



DEEC

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA
ELECTROTÉCNICA E DE COMPUTADORES

TÉCNICO LISBOA

Electrónica Geral

Autor: José Gerald

Mestrado Integrado em Engenharia Física Tecnológica
Mestrado Integrado em Engenharia Aeroespacial

MEAer: 4^o ano, 1^o semestre

MEFT: 3^o ano, 1^o semestre

2020/2021

Capítulo 3

Filtros Activos



Introdução

Definição de Filtro:

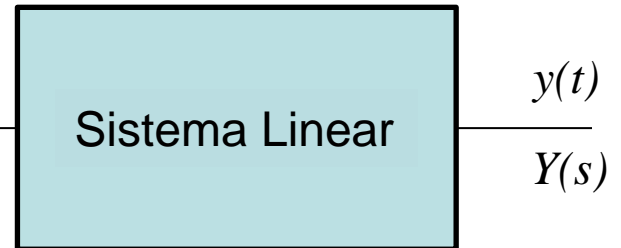
- Em sentido geral, um filtro é um sistema que processa diferentemente frequências diferentes – saída diferente da entrada e resposta em frequência não é constante.
- Em sentido restrito, um filtro é um sistema que selecciona faixas de frequência (ou no tempo) – bandas de passagem, de atenuação e de transição.
- Equalizador é um filtro que trata diferentemente frequências diferentes (em amplitude e/ou fase) mas não há distinção entre bandas de passagem e atenuação.

Introdução (cont.)

Resposta em Frequência:

Função de Transferência:

$$\text{Directa: } T(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}, \quad T(j\omega) = |T(j\omega)| e^{j\phi(\omega)}$$



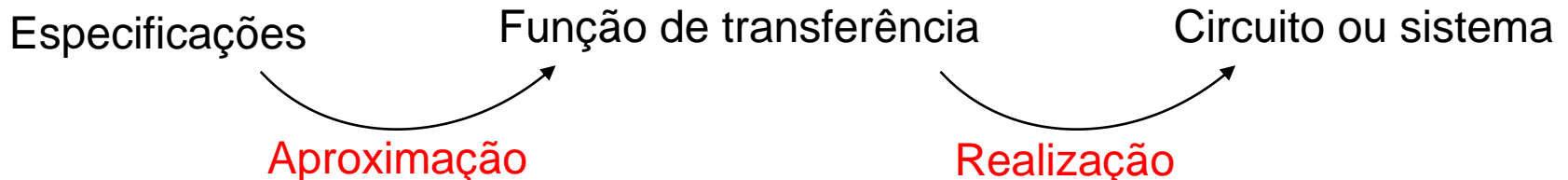
$$\text{Inversa: } H(s) = T^{-1}(s) = \frac{X(s)}{Y(s)}$$

Ganho: $G(\omega) = 20 \log |T(j\omega)|$ dB

Atenuação: $A(\omega) = -20 \log |T(j\omega)|$ dB

Atraso: $\tau(\omega) = -\frac{\partial \phi}{\partial \omega}$

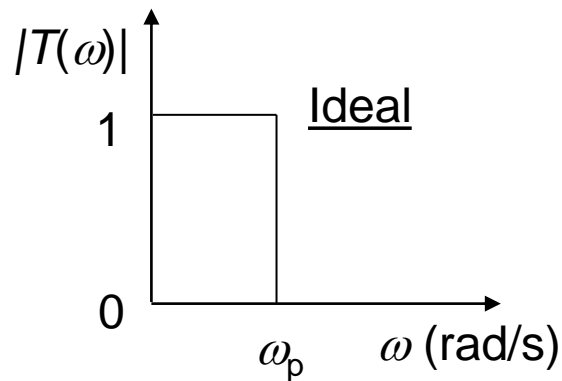
Projecto de um Filtro - 2 Etapas:



Introdução (cont.)

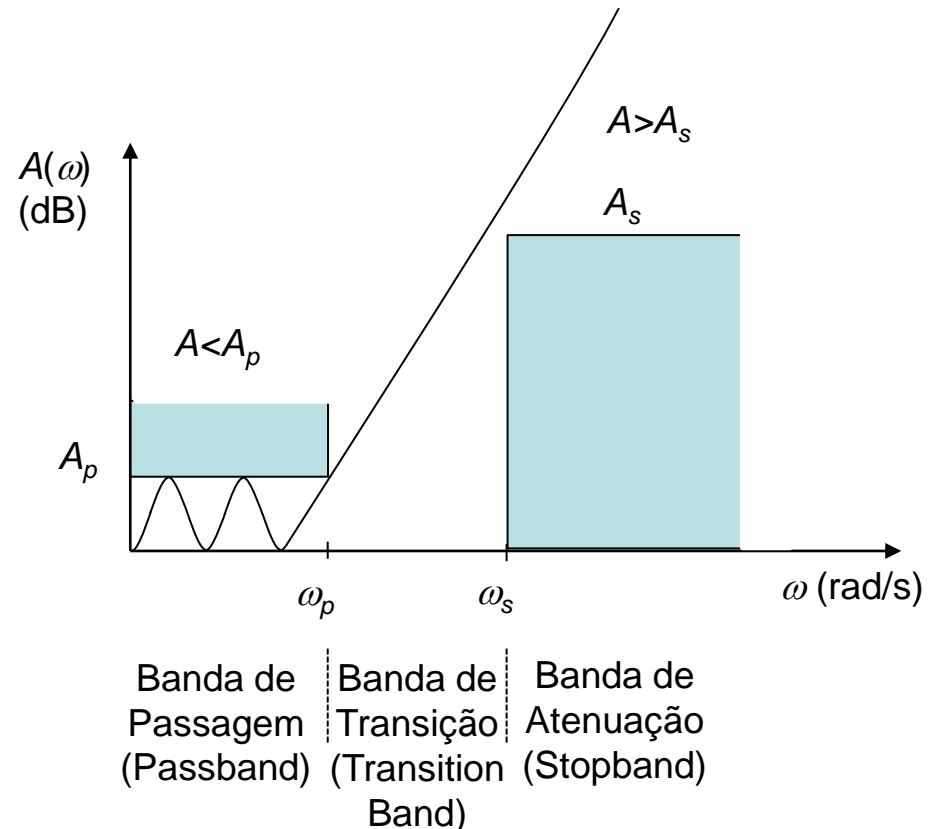
Especificações:

Passa-Baixo (Low-Pass – LP)



ω_p → frequência de corte

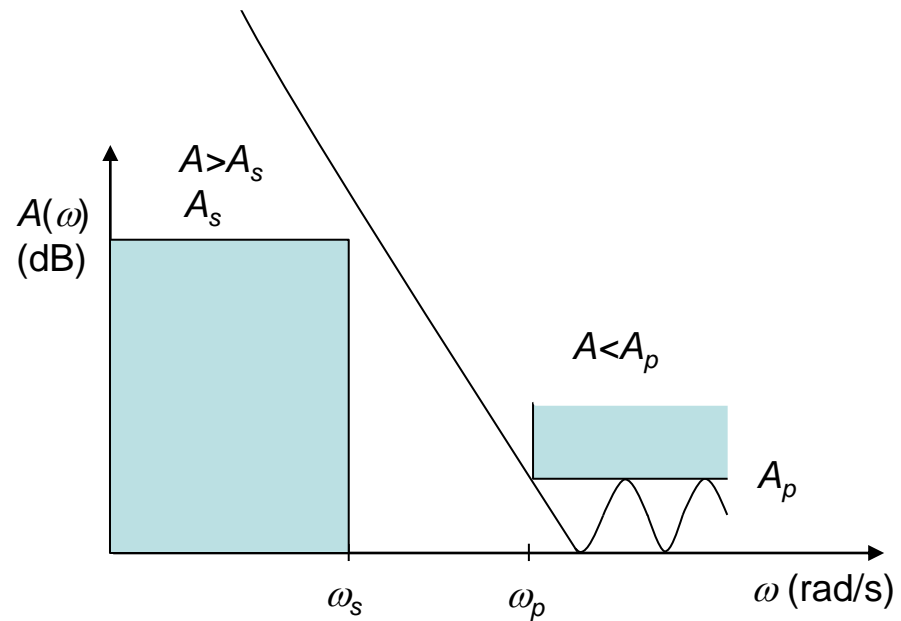
ω_s → frequência de atenuação



Introdução (cont.)

Especificações:

Passa-Alto (High-Pass – HP)



ω_p → frequência de corte

ω_s → frequência de atenuação

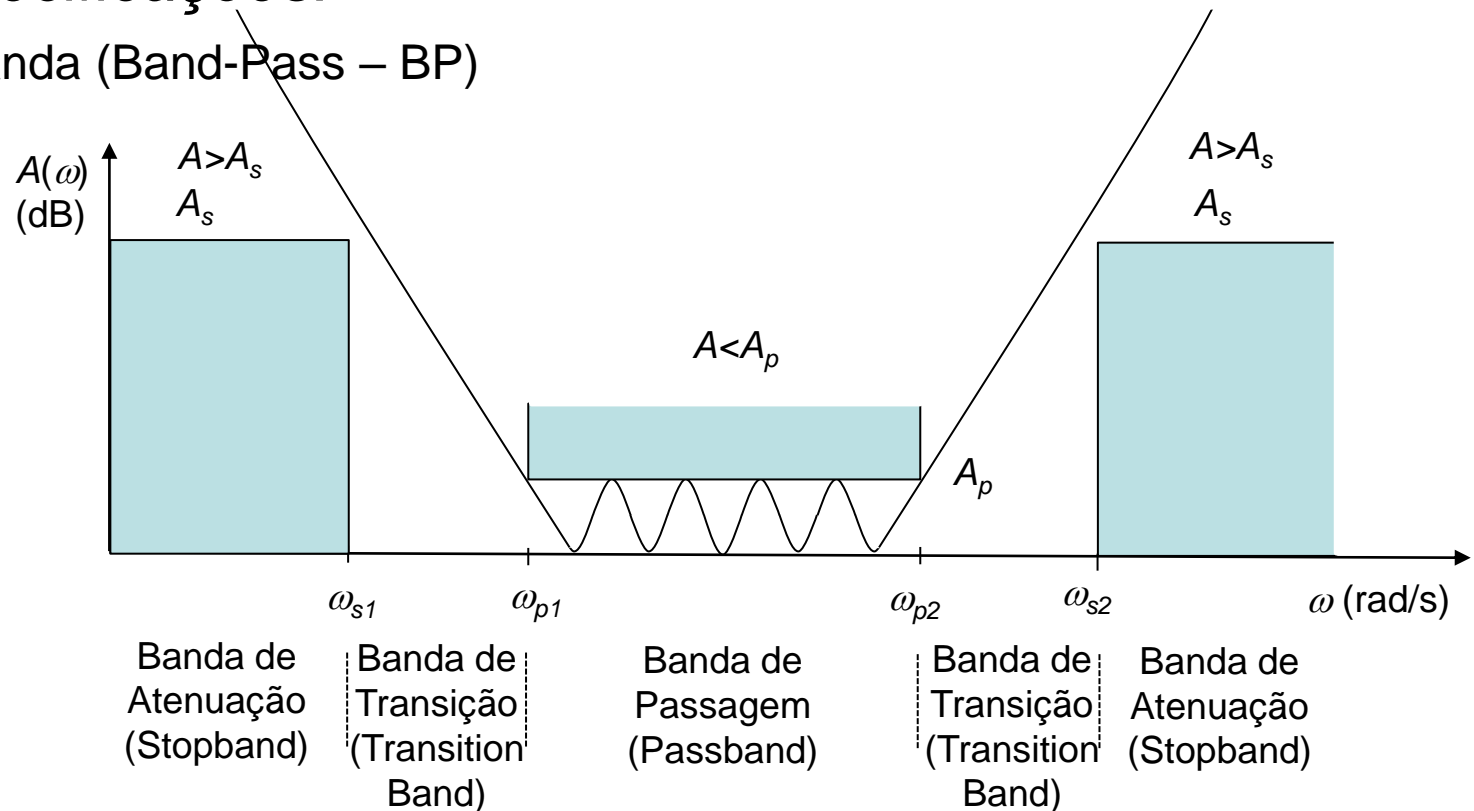
Banda de Atenuação (Stopband)	Banda de Transição (Transition Band)	Banda de Passagem (Passband)
-------------------------------	--------------------------------------	------------------------------



Introdução (cont.)

