,52	95,78	0,63	1,09	91,02	0,66	1,18	69,09	0,87
3000	252	34380	210000	64,91	125,67	300	79,80	0,27	2,15	149,41	0,53	1,55	110,22	0,72	1,30	78,36	1,02
3000	252	34380	210000	64,91	125,67	450	91,30	0,20	2,63	193,08	0,47	1,89	110,22	0,83	1,30	78,36	1,17
3000	252	34380	210000	64,91	125,67	600	94,30	0,16	3,04	231,31	0,41	2,19	110,22	0,86	1,30	78,36	1,20
3550	252	34380	210000	55,63	89,75	150	51,00	0,34	1,64	90,70	0,56	1,29	74,52	0,68	1,16	57,45	0,89
3550	252	34380	210000	55,63	89,75	300	64,50	0,22	2,32	141,21	0,46	1,83	78,71	0,82	1,19	59,56	1,08
3550	252	34380	210000	55,63	89,75	450	71,70	0,16	2,84	182,33	0,39	2,24	78,71	0,91	1,19	59,56	1,20
3550	252	34380	210000	55,63	89,75	600	75,70	0,13	3,28	218,32	0,35	2,59	78,71	0,96	1,19	59,56	1,27
4100	252	34380	210000	46,95	67,28	150	42,80	0,29	1,79	85,37	0,50	1,49	59,00	0,73	1,12	46,48	0,92
4100	252	34380	210000	46,95	67,28	300	51,90	0,17	2,53	132,66	0,39	2,11	59,01	0,88	1,12	46,48	1,12
4100	252	34380	210000	46,95	67,28	450	53,70	0,12	3,10	171,15	0,31	2,59	59,01	0,91	1,12	46,48	1,16
4100	252	34380	210000	46,95	67,28	600	53,80	0,09	3,57	204,83	0,26	2,99	59,01	0,91	1,12	46,48	1,16
4650	252	34380	210000	39,70	52,31	150	36,20	0,24	1,94	80,37	0,45	1,69	45,88	0,79	1,07	37,17	0,97
4650	252	34380	210000	39,70	52,31	300	42,90	0,14	2,75	124,67	0,34	2,39	45,88	0,94	1,07	37,17	1,15
4650	252	34380	210000	39,70	52,31	450	44,40	0,10	3,37	160,72	0,28	2,93	45,88	0,97	1,07	37,17	1,19
4650	252	34380	210000	39,70	52,31	600	44,40	0,07	3,89	192,25	0,23	3,39	45,88	0,97	1,07	37,17	1,19
800	276	72980	210000	91,10	3425,26	150	102,00	0,68	1,28	107,78	0,95	0,21	147,28	0,69	1,27	106,49	0,96
800	276	72980	210000	91,10	3425,26	300	159,00	0,53	1,81	168,90	0,94	0,30	289,20	0,55	1,78	164,98	0,96
800	276	72980	210000	91,10	3425,26	450	209,00	0,46	2,22	218,73	0,96	0,36	425,92	0,49	2,16	211,23	0,99
800	276	72980	210000	91,10	3425,26	600	252,00	0,42	2,57	262,37	0,96	0,42	557,58	0,45	2,47	250,51	1,01
1600	276	72980	210000	84,80	856,32	150	95,50	0,64	1,33	105,15	0,91	0,42	139,40	0,69	1,28	100,21	0,95
1600	276	72980	210000	84,80	856,32	300	132,00	0,44	1,88	164,60	0,80	0,59	259,08	0,51	1,75	149,83	0,88
1600	276	72980	210000	84,80	856,32	450	161,00	0,36	2,30	213,07	0,76	0,72	361,15	0,45	2,06	185,29	0,87
1600	276	72980	210000	84,80	856,32	600	182,00	0,30	2,66	255,50	0,71	0,84	447,49	0,41	2,30	212,31	0,86
2400	276	72980	210000	79,89	380,58	150	87,10	0,58	1,37	102,99	0,85	0,63	127,19	0,68	1,26	92,45	0,94

