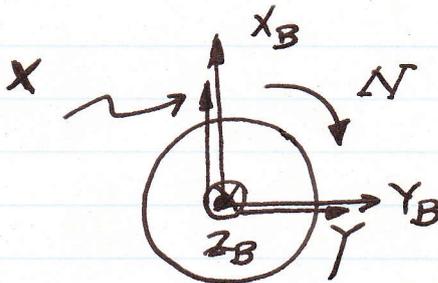
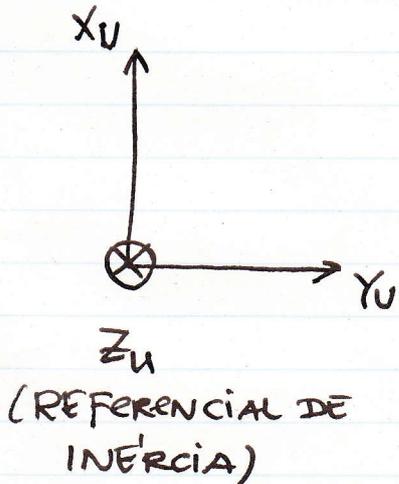


Problema 5 - Resolução

P 5.1



X - força segundo X_B
 Y - força segundo Y_B
 N - binário em torno de Z_B

— EQUAÇÕES DA DINÂMICA DO CORPO RÍGIDO

$$\begin{aligned} (1) \quad X &= m(\dot{U} - rV) & ; \quad m - \text{massa} \\ (2) \quad Y &= m(\dot{V} + rU) & ; \quad I - \text{momento} \\ (3) \quad N &= I\dot{r} & \text{de inércia} \end{aligned}$$

U - velocidade inercial linear do corpo segundo X_B

V - idem, segundo Y_B

r - velocidade de rotação angular

Neste caso, $X=Y=N=0$ (corpo não actuado)

• De (3) $\Rightarrow I\dot{r}=0 \Rightarrow \dot{r}=0 \Rightarrow r(t) = c^{te} = r(0) = 1 \text{ rad s}^{-1}$

• De (1) e (2),

$$\begin{aligned} \dot{U} - rV &= 0 \\ \dot{V} + rU &= 0 \end{aligned} \quad \Bigg| \quad r=r(0) \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} \dot{U} &= V \\ \dot{V} &= -U \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \ddot{u} = \dot{v} = -u \Rightarrow \boxed{\ddot{u} + u = 0}; u(0) = 1 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{SOLUÇÃO: } \boxed{u(t) = \cos t, t \geq 0}$$

$$\Rightarrow \boxed{v = \dot{u} = -\sin t, t \geq 0}$$

$$\text{RESUMINDO A RESPOSTA: } \begin{bmatrix} u(t) \\ v(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos t \\ -\sin t \end{bmatrix}$$

(vector velocidade inercial linear EXPRESSO no referencial $\{B\}$ do corpo).

P 5.2

Esta questão equivale a perguntar: como é o vector velocidade linear visto por um observador em $\{U\}$?

- Utilizar a matriz de ROTACÃO ${}^U R_B$ de $\{B\}$, para $\{U\}$.

Lembrar: Dado um vector ${}^B g$ em $\{B\}$, o mesmo vector tem a representação

$${}^U g = {}^U R_B {}^B g \text{ em } \{U\}$$

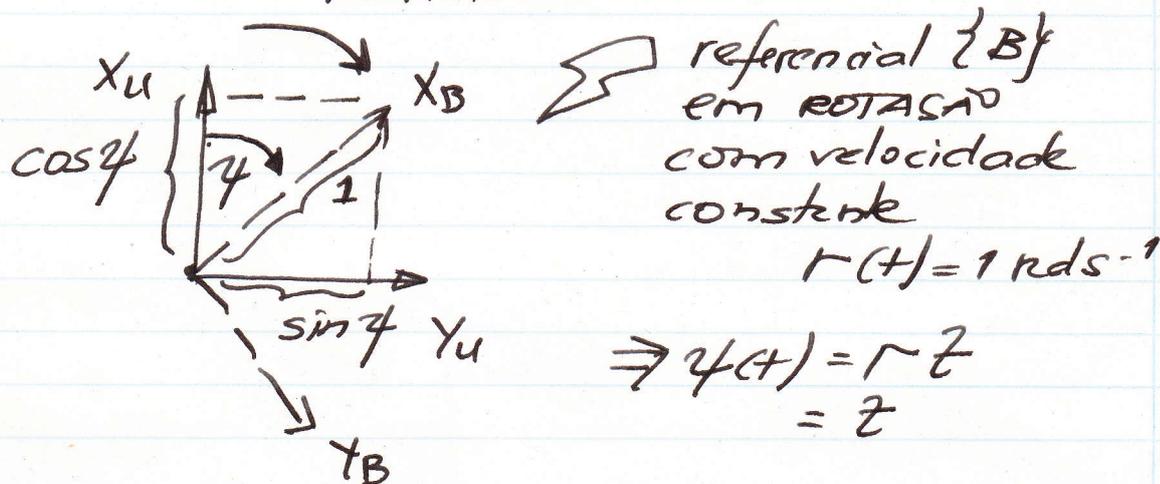
Como se constrói ${}^U R_B$?