Especificações:

Passa-Banda (Band-Pass – BP)

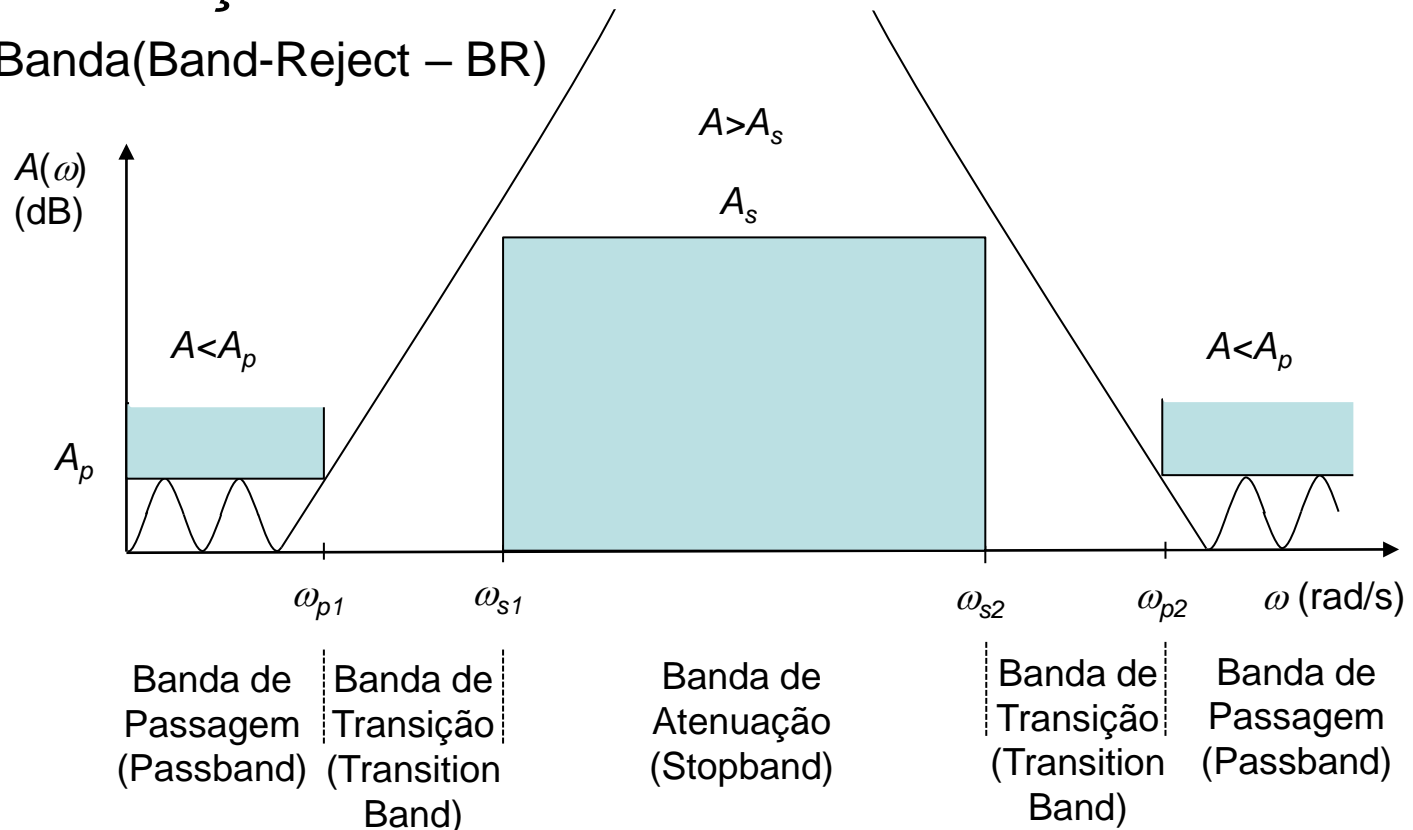




Introdução (cont.)

Especificações:

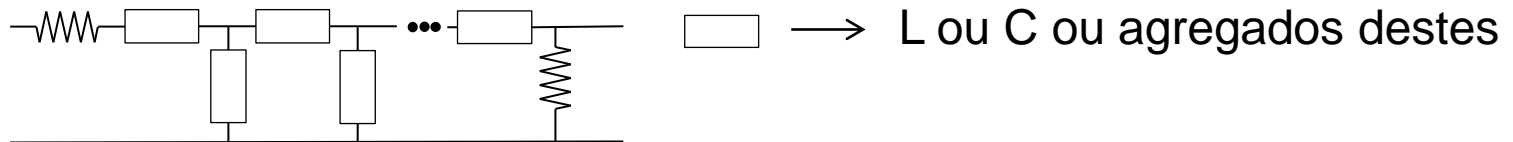
Rejeita-Banda (Band-Reject – BR)



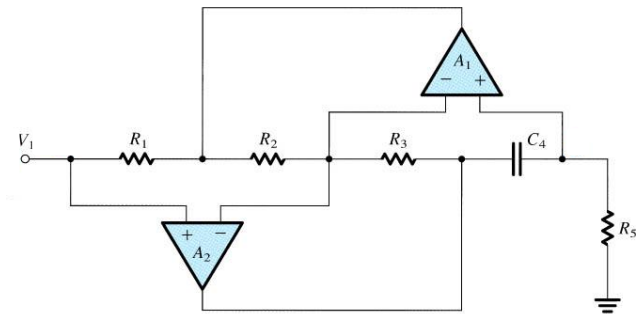
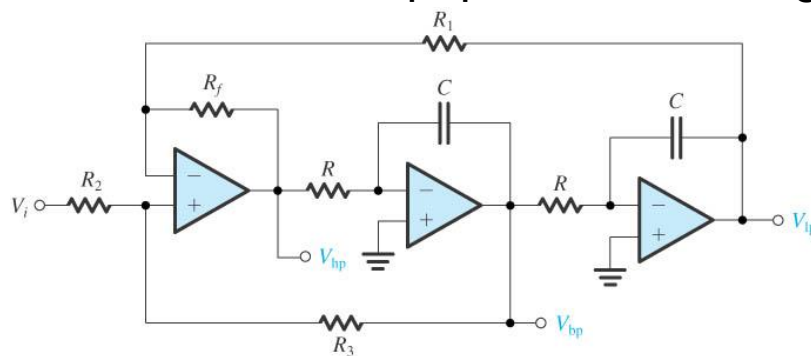
Introdução (cont.)

Tipos de Filtros:

Passivos – RLC, normalmente estrutura LC em escada com terminações resistivas (duplamente terminados).



Activos – RC+Ampop, estruturas originais ou simulação de passivos.





Introdução (cont.) Secções Biquadráticas:

Filter Type and $T(s)$	s-Plane Singularities	$ T $
(a) Low pass (LP) $T(s) = \frac{a_0}{s^2 + s\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$ DC gain = $\frac{a_0}{\omega_0^2}$	<p>∞ at ∞</p>	<p>Peak gain: $\frac{ a_0 Q}{\omega_0^2 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}}$ $\omega_{\max} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$</p>
(b) High pass (HP) $T(s) = \frac{a_2 s^2}{s^2 + s\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$ High-frequency gain = a_2		<p>Peak gain: $a_2 Q / \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$ $\omega_{\max} = \omega_0 / \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$</p>
(c) Bandpass (BP) $T(s) = \frac{a_1 s}{s^2 + s\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$ Center-frequency gain = $\frac{a_1 Q}{\omega_0}$	<p>∞ at ∞</p>	<p>Peak gain: $(a_1 Q / \omega_0)$ $0.707 T_{\max}$ at ω_a and ω_b $\omega_a \omega_b = \omega_0^2$ $\omega_1 \omega_2 = \omega_0^2$ $\omega_1 \omega_2 = \omega_0^2$</p>



Introdução (cont.) Secções Biquadráticas:

Filter Type and T(s)	s-Plane Singularities	T
(d) Notch $T(s) = a_2 \frac{s^2 + \omega_0^2}{s^2 + s\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$ DC gain = High-frequency gain = a_2		
(e) Low-pass notch (LPN) $T(s) = a_2 \frac{s^2 + \omega_n^2}{s^2 + s\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$ $\omega_n \geq \omega_0$ DC gain = $a_2 \frac{\omega_n^2}{\omega_0^2}$ High-frequency gain = a_2		$\omega_{\max} = \omega_0 \sqrt{\frac{\left(\frac{\omega_n^2}{\omega_0^2}\right)\left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right) - 1}{\frac{\omega_n^2}{\omega_0^2} + \frac{1}{2Q^2} - 1}}$
(f) High-pass notch (HPN) $T(s) = a_2 \frac{s^2 + \omega_n^2}{s^2 + s\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$ $\omega_n \leq \omega_0$ DC gain = $a_2 \frac{\omega_n^2}{\omega_0^2}$ High-frequency gain = a_2		$T_{\max} = \frac{ a_2 \left \frac{\omega_n^2 - \omega_{\max}^2}{\omega_0^2} \right }{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_{\max}^2)^2 + \left(\frac{\omega_0}{Q}\right)^2 \omega_{\max}^2}}$



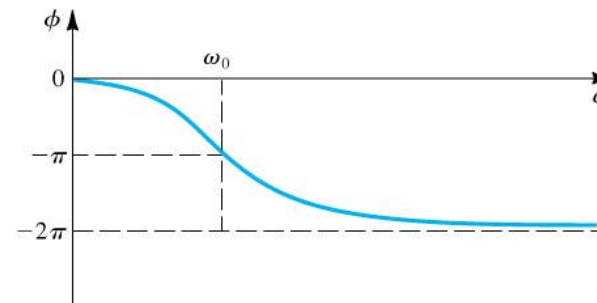
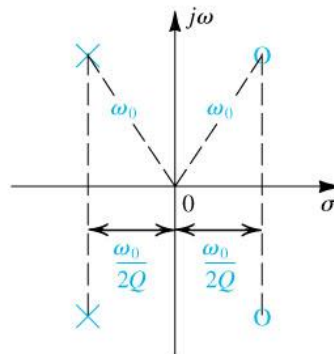
Introdução (cont.)

Secções Biquadráticas:

(g) All pass (AP)

$$T(s) = a_2 \frac{s^2 - s \frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}{s^2 + s \frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$$

Flat gain = a_2



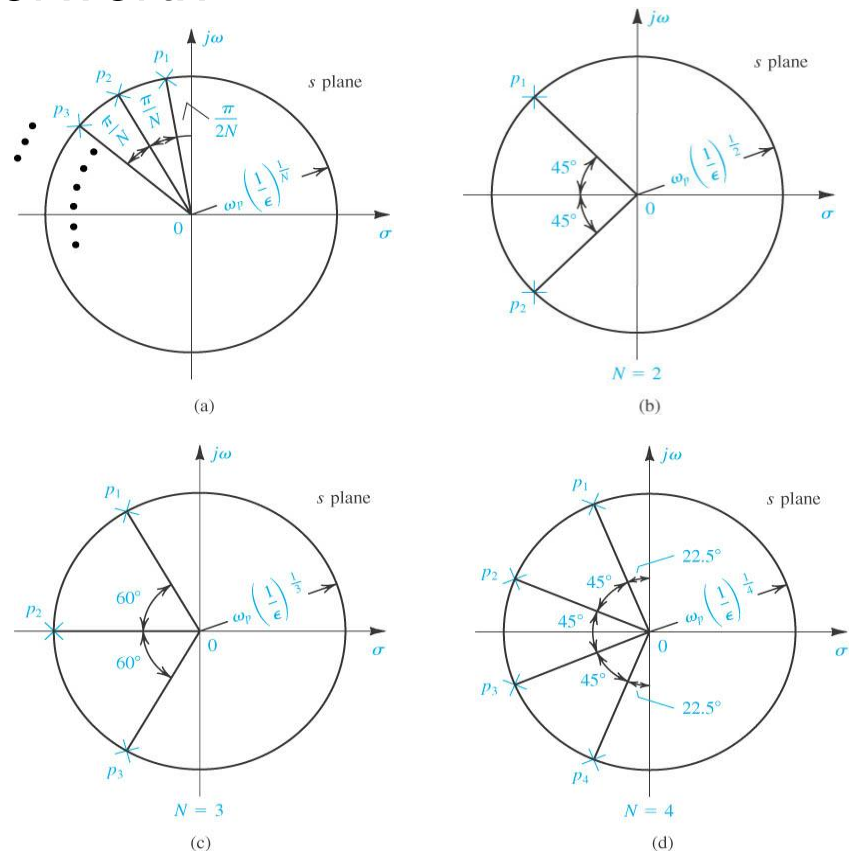
Problema da Aproximação

Aproximação de Butterworth

Localização dos Pólos:

$H(\hat{S})H^*(\hat{S})=|H(\hat{S})|^2$ tem as raízes igualmente distribuídas sobre uma circunferência unitária, com simetria no eixo imaginário. Para $H(\hat{S})$ escolhem-se as raízes que se situam no SPCE (para que o filtro seja estável).