T70x70

T90x70

L(mm)	A(mm <sup>2</sup> )	I(mm <sup>4</sup> )	E(MPa)	f <sub>cr</sub> (MPa)	f <sub>cr,e</sub> (MPa)	f <sub>y</sub>	f <sub>u</sub>	f <sub>u/f<sub>y</sub></sub>	λ <sub>cr</sub>	f <sub>nl</sub>	f <sub>u/f<sub>nl</sub></sub>	λ <sub>cr,e</sub>	f <sub>ne</sub>	f <sub>u/f<sub>ne</sub></sub>	λ <sub>le</sub>	f <sub>nie</sub>	f <sub>u/f<sub>nie</sub></sub>
2400	276	72980	210000	79,89	380,58	300	107,00	0,36	1,94	161,10	0,66	0,89	215,69	0,50	1,64	130,36	0,82
2400	276	72980	210000	79,89	380,58	450	119,00	0,26	2,37	208,45	0,57	1,09	274,34	0,43	1,85	152,14	0,78
2400	276	72980	210000	79,89	380,58	600	127,00	0,21	2,74	249,91	0,51	1,26	310,16	0,41	1,97	164,56	0,77
3200	276	72980	210000	73,52	214,08	150	71,60	0,48	1,43	100,06	0,72	0,84	111,87	0,64	1,23	82,59	0,87
3200	276	72980	210000	73,52	214,08	300	97,70	0,33	2,02	156,33	0,62	1,18	166,88	0,59	1,51	107,23	0,91
3200	276	72980	210000	73,52	214,08	450	102,00	0,23	2,47	202,17	0,50	1,45	186,69	0,55	1,59	115,31	0,88
3200	276	72980	210000	73,52	214,08	600	104,00	0,17	2,86	242,31	0,43	1,67	187,75	0,55	1,60	115,73	0,90
4000	276	72980	210000	65,41	137,01	150	63,10	0,42	1,51	96,04	0,66	1,05	94,86	0,67	1,20	71,19	0,89
4000	276	72980	210000	65,41	137,01	300	68,40	0,23	2,14	149,82	0,46	1,48	119,98	0,57	1,35	83,05	0,82
4000	276	72980	210000	65,41	137,01	450	76,60	0,17	2,62	193,63	0,40	1,81	120,16	0,64	1,36	83,13	0,92
4000	276	72980	210000	65,41	137,01	600	80,00	0,13	3,03	231,97	0,34	2,09	120,16	0,67	1,36	83,13	0,96
4800	276	72980	210000	56,74	95,15	150	53,50	0,36	1,63	91,34	0,59	1,26	77,54	0,69	1,17	59,37	0,90
4800	276	72980	210000	56,74	95,15	300	57,00	0,19	2,30	142,24	0,40	1,78	83,44	0,68	1,21	62,32	0,91
4800	276	72980	210000	56,74	95,15	450	57,20	0,13	2,82	183,68	0,31	2,17	83,44	0,69	1,21	62,32	0,92
4800	276	72980	210000	56,74	95,15	600	58,20	0,10	3,25	219,95	0,26	2,51	83,44	0,70	1,21	62,32	0,93
5600	276	72980	210000	48,25	69,90	150	44,90	0,30	1,76	86,21	0,52	1,46	61,10	0,73	1,13	48,01	0,94
5600	276	72980	210000	48,25	69,90	300	49,10	0,16	2,49	134,01	0,37	2,07	61,31	0,80	1,13	48,11	1,02
5600	276	72980	210000	48,25	69,90	450	49,80	0,11	3,05	172,91	0,29	2,54	61,31	0,81	1,13	48,11	1,04
5600	276	72980	210000	48,25	69,90	600	50,20	0,08	3,53	206,94	0,24	2,93	61,31	0,82	1,13	48,11	1,04
6400	276	72980	210000	40,68	53,52	150	37,60	0,25	1,92	81,08	0,46	1,67	46,94	0,80	1,07	38,05	0,99
6400	276	72980	210000	40,68	53,52	300	40,90	0,14	2,72	125,80	0,33	2,37	46,94	0,87	1,07	38,05	1,08
6400	276	72980	210000	40,68	53,52	450	40,90	0,09	3,33	162,18	0,25	2,90	46,94	0,87	1,07	38,05	1,08
6400	276	72980	210000	40,68	53,52	600	40,90	0,07	3,84	194,01	0,21	3,35	46,94	0,87	1,07	38,05	1,08
7200	276	72980	210000	34,27	42,29	150	31,70	0,21	2,09	76,20	0,42	1,88	37,09	0,85	1,04	30,71	1,03
7200	276	72980	210000	34,27	42,29	300	33,90	0,11	2,96	118,03	0,29	2,66	37,09	0,91	1,04	30,71	1,10
7200	276	72980	210000	34,27	42,29	450	33,90	0,08	3,62	152,05	0,22	3,26	37,09	0,91	1,04	30,71	1,10
7200	276	72980	210000	34,27	42,29	600	33,90	0,06	4,18	181,81	0,19	3,77	37,09	0,91	1,04	30,71	1,10
800	300	133200	210000	79,78	5751,51	150	95,10	0,63	1,37	102,94	0,92	0,16	148,37	0,64	1,36	102,21	0,93
800	300	133200	210000	79,78	5751,51	300	158,00	0,53	1,94	161,02	0,98	0,23	293,52	0,54	1,92	158,79	1,00
800	300	133200	210000	79,78	5751,51	450	212,00	0,47	2,38	208,34	1,02	0,28	435,50	0,49	2,34	204,07	1,04
800	300	133200	210000	79,78	5751,51	600	258,00	0,43	2,74	249,78	1,03	0,32	574,37	0,45	2,68	243,01	1,06

