

**Observações:**

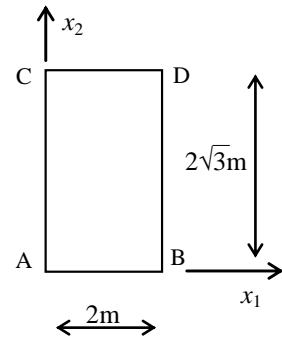
Não podem ser consultados quaisquer elementos de estudo para além do formulário fornecido.

Resolver os cinco problemas em folhas separadas e identificar todas as folhas com o número de aluno escrito no canto superior direito.

Justificar devidamente a resolução dos problemas – se necessário, indicar os conceitos teóricos utilizados.

**1º Problema** (4,5 val.)

A placa rectangular representada na figura é constituída por um material elástico linear isotrópico ( $E = 200 \text{ GPa}$ ;  $\nu = 0,20$ ) e está submetida a um estado de deformação homogéneo plano. As variações de comprimento sofridas pelas arestas AB, AC e pela diagonal AD são, respectivamente  $\Delta L_{AB}=0,2\text{mm}$ ,  $\Delta L_{AC}=\sqrt{3}\text{mm}$  e  $\Delta L_{AD}=0,4\text{mm}$ .



- (1,0 val.) a) Determine as componentes do tensor das deformações  $\epsilon_{ij}$ .

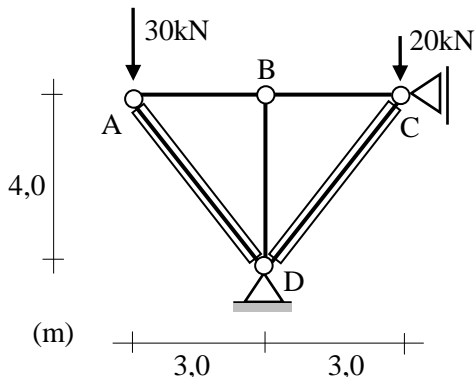
Admita agora a placa submetida a um estado de deformação uniforme caracterizado por:

$$\epsilon_{11}=5,6 \times 10^{-4}; \quad \epsilon_{22}=2 \times 10^{-4}; \quad \epsilon_{33}=0,8 \times 10^{-4}; \quad \epsilon_{12}=2,4 \times 10^{-4}; \quad \epsilon_{13}=\epsilon_{23}=0.$$

- (1,0 val.) b) Determine a distorção máxima no plano da placa e a orientação das fibras no sistema de eixos  $(x_1; x_2)$ .
- (1,5 val.) c) Determine o valor das tensões principais, identificando no sistema de eixos  $(x_1; x_2; x_3)$ , as orientações das respectivas direcções principais.
- (1,0 val.) d) Determine a orientação de uma faceta na qual as componentes normal ( $\sigma_n$ ) e tangencial ( $\tau$ ) do vector tensão satisfazem a relação  $\sigma_n = 2\tau$ .

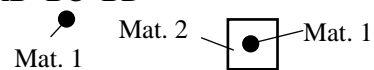
**2º Problema** (3,0 val.)

Considere a estrutura representada na figura submetida ao carregamento indicado.



**SECCÃO**

$AB=BC=BD$      $AD=CD$



Material	A (cm <sup>2</sup> )	E (GPa)	$\alpha$ (° C <sup>-1</sup> )
1	10	200	$1 \times 10^{-5}$
2	40	25	$1,2 \times 10^{-5}$

- (1,0 val.) a) Determine as tensões instaladas nas barras AB, AD e BD (dois materiais em AD).
- (1,0 val.) b) Determine o deslocamento vertical do ponto C.
- (1,0 val.) c) Considere agora a estrutura submetida à acção simultânea do carregamento anterior e de uma variação de temperatura  $\Delta T$ . Determine o valor de  $\Delta T$  que origina um deslocamento horizontal do ponto A nulo.