Ordem	$H(\hat{S})$
1	$\hat{S}+1$
2	$1+1,414 \hat{S} + \hat{S}^2$
3	$(\hat{S}+1)(\hat{S}^2 + \hat{S} + 1)$
4	$(\hat{S}^2 + 0,765 \hat{S} + 1)(\hat{S}^2 + 1,848 \hat{S} + 1)$
5	$(\hat{S}+1)(\hat{S}^2 + 0,618 \hat{S} + 1)(\hat{S}^2 + 1,618 \hat{S} + 1)$



Introdução (cont.)

Aproximação de Butterworth

Características:

- Polinomial
- Monotónica
- Maximamente plana na origem

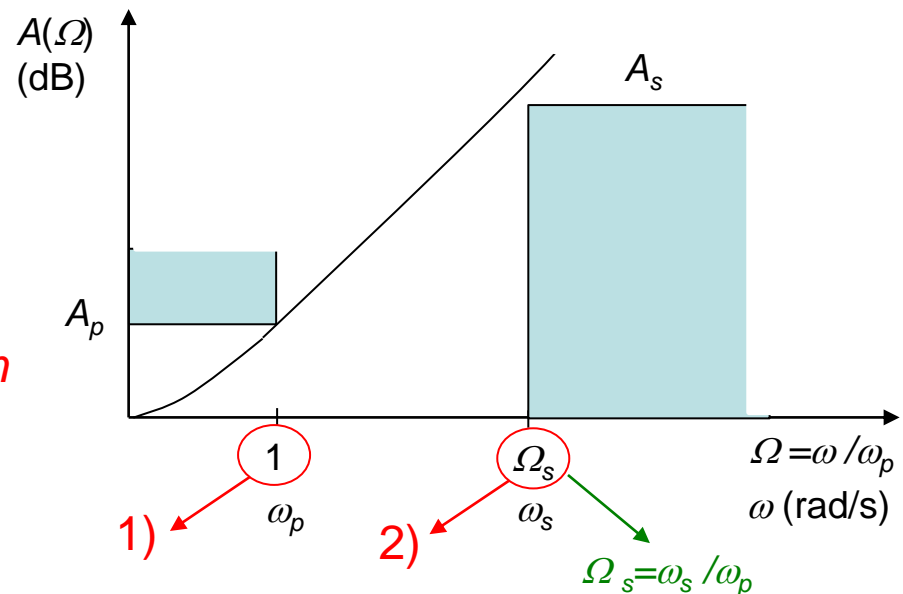
Procedimento:

1) $A(1) = 10 \log(1 + \varepsilon^2) = A_p \rightarrow \varepsilon$

2) $A(\Omega_s) = 10 \log(1 + \varepsilon^2 \Omega_s^{2n}) \geq A_s \rightarrow n$

3) $T(s) = H^{-1}(\hat{S}) \Big|_{\hat{S} = \sqrt[n]{\varepsilon} \frac{s}{\omega_p}}$

$$A(\Omega) = 10 \log(1 + \varepsilon^2 \Omega^{2n})$$



Problema da Aproximação (cont.)

Aproximação de Butterworth

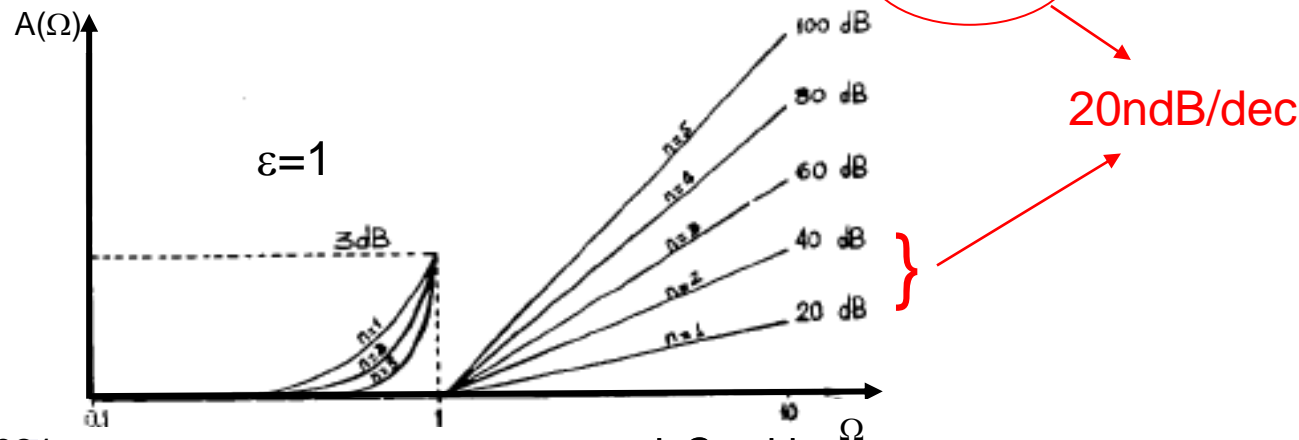
Polinomial e Maximamente Plana:

$$|H(j\Omega)|^2 = 1 + |k(j\Omega)|^2 \quad \text{com} \quad |k(j\Omega)| = \varepsilon\Omega^n$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^k}{\partial \Omega^k} |k(j\Omega)| = \varepsilon n(n-1)\dots(n-k+1)\Omega^{n-k}$$

Atenuação assintótica:

$$\Omega \gg 1 \Rightarrow A(\Omega) \approx 10 \log(\varepsilon\Omega^n)^2 = 20 \log \varepsilon + 20n \log \Omega$$



Problema da Aproximação (cont.)

Aproximação de Chebyshev

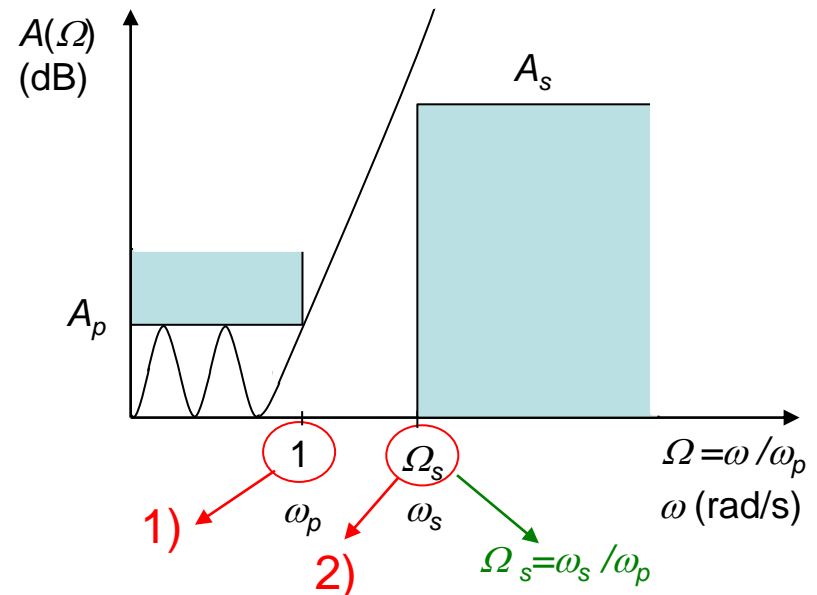
Características:

- Polinomial
- Ondulação na banda de passagem

Procedimento:

- 1) $A(1) = 10 \log(1 + \varepsilon^2) = A_p \rightarrow \varepsilon$
- 2) $A(\Omega_s) = 10 \log[1 + \varepsilon^2 C_n^2(\Omega_s)] \geq A_s \rightarrow n$
- 3) $T(s) = \frac{k}{H(S)} \Big|_{s = \frac{s}{\omega_p}}$

$$A(\Omega) = 10 \log[1 + \varepsilon^2 C_n^2(\Omega)]$$



Problema da Aproximação (cont.)

Aproximação de Chebyshev

Localização dos Pólos:

H(S) tem as suas raízes sobre uma elipse

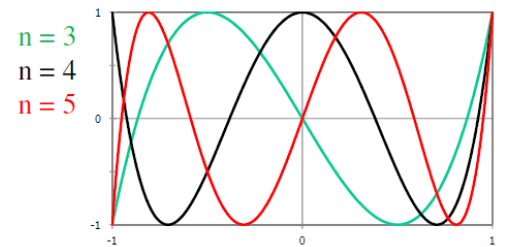
Polinómios de Chebyshev:

$$|\Omega| < 1 \quad C_n(\Omega) = \cos[n \cos^{-1}(\Omega)]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} C_0(\Omega) = 1 \\ C_1(\Omega) = \Omega \\ C_2(\Omega) = 2\Omega^2 - 1 \\ C_3(\Omega) = 4\Omega^3 - 3\Omega \\ C_4(\Omega) = 8\Omega^4 - 8\Omega^2 + 1 \\ C_n(\Omega) = 2\Omega C_{n-1}(\Omega) - C_{n-2}(\Omega), \quad n \geq 2 \end{array} \right.$$

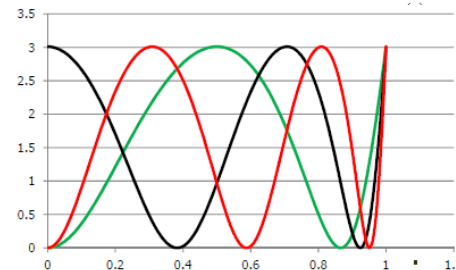
$$|\Omega| > 1 \quad C_n(\Omega) = \cosh[n \cosh^{-1}(\Omega)]$$

polinómios



$\epsilon = 1$

$n = 3$
 $n = 4$
 $n = 5$



$$A(\Omega) = 10 \log[1 + \epsilon^2 C_n^2(\Omega)]$$

Problema da Aproximação (cont.)