L(mm)	A(mm <sup>2</sup> )	I(mm <sup>4</sup> )	E(MPa)	f <sub>cr</sub> (MPa)	f <sub>cr,e</sub> (MPa)	f <sub>y</sub>	f <sub>u</sub>	f <sub>u/f<sub>y</sub></sub>	λ <sub>cr</sub>	f <sub>nl</sub>	f <sub>u/f<sub>nl</sub></sub>	λ <sub>cr,e</sub>	f <sub>ne</sub>	f <sub>u/f<sub>ne</sub></sub>	λ <sub>le</sub>	f <sub>nie</sub>	f <sub>u/f<sub>nie</sub></sub>
1720	300	133200	210000	75,75	1244,24	150	82,40	0,55	1,41	101,11	0,81	0,35	142,62	0,58	1,37	97,83	0,84
1720	300	133200	210000	75,75	1244,24	300	107,00	0,36	1,99	158,03	0,68	0,49	271,20	0,39	1,89	148,17	0,72
1720	300	133200	210000	75,75	1244,24	450	125,00	0,28	2,44	204,42	0,61	0,60	386,79	0,32	2,26	185,74	0,67
1720	300	133200	210000	75,75	1244,24	600	138,00	0,23	2,81	245,02	0,56	0,69	490,34	0,28	2,54	215,80	0,64
2640	300	133200	210000	73,38	528,15	150	82,40	0,55	1,43	99,99	0,82	0,53	133,19	0,62	1,35	92,53	0,89
2640	300	133200	210000	73,38	528,15	300	107,00	0,36	2,02	156,22	0,68	0,75	236,52	0,45	1,80	134,19	0,80
2640	300	133200	210000	73,38	528,15	450	125,00	0,28	2,48	202,03	0,62	0,92	315,02	0,40	2,07	161,16	0,78
2640	300	133200	210000	73,38	528,15	600	138,00	0,23	2,86	242,14	0,57	1,07	372,95	0,37	2,25	179,40	0,77
3560	300	133200	210000	70,28	290,44	150	75,80	0,51	1,46	98,49	0,77	0,72	120,84	0,63	1,31	85,54	0,89
3560	300	133200	210000	70,28	290,44	300	88,50	0,30	2,07	153,79	0,58	1,02	194,70	0,45	1,66	116,60	0,76
3560	300	133200	210000	70,28	290,44	450	96,90	0,22	2,53	198,84	0,49	1,24	235,28	0,41	1,83	131,68	0,74
3560	300	133200	210000	70,28	290,44	600	102,00	0,17	2,92	238,28	0,43	1,44	252,72	0,40	1,90	137,85	0,74
800	336	171500	210000	59,53	6611,86	150	91,40	0,61	1,59	92,90	0,98	0,15	148,58	0,62	1,58	92,33	0,99
800	336	171500	210000	59,53	6611,86	300	165,00	0,55	2,24	144,75	1,14	0,21	294,36	0,56	2,22	143,02	1,15
800	336	171500	210000	59,53	6611,86	450	222,00	0,49	2,75	186,98	1,19	0,26	437,36	0,51	2,71	183,66	1,21
800	336	171500	210000	59,53	6611,86	600	262,00	0,44	3,17	223,93	1,17	0,30	577,64	0,45	3,12	218,67	1,20
1720	336	171500	210000	59,07	1430,37	150	88,30	0,59	1,59	92,65	0,95	0,32	143,56	0,62	1,56	90,06	0,98
1720	336	171500	210000	59,07	1430,37	300	145,00	0,48	2,25	144,35	1,00	0,46	274,79	0,53	2,16	136,52	1,06
1720	336	171500	210000	59,07	1430,37	450	188,00	0,42	2,76	186,44	1,01	0,56	394,48	0,48	2,58	171,62	1,10
1720	336	171500	210000	59,07	1430,37	600	223,00	0,37	3,19	223,29	1,00	0,65	503,39	0,44	2,92	200,04	1,11
2640	336	171500	210000	58,62	607,15	150	84,60	0,56	1,60	92,39	0,92	0,50	135,26	0,63	1,52	86,42	0,98
2640	336	171500	210000	58,62	607,15	300	129,00	0,43	2,26	143,94	0,90	0,70	243,95	0,53	2,04	126,21	1,02
2640	336	171500	210000	58,62	607,15	450	160,00	0,36	2,77	185,91	0,86	0,86	329,98	0,48	2,37	152,89	1,05
2640	336	171500	210000	58,62	607,15	600	182,00	0,30	3,20	222,64	0,82	0,99	396,75	0,46	2,60	171,75	1,06

T110x70

T140x70

Média	0,65
Desv. Pad	0,17
Max	1,00
Min	0,28

Média	0,61
Desv. Pad	0,25
Max	1,19
Min	0,19

Média	0,61
Desv. Pad	0,25
Max	1,19
Min	0,19

Média	0,65
Desv. Pad	0,17
Max	1,00
Min	0,28

Média	0,98
Desv. Pad	0,13
Max	1,27
Min	0,64