**3º Problema** (3,5 val.)

a) Considere a secção transversal tubular de parede fina representada na figura.

(1,0 val.)

a<sub>1</sub>) Admita a secção submetida a um esforço normal excêntrico caracterizado por

$$N=5\text{kN}; e_1=40\text{cm}; e_2=-8\text{cm}.$$

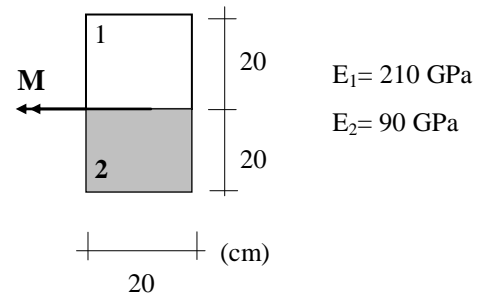
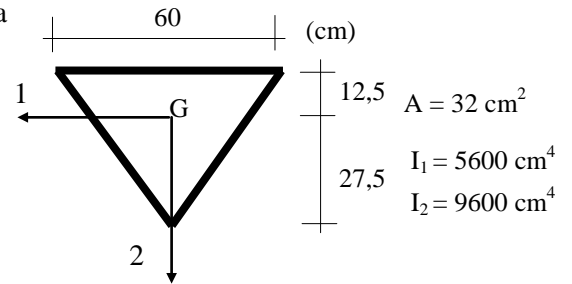
Determine (i) a posição da linha neutra e (ii) o diagrama de tensões normais, indicando os valores máximos das tensões e os pontos da secção onde esses máximos ocorrem.

(1,0 val.)

a<sub>2</sub>) Determine o núcleo central da secção.

(1,5 val.)

b) Considere a secção transversal heterogénea representada na figura ao lado. Trace o diagrama das tensões normais devido a  $M=352\text{ kNm}$ , indicando os valores máximos das tensões nos dois materiais.



**4º Problema** (3,5 val.)

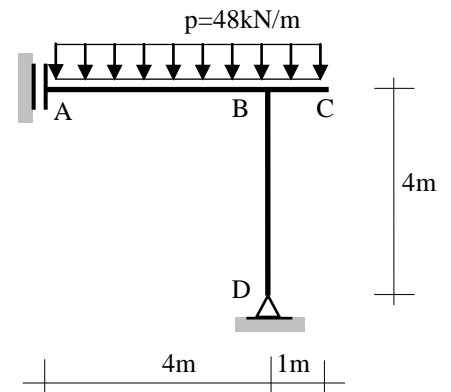
Considere a estrutura representada na figura (barras de rigidez  $EI$ ), submetida ao carregamento indicado – o apoio em A é um encastramento deslizante. **NOTA:** ao resolver as alíneas seguintes, considere apenas a deformabilidade das barras por flexão.

(2,5 val.)

a) Determine o diagrama de momentos flectores, tomando para incógnita hiperstática o valor do momento no encastramento A.

(1,0 val.)

b) Admitindo que a reacção horizontal no apoio D vale 43,5kN ( $\leftarrow$ ), determine, em função de  $EI$ , o valor do deslocamento vertical da secção C.



**5º Problema** (1,5 val.)

Considere a estrutura representada na figura ao lado, contida no plano YZ, sujeita à acção de três forças concentradas,  $P_X$  e  $P_Y$  (forças segundo  $X$  e  $Y$ , actuando em  $D$ ) e  $Q_X$  (força segundo  $X$ , actuando em  $B$ ), e de uma força distribuída  $q_Z$  (segundo  $Z$ ) – as barras têm 2m de comprimento e são perpendiculares entre si.

Admita  $P_X=1\text{ kN}$ ,  $P_Y=4\text{ kN}$ ,  $Q_X=6\text{ kN}$  e  $q_Z=3\text{ kN/m}$ . Trace os diagramas de esforços na barra BC, considerando os eixos locais indicados junto à barra – identifique todos os valores necessários à perfeita definição dos diagramas.