Aproximação de Chebyshev

Atenuação assintótica:

$$\Omega \gg 1: A_B(\Omega) \approx 20 \log \varepsilon + 20n \log \Omega$$

$$A_C(\Omega) \approx 20 \log \varepsilon + 20 \log 2^{n-1} \Omega^n$$



$$A_C(\Omega) = A_B(\Omega) + 6(n-1) \text{ dB}$$

▶ $A_p = 0.5 \text{ dB}$

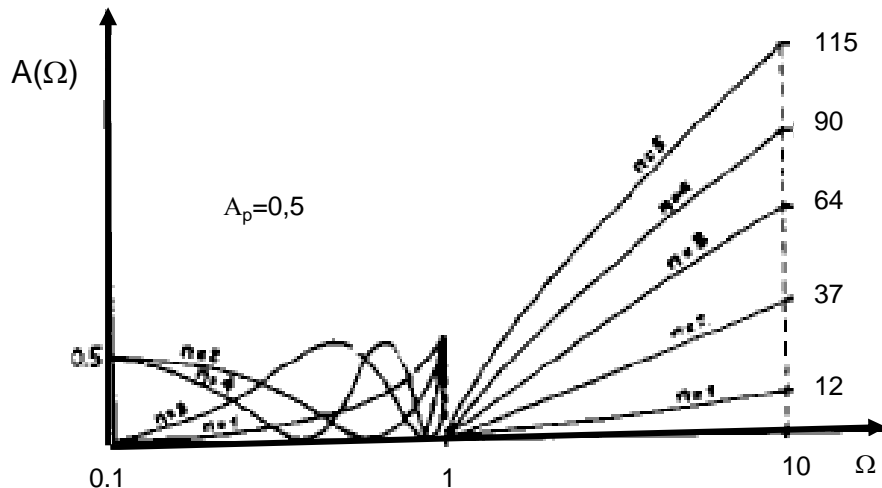
n	K	D(s)
1	2.862775	$(s + 2.862775)$
2	1.431388	$(s^2 + 1.425625 s + 1.516203)$
3	0.715694	$(s^2 + 0.626456 s + 1.142448)(s + 0.626456)$
4	0.357847	$(s^2 + 0.846680 s + 0.356412)(s^2 + 0.350706 s + 1.063519)$
5	0.178923	$(s^2 + 0.586245 s + 0.476767)(s^2 + 0.223926 s + 1.035784)(s + 0.362320)$

▶ $A_p = 1 \text{ dB}$

n	K	D(s)
1	1.965227	$(s + 1.965227)$
2	0.982613	$(s^2 + 1.097734 s + 1.102510)$
3	0.491307	$(s^2 + 0.494171 s + 0.994205)(s + 0.494171)$
4	0.245653	$(s^2 + 0.673739 s + 0.279398)(s^2 + 0.279072 s + 0.986505)$
5	0.122827	$(s^2 + 0.468410 s + 0.429298)(s^2 + 0.178917 s + 0.988315)(s + 0.289493)$

▶ $A_p = 3 \text{ dB}$

n	K	D(s)
1	1.002377	$(s + 1.002377)$
2	0.501189	$(s^2 + 0.644900 s + 0.707948)$
3	0.250594	$(s^2 + 0.298620 s + 0.839174)(s + 0.298620)$
4	0.125297	$(s^2 + 0.411239 s + 0.195980)(s^2 + 0.170341 s + 0.903087)$
5	0.062649	$(s^2 + 0.287250 s + 0.377009)(s^2 + 0.109720 s + 0.936025)(s + 0.177530)$



Problema da Aproximação (cont.)

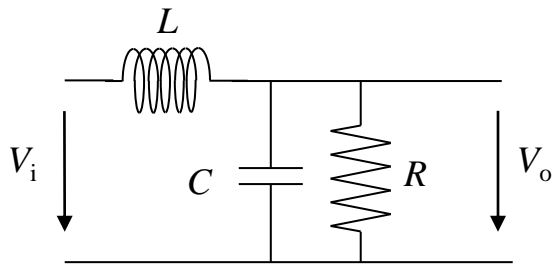
Exp: Pretende-se um filtro de 2ª ordem com $A_p=0,5$ dB e $\omega_p= 300$ rad/s.

Filtro de Butterworth

1) $A(1)=10\log(1+\varepsilon^2)=A_p=0,5 \Rightarrow \varepsilon=0,35$

2) Como é dada a ordem passa-se directamente para 3)

3) $T(s) = H^{-1}(S) \Big|_{\hat{S}=\sqrt{\varepsilon}\frac{s}{\omega_p}}^{\hat{S}} H(\hat{S}) = \hat{S}^2 + 1,414 \hat{S} + 1 \Rightarrow T(s) = \frac{2,574 \times 10^5}{s^2 + 720s + 2,574 \times 10^5}$



$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC}}$$

$$\begin{cases} R=1 \\ L=2,79\text{mH} \\ C=1,39\text{ mF} \end{cases}$$

$Z=Zx\alpha$

Problema da Aproximação (cont.)

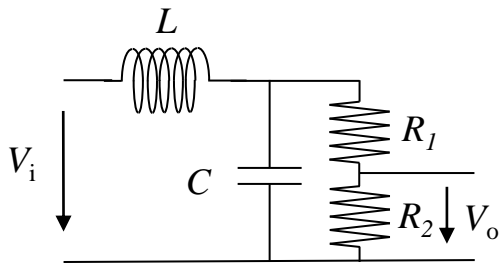
Exp: Pretende-se um filtro de 2ª ordem com $A_p=0,5$ dB e $\omega_p= 300$ rad/s.

Filtro de Chebyshev

1) $A(1)=10\log(1+\varepsilon^2)=A_p=0,5 \Rightarrow \varepsilon=0,35$

2) Como é dada a ordem passa-se directamente para 3)

$$3) T(s) = \frac{k}{H(S)} \Bigg|_{s=\frac{s}{\omega_p}} T(s) = \frac{1,43}{S^2 + 1,426S + 1,52} \Bigg|_{s=\frac{s}{\omega_p}} T(s) = \frac{1,287 \times 10^5}{s^2 + 4,278 \times 10^2 s + 1,368 \times 10^5}$$



$$k' = R_2 / (R_1 + R_2)$$

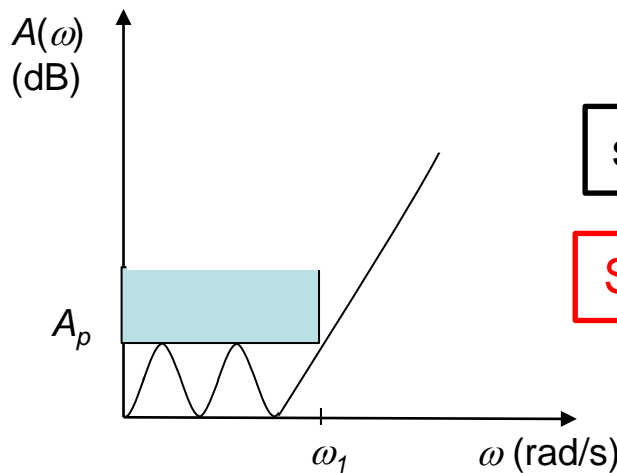
$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{k' \frac{1}{LC}}{s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} R = R_1 + R_2 = 1 \\ L = 3,1 \text{ mH} \\ C = 2,3 \text{ mF} \\ k' = 0,94 \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} R_2 = 0,94 \\ R_1 = 0,06 \end{array} \right.$$

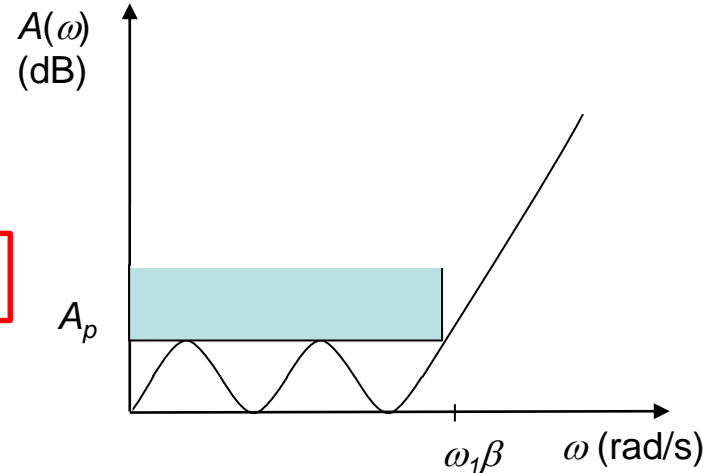
$$Z = Z \times \alpha$$

Transformações de Frequência

Translação na Frequência (LP-LP)



$S = s/\omega_p$



Circuitos RLC

$$\begin{cases} T(s) = T(R, sL, 1/sC) \\ T(s/\beta) = T[R, s(L/\beta), 1/s(C/\beta)] \end{cases}$$

$$\begin{matrix} \xrightarrow{\text{green}} \begin{cases} R \rightarrow R \\ L \rightarrow L/\beta \\ C \rightarrow C/\beta \end{cases} \xrightarrow{\text{green}} \begin{cases} Z \rightarrow \alpha Z \\ R \rightarrow \alpha R \\ L \rightarrow \alpha L/\beta \\ C \rightarrow C/\alpha\beta \end{cases} \end{matrix}$$

Circuitos RC-activos

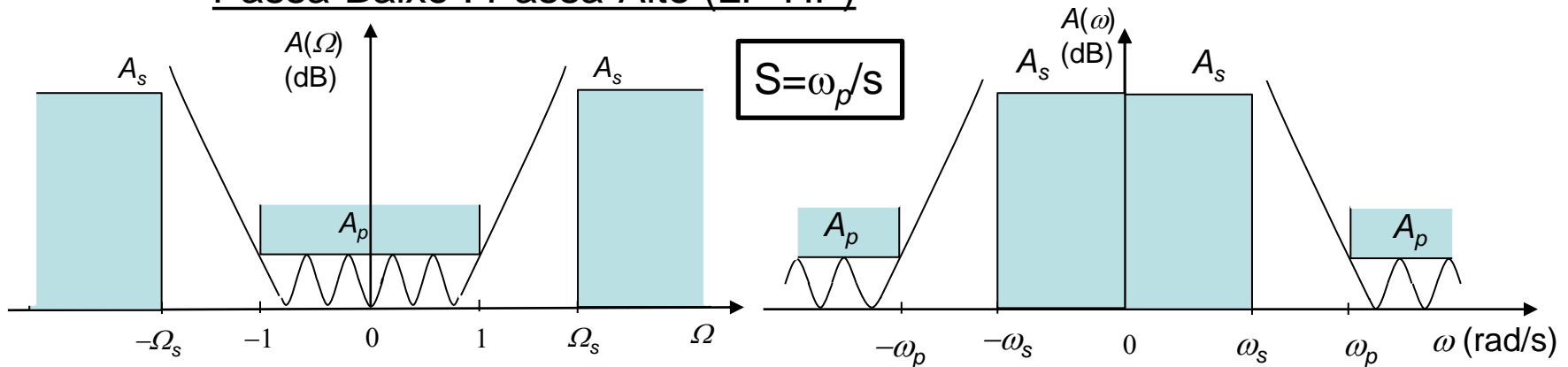
$$\begin{cases} T(s) = T(R, 1/sC) \\ T(s/\beta) = T[R, 1/s(C/\beta)] \end{cases}$$

$$\begin{matrix} \xrightarrow{\text{green}} \begin{cases} R \rightarrow R \\ C \rightarrow C/\beta \end{cases} \xrightarrow{\text{green}} \begin{cases} Z \rightarrow Z/\beta \\ R \rightarrow R/\beta \\ C \rightarrow C \end{cases} \end{matrix}$$



Transformações de Frequência (cont.)