\Rightarrow exprimindo cada um dos vetores de $\{B\}$ em $\{U\}$.

ou seja,

$${}^u_B R = \begin{bmatrix} u & u \\ X_B & Y_B \end{bmatrix} \quad \left(\begin{array}{l} \text{eixo das } z \\ \bar{n} \text{ é importante} \\ \text{neste caso} \end{array} \right)$$

$\omega = 1 \text{ rads}^{-1}$



$$\Rightarrow {}^u_B R(t) = \begin{bmatrix} \cos t & -\sin t \\ \sin t & \cos t \end{bmatrix}$$

\Rightarrow Vector velocidade em $\{U\}$

$$= {}^u_B R(t) \begin{bmatrix} u(t) \\ v(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 t + \sin^2 t \\ \sin t \cos t - \cos t \sin t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ms}^{-1}$$

(interprete fisicamente)

P 5.3

Indicação de Resolução

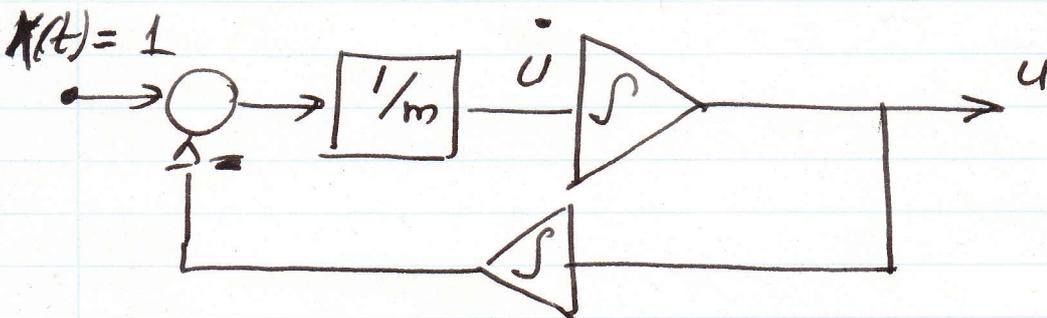
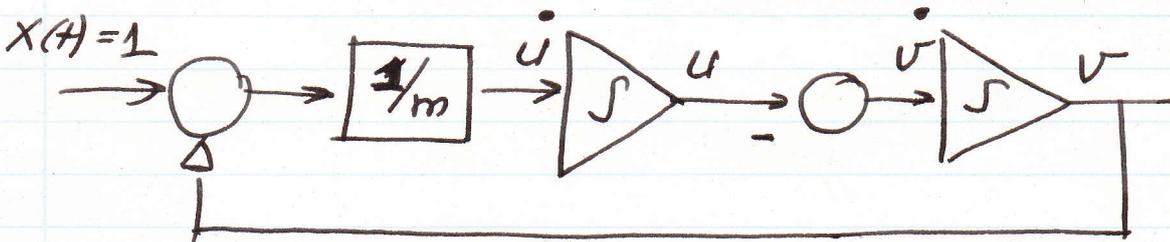
- Equações da dinâmica

$$\begin{cases} 1 = m(\dot{u} - v) \\ 0 = m(\dot{v} + u) \end{cases}$$

$$N = I\ddot{r}; c/N=0 \Rightarrow r(t) = \omega = 1 \text{ rad/s}^{-1}$$

Como calcular u, v ?

Note os diagramas de blocos correspondentes



Para calcular a resposta de u a $X(t)=1$, use transformadas de LAPLACE. Em seguida, calcule v .

- Para calcular a velocidade de linear do corpo em $\{u\}$, calcule simplesmente

$${}^U_B R(t) \begin{bmatrix} u(t) \\ v(t) \end{bmatrix}.$$