8.1 Suponha que pode aplicar o modelo de electrões livres ao magnésio. O magnésio tem dois electrões de valência por átomo, uma densidade atómica $n_{\text{at}} \simeq 4.3 \times 10^{28}$ m^{-3}, e uma resistividade de $\rho = 4.3 \times 10^{-8}\ \Omega\,\text{m}$ à temperatura ambiente. Considere uma amostra de $V = 0.5$ cm^3 de magnésio

a) Qual é o vector de onda de Fermi?

b) Qual é a energia de Fermi em eV?

c) Qual é a densidade de estados ao nível de Fermi em estados/eV?

d) Qual é o coeficiente Hall que esperaria observar? Comente o facto de o valor experimental ser $R_H = -0.82 \times 10^{-10}$ m^3 C^{-1}.

e) Qual é o livre percurso médio dos electrões (à temperatura ambiente)? Compare qualitativamente com as distâncias interatómicas.

8.2 Calcule a pressão do gás de electrões livres a baixas temperaturas.

8.3 Partindo da equação

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = -m\frac{\vec{v}}{\tau} - |e|\vec{E}$$

para a velocidade de deriva, mostre que a condutividade à frequência ω é

$$\sigma(\omega) = \sigma(0)\left(\frac{1 + i\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2}\right).$$

8.4 Considere o potencial periódico $V(x) = 2U\sin(x/\sigma)^2$ com $\sigma = 1.058 \times 10^{-10}$ m e $U = \hbar^2/m_e\sigma^2$.

a) Escreva a equação de Schrödinger adimensional para este problema.

b) Encontre a série de Fourier de $V(x)$.

c) Para os vectores de onda $k = 0$ e $k = 1$ nas unidades adimensionais do problema resolva a equação de Schrödinger usando "espaços de Hilbert restritos" numa base de ondas planas. Comece com dimensões as mínimas e depois vá aumentado o tamanho da base.