Passa-Baixo : Passa-Alto (LP-HP)



Especificações HP \rightarrow Especificações LP_N \rightarrow $H_{LP}(S)$ \rightarrow $T_{HP}(s)$

$$\Omega_s = \omega_p / \omega_s$$

Circuitos RLC:

LP	HP
R	R
SL	$\frac{\omega_p}{s} L = \frac{1}{sC'}$, $C' = \frac{1}{\omega_p L}$
$\frac{1}{SC}$	$\frac{1}{\frac{\omega_p}{s} C} = sL'$, $L' = \frac{1}{\omega_p C}$

Circuitos RC-ativos:

LP	HP
R	R
$\frac{1}{SC}$	$\frac{1}{\frac{\omega_p}{s} C} = sL'$

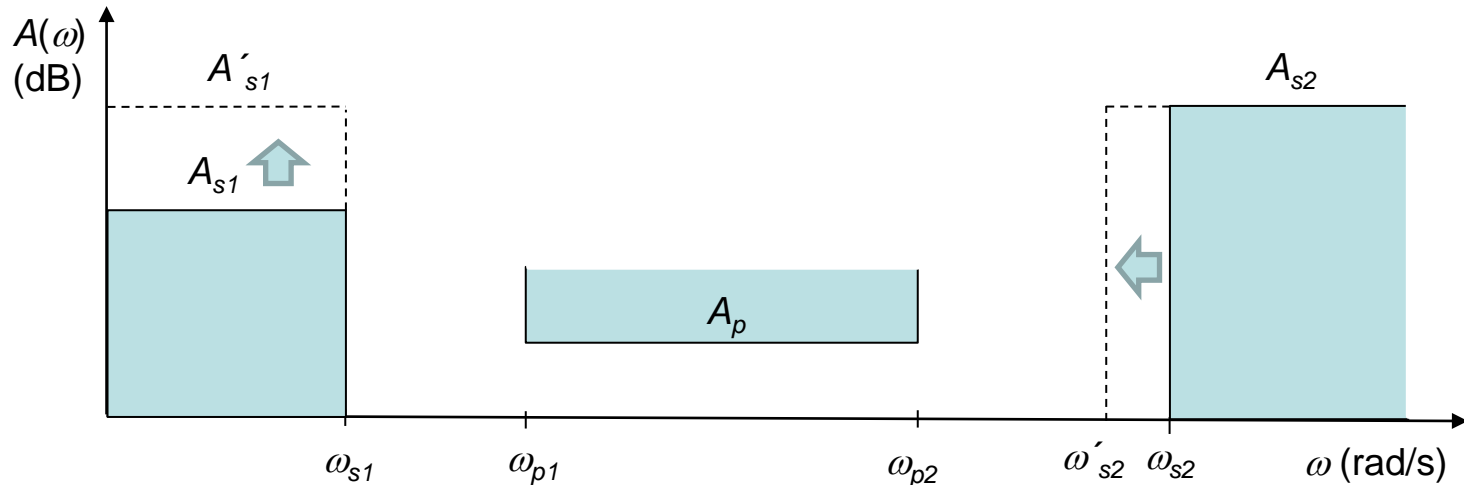
$Z = Z/(\alpha s)$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{R}{\alpha s} = \frac{1}{sC'} , C' = \frac{\alpha}{R} \\ \frac{1}{\alpha \omega_p C} = R' , R' = \frac{1}{\alpha \omega_p C} \end{array} \right.$$

Transformações de Frequência (cont.)

Passa-Baixo : Passa-Banda (LP-BP)

- Filtros simétricos: simetria geométrica $\Rightarrow \omega_0^2 = \omega_{p1}\omega_{p2}$
- Especificações devem ser simétricas: $A_{s1} = A_{s2}$ e $\omega_{s1}\omega_{s2} = \omega_0^2$
- Reduzir ao pior caso (banda de transição mais estreita:



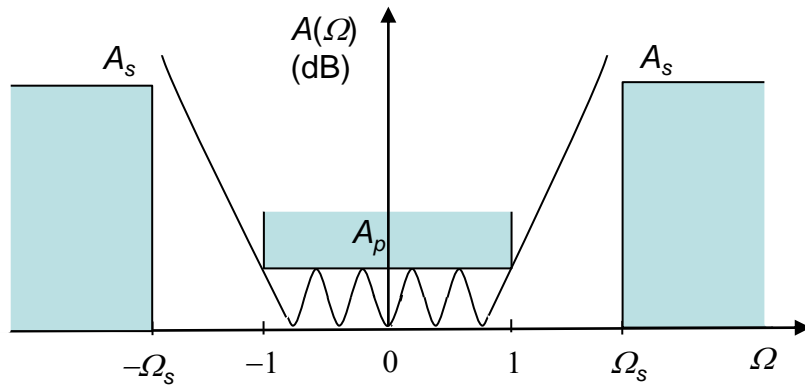
No final: $\omega_0^2 = \omega_{p1}\omega_{p2} = \omega_{s1}\omega'_{s2}$ e $A'_{s1} = A_{s2}$



EG – Filtros Activos

Transformações de Frequência (cont.)

Passa-Baixo : Passa-Banda (LP-BP)

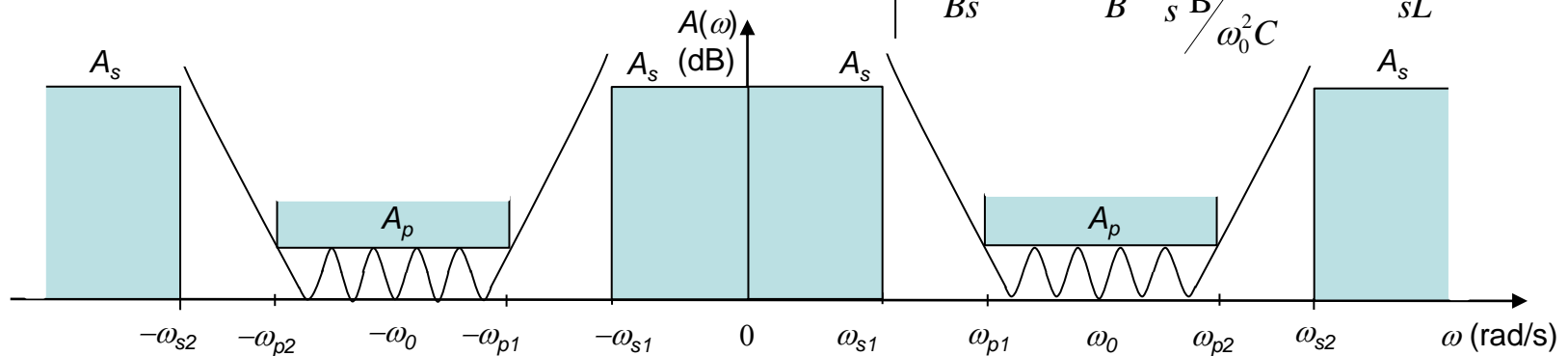


$$S = \frac{s^2 + \omega_0^2}{Bs}$$

$$\Omega_s = \frac{\omega_{s2} - \omega_{s1}}{\omega_{p2} - \omega_{p1}}$$

$$B = \omega_{p2} - \omega_{p1}$$

LP	HP
R	R
SL	$\frac{s^2 + \omega_0^2}{Bs} L = s \frac{L}{B} + \frac{1}{s \frac{B}{\omega_0^2 L}} = sL' + \frac{1}{sC'}$
SC	$\frac{s^2 + \omega_0^2}{Bs} C = s \frac{C}{B} + \frac{1}{s \frac{B}{\omega_0^2 C}} = sC' + \frac{1}{sL'}$





EG – Filtros Activos

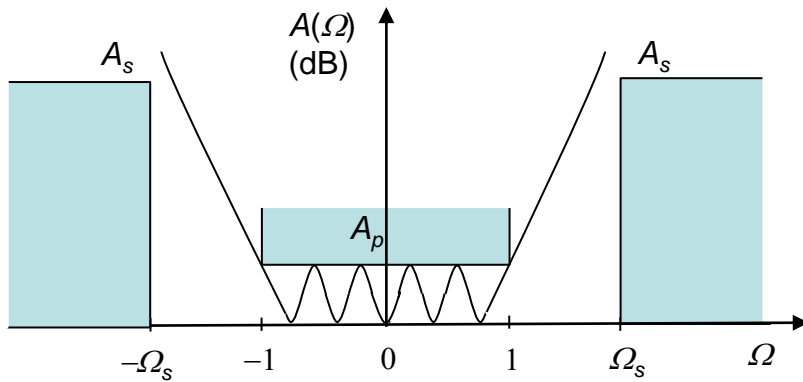
Transformações de Frequência (cont.)

Passa-Baixo : Rejeita-Banda (LP-BR)

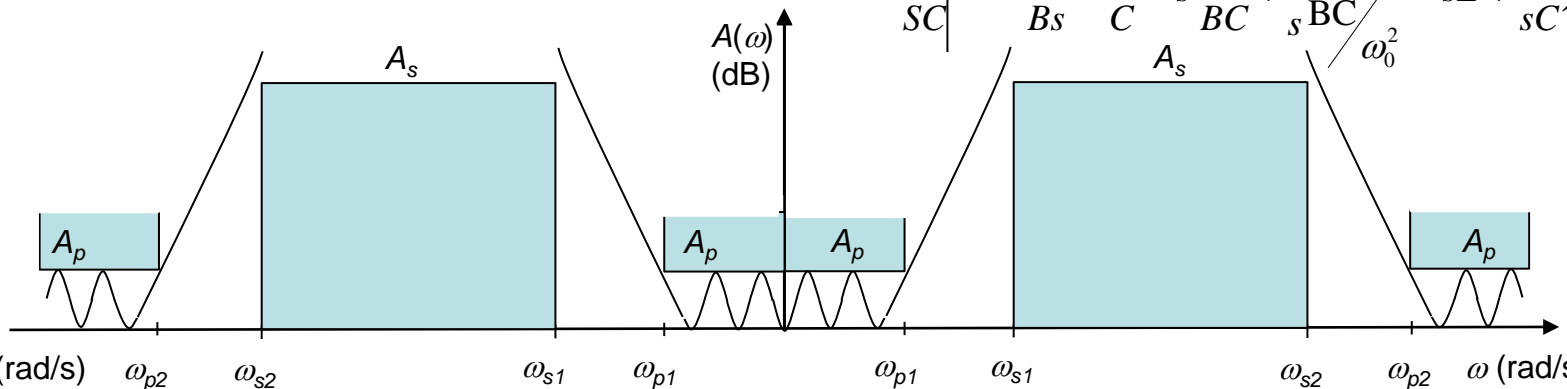
$$S = \frac{Bs}{s^2 + \omega_0^2}$$

$$\Omega_s = \frac{\omega_{p2} - \omega_{p1}}{\omega_{s2} - \omega_{s1}}$$

$$B = \omega_{p2} - \omega_{p1}$$



LP	HP
R	R
$\frac{1}{SL}$	$\frac{s^2 + \omega_0^2}{Bs} \frac{1}{L} = s \frac{1}{BL} + \frac{1}{sBL} \frac{1}{\omega_0^2} = sC' + \frac{1}{sL'}$
$\frac{1}{SC}$	$\frac{s^2 + \omega_0^2}{Bs} \frac{1}{C} = s \frac{1}{BC} + \frac{1}{sBC} \frac{1}{\omega_0^2} = sL' + \frac{1}{sC'}$





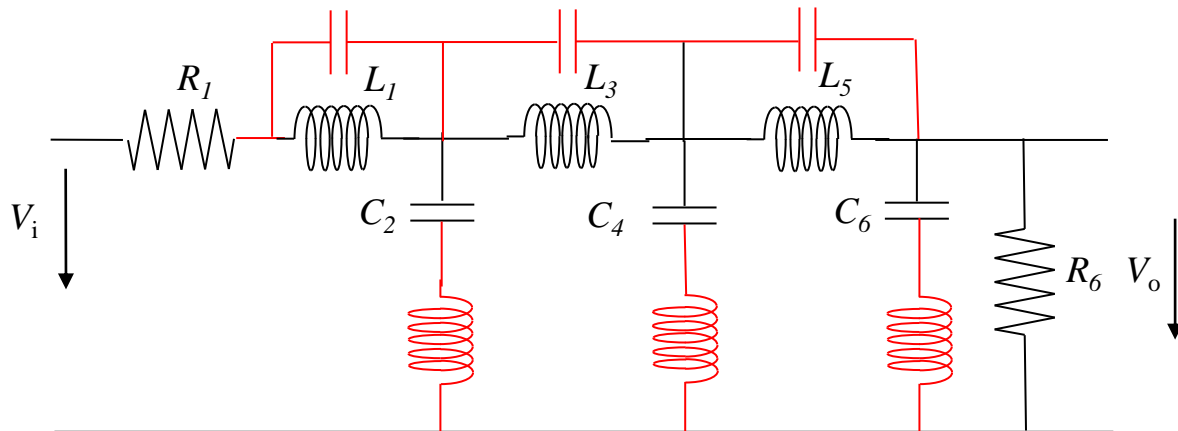
Realização de Filtros

- Filtros passivos (RLC) – mais usados em energia ou como protótipos
- Filtros RC-Activos – usados em tecnologia híbrida ou VLSI (MHz)
- Filtros digitais – usados em VLSI e baixas/médias frequências
- Filtros com condensadores comutados (sem resistências, VLSI, MHz)
- Filtros de transcondutância (OTA) (VLSI, sem resistências, poucos GHz)
- Filtros electromecânicos (100 kHz a 100 MHz), MEMs (<30 GHz)
- Filtros de onda acústica superficial (SAW) (poucos GHz), BAW (bulk)
- Filtros de micro-ondas – cavidades ressonantes (200 MHz – 100 GHz), microstrip lines (<1 GHz)

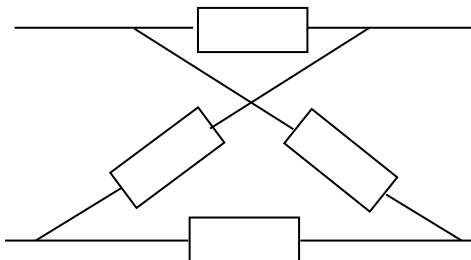
Realização de Filtros (cont.)

Filtros Passivos LC em escada (ladder) duplamente terminados

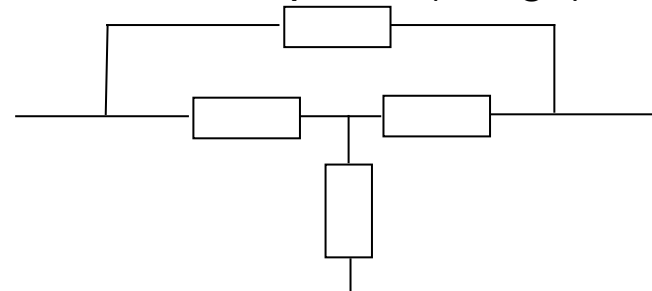
Exp: LP



Filtro em grade (lattice)



Filtro em ponte (bridge)





Realização de Filtros (cont.)

Desenho de Filtros RC-Activos

- Por simulação (directa ou operacional) dos melhores filtros passivos – Filtros LC em escada duplamente terminados.

Exemplo de simulação directa: Generalized Immittance Converter (GIC)

- Por cadeia de secções biquadráticas (com 1 ou mais ampops).

Exemplo de secções biquadráticas com 1 ampop: Sallen&Key, Rauch.

Exemplo de secções biquadráticas com mais ampops: TIL



Realização de Filtros (cont.)

Critério de avaliação dos filtros: Índice de Sensibilidade Relativa

$$S_x^Y = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta Y / Y}{\Delta x / x} = \frac{x}{Y} \frac{\partial Y}{\partial x} \quad \Rightarrow \quad S_{x_i}^{|T|} = \frac{x_i}{|T|} \frac{\partial |T|}{\partial x_i}$$

Simplemente terminados: 2 a 20.
Duplamente terminados: 0,2 a 2.

Sensibilidades mais baixas:

1º Filtros LC em escada duplamente terminados

2º Filtros com malhas (loops) encaixados

3º Secções biquadráticas



Realização de Filtros (cont.)

Secções Biquadráticas em Cadeia

$$B_i(s) = \frac{s^2 + \frac{\omega_{zi}}{Q_{zi}}s + \omega_{zi}^2}{s^2 + \frac{\omega_{pi}}{Q_{pi}}s + \omega_{pi}^2}$$

Organizar a associação de pólos e zeros por forma a que ao longo da cadeia de secções não haja, na banda passante, nem sinais muito grandes (saturação dos ampops) nem muito pequenos (má relação sinal/ruído).

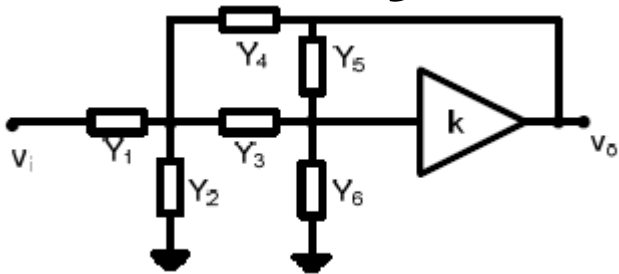
Sec. Biq. com 1 ampop:

- Baixo consumo
- Menos componentes (simples=barato)
- Sensibilidades médias
- $Q < 10$, $f_p < G \times LB / 100$

Sec. Biq. com mais de 1 ampop:

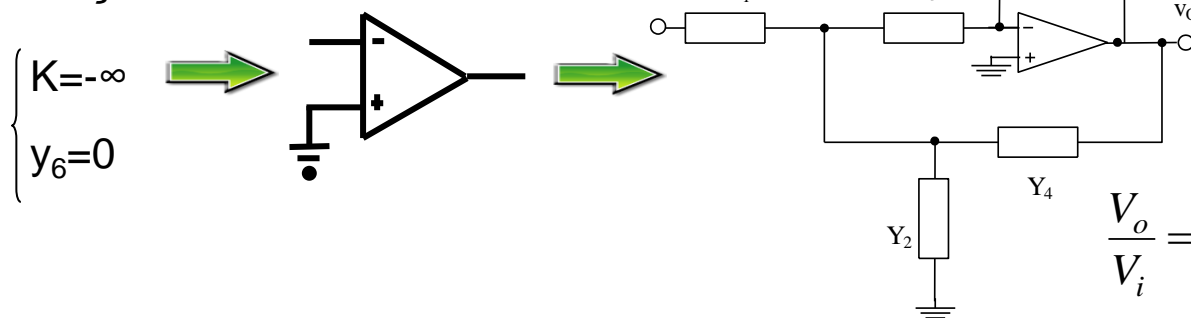
- Sensibilidades menores
- Q maiores, $f_p < G \times LB / 50$
- Ajuste independente dos parâmetros
- Vários tipos de filtro no mesmo circuito
- Maior consumo
- Mais componentes

Realização de Filtros (cont.)



$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{kY_1Y_3}{(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4)[Y_5(1-k) + Y_3 + Y_6] - Y_3(Y_3 + kY_4)}$$

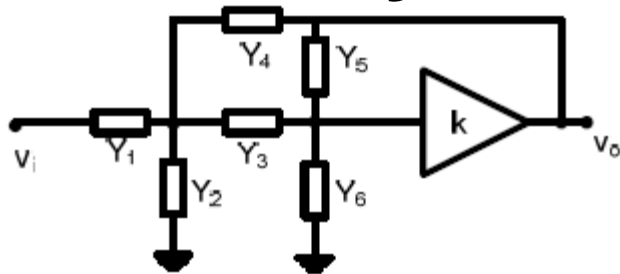
Secção de Rauch



$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{-Y_1Y_3}{(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4).Y_5 + Y_3.Y_4}$$

Tipo de filtro	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5
Passa-baixo	$1/R_1$	$s.C_2$	$1/R_3$	$1/R_4$	$s.C_5$
Passa-alto	$s.C_1$	$1/R_2$	$s.C_3$	$s.C_4$	$1/R_5$
Passa-banda	$1/R_1$	$1/R_2$	$s.C_3$	$s.C_4$	$1/R_5$

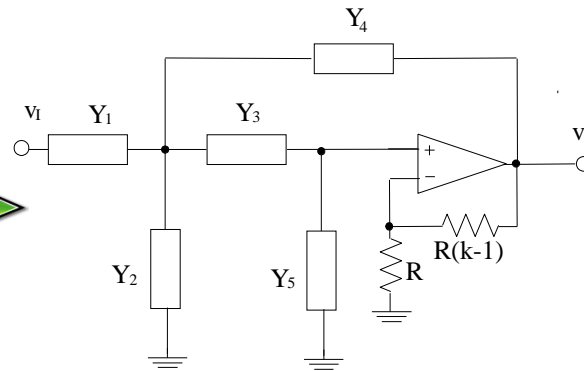
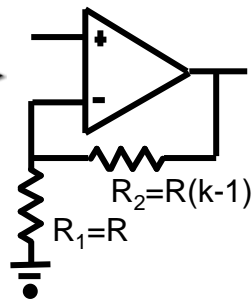
Realização de Filtros (cont.)



$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{kY_1Y_3}{(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4)[Y_5(1-k) + Y_3 + Y_6] - Y_3(Y_3 + kY_4)}$$

Secção de Sallen & Key

$k > 0$ e finito
 $y_5 = 0$



$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{kY_1Y_3}{(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4).Y_5 + (Y_1 + Y_2).Y_3 + (1-k)Y_3Y_4}$$

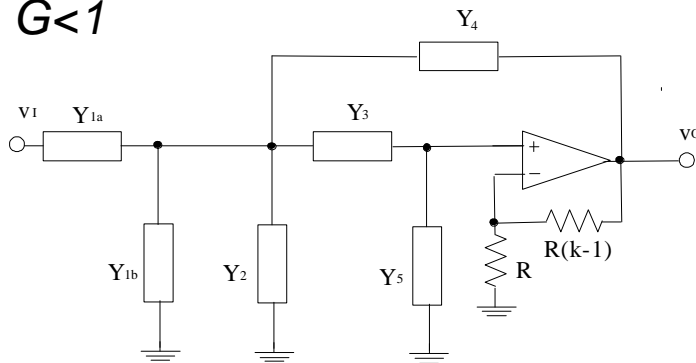
Tipo de filtro	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5
Passa-baixo	$1/R_1$	0	$1/R_3$	sC_4	$s.C_5$
Passa-alto	sC_1	0	$s.C_3$	$1/R_4$	$1/R_5$
Passa-banda	$1/R_1$	$s.C_2$	$s.C_3$	$1/R_4$	$1/R_5$

Realização de Filtros (cont.)

Alteração da constante de ganho

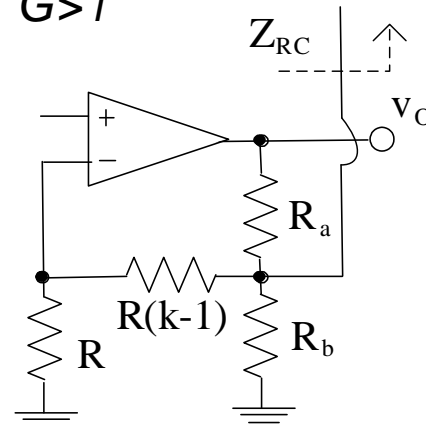
$$\frac{V_o}{V_i} = G \frac{kY_1Y_3}{(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) \cdot Y_5 + (Y_1 + Y_2) \cdot Y_3 + (1 - k)Y_3Y_4}$$

$G < 1$



$$\begin{cases} Z_{1a} // Z_{1b} = Z_1 \\ \frac{Z_{1b}}{Z_{1a} + Z_{1b}} = G \end{cases}$$

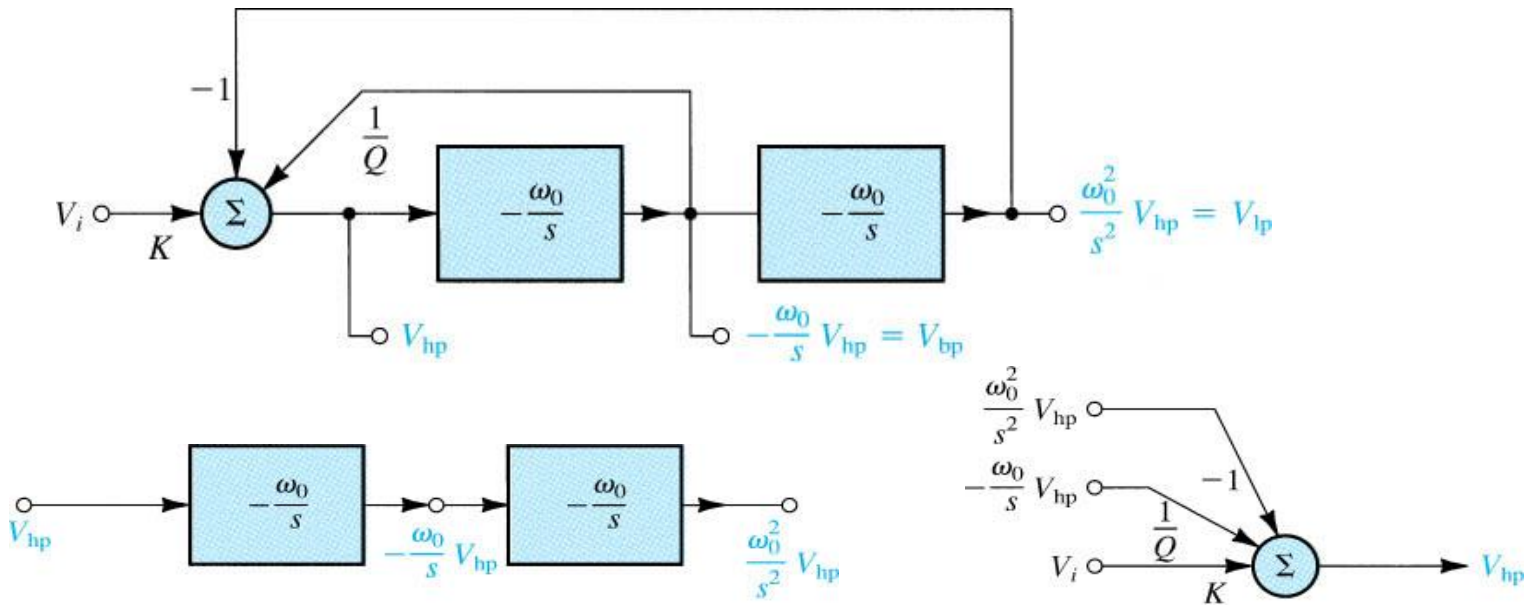
$G > 1$



$$\begin{cases} R_a // R_b \ll Z_4 \\ R_b \ll R_1 + R_2 \end{cases} \Rightarrow G \approx 1 + \frac{R_a}{R_b}$$

Realização de Filtros (cont.)

TIL – Two Integrator in Loop



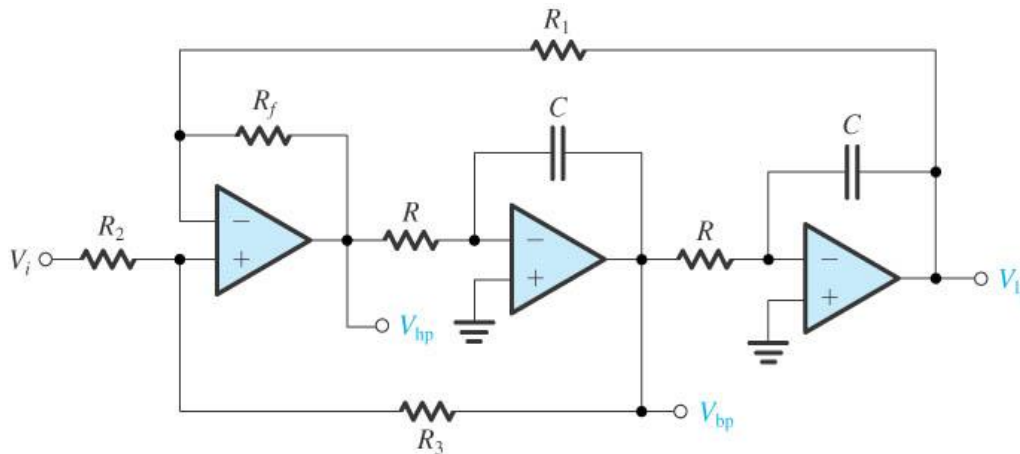
$$T_{HP}(s) = \frac{ks^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}$$

$$T_{BP}(s) = -\frac{\omega_0 ks}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}$$

$$T_{LP}(s) = \frac{k\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}$$

Realização de Filtros (cont.)

KHN: Kervin-Huelsman-Newcomb

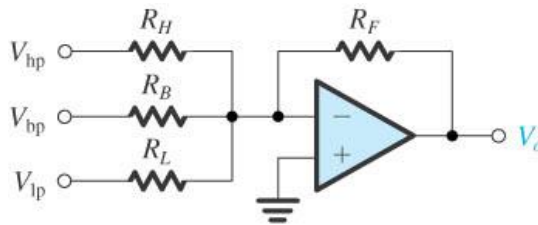


Equações de Dimensionamento

$$\frac{R_f}{R_1} = 1 \quad \frac{R_3}{R_2} = 2Q - 1 \quad k = \frac{2R_3}{R_2 + R_3}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

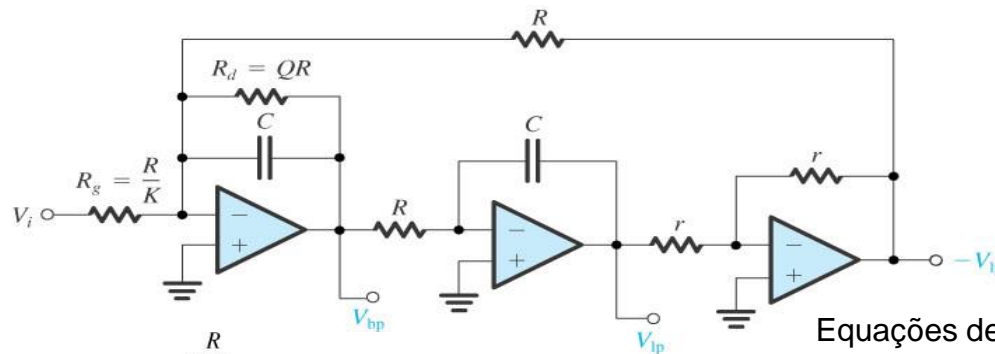
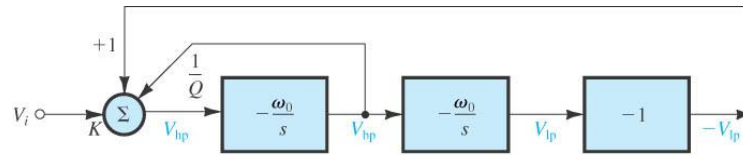
Para obter zeros de transmissão:



$$\frac{V_o}{V_i}(s) = -k \frac{\frac{R_f}{R_H} s^2 - \frac{R_f}{R_B} \omega_0 s + \frac{R_f}{R_L} \omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}$$

Realização de Filtros (cont.)

Tow-Thomas

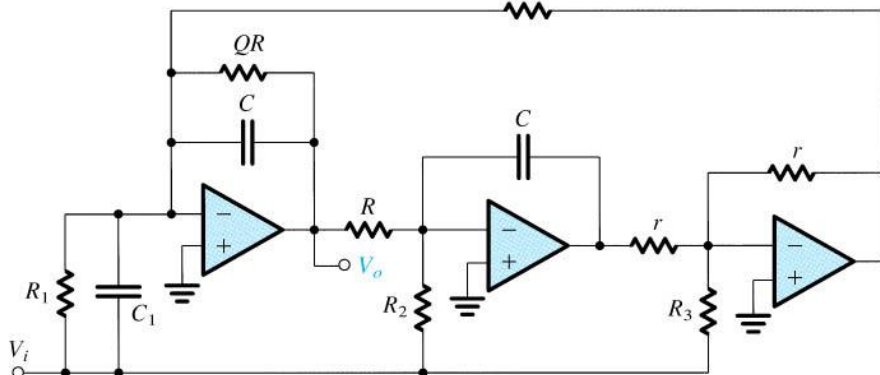


Equações de Dimensionamento

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

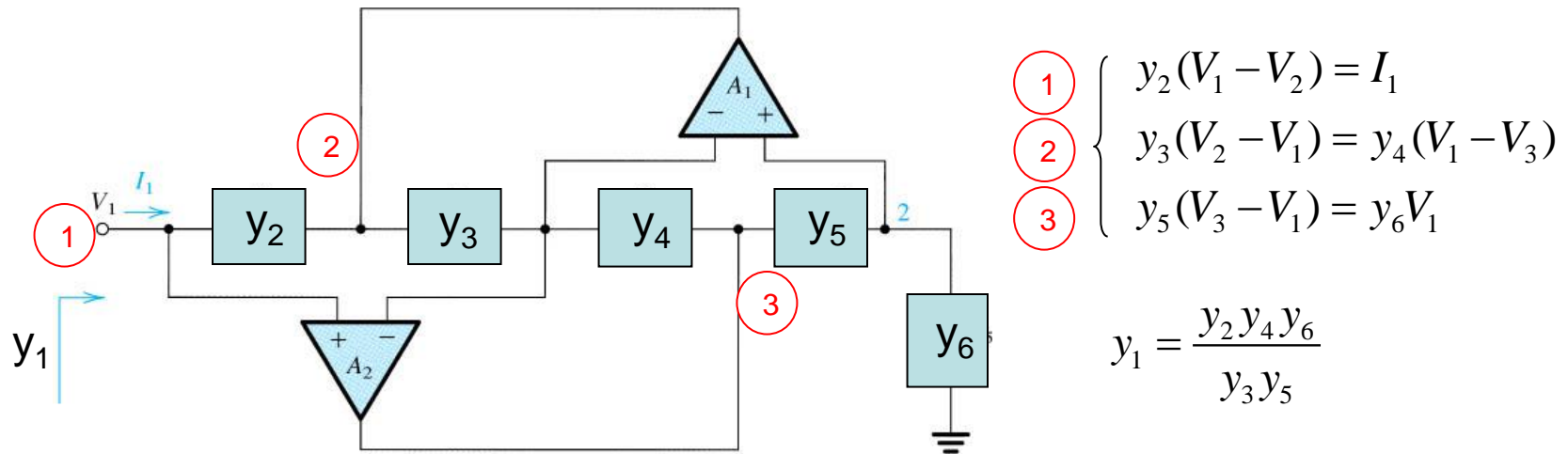
$$C_1 = AC, R_1 = R/B, R_2 = R/E, R_3 = R/D$$

$$\frac{V_o}{V_i}(s) = -\frac{As^2 - \omega_0(B-D)s + E\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}$$



Realização de Filtros (cont.)

Simulação Directa - Generalized Imittance Converter (GIC)



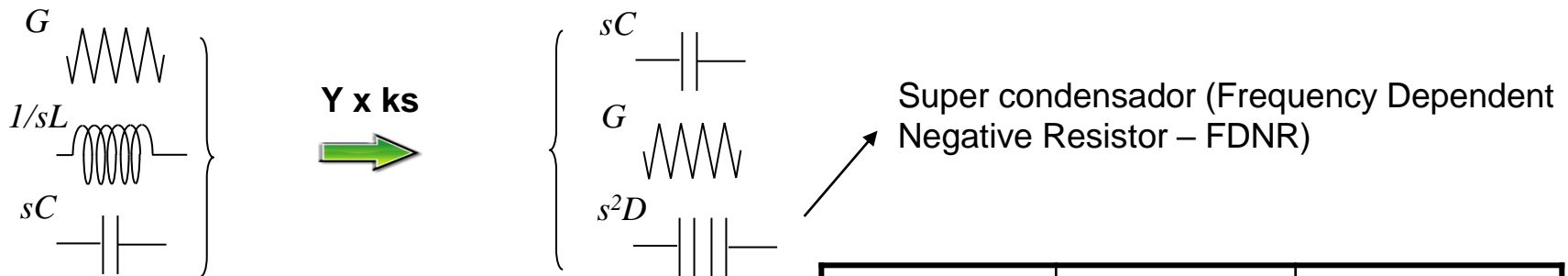
Bobine à massa: $Y_L=1/sL$ ➡ Condensadores em 3 ou 5. O resto resistências.

Bobine flutuante: 2 GICs, um de cada lado! Não é razoável. ➡ Método de Bruton

Realização de Filtros (cont.)

Método de Bruton (conversão de impedâncias)

Se multiplicarmos todas as impedâncias de um circuito pelo mesmo factor, a função de transferência não se altera (pois é função homogénia de grau zero).

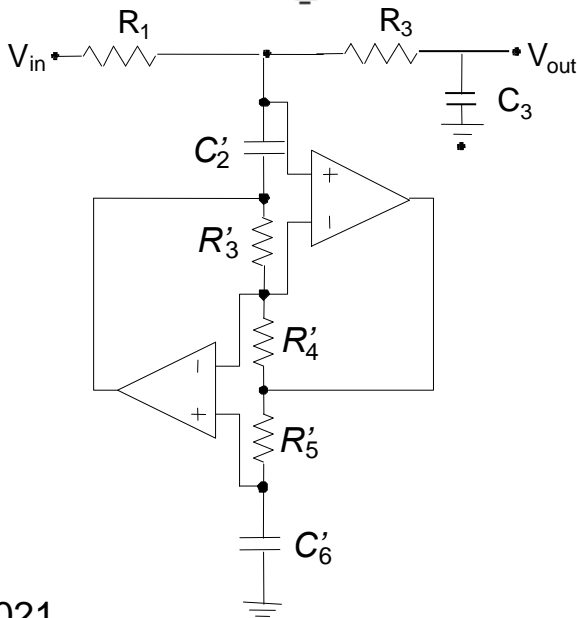
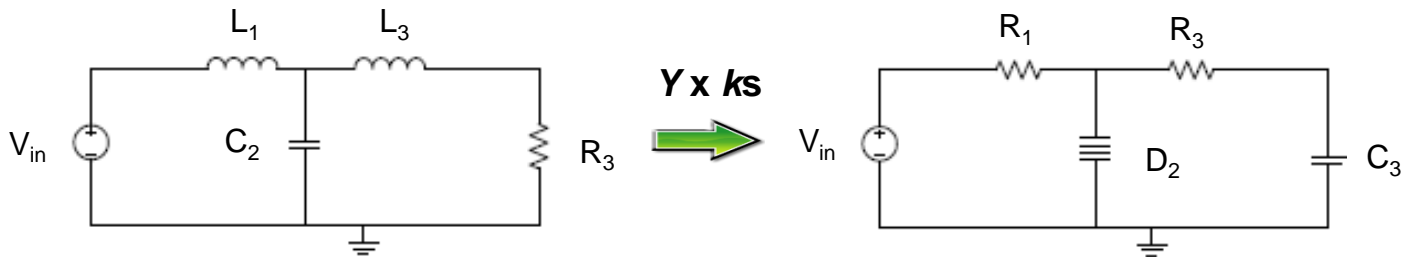


Os super condensadores à massa simulam-se usando GICs com 2 condensadores distribuídos por 2, 4, ou 6. Mas os ampops não são ideais! Têm $G \times LB$ finito. Então não é indiferente a escolha da localização dos condensadores.

Elemento a simular	Localização	Condição de compensação
Bobine	C_5 C_3	$G_3 = G_4$ $B_1 G_6 = B_2 G_5$
Super-condensador	C_2, C_6 C_2, C_4 C_4, C_6	$G_3 = G_4$ $B_1 G_6 = B_2 G_5$ impossível

Realização de Filtros (cont.)

Exemplo: Filtro passa-baixo de 3ª ordem

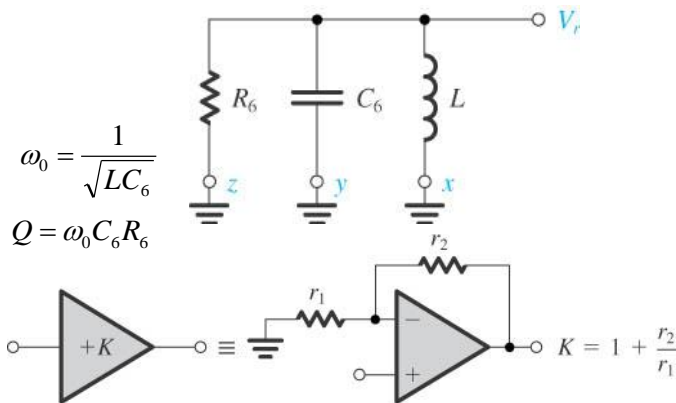


Equações de dimensionamento

$$\left\{ \begin{array}{l} G_1 = \frac{k}{L_1} \\ G_3 = \frac{k}{L_3} \\ C_3 = \frac{k}{R_3} \\ D_2 = kC_2 = \frac{C'_2 G'_4 C'_6}{G'_3 G'_5} \end{array} \right.$$

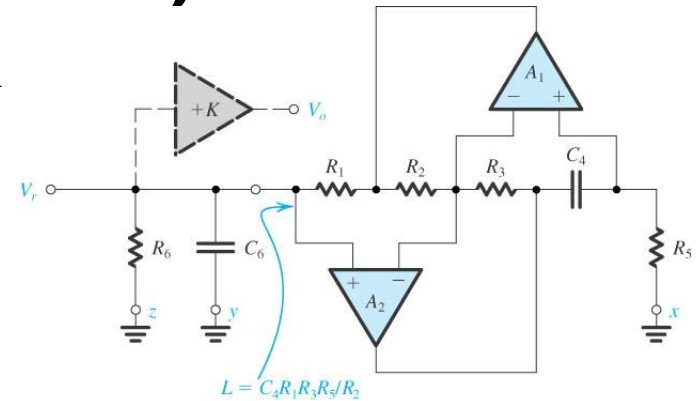
$C'_2 = C'_6$ e $R'_3 = R'_4 = R'_5$ se possível

Realização de Filtros (cont.)

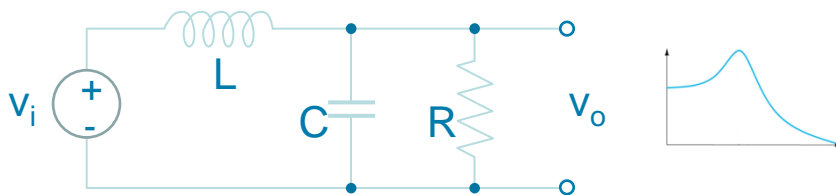


$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{C_4 C_6 R_1 R_3 R_5 / R_2}}$$

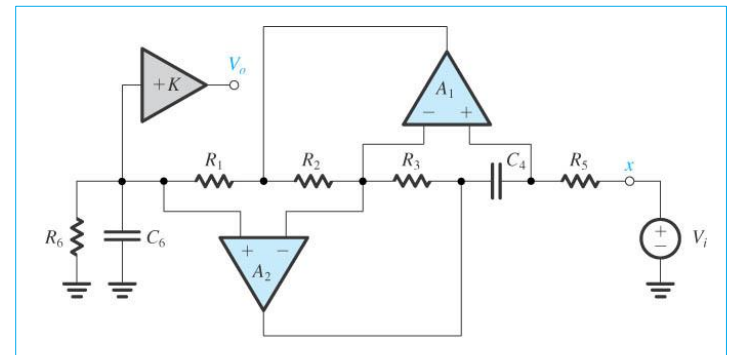
$$Q = R_6 \sqrt{\frac{C_6}{C_4} \frac{R_2}{R_1 R_3 R_5}}$$



Passa-baixo



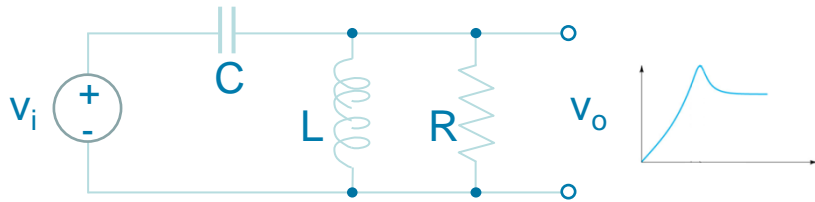
$$\frac{v_o}{v_i} = \frac{Z_R // Z_C}{Z_L + Z_R // Z_C} = \frac{\frac{R/sC}{R + 1/sC}}{sL + \frac{R/sC}{R + 1/sC}} = \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + \frac{1}{CR}s + \frac{1}{LC}}$$



$$\frac{v_o}{v_i} = \frac{K \frac{1}{L_{eq} C_6}}{s^2 + \frac{1}{C_6 R_6} s + \frac{1}{L_{eq} C_6}} \quad \text{com} \quad L_{eq} = \frac{R_1 R_3 R_5 C_4}{R_2}$$

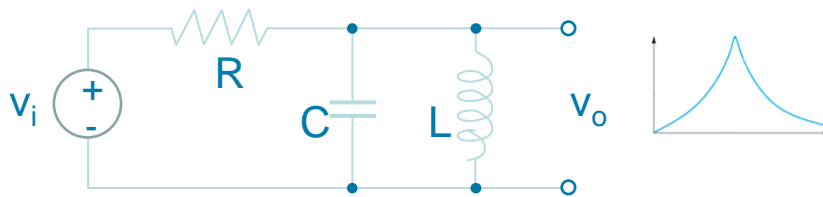
Realização de Filtros (cont.)

Passa-alto

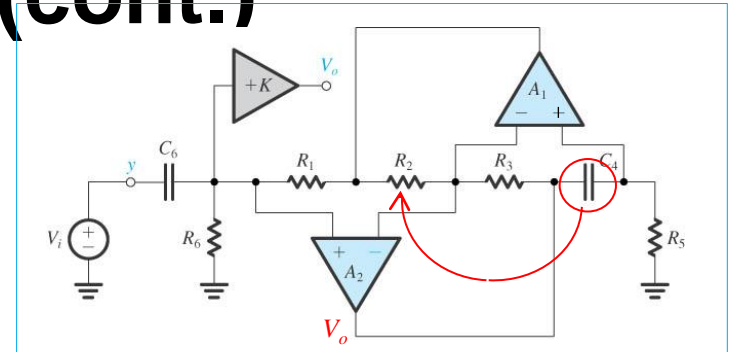


$$\frac{v_o}{v_i} = \frac{Z_R // Z_L}{Z_C + Z_R // Z_L} = \frac{\frac{sLR}{R+sL}}{\frac{1}{sC} + \frac{sLR}{R+sL}} = \frac{s^2}{s^2 + \frac{1}{CR}s + \frac{1}{LC}}$$

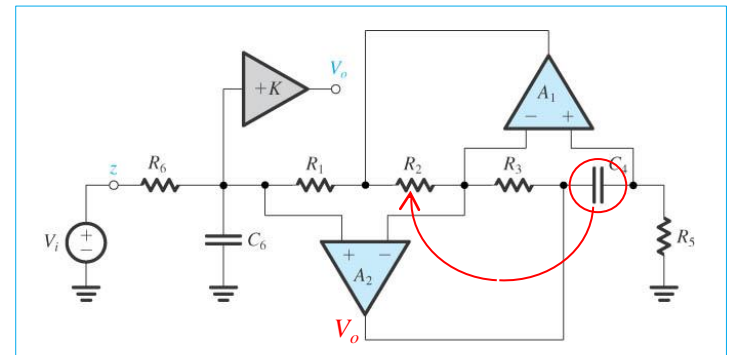
Passa-banda



$$\frac{v_o}{v_i} = \frac{Z_L // Z_C}{Z_R + Z_L // Z_C} = \frac{\frac{sL/sC}{sL+1/sC}}{R + \frac{sL/sC}{sL+1/sC}} = \frac{\frac{1}{CR}s}{s^2 + \frac{1}{CR}s + \frac{1}{LC}}$$



$$\frac{v_o}{v_s} = \frac{Ks^2}{s^2 + \frac{1}{C_6R_6}s + \frac{1}{L_{eq}C_6}} \quad \text{com} \quad L_{eq} = \frac{R_1R_3R_5C_4}{R_2}$$



$$\frac{v_o}{v_s} = \frac{K \frac{1}{C_6R_6} s}{s^2 + \frac{1}{C_6R_6}s + \frac{1}{L_{eq}C_6}} \quad \text{com} \quad L_{eq} = \frac{R_1R_3R_5C_4}{R_2}$$